

Z u r  
**öffentlichen Prüfung**  
**der Zöglinge**

des

**Königlichen Gymnasiums zu Lissa**

**am 23. März 1850**

ladet

**alle Beschützer, Gönner und Freunde des Schulwesens**

ehrerbietigst ein

der Direktor des Gymnasiums

**A. Ziegler.**

---

**Inhalt:**

1. Ueber die Theilbarkeit der Zahlen. Abhandlung vom Oberlehrer von Karwowski.
  2. Schulnachrichten, vom Direktor.
- 

**L i s s a.**

Gedruckt bei Ernst Günther.

Öffentlichen Prüfung

der Kandidaten

des

Königlichen Gymnasiums zu Gießen

am 31. März 1870



4207

alle Besitzer, Gönner und Freunde des Schulwesens

ehrenpflichtig ein

der Direktor des Gymnasiums

A. Niebler

Inhalt:

- 1. Ueber die Theilbarkeit der Zahlen. Abhandlung vom Oberlehrer von Herwegh.
- 2. Schulgeschichte, vom Direktor.

Preis.

Gedruckt bei Ernst Günther.

# Ueber die Theilbarkeit der Zahlen und die dabei zum Vorschein kommenden Eigenschaften derselben.

La propriété, dont jouissent certains nombres d'être exactement divisibles par d'autres, et la recherche des diviseurs d'un nombre forment une des théories les plus importantes de l'Arithmétique. *M. Bourdon, Éléments d'Arithm.*

§ 1. **E**rklärung. Jede, aus den ins Unendliche gehenden Zahlen bestimmt herausgehobene Zahl lässt sich, wie dies in der Theorie des Dezimalsystems entwickelt wird, als eine Summe darstellen, und zwar von so vielen Einheiten der ersten, der zweiten, der dritten u. s. w. Ordnung, wie viele Einheiten die Ziffer an der ersten, zweiten, dritten, u. s. w. Stelle, von rechts nach links zu betrachtend, in sich enthält. So ist die Zahl z. B.:

$$9873 = 9 \cdot 1000 + 8 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 3 \cdot 1, \text{ und}$$

$$9873 = 3 \cdot 1 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 1000$$

auch in diese Form wiedergeben. Da nun die Faktoren 1, 10, 100, 1000 dieselben bleiben für jede andere Zahl, welche nach dem Werthe der dabei stehenden Ziffern sehr verschieden sein kann, so können wir der Allgemeinheit wegen, wenn wir die Ziffer an der Stelle der Einheiten mit a, die an der Stelle der Zehner mit b, u. s. w. bezeichnen, jede mögliche ganze Zahl, und von diesen ist hier nur die Rede, (was wir übrigens für die ganze Abhandlung, um Wiederholungen vorzubeugen, festgestellt wissen wollen,) in diese Form giessen:

$$N = a \cdot 1 + b \cdot 10 + c \cdot 100 + d \cdot 1000 + \dots \text{ oder}$$

$$N = a \cdot 10^0 + b \cdot 10^1 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + \dots \text{ u. } 10^{m-1},$$

wenn die gedachte Zahl aus m Ziffern besteht.

§ 2. **E**rklärung. Wenn eine Zahl A in einer anderen Zahl B so viel mal enthalten ist, wie viele Einer eine dritte ganze Zahl m in sich enthält, oder, was dasselbe ist, wenn

A die Zahl B vollständig theilt, so sagen wir: A sei ein Theiler der Zahl B, oder, die Zahl B ist durch die Zahl A theilbar; oder auch die Zahl B sei ein Vielfaches der Zahl A, wobei A ein aliquoter Theil der Zahl B genannt wird. So ist die Zahl 45 durch 5 theilbar, denn  $\frac{45}{5} = q =$  einer ganzen Zahl, daher ist 45 ein Vielfaches der Zahl 5, die Zahl 5 aber ein Theiler oder ein aliquoter Theil der Zahl 45. — Ueberhaupt ist zwischen der vielfachen Zahl und ihrem aliquoten Theile folgender Zusammenhang:

$\frac{B}{A} = m =$  einer ganzen Zahl, daher  $B = m \cdot A$ , und da auch  $\frac{B}{m} = A$ , so kommen wir aus diesen zwei Gleichungen zu dem, bei der Entwicklung des Gegensatzes der Multiplikation und der Division, hingestellten Gesetze:

Das Produkt zweier ganzen Zahlen ist durch jeden der Faktoren theilbar.

Wenn aber die Zahl A die Zahl B nicht vollständig theilt, alsdann gelangen wir bei der Entwicklung des Quotienten auf dem gewöhnlichen Wege zu einem Reste  $R < A$ , so dass, wenn wir den Quotienten mit q bezeichnen, wir bekommen:

$$\frac{B}{A} = q + \frac{R}{A}, \text{ oder } B = q \cdot A + R. \quad (1).$$

Nehmen wir nun anstatt q, eine um 1 grössere Zahl, also  $q + 1$ , alsdann wird  $(q + 1) A > B$ , weil nach der Voraussetzung  $R < A$ ; nennen wir nun diese Zahl, um welche  $(q + 1) A > B$  ist, mit  $R_1$ , so wird

$$B = (q + 1) \cdot A - R_1. \quad (2).$$

Die Gleichung 1 von 2 abgezogen, und R und  $R_1$  auf die andere Seite gebracht, giebt

$$R + R_1 = A. \quad (3).$$

Diese Zahl  $R_1$  werden wir die Ergänzung des Restes R oder kürzer Ergänzungsrest nennen, denn sie ergänzt den Rest zu dem Divisor A, und wir finden diesen  $R_1$  wenn R und A gegeben sind, aus 3,

$$R_1 = A - R. \quad (4).$$

§ 3. Erklärung. Zahlen, die ausser durch sich selbst und durch 1, durch keine andere Zahl vollständig getheilt werden können, heissen absolute Primzahlen; alle anderen Zahlen heissen zusammengesetzte. So sind die Zahlen: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 . . . . Primzahlen; hingegen: 4, 6, 8, 9, 10, 12 . . . . sind zusammengesetzte Zahlen.

§ 4. Erklärung. Wenn eine Anzahl von Zahlen A, B, C, D u. s. w. durch eine und dieselbe Zahl m theilbar sind, so heisst diese Zahl m der gemeinschaftliche Theiler der Zahlen A, B, C, D u. s. w.; so ist z. B.: die Zahl 3 der gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 6, 9, 12, 15.

Sind die Zahlen M, N, P . . . . gemeinschaftliche Theiler der Zahlen A, B, C . . . . und ist dabei  $M > N > P$  . . . ., also M unter allen die grösste, alsdann nennen wir die Zahl M den grössten gemeinschaftlichen Theiler der Zahlen A, B, C . . . ., so sind z. B.: 2, 3, 4, 6, 12 gemeinschaftliche Theiler der Zahlen 144, 156, 216; da es aber keine grössere Zahl giebt als 12, durch welche jede der Zahlen 144, 156, 216 ohne Rest getheilt werden könnte, so ist 12 unter diesen Zahlen der grösste gemeinschaftliche Theiler.

§ 5. Erklärung. Wenn zwei oder mehrere Zahlen ausser 1 keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, wobei unter ihnen auch zusammengesetzte Zahlen sein können, so

heissen sie in diesem Falle **Primzahlen** unter sich, oder **relative Primzahlen**, so sind z. B.: 7, 15, 32, relative Primzahlen. —

§ 6. Erklärung. Ist die Zahl  $U$  theilbar durch die Zahlen  $A, B, C, D \dots$ , so nennen wir sie ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $A, B, C, D \dots$ , z. B.: 24 ist das gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 2, 3, 4, 6, denn 24 lässt sich durch jede dieser Zahlen ohne Rest theilen.

Wenn aber jede von den Zahlen  $U, U_1, U_2, U_q \dots$  durch die Zahlen  $A, B, C, D \dots$  theilbar ist, dabei aber  $U$  die kleinste unter allen, welche durch  $A, B, C, D \dots$  ohne Rest sich theilen lassen, so heisst alsdann  $U$  das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen  $A, B, C, D \dots$ ; so sind die Zahlen 60, 120, 180, 240, 300 gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 6, 10, 12, 15; da es aber keine kleinere Zahl giebt als 60, welche durch die gegebenen Zahlen 6, 10, 12, 15 ohne Rest theilbar wäre, so ist 60 das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen. —

§ 7. Zusatz. Da jede zusammengesetzte Zahl nicht nur durch die Einheit und durch sich selbst theilbar ist, sondern auch theilbar sein muss durch eine Zahl, welche zwischen 1 und ihr selbst liegt, denn sonst würde sie keine zusammengesetzte Zahl, sondern eine Primzahl sein; so ist leicht einzusehen (3), dass man immer zwei Zahlen herausfinden kann, die mit einander multipliziert, die gegebene Zahl als Produkt wiedergeben. Ist unter diesen zwei Zahlen die eine, oder sind auch beide wieder zusammengesetzte Zahlen, zerlegt man sie wieder nach angedeuteter Weise, und fährt man so weiter fort, wenn sich wiederum zusammengesetzte Zahlen zeigen, so kommt man zur Einsicht, dass man für jede zusammengesetzte Zahl einige Zahlen, oder doch wenigstens zweie, finden kann, die von 1 und der gegebenen Zahl verschieden, mit einander multipliziert die gegebene zusammengesetzte Zahl wiedergeben. Die Aufgabe solche Zahlen, die wir Faktoren der gegebenen Zahl nennen, zu finden, bezeichnen wir durch Zerlegung der gegebenen Zahl in Faktoren, und wird gefordert, dass die Faktoren lauter Primzahlen sein sollen, so bezeichnen wir sie: Zerlegung der gegebenen Zahl in ihre einfache Faktoren.

§ 8. Lehrsatz. Jede gegebene zusammengesetzte Zahl lässt sich in lauter einfache Faktoren oder Primzahlen zerlegen.

Beweis. Es sei die zusammengesetzte Zahl  $A$  in beliebige Faktoren  $M, N, P \dots$  zerlegt, so dass

$$A = M \cdot N \cdot P \dots$$

Sind nun die Zahlen  $M, N, P \dots$  selbst schon Primzahlen, so wäre die Behauptung bewiesen; — sind sie aber noch zusammengesetzte Zahlen, oder doch einige unter ihnen, alsdann schreiten wir zu ihrer weiteren Zerlegung; es sei in diesem Falle:

$$M = m \cdot m' \cdot m'' \dots$$

$$N = n \cdot n' \cdot n'' \dots$$

$$P = p \cdot p' \cdot p'' \dots$$

u. s. w.

woraus folgt, dass

$$A = m \cdot m' \cdot m'' \dots n \cdot n' \cdot n'' \dots p \cdot p' \cdot p'' \dots$$

Sind diese letzteren Faktoren Primzahlen, so ist die Behauptung bewiesen; sind unter ihnen noch zusammengesetzte Zahlen, so fahren wir mit der Zerlegung fort, bis wir auf lauter Primzahlen kommen, was desswegen durchaus eintreten muss, weil sonst die gegebene

Zahl A nach der Annahme eine endliche, aus unendlich vielen Faktoren bestehen müsste, also selbst unendlich gross sein müsste, was gegen die Voraussetzung. —

§ 9. Zusatz. Da eine und dieselbe Primzahl als Faktor in der zusammengesetzten Zahl zwei, drei u. s. w. Mal vorkommen kann, so kann die zusammengesetzte Zahl in ihre einfachen Faktoren zerlegt in folgender Form, dargestellt werden:

$$A = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \cdot d^\delta \dots$$

worinn a, b, c, d... lauter Primzahlen, hingegen  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$  ganz beliebige Zahlen sein können.

§ 10. Lehrsatz. Ist die Zahl m ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen A und B, so theilt sie auch ohne Rest sowohl die Summe  $A + B$ , als auch die Differenz derselben  $A - B$ .

Beweis. Es ist  $\frac{A}{m} + \frac{B}{m} = \frac{A + B}{m}$  und

$$\frac{A}{m} - \frac{B}{m} = \frac{A - B}{m},$$

da nun nach der Annahme  $A : m$  und  $B : m$  ganze Zahlen sind, so müssen auch  $(A + B) : m$  und  $(A - B) : m$  ganze Zahlen sein, denn sonst müsste ja eine ganze Zahl gleich sein einer gebrochenen, was unmöglich ist.

§ 11. Zusatz. Daraus folgt, dass, wenn die Zahl m ein gemeinschaftlicher Theiler irgend einer Anzahl von Zahlen A, B, C, D... ist, sie auch ohne Rest die Summe derselben, nämlich  $A + B + C + D + \dots$  theilt, denn es ist:

$$\frac{A}{m} + \frac{B}{m} + \frac{C}{m} + \frac{D}{m} + \dots = \frac{A + B + C + D + \dots}{m}$$

da aber nach der Annahme  $A : m, B : m, C : m$  u. s. w. ganze Zahlen sind, so muss auch  $(A + B + C + D + \dots) : m$  eine ganze Zahl sein, daher  $A + B + C + D + \dots$  durch m theilbar. —

§ 12. Zusatz. Daraus folgt weiter, dass, wenn die Summe zweier Zahlen  $A + B$ , und noch einer der Summanden, z. B.: B, durch die Zahl m theilbar ist, auch der zweite Summand A durch die Zahl m theilbar sein muss. Denn da in der Gleichung

$$\frac{A}{m} + \frac{B}{m} = \frac{A + B}{m}$$

die Zahlen  $(A + B) : m$  und  $B : m$ , ganze Zahlen sind, so muss auch  $A : m$  eine ganze Zahl sein. Wäre sie eine Gebrochene, so müsste ja auch  $(A + B) : m$  eine gebrochene Zahl sein, und zwar als Summe einer gebrochenen und einer ganzen Zahl, was gegen unsere Voraussetzung ist.

Uebertragen wir dieselbe Schlussfolge auf die Gleichung:

$$\frac{A}{m} - \frac{B}{m} = \frac{A - B}{m}$$

so kommen wir zu der Wahrheit, dass, wenn unter den drei Zahlen A, B, und  $A - B$ , irgend zwei durch die Zahl m theilbar sind, es auch die dritte sein muss.

§ 13. Lehrsatz. Theilt die Zahl m die Zahlen A, B, C, D... , theilt sie aber die Zahl M nicht, so theilt sie auch die Summe dieser Zahlen:  $A + B + C + D + \dots + M$  nicht.

**Beweis.** Es ist:

$$\frac{A}{m} + \frac{B}{m} + \frac{C}{m} + \frac{D}{m} + \dots + \frac{M}{m} = \frac{A + B + C + D + \dots + M}{m}$$

und da nach der Annahme  $A : m$ ,  $B : m$ ,  $C : m$  u. s. w. ganze Zahlen sind, die Zahl aber  $M : m$  eine gebrochene, so ist nach dem Vorigen auch die andere Seite der Gleichung eine gebrochene Zahl, also die Summe  $A + B + C + D + \dots + M$  durch  $m$  nicht theilbar.

§ 14. Zusatz. Auf demselben Wege finden wir, dass, wenn von den drei Ausdrücken in der Subtraktion zwar der eine durch  $m$  theilbar ist, der andere aber nicht, auch der dritte durch die Zahl  $m$  nicht theilbar sein kann. —

§ 15. Lehrsatz. Ist die Zahl  $A$  durch die Zahl  $m$  theilbar, so ist auch jedes Vielfache die Zahl  $A$  durch die Zahl  $m$  theilbar. —

**Beweis.** Gesetzt es sei

$$\frac{A}{m} = q = \text{einer ganzen Zahl};$$

nun giebt Gleiches durch Gleiches multipliziert auch Gleiches, mithin:

$$n \cdot \frac{A}{m} = n \cdot q, \text{ nun ist } n \cdot \frac{A}{m} = \frac{n \cdot A}{m}, \text{ also}$$

$$\frac{n \cdot A}{m} = n \cdot q = \text{einer ganzen Zahl.}$$

§ 16. Lehrsatz. Ist die Zahl  $m$  ein gemeinschaftlicher Theiler des Dividenden  $A$  und des Divisors  $B$ , so ist auch dieselbe Zahl  $m$  ein vollständiger Theiler des Restes  $R$ , zu dem wir gelangen, wenn wir die Division wirklich ausführen.

**Beweis.** Es ist nach § 3.:

$$A = B \cdot q + R.$$

Dividiren wir die ganze Gleichung durch  $m$ , so erhalten wir:

$$\frac{A}{m} = \frac{B \cdot q}{m} + \frac{R}{m}$$

in dieser Gleichung ist  $A : m$  nach der Annahme eine ganze Zahl, ebenso  $B : m$  eine ganze Zahl, nach § 15 ist auch  $(B \cdot q) : m$  eine ganze Zahl, also muss auch nach § 12 die Zahl  $\frac{R}{m}$  eine ganze Zahl sein, das heisst der Rest  $R$  muss auch durch die Zahl  $m$  theilbar sein.

§ 17. Zusatz. Aus dem vorhergehenden Lehrsatze folgt, dass wenn zwei Zahlen  $A$  und  $B$  einen gemeinschaftlichen Theiler haben, so kann dieser nicht grösser sein als der Rest, der durch die Division der gegebenen Zahlen  $A$  und  $B$  zum Vorschein kommt, da ja der gemeinschaftliche Theiler der Zahlen  $A$  und  $B$  auch den Rest  $R$  vollständig theilen muss, und eine grössere Zahl nicht ein vollständiger Theiler einer kleineren sein kann.

§ 18. Zusatz. Daraus folgt auch noch, dass, wenn die Zahl  $m$  zwei von den drei Ausdrücken in der Division, nämlich dem Dividenden, dem Divisor und dem Reste vollständig theilt, sie auch jedesmal den dritten theilen muss; theilt daher der Rest  $R$  den Divisor  $B$ , so theilt er auch den Dividenden  $A$ , weil er sich selbst theilt.

§ 19. Lehrsatz. Wenn die Zahl  $m$  ein Produkt zweier Zahlen  $A$  und  $B$ , nämlich  $A \cdot B$  vollständig theilt und sie dabei eine Primzahl ist in Rücksicht auf einen der Faktoren z. B. zu  $A$ , so muss diese Zahl  $m$  auch vollständig den zweiten Faktor theilen, hier also auch  $B$ .

**Beweis.** Gesetzt es sei  $A < m$ , und nicht durch  $m$  theilbar, alsdann hätten wir nach § 2

$$A = m \cdot q + R, \text{ wobei } R < m,$$

multiplizieren wir die ganze Gleichung durch  $B$  und dividiren wir sie durch  $m$ , so bekommen wir

$$\frac{A \cdot B}{m} = Bq + \frac{R \cdot B}{m},$$

da aber nach der Annahme  $(A \cdot B) : m$  eine ganze Zahl ist, so muss auch  $Bq + (R \cdot B) : m$  eine ganze Zahl sein, und da  $Bq$  schon eine ganze Zahl ist, so muss auch  $(R \cdot B) : m$  eine ganze Zahl sein, d. h.  $R \cdot B$  muss durch  $m$  theilbar sein, denn sonst müsste ja eine ganze Zahl einer Gebrochenen gleich sein, was unmöglich. Wenn wir nun  $m$  durch  $R$  dividiren, alsdann bekommen wir, da  $m$  durch  $R$  nicht theilbar ist, die vorige Form

$$m = R \cdot q_1 + R_2, \text{ wobei } R_2 < R,$$

multiplizieren wir diese Gleichung mit  $B$  und dividiren mit  $m$ , so ist

$$\frac{m \cdot B}{m} = \frac{R \cdot B \cdot q_1}{m} + \frac{R_2 B}{m};$$

da aber in dieser Gleichung  $(m \cdot B) : m = B$  und  $(R \cdot B \cdot q_1) : m = [(R \cdot B) q_1] : m$  nach § 15 ganze Zahlen sind, so muss auch  $(R_2 B) : m$  eine ganze Zahl sein, oder was dasselbe  $R_2 B$  ist durch  $m$  theilbar.

Wenden wir dieselbe Schlussfolge bei dem Produkte  $R_2 B$  an, wie bei  $R \cdot B$ , so kommen wir zu der Einsicht, dass die Theilbarkeit des Produktes  $A \cdot B$  durch die Zahl  $m$  uns zu der Theilbarkeit der Produkte  $R B, R_2 B, R_3 B, R_4 B \dots$  führt, da aber  $R > R_2 > R_3 > R_4 \dots$  und  $R, R_2, R_3 \dots$  ganze Zahlen sind, so müssen wir nothwendig zu einem letzten  $R_n = 1$  kommen, woher die Folge, dass auch  $1 \cdot B$  oder  $B$  selbst durch  $m$  theilbar ist.

Derselbe Beweis würde geführt werden, wenn  $A < m$  wäre, nur mit dem Unterschiede, dass wir mit der Division der Zahl  $m$  durch  $A$  anfangen würden, nämlich mit der Gleichung  $m = A \cdot q + R$ , und dann würden wir  $A$  durch  $R$ ,  $R$  durch  $R_2 \dots$  u. s. w. dividiren, sonst Alles wie oben.

§ 20. **Lehrsatz.** Wenn die Zahl  $m$  eine Primzahl ist und ein Produkt zweier Zahlen  $A$  und  $B$ , nämlich  $A \cdot B$  theilt, so theilt sie nothwendig einen von den Faktoren.

**Beweis.** Denn gesetzt die Primzahl  $m$  theile z. B. die Zahl  $B$  nicht, so würden beide diese Zahlen nach § 5 Primzahlen unter sich oder relative Primzahlen sein, daher da  $m$  das Produkt  $A \cdot B$  theilt, so muss sie nach dem vorigen Lehrsatze nothwendig den Faktor  $A$  theilen.

§ 21. **Zusatz 1.** Wenn die Primzahl  $m$  ein Theiler ist von  $A^2$ , und überhaupt von  $A^n$ , wobei  $n$  eine ganze Zahl, so ist sie auch ein Theiler von  $A$ . Denn  $A^2 = A \cdot A$  und  $A^n = A \cdot A \cdot A \dots n$  solcher Faktoren, es tritt hiermit § 19 ein.

§ 22. **Zusatz 2.** Wenn eine beliebige Zahl  $M$  in Rücksicht auf die Faktoren  $A$  und  $B$  eine Primzahl ist, so ist sie auch eine relative Primzahl in Rücksicht auf das Produkt  $A \cdot B$ .

Denn gäbe es eine Primzahl  $m$  grösser als 1, welche sowohl  $M$ , als auch  $A \cdot B$  theilte, so müsste, nach § 20, sie entweder  $A$ , oder  $B$  theilen, daher wäre sie ein Theiler entweder der Zahlen  $M$  und  $A$ , oder  $M$  und  $B$ , was unmöglich ist, weil diese Zahlen nach Annahme Primzahlen unter sich sind, mithin kann auch  $M$  das Produkt  $A \cdot B$  nicht theilen. —

§ 23. **Zusatz 3.** Daraus folgt unmittelbar, dass, wenn jede von den Zahlen  $a, b, c, d, \dots$ , eine relative Primzahl zu den Zahlen  $A, B, C, D, \dots$  ist, dann auch die Produkte  $a \cdot b \cdot c \cdot d \dots$  und  $A \cdot B \cdot C \cdot D \dots$  relative Primzahlen sind.

§ 24. Zusatz 4. Sind zwei Zahlen  $a$  und  $b$  relative Primzahlen, so sind auch ihre beliebigen Potenzen Primzahlen unter sich. —

§ 25. Zusatz 5. Ist die Zahl  $A$  ein Produkt aus den Faktoren  $a, b, c, d, \dots$ , so enthält sie nothwendig nur diejenigen Primzahlen als Faktoren, aus welchen die Zahlen  $a, b, c, d, \dots$  bestehen.

Denn enthielte  $A$  irgend einen einfachen Faktor, welcher in den Zahlen  $a, b, c, d, \dots$  nicht enthalten wäre, z. B.  $m$ , so müsste die Zahl  $A = a \cdot b \cdot c \cdot d \dots$  ein Vielfaches von  $m$  sein, daher durch  $m$  theilbar, es müsste also der Quotient

$$\frac{A}{m} = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \dots}{m} = \text{einer ganzen Zahl sein, was unmöglich ist,}$$

da ja die Zahl  $m$  keine von den Zahlen  $a, b, c, d, \dots$  theilt, also auch das Produkt derselben nicht theilen kann; daher ist es auch unmöglich, dass  $m$  die Zahl  $A$  theilen könnte, mithin kann  $m$  nicht als Faktor in  $A$  gedacht werden.

§ 26. Zusatz 6. Die Zahl  $A$ , welche die Primzahl  $a$  zur  $\alpha$  Potenz, also  $a^\alpha$ , als Faktor in sich enthält, kann nicht theilbar sein durch dieselbe Primzahl  $a$  zu einer höheren Potenz erhoben, als es der Exponent  $\alpha$  ist.

Denn wäre  $A = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \dots$  und theilbar durch  $a^m$ , wobei  $m > \alpha$ , alsdann würde  $m = \alpha + x$  gesetzt:

$$\frac{a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \dots}{a^m} = \frac{a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma \dots}{a^{\alpha+x}} = \frac{b^\beta \cdot c^\gamma \dots}{a^x} = \text{einer ganzen Zahl, was nach}$$

§ 24 unmöglich ist.

§ 27. Zusatz 7. Aus dem Vorhergehenden folgt nun überhaupt, dass jede zusammengesetzte Zahl  $A$  nur auf eine einzige Art in ihre einfachen Faktoren zerlegt werden kann, oder anders gesagt: wie man auch mit der Zerlegung der zusammengesetzten Zahl  $A$  verfahren mag, immer werden nur dieselben Primzahlen als einfache Faktoren zum Vorschein kommen. —

§ 28. Lehrsatz. Ist die Zahl  $A$  durch die zusammengesetzte Zahl  $B$  theilbar, so ist sie auch theilbar durch jeden einfachen Faktor der Zahl  $B$ .

Beweis. Es sei  $B$  zerlegt in den einfachen Faktor  $m$  und den zweiten Faktor  $C$ , so dass  $m$  eine Primzahl ist, also  $B = m \cdot C$ , so ist nach § 2 die Zahl  $B$  sowohl durch  $m$ , als auch durch  $C$  theilbar. Da aber  $A$  nach der Voraussetzung durch  $B$  theilbar ist und daher ein Vielfaches von  $B$  ist, so muss auch die Zahl  $A$  nach § 15 durch  $m$  theilbar sein. —

§ 29. Lehrsatz. Wenn die Zahl  $A$  theilbar ist durch jede der relativen Primzahlen  $a, b, c, d, \dots$ , so ist sie auch theilbar durch ihre Produkte  $ab, ac, ad, \dots, bc, bd, \dots, abc, abd, acd, \dots$  d. h.: durch alle Kombinationen ohne Wiederholungen, die man aus den gegebenen relativen Zahlen bilden kann.

Beweis. Da die Zahl  $a$  ein Theiler von  $A$  ist, so ist  $A = aq$ , wobei  $q$  eine ganze Zahl ist; da aber auch die Zahl  $b$  ein Theiler von  $A = aq$  ist, und dabei  $a$  nicht theilt, so muss  $b$  nach § 19 den Faktor  $q$  theilen, daher  $q = bq^1$ , wobei  $q^1$  eine ganze Zahl ist, daher ist  $A = aq = abq^1$  oder  $A : ab = q^1 =$  einer ganzen Zahl, also  $A$  durch  $ab$  theilbar. Dieses Raisonement auf die Zahlen  $c, d, \dots$ , erweitert, führt uns zu der Einsicht der Richtigkeit der aufgestellten Behauptung. —

§ 30. Zusatz. Wenn wir annehmen, dass die Zahlen  $a, b, c, d, \dots$  absolute Primzahlen sind, so folgt aus dem vorhergehenden Lehrsatz unmittelbar auch folgende Wahrheit: Ist die Zahl  $A$  durch die absoluten Primzahlen  $a, b, c, d, \dots$  theilbar, so ist sie auch theilbar durch die Produkte aus denselben, und kann man noch  $A$  sich aus  $a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \dots$  entstanden denken, also  $A = a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta \dots$ , so ist diese Zahl  $A$  auch theilbar durch  $a^2, a^3, a^4, \dots, a^\alpha$ , dasselbe gilt von den Zahlen  $b, c, d$ , u. s. w. sie ist auch theilbar durch  $ab, ab^2, ab^3, \dots, a^2b, a^3b, \dots$  u. s. w. d. h. durch alle entsprechenden Kombinationen mit Wiederholungen.

Denn da die Zahlen  $a, b, c, d, \dots$  absolute Primzahlen sind, so müssen nach den §§ 22, 23, 24, die Produkte aus denselben und die Potenzen derselben Primzahlen unter sich sein, daher wird die Zahl  $A$  nach § 29 durch die verschiedenen Potenzen der Zahl  $a$  von  $a$  bis  $a^\alpha$ , von  $b$  bis  $b^\beta$  u. s. w. und durch alle oben erwähnten Produkte  $ab, ab^2, ab^3, \dots, a^2b, a^3b, \dots$  theilbar sein. —

§ 31. Lehrsatz. Wenn die Zahl  $A$  unter ihren einfachen Faktoren alle einfachen Faktoren der Zahl  $B$  enthält und dabei nicht in niederen Potenzen als die, welche als Faktoren in der Zahl  $B$  enthalten sind, so ist alsdann die Zahl  $A$  durch  $B$  theilbar.

Beweis. Gesetzt es sei  $A = a^m \cdot b^n \cdot c^p \cdot d^q \cdot e$  und  $B = a^r \cdot c^s \cdot d^t \cdot e$ , wobei  $a, b, c, d, e$ , absolute Primzahlen sind, und noch  $m > r, p > s, q > t$ , so werden wir, wenn wir  $m = r + x, p = s + y, q = t + z$  setzen, bekommen:

$$A = a^m \cdot b^n \cdot c^p \cdot d^q \cdot e = a^{r+x} b^n \cdot c^{s+y} d^{t+z} e = (a^r \cdot c^s \cdot d^t e) a^x b^n c^y d^z = B \cdot a^x b^n c^y d^z$$

daraus folgt:  $\frac{A}{B} = a^x b^n c^y d^z =$  einer ganzen Zahl. —

§ 32. Zusatz. Setzen wir in dem vorhergehenden Lehrsatz  $m = r, p = s, q = t$ , so sind die Zahlen  $x, y, z$  gleich Null, und die Zahl  $A$  durch  $B$  theilbar, giebt zum Quotienten die ganze Zahl  $b^n$ . —

§ 33. Zusatz. Wenn auch nur ein einziger einfacher Faktor der Zahl  $B$  sich unter den einfachen Faktoren der Zahl  $A$  nicht befindet, so kann in diesem Falle  $B$  kein Theiler sein der Zahl  $A$ .

Denn gesetzt, es sei  $A = a^m b^n c^p d^q$  und  $B = a^r \cdot c^s \cdot d^t \cdot e$ , wobei  $a, b, c, d, e$  Primzahlen sind, so theilt die Zahl  $e$  die Zahl  $B$ . Wenn nun die Zahl  $B$  die Zahl  $A$  theilte, so müsste nach § 28 die Zahl  $A$  durch  $e$  theilbar sein, was unmöglich ist, da sie ja den Faktor  $e$  nicht in sich enthält, daher ist auch dies unmöglich, dass die Zahl  $A$  durch  $B$  theilbar sein könnte. —

§ 34. Zusatz. Wenn in der Zahl  $A$  dieselben einfachen Faktoren vorkommen, welche in der Zahl  $B$  enthalten sind, so kann, wenn auch nur ein einziger in der Zahl  $A$  in einer niederen Potenz vorkommt, als in der Zahl  $B$ ,  $A$  durch  $B$  nicht theilbar sein.

Es möge  $A = a^m \cdot b^n \cdot c^p \cdot d^q \cdot e$  und  $B = a^r \cdot c^s \cdot d^t$ , wobei  $a, b, c, d, e$  absolute Primzahlen sind, und  $s > p$ , alsdann ist die Zahl  $c^s$  ein Theiler von  $B$  nach § 30; wäre nun  $B$  ein Theiler der Zahl  $A$ , so müsste ja auch  $A$  durch  $c^s$  theilbar sein, was nach § 26 unmöglich ist, weil  $s > p$  nach der Voraussetzung, daher ist auch dies unmöglich, dass  $A$  durch  $B$  theilbar sein könnte. —

§ 35. **Lehrsatz.** Sind die Zahlen  $A, B, C, D$  u. s. w. durch die Zahl  $m$  nicht vollständig theilbar, führen sie aber, wenn man die Division verrichtet, zu Resten  $R, R_1, R_2, \dots$ , von der Art, dass die Summe derselben durch  $m$  theilbar ist, alsdann ist auch die Summe der Zahlen  $A, B, C, D, \dots$ , durch  $m$  theilbar.

**Beweis.** Die Zahlen  $A, B, C, D, \dots$ , sind nach der Voraussetzung relative Primzahlen in Rücksicht auf die Zahl  $m$ , verrichtet man also die hier angezeigte Division, so kommt man zu folgenden Resultaten:

$$\frac{A}{m} = q + \frac{R}{m}, \quad \frac{B}{m} = q_1 + \frac{R_1}{m}, \quad \frac{C}{m} = q_2 + \frac{R_2}{m} \text{ u. s. w.}$$

daher:

$$\frac{A}{m} + \frac{B}{m} + \frac{C}{m} + \frac{D}{m} + \dots = q + q_1 + q_2 + q_3 + \dots$$

$$\frac{R + R_1 + R_2 + R_3 + \dots}{m}$$

und folglich:

$$\frac{A + B + C + D + \dots}{m} = q + q_1 + q_2 + \dots + \frac{R + R_1 + R_2 + \dots}{m}$$

aus dieser letzten Gleichung ist nun klar ersichtlich, dass die Theilbarkeit der Summe der Zahlen  $A, B, C, D, \dots$ , von der Theilbarkeit der Summe der Reste  $R, R_1, R_2, R_3, \dots$  abhängig ist.

§ 36. **Zusatz.** Dass einige von den Zahlen  $R, R_1, \dots$  auch 0 sein können und dass dabei die Behauptung ihre Giltigkeit behält, folgt unmittelbar aus dem entwickelten Beweise.

§ 37. **Lehrsatz.** Sind zwei Zahlen  $A$  und  $B$  durch die Zahl  $m$  nicht theilbar, führen sie aber, wenn man die Division wirklich ausführt, zu demselben Reste  $R$ ; alsdann ist die Differenz dieser zwei Zahlen durch  $m$  theilbar.

**Beweis.** Gesetzt es sei:

$$\frac{A}{m} = q + \frac{R}{m}$$

$$\frac{B}{m} = q_1 + \frac{R}{m}, \text{ so ist}$$

$$\frac{A}{m} - \frac{B}{m} = q - q_1, \text{ oder}$$

$$\frac{A - B}{m} = q - q_1 = \text{einer ganzen Zahl, als Differenz}$$

zweier ganzen Zahlen, daher nach § 2 die Differenz  $A - B$  durch  $m$  theilbar.

§ 38. **Lehrsatz.** Wenn zwei Zahlen  $A$  und  $B$ , welche durch  $m$  nicht theilbar sind, zu Resten  $R$  und  $R_1$  führen, deren Produkt  $R \cdot R_1$  durch  $m$  theilbar ist, so ist auch das Produkt der Zahlen  $A$  und  $B$ , nämlich  $A \cdot B$  durch  $m$  theilbar.

**Beweis.** Da  $A$  und  $B$  in Rücksicht auf  $m$  relative Primzahlen sind, so bekommen wir bei der verrichteten Division:

$$\frac{A}{m} = q + \frac{R}{m} \text{ oder } A = q \cdot m + R,$$

$$\frac{B}{m} = q_1 + \frac{R_1}{m} \text{ oder } B = q_1 \cdot m + R_1 \text{ und}$$

folglich:  $A \cdot B = q \cdot q_1 \cdot m \cdot m + q_1 \cdot m \cdot R + q \cdot m \cdot R_1 + R \cdot R_1,$

oder:  $A \cdot B = m (q \cdot q_1 \cdot m + q_1 \cdot R + q \cdot R_1) + R \cdot R_1,$

daher:  $\frac{A \cdot B}{m} = q \cdot q_1 \cdot m + q_1 \cdot R + q \cdot R_1 + \frac{R \cdot R_1}{m}$

aus dieser letzten Gleichung ist nun ersichtlich, dass die Theilbarkeit des Produktes  $A \cdot B$  von der Theilbarkeit des Produktes  $R \cdot R_1$  abhängig ist.

§ 39. **Lehrsatz.** Ist die Zahl  $A$  durch die Zahl  $B$  theilbar, und die Zahl  $B$  wiederum noch theilbar durch die Zahl  $C$ , alsdann ist auch die Zahl  $C$  ein vollständiger Theiler von  $A$ .

**Beweis.** Da nach der Voraussetzung

$$\frac{A}{B} = m \text{ und } \frac{B}{C} = n, \text{ oder}$$

$A = m \cdot B$  und  $B = n \cdot C$ , wobei  $m$  und  $n$  ganze Zahlen sind, so ist auch

$$A = Bm = n \cdot m \cdot C, \text{ daher}$$

$$\frac{A}{C} = n \cdot m = \text{einer ganzen Zahl, also } A \text{ durch } C \text{ theilbar. —}$$

§ 40. **Zusatz.** Setzen wir  $m \cdot n = n \cdot m = p$ , so wird  $A = p \cdot C$  sein, und da  $p$  sowohl durch  $m$ , als auch durch  $n$  theilbar ist, so folgt, dass die Zahl  $p$ , welche anzeigt, wie viel mal die Zahl  $A$  die Zahl  $C$  in sich enthält, sowohl theilbar ist durch die Zahl  $m$ , welche das Vielfache der Zahl  $A$  in Rücksicht auf die Zahl  $B$  anzeigt, als auch durch die Zahl  $n$ , welche das Vielfache der Zahl  $B$  in Rücksicht auf die Zahl  $C$  anzeigt. —

§ 41. **Zusatz.** Ist die Zahl  $A$  ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen  $C, D, E, \dots$  und durch die Zahl  $B$  theilbar, so folgt:

1) dass die Zahl  $B$  ebenfalls ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen  $C, D, E, \dots$  ist.

2) die Quotienten  $\frac{C}{B}, \frac{D}{B}, \frac{E}{B}, \dots$ , sind auch durch den Quotienten  $\frac{A}{B}$  theilbar, und

3) wenn die Zahl  $A$  nicht gleich ist der Zahl  $B$ , sondern grösser als  $B$ , also  $\frac{A}{B} > 1$ , alsdann sind auch die Quotienten  $\frac{C}{B}, \frac{D}{B}, \frac{E}{B}, \dots$ , welche lauter ganze Zahlen sind, keine Primzahlen unter sich.

Nach der Voraussetzung nämlich sei

$$\frac{C}{A} = m, \quad \frac{D}{A} = n, \quad \frac{E}{A} = p, \dots \text{ und } \frac{A}{B} = k,$$

oder:  $C = m \cdot A, D = n \cdot A, E = p \cdot A, \dots$  und  $A = k \cdot B,$

daher:  $C = m \cdot k \cdot B, D = n \cdot k \cdot B, E = p \cdot k \cdot B, \dots$

also:  $\frac{C}{B} = m \cdot k, \frac{D}{B} = n \cdot k, \frac{E}{B} = p \cdot k, \dots = \text{ganzen Zahlen, daher ist:}$

ad 1.  $B$  ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen  $C, D, E, \dots$

ad 2. die Quotienten  $\frac{C}{B}, \frac{D}{B}, \frac{E}{B}, \dots$ , sind auch durch den Quotienten  $\frac{A}{B} = k$  theilbar, denn  $k$  kommt in ihnen als gemeinschaftlicher Faktor vor, und endlich:

ad 3. da  $k$  nicht gleich 1, sondern grösser als 1 ist, so können die Quotienten  $\frac{C}{B}, \frac{D}{B}, \frac{E}{B} \dots$  weil sie eben den gemeinschaftlichen Theiler  $k$  in sich enthalten,

nicht Primzahlen unter sich sein.

§ 42. Zusatz. Ist die Zahl  $A$  ein Vielfaches der Zahl  $B$ , und die Zahl  $B$  ist ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $C, D, E \dots$ , alsdann ist auch die Zahl  $A$  ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $C, D, E \dots$ .

Denn, wenn  $A = m \cdot B$  und  $B = n \cdot c = p \cdot D = q \cdot E \dots$ , wobei  $m, n, p, q$  ganze Zahlen sind, so ist  $A = m \cdot n \cdot C = m \cdot p \cdot D = m \cdot q \cdot E = \dots$  oder

$$\frac{A}{C} = m \cdot n, \frac{A}{D} = m \cdot p, \frac{A}{E} = m \cdot q \dots = \text{einer ganzen Zahl, oder } A \text{ ist theilbar durch } C, D, E \dots, \text{ daher ein Vielfaches von } C, D, E \dots, \text{ wobei wir aus den Gleichungen auch ersehen, dass die Quotienten } \frac{A}{C}, \frac{A}{D}, \frac{A}{E} \dots \text{ bei der Annahme, dass } \frac{A}{B} = m > 1 \text{ ist, keine Primzahlen unter sich sein können. —}$$

§ 43. Lehrsatz. Ist die Zahl  $A$  ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $B$  und  $C$ , und ist die Zahl, welche anzeigt, wie viel mal die Zahl  $B$  in der Zahl  $A$  enthalten ist, ein Vielfaches in Rücksicht auf die Zahl, welche das Vielfache der Zahl  $A$  in Rücksicht auf die Zahl  $C$  anzeigt, so ist alsdann auch die Zahl  $C$  ein Vielfaches in Rücksicht auf die Zahl  $B$ .

Beweis. Denn ist  $A = m \cdot B = n \cdot C$ , und  $m = n \cdot p$  oder  $\frac{m}{n} = p$ , so ist

$$C = \frac{A}{n} = \frac{m \cdot B}{n} = \frac{n \cdot p \cdot B}{n} = p \cdot B, \text{ daher die Zahl } C \text{ ein Vielfaches in Rücksicht auf die Zahl } B.$$

§ 44. Lehrsatz. Ist die Zahl  $A$  ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $B, C, D, E \dots$ , und zeigen die Zahlen  $m, n, p, q \dots$  das Vielfache dieser Zahlen in Rücksicht auf die Zahl  $A$  an, und sind sie nicht Primzahlen unter sich, so giebt es immer noch eine Zahl  $M$ , welche ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $B, C, D, E \dots$  ist und noch die Zahl  $A$  theilt und daher kleiner als  $A$  ist.

Beweis. Ist  $A = m \cdot B = n \cdot C = p \cdot D = q \cdot E \dots$  und die Zahlen  $m, n, p, q$  keine relative Primzahlen, so muss es nothwendig eine Zahl  $k > 1$  geben, welche die Zahlen  $m, n, p, q \dots$  theilt, wenn daher

$$\frac{m}{k} = m', \quad \frac{n}{k} = n', \quad \frac{p}{k} = p', \quad \frac{q}{k} = q', \dots = \text{ganzen Zahlen sind, oder da}$$

$$m = m'k, \quad n = n'k, \quad p = p'k, \quad q = q'k \dots, \text{ so ist}$$

$$A = km'B = kn'C = kp'D = kq'E \dots \text{ oder}$$

$$1) \frac{A}{k} = m'B = n'C = p'D = q'E \dots$$

da aber  $m'B, n'C, p'D, q'E \dots$  ganze Zahlen sind als Produkte ganzer Zahlen,

so muss auch  $\frac{A}{k}$  eine ganze Zahl sein, welche mit  $M$  bezeichnet;

2)  $\frac{A}{k} = M$ , oder  $A = k \cdot M$  giebt, woraus folgt:  $\frac{A}{M} = k$ .

Aus der Gleichung 1) folgt, dass die Zahl  $M$  ein gemeinschaftliches Vielfache der Zahlen  $B, C, D, E \dots$  ist; aus der Gleichung 2) sehen wir, dass diese Zahl  $M$ , indem sie die Zahl  $A$  theilt, eine Zahl  $k$  zum Quotienten giebt, die grösser als 1 ist, daher ist  $M$  ein kleineres gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen  $B, C, D, E \dots$  als  $A$ . —

§ 45. Zusatz. Daraus folgt, dass, wenn die Zahl  $A$  das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen  $B, C, D, E \dots$  ist, die Quotienten  $\frac{A}{B}, \frac{A}{C}, \frac{A}{D}, \frac{A}{E} \dots$  nothwendig Primzahlen unter sich sein müssen. —

§ 46. Lehrsatz. Ist die Zahl  $A$  ein Vielfaches der Zahl  $C$ , ebenso  $B$  ein Vielfaches derselben Zahl  $C$ , und ist dabei der Quotient  $\frac{A}{C}$  ein Vielfaches in Rücksicht auf den Quotienten  $\frac{B}{C}$ , so theilt die Zahl  $B$  die Zahl  $A$ .

Beweis. Es sei  $A = m \cdot C$ ,  $B = n \cdot C$ , oder  $\frac{A}{C} = m$  und  $\frac{B}{C} = n$ ; — nach der Voraussetzung ist  $m$  ein Vielfaches der Zahl  $n$ , also  $m = p \cdot n$ , wobei  $p$  eine ganze Zahl, mithin  $A = p \cdot n \cdot C$ , da aber  $n \cdot C = B$ , also auch  $A = p \cdot B$ , oder  $\frac{A}{B} = p =$  einer ganzen Zahl.

§ 47. Lehrsatz. Ist die Zahl  $M$  ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen  $A, B, C, D, E \dots$ , sind aber die Quotienten, die wir erhalten, wenn wir die Zahl  $A$  durch  $M$ ,  $B$  durch  $M$ ,  $C$  durch  $M$ ,  $D$  durch  $M$  u. s. w. dividiren, nicht Primzahlen unter sich, alsdann giebt es nothwendig noch einen anderen gemeinschaftlichen Theiler  $N$  der Zahlen  $A, B, C, D, E \dots$ , welcher ein Vielfaches in Rücksicht auf  $M$  und daher grösser als  $M$  ist.

Beweis. Denn es sei

$$\frac{A}{M} = a, \quad \frac{B}{M} = b, \quad \frac{C}{M} = c, \quad \frac{D}{M} = d, \quad \frac{E}{M} = e \dots$$

oder:  $A = a \cdot M$ ,  $B = b \cdot M$ ,  $C = c \cdot M$ ,  $D = d \cdot M$ ,  $E = e \cdot M \dots$  und nach der Voraussetzung die Zahlen  $a, b, c, d, e \dots$  nicht Primzahlen unter sich, alsdann existirt immer eine gewisse Zahl  $k$ , welche ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen  $a, b, c, d, e \dots$  ist; ist daher:

$$\frac{a}{k} = a', \quad \frac{b}{k} = b', \quad \frac{c}{k} = c', \quad \frac{d}{k} = d', \quad \frac{e}{k} = e' \dots \text{ oder}$$

$$a = ka', \quad b = kb', \quad c = kc', \quad d = kd', \quad e = ke' \dots$$

so ist:  $A = a \cdot M = ka'M$ ,  $B = b \cdot M = kb'M$ ,  $C = c \cdot M = ke'M \dots$ ,

daher:  $\frac{A}{kM} = a'$ ,  $\frac{B}{kM} = b'$ ,  $\frac{C}{kM} = c' \dots$

woraus folgt, dass nicht allein  $M$  ein gemeinschaftlicher Theiler der Zahlen  $A, B, C, D, E \dots$ , ist, sondern dass es noch einen gemeinschaftlichen Theiler  $kM = N$  giebt, wobei klar hervorgeht, dass  $N$  ein Vielfaches von  $M$  ist, also grösser als  $M$ . —

§ 48. Zusatz. Daraus folgt, dass, wenn  $N$  der grösste gemeinschaftliche Theiler der Zahlen  $A, B, C, D, E \dots$  ist, alsdann die Quotienten  $\frac{A}{N}, \frac{B}{N}, \frac{C}{N} \dots$  Primzahlen unter sich sein müssen, und weiter, dass ein gemeinschaftlicher Theiler von irgend einer Anzahl von Zahlen auch den grössten gemeinschaftlichen Theiler derselben Zahlen vollständig theilen muss, weil eben  $\frac{N}{m} = k =$  einer ganzen Zahl ist.

§ 49. Lehrsatz. Jedes gemeinschaftliche Vielfache zweier oder mehrerer Zahlen ist durch das kleinste Vielfache derselben Zahlen theilbar.

Beweis. Es sei  $M$  das kleinste Vielfache von mehreren gegebenen Zahlen und  $N$  irgend ein anderes Vielfache derselben Zahlen, alsdann ist die Zahl  $N$  nach der Voraussetzung grösser als  $M$  durch  $M$  theilbar; denn wäre die Zahl  $N$  nicht theilbar durch  $M$ , so würden wir, wenn wir die Division wirklich verrichten, zu einem Reste  $R < M$  kommen, so dass:

$$\frac{N}{M} = q + \frac{R}{M} \text{ oder}$$

$$N = q \cdot M + R, \text{ daher}$$

$$N - q \cdot M = R;$$

da aber in dieser Gleichung nach der Voraussetzung sowohl die Zahl  $N$ , als auch  $M$ , daher auch ihr Vielfaches  $q \cdot M$  durch die gegebenen Zahlen theilbar sind, so müsste nach § 10 auch die Zahl  $R < M$  durch die gegebenen Zahlen theilbar sein, was unmöglich ist, denn  $M$  ist nach der Voraussetzung das kleinste Vielfache der gegebenen Zahlen, daher muss auch  $M$  die Zahl  $N$  vollständig theilen.

§ 50. Zusatz. Wenn die Zahl  $N$  irgend ein Vielfaches, nur nicht das kleinste, der gegebenen Zahlen  $A, B, C, D \dots$  ist, alsdann sind die Quotienten  $\frac{N}{A}, \frac{N}{B}, \frac{N}{C}, \frac{N}{D} \dots$  nicht Primzahlen unter sich. Denn wenn

$$\frac{N}{A} = a, \frac{N}{B} = b, \frac{N}{C} = c, \frac{N}{D} = d \dots \text{ ist, und nach § 48 } \frac{N}{M} = m, \text{ wobei } M \text{ das}$$

kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Zahlen  $A, B, C, D \dots$  ist, oder wenn:

$$N = a \cdot A, N = b \cdot B, N = c \cdot C, N = d \cdot D \text{ und } N = m \cdot M, \text{ so ist auch}$$

$$m \cdot M = a \cdot A, m \cdot M = b \cdot B, m \cdot M = c \cdot C, m \cdot M = d \cdot D \dots \text{ und folglich}$$

$$\frac{M}{A} = \frac{a}{m}, \frac{M}{B} = \frac{b}{m}, \frac{M}{C} = \frac{c}{m}, \frac{M}{D} = \frac{d}{m}, \dots$$

da aber in diesen Gleichungen die ersten Ausdrücke ganze Zahlen sind, denn die Zahl  $M$  ist als gemeinschaftliches Vielfache der gegebenen Zahlen  $A, B, C, D \dots$  durch dieselben theilbar, so müssen auch die zweiten Ausdrücke ganze Zahlen sein, nämlich die Zahl  $m > 1$  muss ein Theiler der Zahlen  $a, b, c, d \dots$  oder der Quotienten  $\frac{N}{A}, \frac{N}{B}, \frac{N}{C}, \frac{N}{D} \dots$  sein, daher sind diese Quotienten, da sie einen gemeinschaftlichen Theiler grösser als 1 haben, keine relative Primzahlen.

Es ist in der Rechnung sehr wichtig und vorthailhaft im Voraus bestimmen zu können, ob eine gegebene Zahl durch eine andere sich ohne Rest theilen lässt. Die Angabe der Bedingungen, welchen eine Zahl entsprechen muss, um durch eine andere gegebene Zahl theilbar zu sein, giebt das Gesetz der Theilbarkeit.

Die Entwicklung und Aufstellung dieser Gesetze kann am bequemsten in folgender Reihenfolge vorgenommen werden:

- 1) Die Auffindung der Bedingungen, welchen eine Zahl entsprechen muss, um durch irgend eine Potenz von 2 oder 5, nämlich durch  $2^n$  oder  $5^n$  oder durch das Produkt derselben, d. h.  $2^n \cdot 5^n = 10^n$  theilbar zu sein.
- 2) Die Feststellung einer allgemeinen Regel, wie man zu den Gesetzen der Theilbarkeit für die ersten Primzahlen gelangt.
- 3) Die Anwendung dieser Regel für die Theilbarkeit durch einige zusammengesetzte Zahlen, und
- 4) die Auseinandersetzung der Gesetze der Theilbarkeit für die zusammengesetzten Zahlen aus den bekannten Gesetzen der Theilbarkeit durch die ersten Primzahlen, welche in der Zusammensetzung derselben sich vorfinden, aber nur in ihrer ersten Potenz.

Die Ausführung dieses Gegenstandes ist jedoch für ein Programm zu umfangreich; daher müssen wir sie uns für die Zukunft vorbehalten.

# NACHRICHT

VON DEM ZUSTANDE

DES

KÖNIGLICHEN GYMNASIUMS ZU LISSA

*während des Schuljahrs von Ostern 1849 bis Ostern 1850*

VOM

**Director.**

# WIADOMOŚĆ

O STANIE

KRÓLEWSKIEGO GIMNAZYUM W LESZNE

*w ciągu roku szkolnego od Wielkiéjnocy r. 1849 do  
Wielkiéjnocy r. 1850,*

napisana przez

**Dyrektora.**

NA CHRZYST

VON DEM KUNSTANDE

KÖNIGLICHEN GYMNASIUMS ZU LISIA

Verzeichnis des Schulfahrts von Ostern 1849 bis Ostern 1850

VON

Direktor

WADOMOSO

O STANIE

KROLEWSKIEGO GYMNASYUM W LISNIE

na ciele roku szkolnego od Wielkijnoy r. 1849 do Wielkijnoy r. 1850.

napisane przez

Dyrektora.

## A. Lehrverfassung. — Rozklad nauk.

### Prima.

Ordinarius: der Director.

*Latin.* Cic. de orat. I, c. 1—54 mit grossentheils lat. Interpretation. Revision der Privatlectüre 2 St. Tacit Ann. I, II, c. 74 — I, III, c. 60 mit theilweise lat. Erklärung 1 St. Stil: freie Ausarbeitungen, Exercitien, Extemporalien, mündliche Uebungen; grammatische Repetitionen und Erläuterungen 3 St. Matern. Horat. Carm. lib. I und III. 2 St. Seit den Sommerferien Privatlectüre aus Cicero und Livius 1 St. Ziegler.

*Griechisch.* Plato Phaedon 2 St. Sophocl. Ajax 2 St. Homer II. lib. 11 und 12. 1 St. Grammatik: Syntax des Verbuns und Repetition des Syntax des Nomens. Exercitien, 1 St. Ziegler.

*Deutsch.* Freie Vorträge, fünfwöchentliche Aufsätze, Literaturgeschichte von Luther bis zu Klopstock; Erläuterung von Ulfilas Ev. Matth. V. 33 — VI. 16 2 St. Olawsky.

*Polnisch.* Die deutschen Schüler mit denen von Secunda combinirt. Lectüre: Popliński's Wypisy, etwa 38 Seiten mit sachlicher und gramm. Erläuterung 1 St. Grammatik: über den Gebrauch des Verbuns. Exercitien, Extemporalien und mündliche Uebungen 1 St. Matern.

*Französisch.* Lectüre von Ideler und Nolte's Handbuch. Grammatik nach Steck vom Indicativ und Coniunctiv, so wie von den Participien. Exercitien und Extemporalien 2 St. Witt.

*Hebräisch.* Grammatik nach Gesenius. Die Etymologie mit näherem Eingehen in das Specielle. Lectüre: Buch der Richter c. 6—12, Psalmen 1—10, 19, 29, 72, 2 St. Matern.

*Religion.* Evangel. mit Secunda combinirt. Repetition der Lehrstreitigkeiten in den ersten Jahrhunderten der christlichen Kirche, Ausbreitung und Beschränkung der christl. Kirche in Asien und Afrika; die Bekehrungsgeschichte der europäischen Völker bis ins 14. Jhrhdt., daneben Erklärung der ersten 10 cap. des Evang. Johan. 2 St. wöchentlich. Grabig.

*Kathol.* mit Secunda combinirt. Lectüre des Neuen Test. Bis Weihnachten einige leichte Briefe Pauli. Von Weihnachten wurde der Brief an die Galater übersetzt, dogmatisch erklärt und der Inhalt erläutert 1 St. Bis Weihnachten Offenbarungsgeschichte bis zum Tode Jesu; von Weihnachten ab Wiederholung des Obigen und Kirchengeschichte bis zum Ende der apostol. Zeit 1 St. Bis Weihnachten: v. Kurowski. Von Neujahr ab: Doliński.

*Geschichte und Geographie.* Repetition der alten Geschichte und die Geschichte des Mittelalters bis auf Rudolph von Habsburg 2 St. Tschepke.

*Mathematik.* Arithmetik. Wiederholung aller Pensa der vorhergehenden Klassen. Der Binomialsatz. Die arithmetischen und geometrischen Reihen. Arithmetische Reihen höherer Ordnungen. Die figurirten Zahlenreihen. Die Zinseszins-Rechnungen. Die Permutations-, Kombinations- und Variationslehre.

*Geometrie.* Die ebene und analytische Trigonometrie wurde beendet, darauf die Stereometrie durchgenommen. Die Schüler lösten eine grosse Anzahl von Aufgaben aus dem gesammten Gebiete der elementaren Mathematik 4 St. v. Karwowski.

*Physik.* Katoptrik, Dioptrik und Farbenlehre 2 St. Toeplitz.  
*Philos. Propädeutik.* Die Hauptlehren der Logik nach Trendelenburg's Element. log. Aristotel. 1 St. Olawsky.

## S e c u n d a.

Ordinarius: Professor Olawsky.

*Latein.* Grammatik nach Zumpt, mündliche und schriftliche Uebersetzungen aus Süpfle's Aufgaben 2 St. Cic. I—IV orat. in Catilin. 2 St. Livius lib. I bis II, 20 2 St. Lat. Privatlect. Sallust. bell. Catil. 1 St. Olawsky. Virgils Aeneis I. II. Buch. Memorirt lib. IX. v. 176—313 2 St. Dr. Methner.

*Griechisch.* Hom. Iliad. lib. VIII und IX bis v. 430 2 St. Tschepke. Xenoph. Anab. lib. III und IV. 3 St. Grammatik: Syntax des Nomens und Exercitien 1 St. Ziegler.

*Deutsch.* Uebungen im Deklamiren und im freien Vortrage; fünfwöchentliche Aufsätze. Grammatische und literarisch-historische Erläuterung der Gedichte in Bach's deutsch. Lesebuch, obere Lehrstufe S. 89—201 2 St. Olawsky.

*Polnisch* mit Prima combinirt.

*Französisch.* Lectüre des Charles XII. verbunden mit Uebungen im freien Erzählen. Grammatik nach Steck: vom Fürwort. Zweiwöchentliche Exercitien und Extemporalien 2 St. Witt.

*Hebräisch.* Grammatik nach Gesenius: das Hauptsächlichste der gesammten Etymologie. Lectüre: Ges. Leseb. p. 3—20 2 St. Matern.

*Religion* mit Prima combinirt.

*Geschichte* und *Geographie.* Die alte Geschichte und zwar die Gesch. der Völker Asiens und Aegyptens, und die Gesch. der Griechen mit der nöthigen Berücksichtigung der Geographie 2 St. Tschepke.

*Mathematik.* Arithmetik. Wiederholung des Kursus von Tertia. Gleichungen des ersten Grades mit einer und mehreren Unbekannten; Gleichungen des zweiten Grades, reine und unreine. Arithmetische und geometrische Reihen. Die Logarithmen. Die Theorie wurde durch Auflösung einer grossen Anzahl von algebraischen Aufgaben unterstützt.

Geometrie. Wiederholung des Kursus von Tertia. Die Planimetrie wurde mit der Lehre vom Kreise beendet und darauf die ebene und analytische Trigonometrie durchgenommen. Auflösung vieler trigonometrischen Aufgaben 4 St. v. Karwowski.

*Physik.* Die Lehre von der Wärme und physikalische Geographie 1 St. Toeplitz.

## T e r t i a.

Ordinarius: Professor Tschepke.

Die Klasse war wegen ihrer Ueberfüllung in mehreren Hauptgegenständen in eine obere und eine untere Abtheilung getrennt.

*Latein.* Die ganze Klasse: Ovid. Met. ausgewählte Stücke 2 St. Olawsky. Caesar de bello Gallico lib. VII 3 St. bis nach Neujahr Tschepke.

Abtheil. A. Grammatik: Syntax der Temp. und Modi. Wöchentliche Exercitien nach Hottenrott schriftl. u. mündl. 3 St. Seit Neujahr Caesar de bell. gall. 3 St. Tschepke.

Abtheil. B. Grammatik: die Syntax, soweit sie den Gebrauch des Verbums und der Conjunctionen betrifft. Repetitionen aus den Casus-Regeln und der Etymologie. Exercitien, Extemporalien und mündliche Uebungen, besonders aus Hottenrott 3 St. Matern. Nach Neujahr Caesar de bell. gall. 3 St. Pohl.

*Griechisch.* Die ganze Klasse: Homer Odyss. lib. X. v. 260 bis zu Ende, lib. XI. bis v. 150 2 St. Tschepke.

Abtheil. A. Xenoph. Anab. lib. I. c. 1—5, lib. IV. c. 3—5. In der Grammatik: einzelne Abschnitte der Buttman'schen kleinen Gramm. 4 St. Tschepke.

Abtheil. B. Grammatik: Etymologie. Ergänzung der Lehre von Verbum. Repetition der früheren Theile der Etymologie. Exercitien und Extemporalien 2 St. Lectüre: Xenophon. Anabas. das erste Buch ganz. 2 St. Matern.

*Deutsch.* A. Lectüre von Bach's Lesebuch, mittlere Lehrstufe mit gramm. histor. und ästhet. Erläuterung. Declamation poet. und pros. Stücke aus demselben Buche. Ausführliche Erklärung einiger Schiller'schen Balladen. Aufsätze erzählenden, beschreibenden und schildernden Inhalts. B. Dasselbe Material mit geringen Modification. Erläuterung einiger Uhland'schen Balladen. Rogge.

*Polnisch.* Die deutschen Schüler mit denen von Quarta combinirt. Lectüre aus den Wypisy. Uebungen im Lesen und Declamiren, dreiwöchentliche Correctur der Exercitien und Extemporalien. Grammatik nach Popliński: das Zeitwort. 3 St. Witt.

*Französisch.* Die Lehre von der Ableitung der Zeiten und der unregelmässigen Conjugation und die elementare Syntax nach Steck's Grammatik. Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen ins Französische nach demselben Handbuch, und Lectüre aus Ahn's Lesebuch Th. II. 2 St. Witt.

*Religion. Evangel.* Christliche Sittenlehre 2 St. Pflug.

*Kathol.* combinirt mit Quarta; bis Weihnachten: die Lehre von der Heiligung, Rehefertigung, von der Kirche, der Gemeinschaft und Verehrung der Heiligen, Probst Kurowski. Von Weihnachten: die Lehre von den Sakramenten und insbesondere von den Sakramenten der Taufe, Firmung und des Altars 2 St. Duliński.

*Geschichte.* Das Mittelalter nach Dielitz 2 St. Tschepke.

*Geographie.* A und B getrennt: Topische, physische und politische Geographie von Sardinien, Grossbritannien, Frankreich, Spanien, Italien nach Selten. Rogge.

*Mathematik.* Arithmetik. Wiederholung des Kursus von Quarta. Die Proportionslehre mit dem ins practische Leben eingreifenden Rechnungen. Die Lehre von den Potenzen und Wurzeln. Die Entwicklung des Dezimalsystems und der besonderen Eigenschaften der Zahlen. Der Binomialsatz in den Grundzügen. Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln.

*Geometrie.* Wiederholung des Kursus von Quarta. Die Aehnlichkeit der Dreiecke und Polygone; der Flächeninhalt derselben; einige einleitende Lehrsätze in die Lehre vom Kreise 3 St. v. Karwowski.

## Quarta.

Ordinarius: Dr. Methner.

*Latin.* Grammatik nach Putsche: die Lehre vom Gebrauch der Casus nebst dem Wichtigsten vom Gebrauch der Modi und Tempora. Exercitien und Extemporalien. Schriftliche und mündliche Uebungen im Uebersetzen aus dem Deutschen 5 St. Dr. Methner. Corn. Nep. Conon—Agesilaus incl. verbunden mit Memorirübungen. 3 St. derselbe.

*Griechisch.* Grammatik: die gesammte Etymologie bis zu den verbis anomal. nach Buttman 5 St. Dr. Methner. Lectüre: Jacob's Lesebuch (13. Ausgabe) bis Neujahr 1850 pag. 1—30 3 St. derselbe. Seit Neujahr: Lectüre desselben Lesebuches mit den daran zu knüpfenden grammatischen Uebungen 2 St. Pohl.

*Deutsch.* Lectüre prosaischer und poetischer Stücke aus Bach's deutschem Lesebuche (mittl. Lehrstufe, 1. Abtheilung) mit gramm. und sachlicher Erklärung. Memoriren von Gedichten aus derselben Sammlung. Uebungen im Erzählen. Aufsätze erzählenden Inhalts. 2 St. bis Neujahr 1850 Dr. Methner. Seit Neujahr Pohl.

*Polnisch* mit Tertia combinirt.

*Französisch.* Einübung der Elementar-Grammatik, der Deklination und regelmässigen Conjugation nach Steck. Uebung im Lesen und Uebersetzen nach Ahn's Lesebuch I. Cursus 2 St. Witt. Nach Neujahr Pohl.

*Religion* mit Tertia combinirt.

*Geschichte.* Geschichte des Alterthums nach Dielitz's Leitfaden. Rogge.

*Geographie.* Alte Geographie nach Dielitz. Neue Geographie des europäischen Schauplatzes der alten Geschichte nach Selten. Rogge.

*Mathematik.* Arithmetik: Einleitung in die gesammte Mathematik. Die vier algebraischen Spezies. Rechnungen mit denselben.

Geometrie: Einleitung zur Geometrie. Von den Winkeln, parallelen und sich schneidenden Linien. Die Eigenschaften des Dreiecks sowohl in Rücksicht auf die Winkel, als auch auf die Seiten; Kongruenz der Dreiecke, Vierecke und Polygone 3 St. v. Karwowski.

*Naturgeschichte.* Nach einer allgemeinen Einleitung die Geschichte der Rückgrathiere, nach Burmeister 2 St. Fleischer.

## Q u i n t a .

Ordinarius: Gymnasiallehrer Fleischer.

*Latein.* Die Formenlehre nach Putsche's Grammatik. Lectüre von Schönborn's latein. Lesebuche, zweitem Cursus. Exercitien 8 St. Marmé.

*Deutsch.* Lectüre von Bach's deutschem Lesebuche, II. Abtheilung und Memoriren der erklärten Stücke. Kleine Aufsätze: leichte Erzählungen, Fabeln etc. 3 St. Marmé.

*Polnisch.* Die deutschen Schüler mit denen von Sexta combinirt.

Uebungen im Lesen und Uebersetzen aus dem Elementarbuch von Popliński v. N. 1 bis 45. Grammatik: vom Eigenschaftswort und Hauptwort 3 St. Witt.

Die polnischen Schüler mit denen von Sexta combinirt.

Die Schüler lasen die Wypisy, część I. von Popliński, übten sich in Erzählungen der gelesenen Stücke, memorirten viele kleinere Poesien aus demselben Buche und schrieben kleinere orthographische Uebungen und Aufsätze 3 St. v. Karwowski.

*Religion.* *Evangel.* Glaube, Liebe, Hoffnung der Christen. Bibelsprüche und Liederverse wurden gelernt und erklärt, einzelne Abschnitte des Neuen Testaments gelesen 2 St. Biblische Geschichte 1 St. Pflug.

*Kathol.* Bis Weihnachten: Bibl. Geschichte 1 St., von Weihnachten ab 2 St. v. Karwowski. Die wichtigsten Wahrheiten der Glaubenslehre bis Weihnachten 2 St., von Weihnachten 1 St. Duliński.

*Geographie.* Aussereuropäische Länderkunde, zuletzt Deutschland übersichtlich und der Preussische Staat, nach Selten 3 St. Fleischer.

*Arithmetik.* Die Lehre von den Brüchen und der Regel de Tri. 3 St. Töplitz.

*Naturgeschichte.* Im Sommerhalbjahr: das Pflanzenreich, im Winter: das für die Klasse Fassliche aus der Mineralogie nach Burmeister 2 St. Fleischer.

*Kalligraphie.* Uebungen nach Vorlegeblättern, 2 St. Fleischer.

## S e x t a .

Ordinarius: Gymnasiallehrer Marmé.

*Latein.* Einübung der Declinationen und Conjugationen nach Putsche's Grammatik. Uebersetzen aus Schönborn's latein. Elementarbuch, mündlich und schriftlich 8 St. Marmé.

*Deutsch.* Lese- und Memorirübungen aus Bach's deutschem Lesebuche, II. Abtheilung. Orthographische Uebungen 3 St. Marmé.

*Polnisch* mit Quinta combinirt.

*Religion* mit Quinta combinirt.

*Geographie.* Allgemeine physisch-topische, nach dem Memorienbuch des Lehrers 3 St. Fleischer.

*Arithmetik.* Die 4 Spezies mit unbenannten und benannten Zahlen 3 St. Töplitz.

*Naturgeschichte.* Allgemeine Uebersicht der Naturkörper, und nähere Betrachtung der interessantesten und wichtigsten Rückgratthiere 2 St. Fleischer.

*Kalligraphie.* Uebungen nach Vorlegeblättern 3 St. Fleischer.

### **Technische Fertigkeiten.**

*Zeichnen.* Erste Stufe: Linear-Zeichnen und Formenlehre.

Zweite Stufe: Perspektivisches Zeichnen und Schattiren.

Dritte Stufe: Anfänge des künstlerischen Zeichnens.

Vierte Stufe: Zeichnen nach Gyps- und geometrischen Körpern, Copiren von Musterblättern 8 St. Arndt.

*Gesang.* In 3 Abtheilungen;

1. Abtheil. der grosse Chor 1 St.

2. — die Altisten und Sopranisten besonders, 1 St.

3. — die Anfänger 2 St. Fleischer.

*Leibesübungen.* Im Sommer zweimal wöchentlich im Freien. Im Winter ebenso in der Turnstube. Olawsky.

## B. Verordnungen der vorge- setzten Behörden.

1. Mittheilung eines hohen Ministerial-Erlasses vom 4. Mai 1849, wonach die Benutzung der Schullokale zu politischen Versammlungen irgend einer Art, nicht zu gestatten ist.

2. Desgl. vom 26. Juli v. J., wonach mit Rücksicht auf den Erlass vom 20. December 1848, die näheren Gesichtspunkte festgestellt werden, von denen aus das Verhalten der Lehrer in und ausser dem Amte zu beurtheilen ist.

3. Verfügung des hochlöblichen Prov.-Schul-Collegii vom 12. Januar 1850, dass der sämigen Einzahlung der Schulgelder dadurch entgegen gewirkt werden solle, dass fortan, wie an anderen Anstalten, jeder Schüler, der das Schulgeld nicht rechtzeitig zahlt, vom Unterrichte ausgeschlossen werde.

## C. Chronik des Gymnasiums.

Zu Ostern v. J. verliess die Anstalt, an der er seit Michaelis 1845 katholischer Religionslehrer gewesen, Herr Probst Frasunkiewicz, um einem Rufe zum Regens des Priester-Seminars zu Gnesen zu folgen. Seine strenge Sittlichkeit, seine wissenschaftliche Bildung und seine milde Freundlichkeit, haben ihm in den Herzen seiner Schüler und seiner Amtsgenossen eine dauernde Erinnerung begründet. Wir hoffen, dass auch in seinem neuen segensreichen Wirkungskreise er seiner hiesigen Thätigkeit gern gedenken wird.

Sein Nachfolger, Herr Pfarrverweser von Kurowski, verliess die Anstalt schon nach neun Monaten wieder, um eine Pfarrstelle in Kamieniec zu übernehmen.

Zu Neujahr d. J. trat in dieselbe Stelle Herr Probst Duliński, bisher Religionslehrer am Marien-Magdalenen-Gymnasium zu Posen.

Zu derselben Zeit begann der Schulamts-Candidat, Herr Pohl, welcher das Friedrich Wilhelms Gymnasium zu Posen und die Universität zu Berlin besucht hat, sein Probejahr an der hiesigen Anstalt.

Im Uebrigen blieb das Lehrpersonal unverändert.

Die Feier des Geburtstages Sr. Majestät

## B. Rozporządzenia władz wyższych.

1. Zawiadomienie Wysokiego Ministeryum z dnia 4. Maja 1849, według którego nie wolno jest ustępować sal szkolnych dla zgromadzeń politycznych jakiegokolwiek rodzaju.

2. Okólnik z dnia 26. Lipca r. z., w którym ze względu na rozporządzenie z 20. Grudnia r. 1848 oznaczone jest bliżej stanowisko, z jakiego należy się osądzać postępowanie nauczycieli w urzędowaniu i po za tegoż obrębem.

3. Rozporządzenie prześw. Kollegium szkolnego prowincjonalnego z d. 12. Stycznia r. 1850, iżby opieszałości w wypłacie pieniędzy szkolnych w ten sposób zapobiedz, iż odtąd, jak w innych instytucjach to się już dzieje, każdy uczeń, który na naznaczony termin opłaty szkolnej nie płaci, od uczęszczania do szkoły ma być wykluczonym.

## C. Kronika Gimnazyum.

Na Wielkanoc r. z. opuścił instytut, przy którym od ś. Michała r. 1845. jako nauczyciel religii katolickiej pracował, Ks. Proboszcz Frasunkiewicz, powołany na Regensa Seminarium duchownego do Gniezna. Ścisła jego moralność, naukowe wykształcenie i miła uprzejmość, w sercach jego uczniów i kolegów uzasadniły dlań trwałą pamięć. Spodziewamy się, iż i w nowym zakresie swój błogięj działalności wspomni nieraz miło o swoim tutaj pobycie.

Następca jego, Ks. Komendarz Kurowski, opuścił instytut już po dziewięciu miesiącach, obejmując probostwo w Kamieńcu.

Na nowy rok r. b. wstąpił na tożsamo stanowisko Ks. Proboszcz Duliński, dotąd nauczyciel religii przy Gimnazyum Maryi Magdaleny w Poznaniu.

W tymże samym czasie rozpoczął swój rok próby kandydat, pan Pohl, który odwiedzał Gimnazyum Fryderyka Wilhelma w Poznaniu, a potem uniwersytet w Berlinie, przy naszym instytucie.

Grono nauczycieli w reszcie się nie zmieniło.

Uroczystość urodzin Najjaśniejszego Króla

des Königes wurde am 15. October v. J. durch Gesang und eine vom Director gehaltene Festrede begangen.

Unter Gottes Schutze blieben Schüler und Lehrer im vergangenen Jahre von bedeutenderen Krankheiten verschont, so dass auch von dieser Seite der Unterricht keine Unterbrechung erlitt.

### D. Statistische Verhältnisse.

a. Im verflossenen Schuljahre besuchten das Gymnasium

	im Sommer:	im Winter:
In Prima	19,	— 17,
in Secunda	29,	— 31,
in Tertia	71,	— 70,
in Quarta	61,	— 66,
in Quinta	56,	— 57,
in Sexta	27,	— 30,

Zusammen 263 271 Schüler.

Die Frequenz des vorangehenden Schuljahres betrug nur 252.

Bei der zu Michaelis v. J. unter dem Vorsitz des Herrn Regierungs- und Schulraths Dr. Lucas abgehaltenen Abiturientenprüfung erhielt das Zeugniß der Reife:

Max Kierski, aus Posen, 19 Jahr alt, 5 Jahr auf dem hies. Gymnasium, 2 Jahr in Prima; er studirt in Berlin Philologie.

Bei der, am 18. März d. J. angestellten Abiturientenprüfung erhielten das Zeugniß der Reife:

Gustav Scholz, aus Lipowiec, 19 $\frac{1}{4}$  Jahr alt, 4 $\frac{1}{2}$  Jahr auf dem Gymnasium, 2 Jahr in Prima: will Landwirthschaft studiren;

Salusch Gerber, aus Lissa, 21 Jahr alt, 7 Jahr auf der Anstalt, 2 Jahr in Prima: will in Berlin Jura studiren.

Julius Basch, aus Lissa, 18 $\frac{1}{2}$  Jahr alt, 8 Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima: will in Berlin Philologie studiren;

Aaron Rösel, aus Rawicz, 20 Jahre alt, 6 Jahre auf dem Gymnasium, 2 Jahre in Prima: will in Berlin Philologie studiren;

Eugen Lindenau, aus Braunsberg, 20 $\frac{3}{4}$  Jahre alt,  $\frac{3}{4}$  Jahr auf dem hies. Gymnasium, 2 Jahr in Prima: will in Breslau Jura studiren.

Jmci w dniu 15. Października r. z. obchodzono śpiewem i uroczystą mową mianą przez Dyrektora.

Przez opiekę Bożą i uczniowie i nauczyciele w roku zeszłym od chorób znaczniejszych ochronieni byli, tak iż i z tego względu nauki żadnej nie doznały przerwy.

### D. Stosunki statystyczne.

a. W roku szkolnym ubiegłym odwiedzało Gimnazjum

	w lecie:	w zimie:
w Prymie	19,	— 17,
w Sekundzie	29,	— 31,
w Tercyi	71,	— 70,
w Kwarcie	61,	— 66,
w Kwincie	56,	— 57,
w Sekscie	27,	— 30.

Ogółem 263, 271 uczniów.

Ilość uczniów w roku poprzedzającym wynosiła tylko 252.

W egzaminie, pod przewodnictwem radcy regencyjnego i szkolnego pana Dr. Lukasa na ś. Michał r. z. odbytym, otrzymał zaświadczenie dojrzałości:

Max Kierski, z Poznania, 19 lat stary, 5 lat w tutejszém Gimnazjum będący, 2 lata w Prymie; udał się do Berlina, w celu słuchania Filologii.

W egzaminie odbytym dnia 18. Marca r. b., otrzymali zaświadczenie dojrzałości:

Gustaw Scholz, z Lipówca, 19 $\frac{1}{4}$  lat st., 4 $\frac{1}{2}$  roku w tutej. Gimnazjum, 2 lata w Prymie; ma zamiar uczyć się gospodarstwa.

Salusch Gerber, z Leszna, 21 lat st., 7 lat w instytucie, 2 lata w Prymie; chce w Berlinie słuchać prawa.

Juliusz Basch, z Leszna, 18 $\frac{1}{2}$  lat st., 8 lat w tutej. Gimnazjum, 2 lata w Prymie; będzie w Berlinie słuchał Filologii.

Aaron Rösel, z Rawicza, 20 lat st., 6 lat w Gimnazjum, 2 lata w Prymie; ma w Berlinie słuchać Filologii.

Eugen Lindenau, z Braunsberga, 20 $\frac{3}{4}$  lat st.,  $\frac{3}{4}$  r. w tutej. Gimnazjum, 2 lata w Prymie; chce w Wrocławiu słuchać prawa.

Ausserdem bestanden die Abiturientenprüfung, durch Privatunterricht vorbereitet, die Brüder Kasimir und Wladislaus Grafen Kwilecki aus Zedlitz bei Fraustadt, 19 und 18 Jahre alt, und werden in Bonn, der ältere Cameralia und der jüngere Naturwissenschaften studiren.

b. Der physikalische Apparat wurde, wie im vorigen Jahre, wieder bedeutend vermehrt, namentlich durch eine Centrifugal- und eine Atwood'sche Fall-Maschine.

Das naturhistorische Cabinet wurde durch Ankauf einer kleinen Sammlung Mineralien vermehrt.

Die Gymnasialbibliothek ist durch die Munifizenz des hohen Ministerii und aus den etatsmässigen Fonds, die Schülerbibliothek durch die Beiträge der Schüler vervollständigt worden.

Dankbare Erwähnung gebührt noch der löblichen Hirt'schen Buchhandlung zu Breslau, welche der Anstalt verschiedene Werke in zusammen 24 Bänden als Geschenk übersandte.

c. Die Unterstützungen aus dem sogenannten Prämienfonds und die Schulgeldbefreiungen wurden in herkömmlicher Weise vertheilt.

Einige abgehende Schüler überliessen der Anstalt mehrere ihrer Schulbücher zum leihweisen Gebrauch für ärmere Schüler.

Prócz tego odbyli egzamen dojrzałości, prywatnie przysposobieni bracia, Kaźmierz i Władysław hrabiowie Kwileccy, z Świdnicy pod Wschową, 19 i 18 lat mający, i będą w Bonn, starszy Kameraliów, a młodszy nauk przyrodzonych słuchali.

b. Jak w roku zeszłym, tak i w bieżącym aparaty fizykalne znacznie pomnożone zostały, mianowicie przez maszynę centryfugalną i Atwooda maszynę wolnego spadku.

Gabinet historii naturalnej zwiększył się przez kupno małego zbioru minerałów.

Biblioteka gimnazjalna przez szczodroliwość Wysokiego Ministerium i przez fundusze etatowe, biblioteka uczniów przez składki od tychże pobierane, uzupełnione zostały.

Na wdzięczne wspomnienie zasługuje księgarnia pana Hirta w Wrocławiu, która instytutowi rozmaite dzieła, w ogóle z 24 tomów się składające, w darze przesłała.

c. Wsparcia z tak nazwanego funduszu nagród, jakoż i uwolnienia od opłaty szkolnego, w zwykły sposób rozdzielone zostały.

Niektórzy uczniowie odchodzący darowali instytutowi niektóre ze swych książek, ażeby takowe wypożyczane bywały uczniom uboższym.

Lehrer:	Wöchentliche Stundenzahl in den einzelnen Klassen.							Summa
	I.	II.	III.A	III.B	IV.	V.	VI.	
1. Director Ziegler . . . . .	9	4	-	-	-	-	-	13
2. Professor Olawsky . . . . .	3	9	2		-	-	-	14
3. " " dazu Turnen . . . . .	-	-	-	-	-	-	-	4
4. " " Tschepke . . . . .	2	4	10	4	-	-	-	20
4. " " Matern . . . . .	6	2	-	7	-	-	-	15
5. " " dazu Hebräisch . . . . .	2	2	-	-	-	-	-	4
5. Oberlehrer von Karwowski . . . . .	4	4	3		3	-	-	14
6. " " dazu Polnisch . . . . .	-	-	-	-	-	3	-	3
6. Gymnasiallehrer Marmé . . . . .	-	-	-	-	-	11	11	22
7. " " Fleischer . . . . .	-	-	-	-	2	5	2	6
8. " " dazu Gesang . . . . .	-	-	-	-	-	-	-	4
8. " " Witt . . . . .	2	2	4		4	3	-	15
9. Prediger Pflug . . . . .	-	-	-	2		3	-	5
10. Probst Duliński . . . . .	2	-	-	2		3	-	7
11. Zeichenlehrer Arndt . . . . .	-	-	-	-	-	-	-	8
12. Prediger Rogge . . . . .	-	-	3	3	3	-	-	9
13. Superintendent Grabig . . . . .	2	-	-	-	-	-	-	2
14. Schul-Amts-Cand. Dr. Methner . . . . .	-	2	-	-	12	-	-	14
15. " " Töplitz . . . . .	2	1	-	-	-	3	3	9
16. " " Pohl . . . . .	-	-	-	3	5	-	-	8

Fächer:	Wöchentliche Stundenzahl in den einzelnen Klassen.							Summa	
	I.	II.	III.A	III.B	IV.	V.	VI.		
Latein . . . . .	9	9	6	2	6	9	8	8	57
Griechisch . . . . .	6	6	4	2	4	5	-	-	27
Deutsch . . . . .	2	2	2	2	2	3	3	3	16
Polnisch . . . . .	2	2	2	2	2	3	3	3	12
Französisch . . . . .	2	2	2	2	2	-	-	-	8
Hebräisch . . . . .	2	2	-	-	-	-	-	-	4
Evangelische Religion . . . . .	2	-	-	-	2	-	2	-	6
Katholische Religion . . . . .	2	-	-	-	2	-	2	-	6
Philosophie . . . . .	1	-	-	-	2	-	-	-	1
Mathematik . . . . .	4	4	-	3	3	-	-	-	14
Rechnen . . . . .	-	-	-	-	-	3	3	3	6
Physik . . . . .	2	1	-	-	-	-	-	-	3
Naturgeschichte . . . . .	-	-	-	-	2	2	2	2	6
Geschichte und Geographie . . . . .	2	2	1	2	1	3	4	4	19
Kalligraphie . . . . .	-	-	-	-	-	-	2	1	3
Gesang . . . . .	-	-	-	-	-	-	-	-	4
Zeichnen . . . . .	-	-	-	-	2	2	2	2	6
Turnen . . . . .	-	-	-	-	-	-	-	-	4
Summa	34	32	28		32	29	30	204	

## Ordnung der öffentlichen Prüfung.

Sonnabend, den 23. März von 8 Uhr

Morgens an:

*Sexta.* Geographie. . . . .  
 Latein . . . . .  
*Quinta.* Rechnen . . . . .  
 Latein . . . . .  
*Quarta.* Griechisch . . . . .  
 Mathematik . . . . .  
*Tertia.* Latein . . . . .  
 Geographie . . . . .

Nachmittag von 3 Uhr an:

*Secunda.* Physik . . . . .  
 Latein . . . . .  
*Prima.* Geschichte . . . . .  
 Latein . . . . .  
 Mathematik . . . . .

Hierauf:

Reden von Schülern der ersten Klasse.  
 Entlassung der Abiturienten.  
 Chorgesang der Schüler.

Während der Prüfung werden Probeschriften und Zeichnungen der Schüler zur Ansicht vorliegen.

Nach der Prüfung jeder einzelnen Klasse gehen die Schüler derselben in ihr Lehrzimmer, wo ihnen die Censuren zugetheilt und die Namen der Versetzten bekannt gemacht werden.

Das neue Schuljahr beginnt am Dienstag den 9. April.

Am Sonnabend den 6. April Morgens von 9 Uhr an: Prüfung und Aufnahme neuer Schüler im Gymnasiallokale.

Auswärtige Eltern, welche ihre Söhne der Anstalt übergeben wollen, werden ersucht, über das Unterkommen ihrer Söhne am hiesigen Orte mit dem Director zuvor Rücksprache zu nehmen.

## Porządek publicznego egzaminu.

Sobota, dnia 23. Marca o godzi-

nie 8mėj rano.

Fleischer.  
 Marmé.  
 Töplitz.  
 Marmé.  
 Methner.  
 von Karwowski.  
 Tschepke.  
 Rogge.

Popołudniu o godzinie 3ėj:

Töplitz.  
 Olawsky.  
 Tschepke.  
 Matern.  
 von Karwowski.

Pocém:

Mowy uczniów klasy pierwszej.  
 Pożegnanie uczniów odchodzących na Uniwersytet.

Śpiew chórowy uczniów.

Podczas egzaminu przedłożone będą pisma i rysunki uczniów do przejrzania.

Po egzaminie każdej klasy udadzą się uczniowie do swój klasy, gdzie im się oddadzą zaświadczenia i przeczytają nazwiska tych, którzy do wyższej klasy przesadzeni zostali.

Nowy rok szkolny rozpoczyna się w Wtorek d. 9. Kwietnia.

W Sobotę d. 6. Kwietnia rano od 9tej egzamen i przyjmowanie nowych uczniów w mieszkaniu gimnazyalném.

Rodzice zamiejscowi, którzy swych synów chcą powierzyć instytucji, upraszają się, ażeby względem pomieszczenia tychże poprzednio z Dyrektorem się porozumieli.

