



UNIWERSYTET
EKONOMICZNY
W POZNANIU

mgr Karolina Paradysz

Benchmarkowa analiza estymatorów klasy SMO na
przykładzie badania niepełnosprawności
w Narodowym Spisie Powszechnym Ludności
i Mieszkań 2011

A benchmark analysis of SAE estimators involving
data from the disability survey conducted during the
National Census of Population and Housing 2011

Praca doktorska

Promotor: dr hab. Grażyna Dehnel, prof. UEP

Promotor pomocniczy: dr hab. Marcin Szymkowiak, prof. UEP

Pracę przyjęto dnia

podpis Promotora

Instytut Informatyki i Ekonomii Ilościowej

Katedra Statystyki

Praca doktorska powstała w ramach projektu „Estymacja pośrednia w zakresie badania niepełnosprawności na podstawie NSP 2011”, który został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2013/11/B/HS4/01472.

Spis treści

Wstęp	6
1 Niepełnosprawność jako przedmiot badań statystycznych	14
1.1 Wprowadzenie	14
1.2 Definicja i sposób pomiaru niepełnosprawności	14
1.2.1 Niepełnosprawność w świetle przepisów prawnych	22
1.2.2 Systemy orzekania o niepełnosprawności	24
1.3 Trwanie życia w zdrowiu	26
1.4 Wnioski	33
2 Źródła danych na temat niepełnosprawności	35
2.1 Wprowadzenie	35
2.2 Dane na temat niepełnosprawności w świetle kryteriów oceny jakości źródeł	37
2.3 Narodowe Spisy Powszechne Ludności i Mieszkań jako źródła o liczbie osób z niepełnosprawnościami	39
2.4 Badanie niepełnosprawności w ramach NSP 2011	42
2.4.1 Wprowadzenie	42
2.4.2 Założenia badawcze i projektowanie NSP 2011	43
2.4.3 Projektowanie i liczebności próby w małych obszarach i domenach	46
2.4.4 Wyniki NSP 2011	46
2.5 Źródła danych dla wieloregionalnej analizy i prognozowania	53
2.6 Wnioski	54
3 Wybrane metody estymacji pośredniej poziomu niepełnosprawności	56
3.1 Wprowadzenie	56

3.2	Statystyka małych obszarów - wprowadzenie	57
3.2.1	Podejście częstościowe i bayesowskie	58
3.2.2	Podejście modelowe	61
3.3	Estymacja niepełnosprawności w Polsce – metody zastosowane w pracy	64
3.3.1	Estymator Horvitz-Thompsona	64
3.3.2	Istota estymacji hierarchiczno-bayesowskiej	65
3.3.3	Model HB na poziomie jednostki	66
3.3.4	Benchmarking w statystyce małych obszarów	68
3.3.5	Benchmarkowy estymator hierarchiczno-bayesowski	70
3.4	Metody oceny jakości oszacowań	70
3.5	Podsumowanie	71
4	Ocena poziomu niepełnosprawności w Polsce	73
4.1	Wprowadzenie	73
4.2	Ogólnopolskie tendencje w kształtowaniu się wskaźnika niepełnosprawności w świetle badań statystyki publicznej	75
4.3	Założenia badawcze	77
4.4	Wskaźniki niepełnosprawności w układach przestrzennych	79
4.4.1	Wskaźniki niepełnosprawności w układzie wojewódzkim	80
4.4.2	Wskaźniki niepełnosprawności w układzie powiatowym	88
4.4.3	Wskaźniki niepełnosprawności w układzie Miejskich Obszarów Funkcjonalnych	93
4.5	Analiza niepełnosprawności w układzie czteroregionalnym	106
4.5.1	Zakres przestrzenny regionów	106
4.5.2	Kształtowanie wskaźnika niepełnosprawności w układzie czteroregionalnym	107
4.6	Podsumowanie	109
5	Prognozowanie niepełnosprawności w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym	112
5.1	Wprowadzenie	112
5.2	Wprowadzenie do wieloregionalnej analizy demograficznej	113
5.3	Wieloregionalny model Rogersa-Willekensa (WMRW)	116
5.4	Zmodyfikowany wieloregionalny model Rogersa-Willekensa	126

5.5	Założenia i wyniki prognozy wieloregionalnej dla Karkowskiego Obszaru Metropolitalnego według zmodyfikowanego wieloregionalnego modelu Rogersa–Willekensa	129
5.5.1	Prognozy cząstkowe płodności kobiet, trwania życia i migracji	129
5.5.1.1	Prognoza płodności kobiet	129
5.5.1.2	Prognoza trwania życia	132
5.5.1.3	Prognoza migracji	138
5.5.2	Wyniki wieloregionalnej prognozy dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego	142
5.6	Ocena prognozy na podstawie zmodyfikowanego modelu Rogersa–Willekensa . . .	144
5.7	Analogowa prognoza wskaźników i liczb osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym	146
5.8	Podsumowanie	163
	Zakończenie	167
	Spis tabel	180
	Spis rysunków	180
	Wykaz skrótów	185
	Wykaz ważniejszych symboli	187
	Aneks	189
	Bibliografia	200

Wstęp

Uzasadnienie wyboru tematu rozprawy

Zjawisko niepełnosprawności zaliczane jest do grupy najpoważniejszych problemów społecznych z jakimi zmagają się współczesna cywilizacja. Liczba osób z niepełnosprawnością systematycznie rośnie, co związane jest zarówno ze zmianami demograficznymi głównie wynikającymi z procesu starzenia się ludności, jak i epidemiologicznymi. Zgodnie z ostatnim raportem Światowej Organizacji Zdrowia (WHO, 2022) niepełnosprawność dotyka około 1,3 miliarda ludzi na całym świecie, co stanowi ponad 16% populacji całego globu. Pandemia COVID-19 ujawniła i dodatkowo pogłębiła nierówności zdrowotne. Wiele osób z niepełnosprawnościami zostało w nieproporcjonalny sposób dotkniętych różnego rodzaju ograniczeniami związanymi z dostępem do podstawowych usług i form działalności. Zadanie polegające na możliwie pełnym włączeniu tej grupy społecznej we wszystkie przejawy aktywności, w tym aktywności społecznej i zawodowej, stało się poważnym wyzwaniem społeczeństwa. Jednak jego realizacja na poziomie całego kraju, ale również w wymiarach małych jednostek terytorialnych, wymaga szczegółowej i aktualnej informacji na temat niepełnosprawności. Zapotrzebowanie na precyzyjne dane dotyczące niepełnosprawności zgłaszane jest przez różne grupy użytkowników tych danych takie jak na przykład samorządy terytorialne, czy licznie reprezentowane w kraju organizacje pozarządowe działające na rzecz osób z niepełnosprawnościami. Wychodząc naprzeciw tym oczekiwaniom w niniejszej pracy podjęto problem badawczy pomiaru niepełnosprawności biologicznej w Polsce na poziomie lokalnym i regionalnym.

Głównym zadaniem pracy jest wskazanie na możliwości zastosowania estymacji benchmarkowej oraz zmodyfikowanego wieloregionalnego modelu Rogersa—Willekensa w celu sporządzenia prognozy dotyczącej liczby i struktur demograficznych osób z niepełnosprawnościami na niskim poziomie agregacji rzeczowo–przestrzennej.

Niniejsza praca powstała, jako efekt doświadczeń naukowych autorki w dwóch projektach

badawczych. Chronologicznie pierwszym projektem było badanie finansowane przez Narodowe Centrum Nauki (NCN). Temat tego grantu brzmiał: „Estymacja pośrednia w zakresie badania niepełnosprawności na podstawie NSP 2011¹”. Drugim projektem badawczym była hybrydowa prognoza demograficzna dla Miasta Krakowa i Krakowskiego Obszaru Funkcjonalnego (KOF). Oba te projekty mają pewne punkty styczne. Odnoszą się one zarówno do podejmowanych problemów badawczych, jak i rodzaju prowadzonej analizy. Z punktu widzenia dysertacji punkty te odgrywają kluczową rolę. Pierwszy z nich wiąże się z metodami estymacji pośredniej reprezentowanymi przez statystykę małych obszarów i dotyczy poziomu agregacji, na którym prowadzona jest analiza. W obu projektach jednostki badania są podobnej wielkości. W przypadku projektu NCN celem była estymacja liczby i struktury osób z niepełnosprawnościami na poziomie co najmniej powiatów, co było porównywalne z wielkością jednostki badania uwzględnionej w drugim projekcie – Krakowskim Obszarem Funkcjonalnym. Oba podejścia podchodzą do szacunku poziomu niepełnosprawności na niepublikowanym do tej pory przez statystykę publiczną poziomie agregacji. Obecnie informacje dostarczane są na poziomie całego kraju lub województw często bez uwzględnienia różnych poziomów zmiennych demograficznych, czy ekonomicznych. Użytkownicy danych domagają się jednak informacji bardziej szczegółowej, uwzględniającej małe domeny studiów takie jak: płeć, grupy wieku, kohorty małżeńskie, stratyfikację ekonomiczną i społeczną. Klasyczne metody estymacji bezpośredniej nie umożliwiają prowadzenia analizy na takim poziomie ze względu na zbyt małą liczebność próby, co przekłada się na zbyt niską precyzję szacunku.

Do tego, by uzyskać dokładne oszacowania dla małych domen prowadzą dwie drogi. Pierwsza z nich polega na zmianie schematu losowania prób tak, by doprowadzić do zwiększenia ich liczebności. Wpływa to na zmniejszenie wariancji estymatorów bezpośrednich, zwiększając jednak znacznie koszty badania. Ponadto stosując takie rozwiązanie trudno jest przewidzieć, projektując badanie, wszystkie potencjalne domeny będące w przyszłości przedmiotem zainteresowania. Drugim rozwiązaniem jest wykorzystanie metod proponowanych przez statystykę małych obszarów. W jej ramach stosowane są techniki oparte na estymacji pośredniej, por. You i Rao (2004), Ghosh i in. (2015), Pfeffermann i Tiller (2006). Estymatory pośrednie wykorzystują informacje pochodzące z różnych dostępnych źródeł danych w postaci tak zwanych zmiennych pomocniczych (ang. *auxiliary variables*, *covariates*). Łącząc różne informacje za pomocą modeli ukrytych lub modeli jawnych wzmacniamy precyzję szacunku. Istnieje wiele różnych sposobów formułowa-

¹Praca doktorska powstała w ramach projektu, który został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2013/11/B/HS4/01472.

nia modeli dla estymatorów pośrednich. W pracy podstawą estymacji jest model regresji błędów zagnieżdżonych – NER (ang. Nested Error Regression), który zaproponował Battese i in. (1988). Zaproponowana modyfikacja polega na tym, że wybrany estymator klasy SMO wzbogacony jest analizą benchmarkową, która sprowadza się do modyfikacji szacunków opartych na modelu tak, aby szacunki otrzymane dla jednostek na niższym poziomie agregacji były zbieżne z oszacowaniem dla całego obszaru geograficznego, por. Steorts (2014), Datta i innych (2011); Ghosh i Steorts (2013).

Drugim punktem stycznym dla projektów i jednocześnie kluczowym dla pracy jest hierarchiczny układ regionalny wyraźnie zarysowany zarówno w projekcie badawczym NCN, jak i przy sporządzaniu prognozy dla Miasta Krakowa oraz KOF.

Trzecim punktem stycznym, łączącym oba projekty jest problem niepełnosprawności i sposób jego pomiaru.

Oprócz cech wspólnych należy zwrócić uwagę na uwzględnione w pracy elementy obu projektów, nie przystające bezpośrednio do siebie, jednak mające znaczenie w rozwoju statystyki regionalnej. Wśród nich wskazać można na dociekania nad przydatnością estymatorów z benchmarkiem z jednej strony, a wieloregionalną analizą demograficzną z drugiej.

Wieloregionalna analiza demograficzna powstała w środowisku zdominowanym przez geografów, chociaż u jej początków znajdujemy także autorytety demograficzne takie jak: Nathan Keyfitz i Hervé Le Bras. Wieloregionalna analiza demograficzna w latach '70 była rewolucyjnym narzędziem, w którym w zapisie macierzowym dokonano uogólnienia macierzy Lesliego na przypadek wieloregionalny. W oryginalnej macierzy Lesliego (1945) abstrahuje się od pojęcia regionu i migracji w ogóle. Model Lesliego jest przedstawieniem znanej znacznie wcześniej projekcji demograficznej metodą składnikową za pomocą rachunku macierzowego, co objaśniamy w rozdziale piątym. Do czasów twórcy wieloregionalnej analizy demograficznej prof. Andreia Rogersa (1975), w prognozach demograficznych, w układzie regionalnym albo abstrahowano od istnienia migracji (prognozy biologiczne), albo uwzględnienia mobilności przestrzennej ludności dokonywano poprzez doliczanie migracji netto. O wadze i znaczeniu wieloregionalnej analizy demograficznej niech zaświadczy fakt, że autorytet w obszarze nauk geograficznych Wilbur Zelinsky w momencie jej powstawania sformułował swoją teorię przejścia migracyjnego, zwanego także rewolucją mobilnościową. Pojęcie „migranta netto” (ang. net migrant) było krytykowane przez Rogersa (1990) już ćwierć wieku temu. W literaturze przedmiotu nie kwestionuje się zasadności postulatu Andreia Rogersa, gdyż imigranci zasadniczo różnią się od tych, którzy wyemigrowali z danego

obszaru. Posługując się migracją netto, jak dotychczas robi się to w wielu poważnych instytucjach badawczych, zrównujemy mimowolnie dwie niekiedy bardzo różne populacje pod względem wielu ważniejszych niż wiek i płeć cech ekonomicznych i społecznych. Warto dodać, że w prognozach demograficznych migracje netto są uwzględniane w prognozie pomigracyjnej jedynie jako płeć i wiek. Słabą stroną klasycznych modeli wieloregionalnych zaproponowanych przez Rogersa (1990) i rozwijanych przez jego współpracowników jest mocna ergodyczność i „jednopłciowość”. Mocna ergodyczność, oznaczająca stałość (niezmienność) w całym okresie projekcji cząstkowych współczynników płodności, umieralności i migracji, jest tym, co obecnie najbardziej ogranicza ich szerokie zastosowanie w prognozowaniu demograficznym w układzie wieloregionalnym (np. województwa i powiaty). W czasach, gdy powstawała analiza wieloregionalna, procesy demograficzne w europejskim kręgu kulturowym nie przedstawiały się tak źle jak obecnie. Po wyjaśnieniu przyczyn baby-boomu sądzono, że procesy demograficzne się już ustabilizowały. Umieralność w krajach zachodnich umiarkowanie spadała, a trwanie życia rosło, z kolei w krajach socjalistycznych trwał zastój - panowało zatem przekonanie, że wkrótce dojdzie do stabilizacji umieralności i dzietności. Klub Rzymski postulował zatrzymanie wzrostu demograficznego na poziomie zero, co oznacza postulat prostej zastępowalności pokoleń. Z drugiej strony wielu wybitnych demografów jak we Francji Alfred Sauvy, a w Polsce Stanisław Borowski przeciwstawiali się tej koncepcji. Nie sądzono wówczas, że odkryty w latach '50 i '60 mechanizm translacji demograficznej będzie miał jeszcze raz zastosowanie. W latach '70, najpierw w Szwecji, a później w pozostałych krajach europejskich, pojawiło się zjawisko nazwane już XXI wieku baby-bust. Coraz więcej kobiet podejmuje studia wyższe, opóźniając zakładanie swojej rodziny, a następnie realizuje się na rynku pracy. W efekcie, w generacjach rzeczywistych o zakończonym okresie rozrodczym, niemal we wszystkich krajach europejskich, dzietność oscyluje wokół 1,5 dziecka na kobietę. Wszystko to powoduje, że oryginalny model analizy wieloregionalnej Rogersa–Willekensa z mocną ergodycznością nie jest odpowiednim narzędziem do produkcji prognoz na poziomie wieloregionalnym. Ograniczone zastosowanie znajdują też modele Lotki–Rogersa zbudowane tylko dla jednej płci – dla ludności ogółem. Postulat budowy modeli dla dwóch płci został zaproponowany w literaturze przez Mieczysława Kędelskiego, por. (Kędelski, Paradysz, 2006). To zadanie autorka wypełniła, budując hybrydową prognozę demograficzną dla Krakowa i Krakowskiego Obszaru Funkcjonalnego (por. rozdział piąty). Autorce udało się ograniczyć uciążliwość wynikającą z mocnej ergodyczności. Zaproponowany w rozdziale piątym wieloregionalny operator wzrostu, macierz \mathbf{G} , którą nazywamy tam uogólnioną macierzą Lesliego–Rogersa, zapewnia prognozy z podziałem na populacje

mężczyzn i kobiet, z uwzględnieniem teorii translacji demograficznej i przebiegających obecnie procesów baby–bust. Pokazujemy tam też, że wykonana przez nas dla całego kraju prognoza jest zgodna z tym, co przewiduje w długookresowych prognozach dla Polski GUS i Population Division w ONZ.

Cel pracy

Głównym celem rozprawy jest pomiar i prognoza niepełnosprawności biologicznej na niskim poziomie agregacji przestrzennej z uwzględnieniem struktur demograficznych osób z niepełnosprawnościami.

Osiągnięcie celu głównego będzie możliwe poprzez realizację kolejnych celów szczegółowych:

1. określenie stanu wiedzy dotyczącej pokrycia informacyjnego miar niepełnosprawności biologicznej oraz metod estymacji tych miar,
2. charakterystyka i ocena źródeł danych wykorzystywanych w estymacji i prognozie niepełnosprawności biologicznej,
3. analiza potencjalnych źródeł zmiennych pomocniczych, w tym zasobów wykraczających poza tradycyjne bazy danych,
4. adaptacja metod estymacji pośredniej miar niepełnosprawności na niskim poziomie agregacji przestrzenno-rzeczowej,
5. statystyczna ocena szacunków pod kątem precyzji,
6. przestrzenna analiza oszacowań miar niepełnosprawności biologicznej w Polsce,
7. zastosowanie zmodyfikowanej wieloregionalnej analizy demograficznej w celu przeprowadzenia prognozy poziomu niepełnosprawności biologicznej.

Hipotezy badawcze

W związku z realizacją celów postawionych w rozprawie sformułowano główną hipotezę oraz trzy szczegółowe hipotezy badawcze. Główna hipoteza pracy brzmi: estymacja benchmarkowa umożliwi sporządzenie na podstawie zmodyfikowanego wieloregionalnego modelu Rogersa–Willekensa (ZWMRW) wieloregionalnej prognozy dotyczącej liczby i struktur demograficznych osób z niepełnosprawnościami zarówno dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego, jak i dla pozostałej części Polski. Z hipotezy głównej wynikają następujące hipotezy badawcze:

1. Estymator benchmarkowy na poziomie powiatów jest lepszy niż stosowany dotychczas hierarchiczno–bayesowski bez benchmarku.
2. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011 (NSP 2011) prowadzony za pomocą metody mieszanej stanowi solidną bazę źródłową w badaniu osób z niepełnosprawnościami.
3. Uogólniona macierz Lesliego–Rogersa może być wykorzystana przy sporządzaniu prognoz uwzględniających migracje, w hierarchicznym układzie regionalno–lokalnym.

W polskiej literaturze przedmiotu brakuje kompleksowych analiz poświęconych problematyce estymacji pośredniej i prognozy miar niepełnosprawności biologicznej w ujęciu regionalnym i lokalnym. Ujęcie to zostało podniesione w rozprawie stanowiąc novum pracy. Wyróżniono zarówno novum metodyczne, jak i poznawcze pracy:

- novum metodyczne stanowi propozycja modyfikacji wieloregionalnego modelu Rogersa–Willekensa o mocnej ergodyczności i dla jednej tylko płci na ergodyczność słabą dla obu płci jednocześnie.
- pierwsze novum poznawcze polega na oszacowaniu liczby i struktur osób z niepełnosprawnościami na niepublikowanym do tej pory poziomie agregacji przy zastosowaniu metod statystyki małych obszarów.
- drugie novum poznawcze zawiera się w opracowaniu prognozy liczby osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym, z dodatkowym wykorzystaniem informacji o niepełnosprawności w Niemczech i w Zjednoczonym Królestwie.
- trzecie novum poznawcze sprowadza się do zaproponowania skróconych tablic trwania życia w zdrowiu na poziomie powiatów, przy wykorzystaniu informacji pochodzących z NSP 2011.

Struktura pracy

Niniejsza praca złożona jest z pięciu rozdziałów. Pierwszy rozdział ma charakter wprowadzający w terminologię związaną z niepełnosprawnością. Zawiera on rozważania dotyczące funkcjonujących w systemie prawnym oraz sprawozdawczym definicji niepełnosprawności i ściśle związanym z nimi orzecznictwem. Kierując się celem niniejszej pracy, najwięcej uwagi poświęcono definicjom inwalidztwa, niepełnosprawności oraz osobom z niepełnosprawnościami stosowanym w badaniach Głównego Urzędu Statystycznego. Opisano również przepisy prawne będące podstawą do formułowania orzeczeń o niepełnosprawności. W rozdziale zwrócono uwagę na podstawowe przyczyny

zjawiska niepełnosprawności oraz jego konsekwencje ekonomiczne. Opisano metody pomiaru niepełnosprawności z punktu widzenia międzynarodowych wytycznych, jak również w świetle różnych badań, w tym reprezentacyjnych, w kontekście statystyki małych obszarów.

Drugi rozdział jest rozdziałem źródłoznawczym. W tym rozdziale zwrócono uwagę na trzy podstawowe źródła wiedzy na temat osób z niepełnosprawnościami – badania reprezentacyjne, rejestry administracyjne oraz spisy powszechne. Opisano także pozastatystyczne źródła danych.

Rozdział trzeci ma charakter metodologiczny. Poświęcono go wybranym zagadnieniom z zakresu metod estymacji pośredniej, określanej zamiennie mianem statystyki małych obszarów (SMO), której wybrane techniki zostały wykorzystane w przeprowadzonym w ramach pracy doktorskiej badaniu. Szczególną uwagę poświęcono podejściu modelowemu, reprezentowanemu przez estymatory hierarchiczno–bayesowskie, które zostały zastosowane w części empirycznej pracy. Jednym z głównych celów jakie postawiono sobie w tej części pracy było wskazanie najważniejszych własności rozważanych metod. Zwrócono uwagę na istotę, potrzebę i zasadność zastosowania podejścia modelowego, kładąc nacisk na bardzo ważną klasę estymatorów hierarchiczno–bayesowskich i ich możliwości aplikacji w obszarze zjawiska niepełnosprawności. Zwrócono także uwagę na związane z ich stosowaniem ograniczenia wynikające z konieczności nałożenia na te estymatory tzw. benchmarku. Osobny podrozdział poświęcono metodzie ewaluacji szacunków. Opisano tu miarę *CV* (w literaturze przedmiotu określaną mianem względnego błędu szacunku bądź współczynnikiem zmienności) wykorzystywaną w ocenie jakości oszacowań, również uzyskanych na podstawie odpowiednio zbudowanego modelu. W rozdziale tym, podjęto także rozważania na temat podejścia modelowego w kontekście ujęcia częstościowego, zgodnego z interpretacją częstościową prawdopodobieństwa.

Rozdział czwarty jest rozdziałem empiryczno–poznawczym. Jego celem jest estymacja wskaźników dotyczących niepełnosprawności biologicznej na różnych stopniach agregacji przestrzennej z uwzględnieniem podziału na płeć i grupy wieku. Wymiar przestrzenny obejmuje poziom ogólny kraju, województwa, powiatów i obszarów funkcjonalnych dużych miast. W rozdziale tym przedstawiono formalną i merytoryczną ocenę przydatności do pomiaru poziomu zjawiska niepełnosprawności zaprezentowanych w rozdziale trzecim różnych rodzajów estymatorów. Oceny estymatorów dokonano w oparciu o wartości wskaźnika określanego w literaturze przedmiotu mianem względnego błędu szacunku (*CV*). Oceną tą posłużono się do wskazania estymatora charakteryzującego się największą precyzją szacunku. Wykorzystano go w kolejnej części pracy do

przeprowadzenia prognozy. Podrozdział (4.5): Analiza niepełnosprawności w układzie czteroregionalnym może być traktowany jako swego rodzaju łącznik z ostatnim rozdziałem 5.

Rozdział piąty składa się z dwóch zasadniczych części. Pierwszą stanowi wprowadzenie do wieloregionalnej analizy demograficznej. Druga ma charakter empiryczny i zawiera opis badania, w którym wykorzystano zaproponowane w pracy rozwiązania metodyczne. Badanie obejmuje trzy elementy: czteroregionalną prognozę demograficzną Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego (KOM) i reszty Polski według zmodyfikowanego wieloregionalnego modelu Rogersa–Willekensa (ZWMRW), analogową prognozę wskaźników niepełnosprawności w KOM i w reszcie Polski z uwzględnieniem tendencji rozwojowych w Niemczech i w Zjednoczonym Królestwie oraz cztero-regionalną prognozę liczby osób z niepełnosprawnościami według płci i wieku w KOM i w reszcie Polski na podstawie ZWMRW.

W zakończeniu rozprawy dokonano oceny otrzymanych wyników badania dotyczących estymacji i prognozy wskaźników niepełnosprawności, przedstawionych w kolejnych częściach pracy. Wykazano, że zastosowane metody umożliwiają uzyskanie wiarygodnych i precyzyjnych oszacowań parametrów na tych poziomach agregacji przestrzennej, dla których dane obecnie nie są publikowane. Zaproponowane w rozprawie procedury badawcze umożliwiają wyjście naprzeciw zgłaszanemu przez odbiorców danych zapotrzebowaniu informacyjnemu, a uzyskane wyniki mogą zostać wykorzystane między innymi przez władze samorządowe do oceny oraz planowania polityki społecznej w obszarze niepełnosprawności.

Rozdział 1

Niepełnosprawność jako przedmiot badań statystycznych

1.1 Wprowadzenie

Rozdział zawiera rozważania teoretyczne dotyczące definicji niepełnosprawności i ściśle związanym z nią orzecznictwem. Biorąc pod uwagę cele niniejszej pracy, najwięcej uwagi poświęcono definicjom inwalidztwa, niepełnosprawności oraz osobom z niepełnosprawnościami stosowanym w badaniach Głównego Urzędu Statystycznego. Opiszono również przepisy prawne będące podstawą do formułowania orzeczeń o niepełnosprawności, a także wypłat świadczeń z tego tytułu. W rozdziale zwrócono uwagę na podstawowe przyczyny zjawiska niepełnosprawności oraz jego konsekwencje ekonomiczne. Opiszono metody pomiaru niepełnosprawności z punktu widzenia międzynarodowych wytycznych, jak również w świetle badań pełnych i częściowych w kontekście metod statystyki małych obszarów.

1.2 Definicja i sposób pomiaru niepełnosprawności

Jak słusznie zwraca się uwagę w wielu publikacjach, w tym w Raportach: Światowej Organizacji Zdrowia (WHO) i Banku Światowego (por. World Health Organization, 2011), powszechnie używane określenie "niepełnosprawność" nie jest ani pojęciem precyzyjnym, ani dokładnym, ani jednoznacznym. Jego wieloznaczność oraz duży ładunek emocjonalnego zaangażowania przysparza badaczom wiele kłopotów tak definicyjnych, podczas terenowych badań ankietowych, jak i interpretacyjnych na etapie formułowania wniosków. Zdaniem Gałkowskiego (1997), „ogólność

i wieloznaczność tego pojęcia nie jest może sprawą najistotniejszą, zwłaszcza z punktu widzenia osób z niepełnosprawnościami, ale może mieć znaczenie dla ludzi, którzy wchodzi w kontakt z tymi osobami, chcą naprawdę rozeznaczyć się w ich sytuacji, zrozumieć ich problemy. Kwestia definicji niepełnosprawności z pewnością nie jest już sprawą bez znaczenia na płaszczyźnie legislacyjnej, administracyjnej i społecznej. Chcąc stworzyć odpowiedni poziom opieki i usług dla osób z niepełnosprawnościami należy najpierw wyjaśnić czym jest niepełnosprawność, kogo możemy uznać za osobę z niepełnosprawnościami i w jakim zakresie”.

Jak słusznie pisze Trębicka-Postrzygacz (2017): „pojęcie niepełnosprawności na przestrzeni lat przechodziło dostrzegalną ewolucję. Przejawiało się to zarówno w terminologii, jak i samym rozumieniu tego terminu. Przez większą część XX wieku niepełnosprawność była utożsamiana z widocznymi wadami ciała lub umysłu, a wobec samych osób z niepełnosprawnościami posługiwano się terminem „inwalida”. Dopiero pod koniec XX wieku został on wyparty przez określenie osoba niepełnosprawna, a współcześnie coraz częściej używane jest sformułowanie osoba z niepełnosprawnością”.

Według Waszczaka (2000), „w świadomości społecznej i w języku potocznym niepełnosprawność jest często rozumiana jako niepełnosprawność wyłącznie fizyczna; dla niepełnosprawności umysłowej, psychicznej, zarezerwowane są terminy: upośledzenie, zaburzenie, choroba psychiczna”. Być może bierze się to z jednostronnego rozumienia sprawności: kojarzy nam się ona ze sprawnością w sensie fizycznym, dobrą kondycją, sportową sylwetką etc.

Z kolei jak podaje Kostrubiec (2002), do osób z niepełnosprawnościami należą te osoby, których stan fizyczny, psychiczny lub umysłowy trwale lub okresowo utrudnia, ogranicza bądź uniemożliwia wypełnianie ról społecznych, a w szczególności zdolności do wykonywania pracy zawodowej, jeżeli uzyskały orzeczenie:

- o zakwalifikowaniu przez organy orzekające do jednego z trzech stopni niepełnosprawności,
- o całkowitej lub częściowej niezdolności do pracy, lub
- o rodzaju i stopniu niepełnosprawności osoby, która nie ukończyła 16 roku życia.

Podjmując próbę ujęcia definicji niepełnosprawności na podstawie treści przedstawionych powyżej można zatem odwołać się do różnorodnych ograniczeń funkcjonalnych będących efektem uszkodzenia zdolności do wykonywania określonej czynności w sposób powszechnie uważany za typowy dla danego człowieka. Należy zauważyć, że ograniczenia te mogą dotyczyć sfery fizycznej,

psychicznej, jak i sensorycznej. Wówczas, jak wskazuje Dykcik (2003) „stan osób, które w rezultacie odchylenia od norm rozwoju fizycznego, psychicznego i społecznego mają utrudnienia oraz ograniczenia w rozwoju i prawidłowym funkcjonowaniu, określa się terminem niepełnosprawności”.

Nieco inaczej definicja niepełnosprawności formułowana jest z punktu widzenia Unii Europejskiej. Pojęcie niepełnosprawności zostało ukształtowane na gruncie orzecznictwa Trybunału Sprawiedliwości Unii Europejskiej (TSUE). W wyroku w sprawie Chacon Navas (wyrok TSUE z dnia 11 lipca 2006 r. w sprawie Sonia Chacon Navas przeciwko Eurest Colectividades SA, C-13/05.) TSUE zaznaczył, że niepełnosprawność „należy rozumieć jako ograniczenie wynikające konkretnie z naruszenia funkcji fizycznych, umysłowych lub psychicznych, które stanowi przeszkodę dla danej osoby w uczestnictwie w życiu zawodowym” (Skóra i in., 2021).

Niezależnie od podejścia stosowanego na poziomie całej Unii, w większości państw europejskich niepełnosprawność obecnie definiuje się w odniesieniu do barier, jakie napotyka w życiu osoba z niepełnosprawnością. Stopień niepełnosprawności najczęściej określa się poprzez poziom obniżenia sprawności funkcjonalnej (od 20 do 100%). Nie istnieje jednak jedna definicja niepełnosprawności, która umożliwiałaby bezpośrednie porównania międzynarodowe. Ponadto często w danym kraju funkcjonuje kilka definicji „niepełnosprawności” używanych do różnych celów, np. rehabilitacji społecznej, rehabilitacji zawodowej i zatrudnienia, opieki medycznej, edukacji, itp. Co więcej, każdy kraj Unii Europejskiej ma swój własny system orzekania o niepełnosprawności. Na przykład w Niemczech stopień niepełnosprawności danej osoby określa się według skali obniżenia sprawności funkcjonalnej organizmu, od 20 do 100%. Za osobę z niepełnosprawnością, ciężko poszkodowaną uznaje się tam osobę, której obniżenie funkcjonalnej sprawności organizmu wynosi przynajmniej 50%, niezależnie od konsekwencji w sferze zawodowej. Z kolei we Francji specjalne komisje działające na poziomie departamentów orzekają o trzech stopniach niepełnosprawności: lekkim, umiarkowanym i znacznym. W Hiszpanii ocenia się zdolność do pracy osób z niepełnosprawnością i ustala stopień jej obniżenia. Do celów zatrudnienia za osobę z niepełnosprawnością uznaje się tę, której zdolność do pracy została obniżona przynajmniej o 33%. Liczba osób z niepełnosprawnościami określana w różnych zestawieniach statystycznych zależy od przyjętej w badaniu definicji niepełnosprawności. Dlatego osoba, która w jednym z państw członkowskich uznawana jest za osobę z niepełnosprawnością, w innym kraju mogłaby nie otrzymać prawnego statusu osoby niepełnosprawnej. Porównania na temat sytuacji w zakresie niepełnosprawności w róż-

nych krajach, nawet zawężając zasięg porównania do krajów UE, mają zatem dość ograniczony charakter.

Ogólnie akceptowaną definicję niepełnosprawności przyjęła Światowa Organizacja Zdrowia (WHO). WHO wprowadziła pojęcia niepełnosprawności z uwzględnieniem stanu zdrowia człowieka. Za osoby z niepełnosprawnościami uważa się osoby, które nie mogą samodzielnie, częściowo lub całkowicie, zapewnić sobie możliwości normalnego życia indywidualnego i społecznego na skutek wrodzonego lub nabytego upośledzenia fizycznego lub psychicznego sprawności. Przyjęto podział skutków choroby na: uszkodzenia, niezdolność i ograniczenie w rolach. Uszkodzenie dotyczy nieprawidłowości budowy i wyglądu ciała oraz funkcji narządów lub układów, niezależnie od przyczyny; oznacza więc zaburzenie na poziomie narządu. Niezdolność odzwierciedla skutki uszkodzenia w wykonywaniu czynności i aktywności danej osoby. Ograniczenia w rolach są zaś następstwami uszkodzenia i niezdolności, które mają wpływ na międzyludzkie interakcje i przystosowanie do otoczenia. Z uwagi na częste odniesienia do tej definicji w literaturze przedmiotu zacytowano ją poniżej w oryginalnym brzmieniu¹. Powyższe stanowisko WHO znalazło odzwierciedlenie w polskiej literaturze, między innymi w takich publikacjach jak: Giełda (2015), Antczak i in. (2018).

Niepełnosprawność badana jest w oparciu o dwa kryteria:

1. prawne (formalne) - niepełnosprawność prawna,

¹”The International Classification of Functioning, Disability and Health (ICF) (...) advanced the understanding and measurement of disability. It was developed through a long process involving academics, clinicians, and – importantly – persons with disabilities (...). The ICF emphasizes environmental factors in creating disability, which is the main difference between this new classification and the previous International Classification of Impairments, Disabilities, and Handicaps (ICIDH). In the ICF, problems with human functioning are categorized in three interconnected areas: impairments are problems in body function or alterations in body structure – for example, paralysis or blindness; activity limitations are difficulties in executing activities – for example, walking or eating; participation restrictions are problems with involvement in any area of life – for example, facing discrimination in employment or transportation. Disability refers to difficulties encountered in any or all three areas of functioning. The ICF can also be used to understand and measure the positive aspects of functioning such as body functions, activities, participation and environmental facilitation. The ICF adopts neutral language and does not distinguish between the type and cause of disability – for instance, between “physical” and “mental” health. “Health conditions” are diseases, injuries, and disorders, while “impairments” are specific decrements in body functions and structures, often identified as symptoms or signs of health conditions. Disability arises from the interaction of health conditions with contextual factors – environmental and personal factors”.

2. subiektywne (samoocena) - niepełnosprawność biologiczna².

Jak wskazują zalecenia sformułowane podczas Konferencji Statystyków Europejskich w kwestii Powszechnego Spisu Ludności i Mieszkań zaplanowanego pierwotnie na rok 2020, osoba niepełnosprawna biologicznie to osoba, która odczuwa ograniczenie sprawności w wykonywaniu czynności podstawowych dla swojego wieku, ale nie posiada prawnego orzeczenia niepełnosprawności. Z kolei ustawa z dnia 27 sierpnia 1997 r. o rehabilitacji zawodowej i społecznej oraz zatrudnianiu osób niepełnosprawnych definiuje osobę niepełnosprawną prawnie jako osobę, która posiada odpowiednie orzeczenie wydane przez organ do tego uprawniony. Stosowane w statystyce definicje niepełnosprawności odwołują się także do trzeciego podejścia obejmującego zarówno niepełnosprawność prawną, jak i biologiczną. Łączy ono wyniki dla niepełnosprawności prawnej oraz biologicznej, trwającej co najmniej 6 miesięcy, przy czym w przypadku niepełnosprawności biologicznej brane są pod uwagę wyłącznie poważne ograniczenia w wykonywaniu codziennych czynności.

Dokonując przeglądu definicji niepełnosprawności pod kątem ich implementacji w badaniach statystycznych warto dodać, że podobnie jak w spisach (NSP 2002, NSP 2011, NSP 2021) trzy wyżej wskazane definicje niepełnosprawności uwzględniono w Europejskim Ankietowym Badaniu Zdrowia (EHIS) przeprowadzonym ostatnio w 2019 roku, (Skóra i in., 2021). W innych badaniach prowadzonych przez statystykę publiczną (na przykład Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności (BAEL), badanie Z-06 – Sprawozdanie o pracujących, wynagrodzeniach i czasie pracy) osoby niepełnosprawne są wyodrębniane z wykorzystaniem wyłącznie kryterium prawnego, to znaczy, w oparciu o fakt posiadania odpowiedniego orzeczenia.

Z definicjami niepełnosprawności ściśle wiąże się problem jej pomiaru. W literaturze przedmiotu istnieje wiele wskaźników mierzących niepełnosprawność. Za Wróblewską (2008) przedstawione poniżej zostaną wybrane z tych mierników, które dodatkowo podkreślają złożoność zjawiska oraz umowność przyjętych rozwiązań w statystyce publicznej.

Jedną z pierwszych standaryzowanych miar przeznaczonych do oceny funkcjonalnej sprawności i występujących ograniczeń jest indeks ADL (ang. Activity of Daily Living). Miara ta jest inaczej nazywana miarą Katza. Jest prosta do zastosowania, nie wymaga specjalistycznej wiedzy. Jak wspomina Pędich (2000) jest ona związana z pojęciem „sprawność życia”, którą tłumaczy on w następujący sposób: „Sprawność życiowa jest definiowana jako zdolność do wykonywania określonych czynności w granicach, przyjętych za prawidłowe dla człowieka w średnim wieku”.

²<https://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/241,pojecie.html>

Miernik może być wykorzystany do oceny sprawności podopiecznego lub starszych członków rodziny. Przyjęta skala ma na celu wskazanie, czy senior potrafi wykonywać najprostsze czynności samodzielnie, czy też potrzebuje przy nich niewielkiej bądź znacznej pomocy. Pędich (2000) dzieli tę miarę na PADL - ang. Personal Activity of Daily Living (na przykład mycie się, ubieranie, przyjmowanie posiłków) oraz na IADL (ang. Instrumental Activity of Daily Living) – na przykład przygotowywanie posiłków, samodzielne robienie zakupów, korzystanie z publicznych środków komunikacji. Między tak określonymi miarami istnieje pewna zależność. Mianowicie wraz z zaawansowaniem wieku maleje sprawność IADL, a w późnej starości także PADL. O takim kierunku zmian w wartościach tej miary wspomina Wróblewska (2008): „miara ta uległa pewnej modyfikacji w postaci indeksu IADL. Wskaźnik ten ulegał dalszym modyfikacjom ze względu na skalę Lawtona”. Niezależnie od tych podejść wyróżnić można cały szereg wskaźników bazujących na przykład na skali Barthela, która jest stosowana przy kwalifikacji osób do placówek opiekuńczych (Podgórska i in., 1994).

W niniejszej pracy, wychodząc od definicji i pomiaru inwalidztwa w badaniach GUS, w odniesieniu do niepełnosprawności biologicznej posłużono się jeszcze innym wskaźnikiem niepełnosprawności, jakim jest stosunek liczby osób z niepełnosprawnościami określonej kategorii do ogólnej liczby zamieszkującej dane terytorium. Wskaźnik ten jest więc ilorazem, w którym w liczniku podano liczbę osób z niepełnosprawnościami danej kategorii niepełnosprawności, a w mianowniku podano liczbę ludności, do której ona się odnosi. Iloraz ten pomnożony przez 100% daje udział procentowy.

Urzędowym, prawnie usankcjonowanym, rodzajem pomiaru niepełnosprawności jest podział osób z niepełnosprawnościami na grupy inwalidztwa, przynależność do których wiąże się z pewnymi uprawnieniami. Szerzej zagadnienie to zostało opisane w punkcie 1.2.1. Warto w tym miejscu zwrócić uwagę na problem błędów w pomiarze zjawiska niepełnosprawności wynikający z chęci pozyskania przez niektóre osoby dodatkowych świadczeń pieniężnych. Jak wynika z zestawienia struktury pierwszorazowych orzeczeń rentowych według rodzaju schorzeń w latach 1984–1986, w ciągu jednego tylko roku liczba pozytywnie rozpatrzonych wniosków o przyznanie świadczenia rentowego dla jednego rodzaju schorzenia wzrosła dwukrotnie, zaś dla innego spadła trzykrotnie. Pierwszy przypadek dotyczył chorób reumatycznych³, które w 1984 roku stanowiły 8,4%

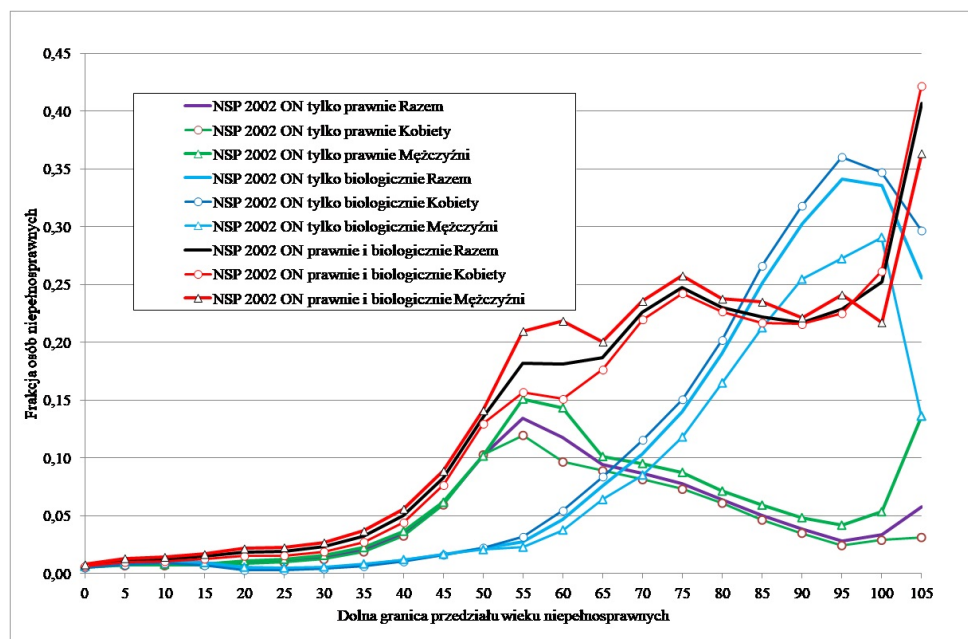
³„A żeby tak zachorować?”(…) „Tak–zdecydował–nie ma gadania. Od jutra rana zachoruję i koniec”. (...) „A żeby tak reumatyzm?” Ucieszył się. „To będzie najlepsze, bo choćby i doktora wezwali, to i ten nie pozna się”, Dołęga-Mostowicz, Kariera Nikodema Dyzmy. Wolne Lektury.pl, s. 29.

wszystkich orzeczeń, a w 1985 r. aż 17,3%. Drugi ze wskazanych przypadków, to orzeczenie z powodu chorób oraz urazów kości i stawów, które z 15,9% w 1984 r. zmniejszyły się do 3,7% w 1985 r., (Strzelecki, 2002). Prawdopodobną przyczyną tak drastycznej zmiany struktury orzeczeń było wprowadzenie nowych uregulowań prawnych dotyczących przyznawania jednej z trzech grup inwalidzkich. Można przypuszczać, że jednym z najczęstszych, z tych nieuczciwych, powodów starania się o orzeczenia inwalidzkie w czasach komunistycznych, były panujące wówczas warunki ekonomiczne, w szczególności braki towarów i dóbr użytku publicznego. Przykładem niech będzie to, że nader często spotykano wówczas przypadki starania się o grupę inwalidzką celem otrzymania talonu na samochód osobowy, bądź wyposażenie mieszkania w dobra wówczas luksusowe, takie jak dywan i meble, czy też przyśpieszenie otrzymania mieszkania. We wszystkich tych przypadkach prawnie orzeczona niepełnosprawność na ogół mogła w znacznym stopniu wpłynąć na poprawę jakości życia. Także w późniejszym okresie, po transformacji gospodarczej, orzeczenia o niepełnosprawności z przyznaniem jednej z trzech grup inwalidzkich formułowano na podstawie różnych zasad i uregulowań mniej lub bardziej rygorystycznych. W tym miejscu warto również zwrócić uwagę na problem dotyczący orzecznictwa o okresowej niezdolności do pracy i związanej z tym polityką zmiany orzeczonej grupy inwalidzkiej. Wynikające z tego niejednoznaczności w orzecznictwie rentowym obrazuje rysunek (1.1), na którym przedstawiono frakcje osób z niepełnosprawnościami biologicznymi i prawnymi w Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań 2002 (dalej NSP 2002) według wieku i płci. Badanie niepełnosprawności w NSP 2002 miało charakter pełny i obejmowało wszystkie istniejące w Polsce gospodarstwa domowe. Na rys. (1.1) zamieszczono krzywe według wieku, odnoszące się odpowiednio do:

- osób z niepełnosprawnością tylko prawną,
- osób z niepełnosprawnością tylko biologiczną,
- osób z niepełnosprawnością prawną i biologiczną.

Frakcje osób z niepełnosprawnościami w danym wieku i określonej płci zostały odniesione do liczby wszystkich osób w tymże wieku i płci. Posiadają one zatem własność addytywności, czyli $c = a + b$. Jak można zauważyć, frakcje dla kobiet i mężczyzn do 50 roku życia różnią się niewiele. Od 55 roku życia frakcje niepełnosprawnych tylko prawnie mężczyzn (krzywe oznaczone trójkątami) wyraźnie wzrastają, zaś frakcje niepełnosprawnych tylko prawnie kobiet (krzywe oznaczono kółkiem) zaczynają opadać. Można na tej podstawie przypuszczać, że również w wa-

runkach gospodarki rynkowej podejmowano pewne szczególne działania związane z wcześniejszym uzyskaniem praw do renty.



Rysunek 1.1: Frakcje osób z niepełnosprawnościami (ON) biologicznymi i prawnymi w NSP 2002 według wieku i płci

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.

Także w późniejszym wieku, po 65 roku życia krzywe niepełnosprawności tylko prawnej opadają niemal liniowo zarówno dla kobiet, jak i mężczyzn, aż do 95 roku życia, po czym znowu następuje wzrost. Zapewne po przejściu na emeryturę maleje zainteresowanie na prawne potwierdzenie własnej niepełnosprawności, o ile nie jest to pierwsza grupa inwalidzka, z którą wiąże się pewne korzyści. Trudne jest do wytłumaczenia zachowanie się frakcji osób niepełnosprawnych powyżej 95 roku życia. Nie jest wykluczony wpływ, jaki na wyniki badania mogła mieć nieobecność w czasie spisu sędziwych osób oraz mało liczne wówczas grupy mieszkańców Polski w najwyższych przedziałach wiekowych. Z tych powodów w niniejszej pracy zdecydowano się na objęcie analizą oraz prognozą tylko niepełnosprawnych biologicznie. Metodyka NSP 2011 oraz sposób jego prowadzenia bardziej szczegółowo zostanie opisany w rozdziale 2. W tym miejscu warto jest jednak dodać, że badanie było oparte na metodzie mieszanej, zgodnie z którą podstawowe informacje demograficzne pochodziły ze zintegrowanych rejestrów administracyjnych, a dane odnoszące się między innymi do niepełnosprawności uzyskano na podstawie próby losowej. Można

przyjąć w przybliżeniu, że w NSP 2011 przebadano dziesięciokrotnie mniejszą liczbę osób z niepełnosprawnościami niż w NSP 2002. W niniejszej pracy, wychodząc na przeciw oczekiwaniom zgłaszanym przez odbiorców danych (między innymi samorządy lokalne) skoncentrowano się na estymacji liczby osób z niepełnosprawnościami biologicznymi według wieku i płci dla wszystkich powiatów oraz wybranych funkcjonalnych obszarów miejskich i województw. Badanie przeprowadzone zostało z wykorzystaniem metod statystyki małych obszarów, korzystając z dużego już doświadczenia wielu polskich ośrodków naukowych specjalizujących się w estymacji pośredniej (Warszawa⁴, Poznań⁵, Katowice⁶, Łódź⁷, Gdańsk⁸).

1.2.1 Niepełnosprawność w świetle przepisów prawnych

Usystematyzowanie terminologii od strony formalnej i prawnej, dotyczącej niepełnosprawności, podobnie jak jej pomiar, nie jest proste. Podejmowane próby posługiwania się jednoznacznymi i dobrze zdefiniowanymi określeniami napotykają na przeszkody i taki stan rzeczy jeszcze pogłębia trudności w opisie i w porozumiewaniu się w tym obszarze. Jak podaje Gałkowski (1997): w pracach z obszaru niepełnosprawności stosowane są zamiennie terminy angielskie: „handicap” i „disability”. W tłumaczeniach na język polski oba terminy zastępuje się słowami „niepełnosprawność” lub „upośledzenie”. Takie podejście do ich stosowania może prowadzić do nieporozumień, których należałoby unikać. Zdaniem Gałkowskiego (1997) brytyjscy socjologowie medycyny Susser i Watson (1972) jako jedni z pierwszych dokonali rozsądnego rozróżnienia w odniesieniu do trzech najczęściej w tej dziedzinie stosowanych terminów, do których należą „uszkodzenie” - ang. impairment, upośledzenie - ang. handicap i niepełnosprawność - ang. disability, por. Mayou (1972). Pierwszy z tych terminów - „uszkodzenie” zawiera składnik o charakterze statycznym. Analogicznym terminem medycznym może być „schorzenie” - ang. disease. Ograniczenie jakiejś funkcji odnosi się do terminu upośledzenie i analogicznym określeniem może być „brak zdrowia” - ang. illness. Wreszcie niepełnosprawność - ang. disability ma wymiar społeczny odnosi się bowiem do relacji i ról jakie jednostka może pełnić w społeczeństwie (Gałkowski, 1997).

Podejście społeczne do niepełnosprawności na przestrzeni wieków ulegało zmianie. Początkowo niepełnosprawność traktowano jako swoistego rodzaju „karę za grzechy”. Obecnie postrzegana

⁴Kordos i in., (2016), Bracha i in. (2004), Wesołowski (2004), Niemirowicz i Wesołowski (2012).

⁵Dehnel (2010), Klimanek i Szymkowiak (2012), Gołata (2004), Pietrzak i in. (2018), Beręsewicz i Szymkowiak (2011), Wilak (2013).

⁶Wywiał (1992), Żądło (2012).

⁷Domański i Pruska (2001), Kubacki i in. (2014), Jędrzejczak i Pekasiewicz (2020), Piasecki i Stępnia (2002).

⁸Jurkiewicz i Najman (2005), Szreder i in. (2016).

jest przede wszystkim w odniesieniu do barier, na jakie napotyka w społeczeństwie osoba z niepełnosprawnością. Stąd też w literaturze przedmiotu wyróżniane są dwa modele niepełnosprawności: medyczny i społeczny. Model medyczny traktuje problemy, na jakie napotykają osoby z niepełnosprawnością, jako bezpośrednią konsekwencję ich choroby czy uszkodzenia. Z modelem społecznym mamy do czynienia wówczas, gdy niepełnosprawność powstaje wskutek ograniczeń doświadczanych przez osoby nią dotknięte, takich jak indywidualne uprzedzenia, utrudniony dostęp do budownictwa użyteczności publicznej, niedostosowany system transportu, segregacyjna edukacja, rozwiązania na rynku pracy wykluczające z niego osoby z niepełnosprawnościami. Oceniając niepełnosprawność w wymiarze zachodzących obecnie procesów legislacyjnych należy podkreślić, że w ciągu ostatnich lat wprowadzono wiele norm i aktów prawnych mających usprawnić życie osób z niepełnosprawnościami w społeczeństwie. Właśnie społeczny kontekst tematyki niepełnosprawności został omówiony w Międzynarodowej Klasyfikacji Funkcjonowania, Niepełnosprawności i Zdrowia (International Classification of Functioning, Disability and Health - ICF), przyjętej podczas Światowego Zgromadzenia na rzecz Zdrowia (World Health Assembly) w 2001 roku. Dokument ten podkreśla, że „niepełnosprawność dotyczy całej ludzkości, nie można obarczać problemami związanymi z niepełnosprawnością mniejszości społecznych - każdy człowiek może doświadczyć pogorszenia stanu zdrowia i stać się osobą niepełnosprawną”.

Prawa osób z niepełnosprawnościami są regulowane szeregiem umów międzynarodowych założeń i postanowień organizacji takich jak agendy ONZ (Konwencja o Prawach Osób Niepełnosprawnych, Konwencja o Prawach Dziecka, Karta Narodów Zjednoczonych, Powszechna Deklaracja Praw Człowieka, Międzynarodowy Pakt Praw Obywatelskich i Politycznych, Międzynarodowy Pakt Praw Gospodarczych, Społecznych i Kulturalnych⁹) oraz ustawodawstwo Unii Europejskiej (Europejska Konwencja o Ochronie Praw Człowieka i Podstawowych Wolności, Europejska Karta Społeczna, Karta Praw Podstawowych UE¹⁰).

W Polsce prawna definicja osoby z niepełnosprawnością została określona w 1997 roku – zgodnie z ustawą o rehabilitacji zawodowej i społecznej oraz zatrudnianiu osób niepełnosprawnych (Ustawa z dnia 27.08.1997 r., Dz.U. 2011, Nr 127, poz. 721 z późn. zm.¹¹) „Niepełnosprawnymi są osoby, których stan fizyczny, psychiczny lub umysłowy trwale lub okresowo utrudnia, ogranicza bądź uniemożliwia wypełnianie ról społecznych, a w szczególności ogranicza zdolności do wykonywania pracy zawodowej, jeżeli uzyskały orzeczenie:

⁹www.ohchr.org/en/instruments-and-mechanisms/international-human-rights-law/

¹⁰<https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/search.xsp>

¹¹<https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/DocDetails.xsp?id=wdu20111270721>

1. o zakwalifikowaniu przez organy orzekające do jednego z trzech stopni niepełnosprawności określonych w art. 3 Ustawy (patrz–przypis 11),
2. o całkowitej lub częściowej niezdolności do pracy - na podstawie odrębnych przepisów, lub
3. o rodzaju i stopniu niepełnosprawności osoby, która nie ukończyła 16 roku życia - na podstawie odrębnych przepisów”.

Do chwili obecnej do ustawy wprowadzono około kilkadziesiąt zmian jednak sama definicja osoby z niepełnosprawnościami pozostała niezmienną. Definicja niepełnosprawności przyjęta w statystyce publicznej na potrzeby spisów powszechnych jest odzwierciedleniem postulatów zawartych w obydwóch przedstawionych powyżej modelach niepełnosprawności: medycznym i społecznym. Jako osobę z niepełnosprawnością traktuje się osobę, która posiada odpowiednie orzeczenie wydane przez organ do tego uprawniony–osoby z niepełnosprawnościami prawnymi lub osobę, która takiego orzeczenia nie posiada, lecz odczuwa ograniczenie sprawności w wykonywaniu czynności podstawowych dla swojego wieku (zabawa, nauka, praca, samoobsługa) - osoby z niepełnosprawnościami wyłącznie biologicznymi.

Polski system prawny podlega dynamicznym zmianom w obszarze uregulowań dotyczących niepełnosprawności. Wprowadzanych jest wiele zmian, bądź już obowiązuje szereg ustaw zawierających regulacje dotyczące osób z niepełnosprawnościami, w których poruszane są problemy dotyczące likwidacji barier architektonicznych. Jako przykład wskazać można ustawę Prawo budowlane, rozporządzenie Ministra Infrastruktury w sprawie warunków technicznych, jakim powinny odpowiadać budynki i ich usytuowanie, ustawę o planowaniu i zagospodarowaniu przestrzennym, rozporządzenie Ministra Infrastruktury w sprawie szczegółowego zakresu i formy projektu budowlanego, rozporządzenie Ministra Infrastruktury z dnia 23 grudnia 2002 r. w sprawie szczegółowego zakresu realizacji obowiązku zapewnienia osobom z niepełnosprawnościami dostępu do usług powszechnych¹².

1.2.2 Systemy orzekania o niepełnosprawności

W Polsce orzecznictwo dotyczące niepełnosprawności ściśle związane jest z definicją niepełnosprawności wynikającą z przepisów prawa. Osobą z niepełnosprawnością w rozumieniu ustawy o rehabilitacji jest osoba, której niepełnosprawność została potwierdzona jednym z następujących

¹²<https://isap.sejm.gov.pl/isap.nsf/search.xsp>

orzeczeń: o zakwalifikowaniu przez organy orzekające do jednego z trzech stopni niepełnosprawności, o całkowitej lub częściowej niezdolności do pracy lub o rodzaju i stopniu niepełnosprawności osoby, która nie ukończyła 16 roku życia (Kostrubiec, 2002), por. punkt 1.2.1.

Na stronie internetowej Ministerstwa Rodziny i Polityki Społecznej¹³ zawarto pewne wyjaśnienia definicyjne: „Zgodnie z obowiązującym prawem ocena stanu zdrowia nie jest jedynym wyznacznikiem niepełnosprawności, bowiem orzecznictwo o niepełnosprawności uwzględnia zarówno fizyczne, psychiczne, jak i społeczne aspekty funkcjonowania człowieka. Wystąpienie tylko jednego z elementów np. naruszenia sprawności organizmu (potocznie utożsamianego z chorobą) nie musi zatem oznaczać, że mamy do czynienia z niepełnosprawnością. Natomiast intensywność tego czynnika nie wpływa bezpośrednio na ustaloną niepełnosprawność lub stopień niepełnosprawności, jeżeli w następstwie jego występowania nie dochodzi do istotnych ograniczeń w sferze społecznej lub zawodowej”.

Jak podaje Biuletyn Informacji Publicznej RPO¹⁴ aktualnie w Polsce funkcjonuje pięć systemów orzekania o niepełnosprawności. Są one stosowane odpowiednio przez: Zakład Ubezpieczeń Społecznych (ZUS), Kasę Rolniczego Ubezpieczenia Społecznego (KRUS), Ministerstwo Spraw Wewnętrznych i Administracji (MSWiA), Ministerstwo Obrony Narodowej (MON) oraz powiatowe/miejskie zespoły ds. orzekania o niepełnosprawności i poradnie psychologiczno-pedagogiczne. Cztery pierwsze instytucje mają możliwość nadawania uprawnień do świadczeń rentowych, ostatnie uprawnień do celów pozarentowych. Można zatem zauważyć, że w obrocie prawnym funkcjonują dwa całkowicie odrębne od siebie systemy orzekania. W praktyce oznacza to, że ta sama osoba z niepełnosprawnością (mimo, że jej stan zdrowia się nie zmienił) może zostać inaczej potraktowana przez system rentowy, jeśli będzie ubiegać się o rentę, a inaczej przez system pozarentowy. Taki stan rzeczy wiąże się z koniecznością poddawania się licznym i różnym badaniom, koniecznością kompletowania obszernej dokumentacji medycznej oraz długim oczekiwaniem na badania i podjęcie ostatecznej decyzji. System ten jest niezrozumiały i nie do końca sprawiedliwy. Posiadanie orzeczenia o niepełnosprawności nie daje gwarancji, że otrzymamy również świadczenie rentowe. Odmienne traktowanie osoby z niepełnosprawnością najprawdopodobniej wynika z sytuacji finansowej obu systemów. Instytucje takie jak ZUS, KRUS, MON, MSWiA wydają orzeczenia dość ostrożnie, ponieważ wiąże się to z ich własnymi wydatkami. Z kolei powiatowe i miejskie

¹³www.mpips.gov.pl/

¹⁴<https://bip.brpo.gov.pl>

zespoły orzekania o niepełnosprawności takich ograniczeń finansowych nie mają. Ich orzeczenia nie przekładają się na wydatki samorządów, którym podlegają.

1.3 Trwanie życia w zdrowiu

Jak nadmieniono wcześniej, główną determinantą niepełnosprawności jest wiek ludności. Wraz z postępującym starzeniem się społeczeństwa rośnie liczba osób z niepełnosprawnościami. Co prawda, dzięki postępom w medycynie eliminowane są niektóre ze źródeł niepełnosprawności (np. paraliż dziecięcy), z drugiej jednak strony wraz z długością trwania życia przybywa coraz więcej osób z niepełnosprawnościami na skutek chorób cywilizacyjnych. Niezależnie od procesów chorobowych, starzenie się ludzkich organizmów powoduje utratę sił witalnych, niekiedy stopniowe zaniki mięśni oraz nabytych niegdyś sprawności. W literaturze przedmiotu stopniową degradację naszych organizmów określa się zwrotami w rodzaju: utracone lata życia w zdrowiu (HeaLY) oraz lata życia skorygowane ze względu na jakość (QALY) (Wróblewska, 2008).

Organizacja i zarządzanie zdrowiem publicznym na różnych szczeblach podziału administracyjnego kraju narzuca instytucjom rządowym i samorządowym konieczność dysponowania w miarę precyzyjnymi miernikami związanymi z populacją osób z niepełnosprawnościami. Coraz częściej problemy zdrowotne starzejącego się społeczeństwa są przedmiotem uwagi przedsiębiorców i usługodawców. Osoby z niepełnosprawnościami, a zwłaszcza dysponujący funduszami swobodnej decyzji bogaci emeryci, mogą stanowić interesujący segment rynku. Wyjściem naprzeciw tego informacyjnego zainteresowania zgłaszanego zarówno ze strony różnego szczebla instytucji, jak i polskiego społeczeństwa jest opracowanie między innymi przez GUS tablic trwania życia w zdrowiu. Metodą powszechnie stosowaną jest tu metoda Sullivana (1971) na dalsze trwanie życia w zdrowiu (HLY_x) (por. rozdział 5). Dla ilustracji tej metody posłużono się jednymi z najnowszych publikacji Głównego Urzędu Statystycznego poświęconymi trwaniu życia w zdrowiu, por. GUS (2021). Zaproponowano też skrócone tablice trwania życia w zdrowiu w oparciu o metodologię Keyfitza (1968).

Przy konstrukcji pełnych tablic trwania życia w zdrowiu główny parametr, czyli dalsze oczekiwane trwanie w zdrowiu HLY_x jest szacowany za pomocą wzoru (1.1)¹⁵:

¹⁵<https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/ludnosc/trwanie-zycia/trwanie-zycia-w-zdrowiu-w-2020-r-,5,1.html>

$$HLY_x = \frac{\sum_x^{\omega} L_x(1 - h_x)}{l_x}, \quad (1.1)$$

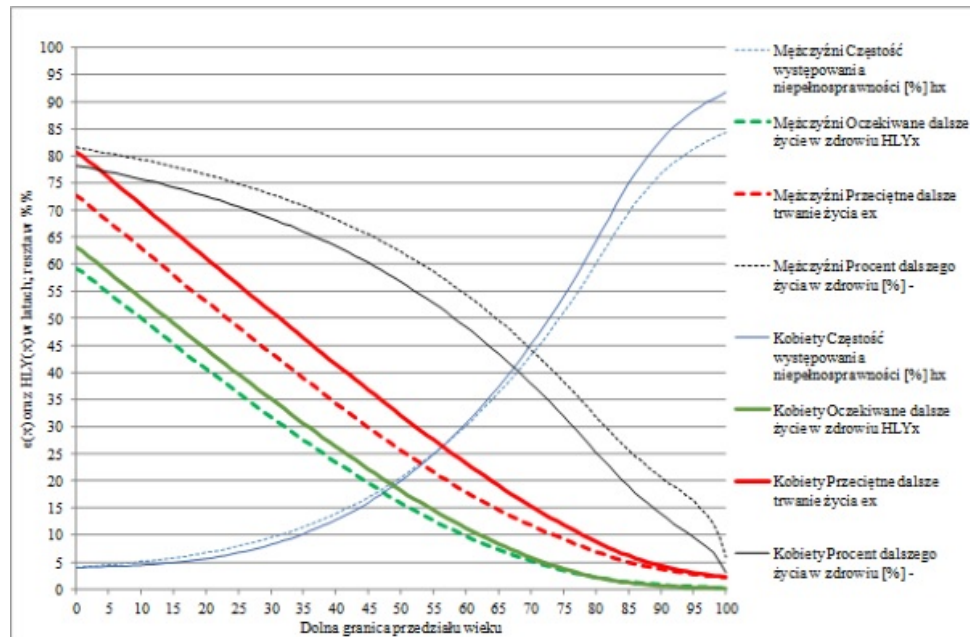
gdzie:

HLY_x oznacza oczekiwaną liczbę lat do przeżycia w zdrowiu dla osoby x -letniej,
 ω ostatni przedział klasowy w tablicach trwania życia w zdrowiu, w opracowaniach GUS (2020, 2021) było to 100 lat i więcej,

L_x to liczba ludności stacjonarnej w wieku x ,

h_x to częstość występowania niepełnosprawności w wieku x ,

l_x przedstawia tablicową liczbę dożywających do wieku x (dożywający pierwszego rodzaju, czyli rocznic swojego urodzenia). Poszczególne parametry z najnowszych tablic trwania życia w zdrowiu za rok 2020 zilustrowano na rysunku (1.2).



Rysunek 1.2: Wybrane parametry tablic trwania życia w zdrowiu w Polsce w 2020

Źródło: Opracowanie własne na podstawie GUS (2021).

Do wyznaczenia częstości występowania niepełnosprawności autorzy opracowania GUS (2020) wykorzystali Europejskie Badanie Warunków Życia Ludności (EU-SILC). W opisie metodyki badania nie wyjaśniono jednak w jaki sposób dokonano estymacji i wyrównania h_x - częstości występowania niepełnosprawności w wieku x , jednakże opływowy kształt krzywych (por. rys. (1.2)), wskazuje na wykorzystanie metod wyrównywania krzywych. Obie krzywe częstości wy-

stępowania niepełnosprawności u mężczyzn i kobiet mają charakter krzywej ogiwalnej, podobnej do dystrybuanty w rozkładzie normalnym. W świetle przeprowadzonych badań nad rozkładami osób z niepełnosprawnościami pojawiają się pewne wątpliwości co do takiego kształtu krzywych w wieku od 85 do 100 lat. Z badań bowiem wynika, że krzywe niepełnosprawności należą do rozkładów wykładniczych i potęgowych ze stałym wzrostem aż do końca obserwacji (aż do 100 lat), por. Van der Gaag i in. (2015). Podobny przebieg ma krzywa zgonów w wieku powyżej 40 lat. Krzywa niepełnosprawności w roku 2020 dla mężczyzn do 60 lat jest na nieco wyższym poziomie niż dla kobiet, po czym w okresie wieku emerytalnego (60–65 lat) przecinają się i częstość występowania niepełnosprawności kobiet staje się coraz większa. Należy pamiętać, że obie krzywe odnoszą się do każdej z subpopulacji oddzielnie i, jak na razie, nie wchodzi tu w grę zmiany płci. Linie oznaczone kolorem czerwonym przedstawiają przeciętne dalsze trwanie życia kobiet i mężczyzn w wieku x . Jak wiadomo e_x - przeciętne dalsze trwanie życia dla kobiet jest wyższe niż dla mężczyzn. W roku 2020 e_0 kobiet wynosiło 80,7 roku i z powodu pandemii obniżyło się o ponad rok (e_0 w 2019 wynosiło 81,75 roku), e_0 dla mężczyzn w 2020 roku wynosiło 72,6 roku, a w roku 2019 wynosiło 74,07 roku. A zatem nadumieralność mężczyzn wzrosła z 7,68 roku do 8,1 roku. W przypadku oczekiwanego dalszego trwania życia w zdrowiu również mamy do czynienia z nadumieralnością mężczyzn, ale jest ona znacznie mniejsza niż e_x . W momencie urodzenia ta nadumieralność mężczyzn wynosi 3,9 roku. W przywołanych wcześniej opracowaniach GUS nie sformułowano żadnych hipotez odnośnie tej różnicy. W ostatnich latach różnice pomiędzy trwaniem życia w zdrowiu kobiet i mężczyzn zanikają do wieku 80 lat, później nieco dłużej w zdrowiu żyją mężczyźni (o około 0,1–0,2 roku). W ostatnich 4 latach bezwzględne różnice zmniejszają się do 0,1 na korzyść mężczyzn. Ostatni parametr dotyczy procentowego udziału dalszego trwania życia w zdrowiu w ogólnym dalszym trwaniu życia e_x czyli, jaki procent w e_x stanowi HLY_x (na rys. (1.2) są to linie w kolorze czarnym). Warto w tym miejscu podkreślić, że w obu przypadkach, zarówno dla kobiet, jak i dla mężczyzn linie są opadające. Różnice w wartościach tej miary w całym okresie trwania życia przemawiają na korzyść mężczyzn. Początkowo na poziomie 3,5 punktów procentowych, następnie wzrastają do 7 w wieku 93 lat, po czym następuje dość silny spadek do 2,8 % w wieku 100 lat i więcej. Można więc powiedzieć, że w ujęciu względnym przeważa dłuższe trwanie w zdrowiu mężczyzn niż kobiet. Prawdopodobnie jest to konsekwencją niższej częstości niepełnosprawności po przejściu na emeryturę. Otwartą pozostaje kwestia niedoskonałości badań nad niepełnosprawnością.

Skrócone tablice trwania życia w zdrowiu są analogiem skróconych tablic trwania życia w ogó-

le. Wyróżnia je to, że dane wyjściowe do takich tablic odnoszą się na ogół do pięcioletnich przedziałów wieku. Takie podejście ma zarówno szereg zalet, jak i kilka ważnych niedogodności. Do zalet należy to, że krzywe częstości występowania osób z niepełnosprawnościami nie ulegają tak dużym wahaniom jak w rocznych przedziałach wieku. Nie jest konieczne ich wyrównywanie. Po drugie, błędy szacunku na niższym szczeblu podziału administracyjnego np. powiaty i metropolitalne obszary funkcjonalne (por. rozdział 4) są możliwe do estymacji za pomocą stosowanych w niniejszej pracy metod statystyki małych obszarów. Przy rocznych przedziałach wieku byłoby to w większości przypadków niemożliwe z uwagi na zbyt wysokie względne błędy szacunku (CV). Po trzecie, mamy większą łatwość w interpretacji wyników zgodnie z zasadą, że mniejsza liczba elementów jest łatwiejsza do analizy i do interpretacji. Po stronie ewentualnych niedogodności wynikających z zastosowania tablicy skróconej zamiast pełnej należy wymienić to, że mogą wystąpić drobne różnice w obliczeniach poszczególnych parametrów takich jak: $e(0)$ czy $HLY(0)$, w których, w odróżnieniu od pełnych tablic trwania życia i życia w zdrowiu, nie używano subskryptów, lecz wiek zapisywano w nawiasie okrągłym. Nieco poważniejszą niedogodnością pojawiającą się na przykład przy prognozowaniu procesów demograficznych z rocznymi przedziałami wieku jest potrzeba dostępu do bardziej szczegółowych danych. Problem ten nie dotyczył jednak badania empirycznego przedstawionego w pracy, w piątym rozdziale. Przy prognozowaniu liczby i struktury osób z niepełnosprawnościami w krakowskim obszarze funkcjonalnym całość analizy oparto na pięcioletnich przedziałach wieku. Konstruując skrócone tablice trwania życia wykorzystano procedurę zaproponowaną przez Keyfitza. Polega ona na tym, że zamiast pojęcia „ludności zastojowej” używamy $L(x)$ określone wzorem:

$$L(x) = \frac{h}{2} \cdot \frac{[l(x) + l(x+h)]}{10^c}, \quad (1.2)$$

gdzie:

h - szerokość przedziału klasowego, w naszym przypadku $h = 1; 4; 5; 5 \dots, 5$ i ostatni przedział otwarty 85 lat i więcej,

10^c podstawa tablic trwania życia, w naszym przypadku $c = 5$, czyli $l(0) - 100000$.

Oczekiwane trwanie życia w zdrowiu dla osób w wieku x można zatem zapisać w następującej postaci:

$$HLY(x) = \sum_x^{\omega} L(x) \cdot [1 - h(x)]. \quad (1.3)$$

$L(x)$ ma następującą interpretację: jest to liczba lat do przeżycia przez noworodka w każdym

z przedziałów wieku (zgodnie z aktualną tablicą trwania życia). Zaczynając od wieku 0, zauważmy, że noworodek należący do kohorty hipotetycznej 2020 przed osiągnięciem pierwszej rocznicy urodzin w pierwszym roku przeżyje 0,998, w tym 0,958 roku w dobrym zdrowiu. W następnym, czteroletnim przedziale ma do przeżycia 3,982 roku, czyli znowu ubędzie go 0,018 roku. Suma tych lat przeżytych w kolejnych przedziałach wieku daje nam oczekiwane trwanie życia. Jak pokazał Keyfitz (1968), takie podejście ma szereg praktycznych zastosowań. Część z nich przedstawiona zostanie w ujęciu wieloregionalnym, w piątym rozdziale. Na ich podstawie obliczane są między innymi tak zwane perspektywiczne prawdopodobieństwa przeżycia $S(x)$ oraz współczynnik reprodukcji netto kobiet, gdzie $L(x)$ mnoży się przez $F(x)$ i sumuje ($F(x)$ - współczynnik płodności – por. rozdział 5).

W uzupełnieniu opisu warto dodać, że $h(x)$ w skróconych tablicach trwania życia w zdrowiu przyjmowane są, jako średnie nieważone wyznaczone na podstawie wyników badania przeprowadzonego przez GUS (2021). Jako wartość dla otwartego przedziału „85 lat i więcej” przyjęto średnie z ostatnich 15 roczników. Dzięki temu uśrednione krzywe były zbliżone do wykładniczych, co zdaje się być merytorycznie bardziej zasadne niż rozkłady logistyczne. Porównując wartości otrzymanych charakterystyk z opublikowanymi przez GUS wynikami badania można przyjąć, że uproszczona metoda liczenia oczekiwanego dalszego trwania życia w zdrowiu nie spowodowała istotnego zniekształcenia wartości szacowanych miar. Porównując bowiem wyniki otrzymane za pomocą metody skróconej na podstawie pięcioletnich przedziałów oraz z obliczeniami GUS (2021) stwierdzić można, że e_0 (dane roczne) i $e(0)$ (przedziały pięcioletnie), a także HLY_0 (dane roczne) oraz $HLY(0)$ (przedziały pięcioletnie) są bardzo zbliżone. Potwierdza to także rys. (1.3), który jest zbliżony do (1.2). Na podstawie danych dostępnych na stronie internetowej GUS oraz pochodzących z bazy Demografia sporządzono tabele: (1.1) (dla mężczyzn) oraz (1.2) (dla kobiet), w których pierwsza kolumna zawiera dolną granicę przedziału wieku, druga kolumna to częstość występowania niepełnosprawności. W trzeciej kolumnie podano liczbę lat do przeżycia w wieku x przez noworodka płci żeńskiej (lub męskiej) w danym przedziale, w czwartej kolumnie przedstawiona jest liczba lat do przeżycia w zdrowiu w wieku x przez noworodka płci żeńskiej (lub męskiej – pierwsza tabela), w piątej mamy oczekiwane dalsze życie w zdrowiu, w szóstej zaś przeciętne dalsze trwanie życia. W ostatniej kolumnie zawarto procent dalszego życia w zdrowiu. Na podstawie danych w tabelach (1.1) oraz (1.2) sporządzono rysunek (1.3).

Podsumowując warto zauważyć, że oprócz metody Sullivana, w analizie i prognozach niepełnosprawności wykorzystuje się modele wielostanowe, gdzie jednym ze stanów jest niepełno-

Tabela 1.1: Skrócona tabela trwania życia w zdrowiu, Polska 2020 – mężczyźni

x	$h(x)$	$L(x)$	$[1-h(x)]L(x)$	$HLY(x)$	$e(x)$	%
0	4,0	0,998	0,958	59,2	72,6	81,5
1	4,3	3,982	3,813	58,2	71,9	81,0
5	4,7	4,976	4,742	54,4	67,9	80,1
10	5,3	4,974	4,708	49,7	62,9	78,9
15	6,1	4,966	4,662	45,0	58,0	77,6
20	7,1	4,949	4,596	40,3	53,1	75,9
25	8,5	4,924	4,505	35,7	48,3	73,9
30	10,2	4,891	4,391	31,2	43,6	71,6
35	12,4	4,845	4,244	26,8	38,9	68,9
40	15,1	4,779	4,057	22,6	34,3	65,7
45	18,4	4,679	3,820	18,5	29,8	62,0
50	22,3	4,520	3,511	14,7	25,6	57,4
55	27,0	4,278	3,122	11,2	21,6	51,8
60	32,5	3,924	2,648	8,1	17,9	44,9
65	38,9	3,433	2,099	5,4	14,7	36,9
70	46,2	2,832	1,524	3,3	11,8	27,9
75	54,5	2,151	0,978	1,8	9,2	19,3
80	63,9	1,415	0,511	0,8	6,9	11,6
85	78,3	1,063	0,291	0,3	5,1	5,7

Źródło: Opracowanie własne na podstawie GUS (2021) oraz bazy Demografia.

sprawność. Autorem tego podejścia jest Andriej Rogers, który w latach '60 i '80 rozwinął teorię wieloregionalnej analizy demograficznej (Rogers, 1975), a później uogólnił to na przypadek analizy wielostanowej, por. Rogers (1986). Kilka lat później, wspólnie z synem oraz Branchem opublikowali wielostanową analizę życia aktywnego¹⁶.

Należy podkreślić, że dotychczas tablice trwania życia konstruowane były co najwyżej na

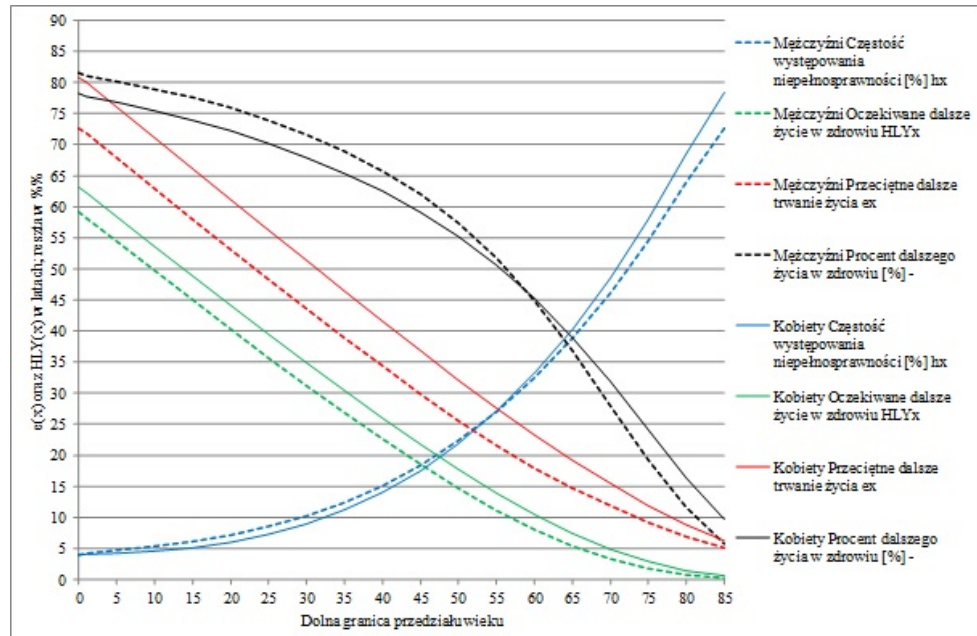
¹⁶Istnieje szereg innych metod, które również mogłyby być tu wykorzystane. Wśród nich wymienić można modele logitowe i probitowe, por. Bieszk-Stolorz i Markowicz (2014).

Tabela 1.2: Skrócona tabela trwania życia w zdrowiu, Polska 2020 – kobiety

x	$h(x)$	$L(x)$	$[1-h(x)]L(x)$	$HLY(x)$	$e(x)$	%
0	4,0	0,998	0,9585	63,2	80,8	78,2
1	4,1	3,986	3,8233	62,2	80,0	77,8
5	4,3	4,981	4,7689	58,4	76,0	76,8
10	4,6	4,979	4,7499	53,6	71,1	75,4
15	5,1	4,975	4,7194	48,9	66,1	73,9
20	6,0	4,969	4,6709	44,1	61,2	72,2
25	7,2	4,962	4,6037	39,5	56,3	70,2
30	8,9	4,953	4,5112	34,9	51,3	67,9
35	11,2	4,939	4,3859	30,4	46,4	65,4
40	14,0	4,917	4,2275	26,0	41,6	62,5
45	17,6	4,881	4,0239	21,7	36,8	59,1
50	21,9	4,820	3,7650	17,7	32,1	55,2
55	27,1	4,718	3,4406	14,0	27,6	50,6
60	33,2	4,556	3,0443	10,5	23,3	45,2
65	40,3	4,306	2,5698	7,5	19,2	38,9
70	48,6	3,938	2,0255	4,9	15,4	31,8
75	57,9	3,404	1,4318	2,9	11,9	24,1
80	68,5	2,660	0,8373	1,4	8,9	16,3
85	84,9	2,810	0,6092	0,6	6,3	9,7

Źródło: Opracowanie własne na podstawie GUS (2021) oraz bazy Demografia GUS.

poziomie województw - co nie zaspokajało w pełni popytu zgłaszanego przez odbiorców danych. Propozycja włączenia do procesu budowy tablic trwania życia metod reprezentowanych przez statystykę małych obszarów stwarza możliwość, w pierwszej kolejności, szacunku wskaźników niepełnosprawności na niskim poziomie agregacji przestrzennej, w 5-letnich przedziałach wieku, a w konsekwencji, budowy tablic trwania życia w zdrowiu nie tylko w przekroju podregionów



Rysunek 1.3: Wybrane parametry ze skróconych tablic trwania życia w zdrowiu w Polsce w 2020

Źródło: Opracowanie własne na podstawie GUS (2021)

czy obszarów funkcjonalnych dużych miast, ale także dla powiatów. Ta myśl stanowiła jedną z przesłanek do podjęcia badania empirycznego zaprezentowanego w dalszej części pracy.

1.4 Wnioski

Rozdział pierwszy rozprawy poświęcono kwestiom definicyjnym i metodom pomiaru stosowanym obecnie w obszarze badań dotyczących niepełnosprawności. W rozdziale poruszono także kwestie orzecznictwa o niepełnosprawności w polskim systemie prawnym. Jak podkreślono termin „niepełnosprawność” jest jednym z trudniejszych terminów do zdefiniowania ze względu na jego wieloznaczność. Nieostrości definicyjne są często źródłem problemów badawczych tak na etapie określania metodyki badań, jak i formułowania wniosków. Badania osób z niepełnosprawnościami są wieloaspektowe. Z punktu widzenia ekonomii i demografii duże znaczenie mają analizy rynku pracy z udziałem osób z niepełnosprawnościami, ich aktywność ekonomiczna oraz ich rola w systemie opieki społecznej. Zjawisko niepełnosprawności zaliczane jest do grupy najpoważniejszych problemów społecznych z jakimi zmagają się współczesna cywilizacja. Liczba osób z niepełnosprawnością systematycznie rośnie, co związane jest także z procesem starzenia się ludności. Zadania mające na celu możliwie pełne włączenie tej grupy społecznej we wszystkie przejawy aktywności,

w tym aktywności społecznej i zawodowej stają się coraz poważniejszym wyzwaniem społeczeństw. Jednak ich realizacja w wymiarach regionalnym i lokalnym wymaga dostępu do szczegółowej i aktualnej informacji. Zapotrzebowanie na dane dotyczące niepełnosprawności na niskim poziomie agregacji przestrzennej formułowane jest przez różne grupy użytkowników tych danych takich jak chociażby samorzady województw i powiatów. W niniejszej pracy podjęto próbę wyjścia naprzeciw zgłaszanym oczekiwaniom informacyjnym.

Rozdział 2

Źródła danych na temat niepełnosprawności

2.1 Wprowadzenie

Informacje na temat zjawiska niepełnosprawności w Polsce mogą być pozyskiwane z wielu źródeł o różnym znaczeniu i przeznaczeniu. Do najważniejszych z nich zalicza się badanie niepełnosprawności prowadzone w ramach spisów powszechnych (przykładowo NSP 2011), które ze względu na cel niniejszej pracy, poddamy szczególnej ocenie. Podobnie zasobne źródło danych stanowią rejestry administracyjne. Jednakże dostęp do nich, a tym samym wykorzystanie ich w ramach badań statystycznych ma, jak na razie, bardzo ograniczony charakter¹. W pracy informacje pochodzące z rejestrów administracyjnych były wykorzystane w niewielkim zakresie, jako zmienne wspomagające w modelach statystyki małych obszarów. Wynikało to głównie z dwóch względów. Po pierwsze, jak wskazano wyżej, dostęp do danych administracyjnych jest ograniczony. Po drugie, w rejestrach brakuje informacji na temat osób biologicznie niepełnosprawnych. Ta niezwykle istotna kategoria osób poza tym, że stanowi coraz większą frakcję osób z niepełnosprawnościami, jest kluczowa z punktu widzenia niniejszej pracy.

¹Znaczenie rejestrów administracyjnych oraz możliwości aktualnego ich wykorzystania w badaniach nad osobami z niepełnosprawnościami w statystyce publicznej opisują Gruszka i Ulman (2017). Ogólna ocena rejestrów zawarta jest w zdaniu „stan regulacji prawnych, dotyczących funkcjonowania orzecznictwa o niepełnosprawności oraz fakt, że do GUS nie są przekazywane zbiory danych, dotyczące osób niepełnosprawnych od tzw. służb mundurowych oraz zbiory powiatowych i wojewódzkich zespołów do spraw orzekania o niepełnosprawności, uniemożliwiają objęcie badaniem pełnej populacji osób, którym przyznano orzeczenie o niepełnosprawności lub równoważne”.

Kolejnymi źródłami danych o niepełnosprawności stanowiącymi cenne uzupełnienie dla całości systemu statystyki publicznej są wyniki badań okresowych: Badania Ekonomicznej Aktywności Ludności (BAEL), realizowanego przez GUS na dużej próbie losowej oraz badania zdrowia European Health Interview Survey (EHIS) realizowanego obecnie w ramach programu badań statystycznych Unii Europejskiej. Pod względem definicji osób z niepełnosprawnościami źródła te są w zasadzie porównywalne. BAEL uwzględnia zmienne dotyczące niepełnosprawności, ale głównym jego zainteresowaniem jest rynek pracy i aktywność ekonomiczna. Koncentruje się na takich zmiennych jak liczba pracujących, bezrobotnych lub biernych zawodowo wszystkich osób. Nie jest to badanie poświęcone niepełnosprawnym z punktu widzenia ich bytowania, roli i miejsca w społeczeństwie, ale raczej w jakim stopniu mogliby oni przyczynić się do rozwoju gospodarki swojego regionu i narodu. To podejście widoczne jest także w sposobie budowy tablic wynikowych, w których dolną granicą ostatniego przedziału klasowego jest często wiek uprawniający do pobierania emerytury („65 lat i więcej” bądź „70 lat i więcej”). Osoby z niepełnosprawnościami w publikacjach BAEL traktowane są jako integralna część rynku pracy. EHIS jest kontynuacją prowadzonego przed akcesją do Unii Europejskiej polskiego badania stanu zdrowia ludności. Dwie pierwsze edycje badania, w latach 1996 i 2004, prowadzone były z uwzględnieniem zaleceń organizacji międzynarodowych dotyczących statystyki zdrowia. Trzecie badanie z 2009 roku było zarazem pierwszym prowadzonym w ramach Europejskiego Ankietowego Badania Zdrowia (EHIS). Kolejne, czwarte badanie zdrowia, zostało przeprowadzone w 2014 roku, zaś piąte w 2019 roku. Badanie prowadzone jest na terenie całego kraju w wylosowanych mieszkaniach. Jego celem jest poznanie obecnej sytuacji zdrowotnej mieszkańców Polski. Badanie EHIS jest realizowane przez służby statystyczne we wszystkich krajach członkowskich Unii Europejskiej. Jego wyniki są wykorzystywane do tworzenia polityki zdrowotnej na poziomie krajowym i europejskim. Pozyskane dane umożliwią również dokonanie porównań międzynarodowych². Badanie niepełnosprawności w ramach EHIS w porównaniu z tym w NSP 2011 jest dużo bardziej pogłębione i uwzględnia wiele aspektów oraz determinant zdrowia społeczeństwa. Jego zakres przestrzenny jest jednak mocno ograniczony. Wyniki prezentowane są jedynie na poziomie ogólnopolskim. Wśród źródeł danych na temat niepełnosprawności w Polsce można wymienić wyniki takich badań jak SHARE³ oraz

²<https://bydgoszcz.stat.gov.pl/aktualnosci/europejskie-ankietowe-badanie-zdrowia-ehis,339,1.html>

³Badanie SHARE (z ang. Survey of Health, Ageing and Retirement in Europe) jest badaniem panelowym prowadzonym wśród osób w wieku 50 lat i więcej, dla poznania warunków życia tej części populacji. Badanie ma na celu stworzenie bazy danych łączącej informacje o różnych dziedzinach życia osób 50+ (zdrowia, korzystania

PolSenior⁴. Stanowią one cenne źródło informacji, które może być wykorzystane do poszerzenia obrazu życia osób z niepełnosprawnościami. Ze względu jednak na metodykę prowadzenia tych badań, sposób pozyskiwania danych oraz przekroje w jakich prezentowane są wyniki, wielkość próby i definicje pojęć źródła te nie zostały uwzględnione w niniejszej rozprawie.

2.2 Dane na temat niepełnosprawności w świetle kryteriów oceny jakości źródeł

Analiza i ocena jakości zbiorów danych pozwala na sformułowanie wniosku czy stanowią one wartościowe źródło informacji z punktu widzenia prowadzonego badania. Kordos (1988, s. 13), wybitny polski statystyk, który źródłom danych w systemie statystyki publicznej poświęcił wiele opracowań, pisząc o jakości informacji wyróżnił następujące ich cechy: odpowiedniość (przydatność) dla użytkowników, aktualność oraz dokładność. Ostatnią z tych cech Kordos (1988, s. 17) zdefiniował jako „wartość prawdziwą, która w praktyce prawie nigdy nie jest znana (...), którą otrzymano by, gdyby dane były zebrane i opracowane bez żadnych błędów dla wszystkich jednostek danej zbiorowości”. Biorąc pod uwagę klasyfikację Kordosa (1987, 1988), w rozdziale podjęto próbę oceny jakości źródeł danych na temat osób z niepełnosprawnościami według następujących kryteriów:

- powszechność,
- przydatność dla statystyki regionalnej i lokalnej,
- reprezentatywność,
- precyzja szacunku,
- ekonomiczność badań,

z opieki zdrowotnej, zaangażowania na rynku pracy, sytuacji materialnej, aktywności społecznej i sytuacji rodzinnej). SHARE ma interdyscyplinarny charakter, ponieważ angażuje pracę licznej grupy demografów, epidemiologów, ekonomistów, psychologów i socjologów. SHARE jest badaniem stosunkowo nowym. Jego pierwsza edycja miała miejsce w 2004 roku. Nie jest to jednak badanie wyłącznie poświęcone osobom z niepełnosprawnościami.

⁴PolSenior jest ogólnopolskim badaniem stanu zdrowia starszych Polaków, ich sytuacji społeczno-ekonomicznej oraz jakości życia realizowanym przez Narodowy Program Zdrowia ze środków Ministerstwa Zdrowia. W ramach projektu przebadano względem wieku, płci i miejsca zamieszkania grupę niemal 6000 osób, w wieku 60 i więcej lat.

- odpowiedniość dla obu rodzajów analiz (kohortowej i transwersalnej) oraz prognozowania,
- stabilność pojęć i definicji.

Powszechność oznacza dążenie do objęcia badaniem wszystkich osób z niepełnosprawnościami, co nie wyklucza zastosowania metody reprezentacyjnej. Wówczas zbiorowość osób z niepełnosprawnościami wchodzi poprzez losowo wybranych reprezentantów. Powszechność oznacza też, że nawiązujemy do najlepszych rozwiązań zaproponowanych przez międzynarodowe organizacje, takie jak WHO i Eurostat. Powszechność rozumiemy także w ten sposób, że nawiązujemy do najlepszych rozwiązań międzynarodowych, co mogłoby się kłócić z elitarnością. Zastosowanie w NSP 2011 najnowszej światowej metodyki badań, polegającej na wykorzystaniu w szerokim zakresie administracyjnych źródeł danych, szczegółowego warstwowania populacji generalnej oraz najlepszych obecnie technik estymacji, nie powinno być rozumiane jako naruszenie zasady powszechności. W tym znaczeniu powszechność rozumiemy dynamicznie. To co dzisiaj jest elitarne, jak system statystyki publicznej w krajach skandynawskich, z czasem zostanie zastosowane w większości krajów świata. Rosnące zapotrzebowanie na informacje na niskim poziomie agregacji przestrzennej z jednej strony, oraz wymóg ekonomiczności badań z drugiej, istnienie infrastruktury statystycznej (bazy danych, długotrwałość systemu informacyjnego, geograficzne systemy przestrzenne, utrwalony podział administracyjny kraju), rozwój nowoczesnych technik estymacji, wyznaczają nowe kierunki w statystyce publicznej. W procesie transformacji systemu badań statystycznych nie można pominąć kwestii reprezentatywności i precyzji szacunku (problem ten zostanie szerzej omówiony w rozdziale 3 i 4). Należy jednak wyraźnie podkreślić, że zaspokojenie wszystkich wymogów i zasad metody reprezentacyjnej takich jak operat i plan losowania, z góry określona precyzja badania jest warunkiem koniecznym lecz niewystarczającym. Niezależnie od oceny błędów losowych pod uwagę powinny być brane błędy nielosowe. Wskazana jest chociażby analiza błędów pokrycia, a więc ustalenia jakie jednostki nie udzieliły odpowiedzi, z jakich powodów, które zostały spisane wielokrotnie i jakie były tego konsekwencje. Zasady postępowania w przypadku braku odpowiedzi powinny zostać określone i przyjęte a priori.

Ekonomiczność badań oznacza maksymalne wykorzystanie infrastruktury statystycznej oraz minimalizację prób losowych. Powoduje to, że tylko największe ośrodki badawcze typu GUS, mogą sprostać metodycznym wymogom badań dotyczącym niepełnosprawności - liczebności i struktury osób z niepełnosprawnościami.

Wymóg odpowiedniości dla rodzajów analiz i prognoz dotyczy między innymi doboru właści-

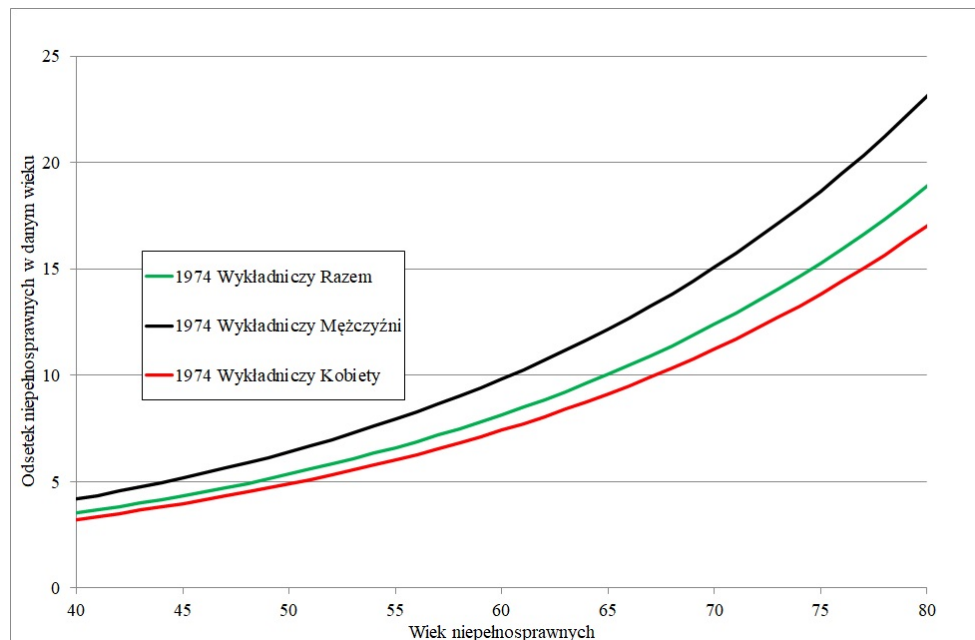
wego rodzaju tabulacji danych (na przykład pięcioletnie przedziały wiekowe). Odnosi się także do zapewnienia odpowiedniej przestrzennej alokacji prób losowych uwzględniającej także pewne nietypowe przekroje terytorialne jak na przykład funkcjonalne obszary metropolitalne. W tym kryterium mieści się również uwzględniany w badaniu podział populacji na generacje. Wymaga to prowadzenia badań w ciągu dostatecznie długiego okresu czasu. Na przykład odtworzenie rzeczywistej historii płodności kobiet określonego rocznika wymaga istnienia transwersalnych tablic z 30 lat. Umownie przyjmuje się przy tym okres płodności od 15 do 35 roku życia kobiety. Dla odtworzenia trwania życia jednej rzeczywistej generacji ten okres jest jeszcze dłuższy i wymaga on funkcjonowania w statystyce publicznej jednej tablicy aż przez sto lat. W przypadku Polski można odtwarzać losy rzeczywistych generacji niepełnosprawnych, korzystając z pierwszego mikrospisu z 1974 roku, który uwzględniał badanie inwalidztwa. Po odpowiedniej analizie podobieństwa przebiegu i natężenia niepełnosprawności w innych krajach, można by się do nich odnieść, jako analogu w polskich badaniach. Zasady rekonstrukcji rzeczywistych generacji osób z niepełnosprawnościami wymagają względnej stabilności w czasie pojęć i definicji związanych z niepełnosprawnością (Butlewski, 2018).

2.3 Narodowe Spisy Powszechne Ludności i Mieszkań jako źródła o liczbie osób z niepełnosprawnościami

Narodowe Spisy Powszechne Ludności i Mieszkań (NSP) stanowią jedno z najważniejszych źródeł wiedzy o społeczeństwie, w tym również o osobach niepełnosprawnych, tworząc pewnego rodzaju portret całej populacji w określonym momencie czasu. Ponadto wyniki spisu są podstawą do szacowania danych na temat niepełnosprawności w okresach międzyspisowych. Narodowe Spisy Powszechne Ludności i Mieszkań, jako jedyne źródło, uwzględniają wszystkie z wymienionych w punkcie (2.2) kryteriów oceny jakości. Historia badań niepełnosprawności w spisach powszechnych w Polsce sięga 1921 roku, kiedy to odbył się pierwszy spis powszechny po odzyskaniu niepodległości (Dehnel i Klimanek, 2016). W ciągu następnych spisów powszechnych niepełnosprawności nie badano. Do problematyki niepełnosprawności powrócono dopiero w mikrospisie w 1974 r., kiedy pytano tylko o inwalidztwo prawne – niepełnosprawność wówczas określana była mianem inwalidztwa. Mikrospis był badaniem niewyczerpującym, przeprowadzonym za pomocą metody reprezentacyjnej, realizowanym pomiędzy Narodowymi Spisami Powszechnymi. To, że obejmował tylko część gospodarstw domowych nie stanowiło problemu dla uogólnienia wyników

na populację generalną. Odnotowane w nim po raz pierwszy frakcje osób z niepełnosprawnościami według wieku, ich uogólnienie na cały szereg generacji od 1864 roku począwszy, aż po 1974. Wyniki mikrospisu stanowią dobre podstawy pod kohortową analizę niepełnosprawności do dnia dzisiejszego.

Na rysunku (2.1) przedstawiono odsetki osób z niepełnosprawnościami (określanych wówczas mianem inwalidów) posiadających I, II lub III grupę inwalidzką oraz pewną część osób bez zadeklarowanej grupy.



Rysunek 2.1: Odsetki osób z niepełnosprawnościami według wieku i płci w Polsce na podstawie mikrospisu na dzień 30 marca 1974, wyrównane za pomocą krzywej wykładniczej

Źródło: Opracowanie własne na podstawie Butlewski (2018) s. 183 i dalsze.

Inwalidzi bez przypisanej grupy inwalidzkiej stanowili w mikrospisie 1974 niewielki odsetek osób z niepełnosprawnościami, z wyjątkiem najmłodszej grupy wieku (poniżej 20 lat) stanowili od 6 do 8%. W grupie wieku powyżej 20 lat osoby nie posiadające orzeczonej grupy inwalidzkiej stanowiły: kobiety 15%, a mężczyźni 13,4%. Pytania dotyczące inwalidztwa pojawiły się także w mikrospisach przeprowadzonych w 1984 i 1995 roku.

Następne badanie niepełnosprawności przeprowadzono w ramach pełnego spisu NSP 1978. Począwszy od tego badania zaczęto uwzględniać w pewien sposób dwie kategorie niepełnosprawności: prawną i biologiczną. Wciąż jednak posługiwano się węższym pojęciem inwalidztwa. Inwa-

lidów prawnych definiowano jako „osoby, które posiadają aktualne orzeczenie Komisji Lekarskiej do Spraw Inwalidztwa i Zatrudnienia /KIZ/ stwierdzające inwalidztwo i grupę inwalidztwa /I, II, III/, niezależnie od tego czy na tej podstawie otrzymują rentę inwalidzką, czy też nie otrzymują”. Do inwalidów biologicznych zaliczono wszystkie te osoby, które „oświadczyły, że z powodu kalectwa lub przewlekłej choroby mają ograniczoną zdolność wykonywania podstawowych czynności związanych z ich wiekiem, przykładowo, takich jak: nauka, praca zawodowa, prowadzenie gospodarstwa domowego. Wyróżniono przy tym tzw. dwa stopnie ograniczenia:

- całkowite ograniczenie,
- częściowe ograniczenie, tj. niesprawność, która w znacznym stopniu utrudnia wykonywanie czynności podstawowych. Osoby posiadające orzeczenie KIZ stwierdzające inwalidztwo prawne nie zawsze uważają się za inwalidów biologicznych, gdyż czasami rodzaj fizycznego inwalidztwa nie stanowi dla nich żadnej przeszkody w wykonywaniu czynności podstawowych np. wysoko kwalifikowanej pracy umysłowej. Z kolei osoby deklarujące inwalidztwo biologiczne nie muszą być jednocześnie inwalidami prawnymi - posiadać orzeczenia KIZ o inwalidztwie prawnym. Te dwie kategorie inwalidztwa są od siebie w pewnym stopniu niezależne⁵”. (GUS, 1981).

Wprowadzone wówczas pytania do kwestionariusza spisowego funkcjonowały w następnych spisach, co zapewniało względną porównywalność wyników. NSP 1978 prowadzony był w latach kryzysu gospodarczego. Poczyniono więc duże oszczędności, także w wydawaniu publikacji spisowych, co z kolei spowodowało znaczne ograniczenie w szczegółowości opublikowanych tablic wynikowych zarówno według wieku niepełnosprawnych, jak i w przekroju regionalnym⁶. Dopiero mikrospis w 1995 roku uwzględnił nowe wymogi związane z powstaniem demokratycznego państwa polskiego, jednakże publikacja wyników nie dostarczyła dobrych jakościowo danych z uwagi na to, że był to mikrospis. Nie przewidziano na przykład odpowiednio szczegółowych tablic dla potrzeb samorządu lokalnego. Liczby osób z niepełnosprawnościami przedstawiono w szerokich, 10-letnich przedziałach wieku od 20 do 79 roku życia. Ostatni przedział otwarty obejmował wiek 80 lat i więcej, por. Kostrubiec (2002).

⁵Narodowy Spis Powszechny z dnia 7 XII 1978 r., Ludność Gospodarstwa Domowe Warunki Mieszkańowe, Wojewódzki Urząd Statystyczny w Katowicach 1981 r., Śląska Biblioteka Cyfrowa, <http://www.sbc.org.pl/dlibra/doccontent?id=98957&from=FBC>

⁶O skali tych trudności świadczy fakt opublikowania szczegółowych wyników dopiero w 1991 r. wraz z wynikami badania inwalidów w NSP 1988 (Strzelecki, 1991).

Wprowadzenie terminu „niepełnosprawność” w zastępstwie stosowanego dotychczas pojęcia „kalectwo”, „inwalidztwo” czy „niepełność” wynikało z krytyki postrzegania niepełnosprawności jako swoistego deficytu, społecznie negatywnie ocenianego i związanego takim postrzeganiem „stygmatyzowania” takich osób. Walorem nowego podejścia do niepełnosprawności było kompleksowe ujęcie relacji osoba–otoczenie, czyli uwzględnienie roli, jaką odgrywa otoczenie społeczne – przede wszystkim w kontekście szeroko rozumianych barier, zarówno fizycznych, jak i mentalnych. Zatem nowe postrzeganie niepełnosprawności miało odnosić się nie tylko do fizycznych niesprawności, trudności funkcjonowania i medycznie rozumianego stanu zdrowia danej osoby, ale także do niesprzyjającego otoczenia. Zmiana podejścia do niepełnosprawności miała przełożenie również na statystykę publiczną. W spisie powszechnym w 2002 roku termin „niepełnosprawność” zastąpił wcześniej używane określenie „inwalidztwo”.

Badanie niepełnosprawności w NSP 2002 nie tylko pod tym względem różniło się od poprzednich spisów. Naświetlało bowiem problemy niepełnosprawnych wobec nieznanych dotąd zjawisk takich jak bezrobocie (przed 1989 nie notowano w Polsce zjawiska bezrobocia, wyróżniano tylko dwie grupy ludności: czynnych i biernych zawodowo). Było pierwszym pełnym badaniem populacji – spisem w rozumieniu klasycznym. Kwestionariusz ankietowy zawierał 3 pytania, na które należało odpowiedzieć – zgodnie z ogólną zasadą spisową - bez okazywania jakichkolwiek dokumentów potwierdzających stan prawny. W spisie 2002 rozróżniano dwa stopnie tej niepełnosprawności: całkowite i poważne ograniczenie zdolności do wykonywania czynności podstawowych dla swojego wieku (pracy, nauki, samoobsługi, zabawy, itp.) z powodu kalectwa lub przewlekłej choroby. Metodyka spisu umożliwiła opracowanie bardzo szczegółowych tablic wynikowych dla bardzo szczegółowych agregacji przestrzennych i tematycznych od poziomu kraju do poziomu gminnego, por. GUS (2003).

2.4 Badanie niepełnosprawności w ramach NSP 2011

2.4.1 Wprowadzenie

Metodyka Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań w 2011 roku, polegająca na zastosowaniu metody mieszanej spisu, różniła się od klasycznego rozumienia badania pełnego, tj. dane były pozyskiwane pośrednio ze źródeł administracyjnych (rejestrów i systemów informacyjnych) i zbierane bezpośrednio od ludności w ramach badania reprezentacyjnego oraz badania

pełnego⁷. Zastosowane rozwiązania miały przede wszystkim zmniejszyć koszty spisu oraz obciążenie osób objętych spisem, przy zachowaniu wysokiej jakości wyników spisu, por. Dygaszewicz (2007). Był to spis, w którym wykorzystano geograficzne systemy informacyjne (ang. Geographic Information Systems) oraz samospis internetowy jako formę zbierania danych, por. Dygaszewicz (2009, s. 14).

W literaturze przedmiotu wskazuje się na ogromny wpływ na redukcję kosztów badania nowoczesnych technik spisowych obejmujących wykorzystywanie źródeł administracyjnych, pośrednich metod estymacji oraz imputacji wyników, por. Gołata (2018, s. 83–84). Jak podaje Szymkowiak (2019, s. 149) przeprowadzenie podobnego w założeniach metodycznych do polskiego NSP 2011 hiszpańskiego spisu powszechnego w 2011 roku doprowadziło do obniżenia kosztów badania o 80%⁸.

2.4.2 Założenia badawcze i projektowanie NSP 2011

Pierwotnie w NSP 2011 zakładano dwa rodzaje kwestionariuszy spisowych (krótką i długą formę). Dla wszystkich gospodarstw domowych w Polsce zamierzano przeznaczyć tak zwaną krótką formę kwestionariusza (short form), która zawierałaby jedynie 16 pytań⁹. Znacznie poszerzonym kwestionariuszem spisowym (długa forma - long form) zaplanowano objąć 20% gospodarstw domowych w badaniu reprezentacyjnym¹⁰. Rezygnacja z „krótkiej formy” miała potencjalnie duży wpływ na jakość wyników spisu. Gdyby ją wprowadzono w życie to można byłoby, między innymi, lepiej ocenić jakość rejestrów administracyjnych wykorzystanych w badaniu oraz głębiej przeanalizować błędy nielosowe, w tym konsekwencje braków odpowiedzi (ang. nonresponse).

Długi kwestionariusz składał się z dwóch części. Pierwsza część zawierała tablice sporządzone na podstawie bazy zintegrowanych rejestrów administracyjnych, zwanych w GUS „złotym re-

⁷O oryginalności polskich rozwiązań techniczno-organizacyjnych w zakresie wykorzystania administracyjnych źródeł danych w spisach powszechnych, może zaświadczyć zainteresowanie nimi w państwach Zatoki Perskiej, por. Dygaszewicz (2017). Na nowoczesność polskiego NSP 2011 zwrócono także w przeglądowym opracowaniu o spisach powszechnych opublikowanym przez Nordholta (2015).

⁸Jeszcze tańszy jest spis wirtualny, w całości oparty na rejestrach administracyjnych. Według holenderskich badaczy „koszty tradycyjnego spisu wyniosłyby około trzystu milionów euro, podczas gdy koszty poczynione w wirtualnym spisie 2001 wynoszą tylko około trzech milionów. Szacunek obejmuje koszty wszystkich prac przygotowawczych, takich jak opracowanie nowej metodologii i towarzyszącego jej oprogramowania. Koszty rejestrów nie są uwzględnione, ale analizy wyników już są. Rejestry nie są aktualizowane do celów spisów powszechnych, ale do własnych celów ich gestorów”, por. Nordholt, Hartgers, Gircour (2004, s. 9).

⁹Formularz indywidualny zamieszczono na stronie <https://tinyurl.com/5xakyzhw>.

¹⁰Odpowiedni formularz zamieszczono na stronie <https://tinyurl.com/jz343hwm>.

kordem” oraz trzy rozbudowane pytania dotyczące odpowiednio: źródeł utrzymania, mieszkania oraz ewentualnego pobytu za granicą. Druga część kwestionariusza zawierała pytania pogrupowane w tak zwane moduły (tematy badawcze). Dane były zbierane w ramach 13 modułów. Moduł 1 odnosił się do charakterystyki demograficzno-społecznej poszczególnych osób w gospodarstwie domowym. Kolejne moduły to: 2-edukacja, 3-aktywność ekonomiczna, 4-dojazdy do pracy, 5-źródła utrzymania, które dotyczyło osób w wieku 15 lat i więcej, 6-niepełnosprawność, 7-dzietność i plany prokreacyjne odnoszące się do kobiet w wieku 16-49 lat, 8-kraj urodzenia i obywatelstwo, 9-migracje wewnętrzne i zagraniczne, 10-narodowość, język, mniejszości narodowe i etniczne 11-wyznanie, 12-gospodarstwa domowe i rodziny, 13-stan i charakterystyka zasobów mieszkaniowych.

Wszystkie moduły stanowiły integralną część kwestionariusza spisowego co oznacza, że były kierowane do tych samych wylosowanych do 20% próby gospodarstw domowych i osób. Dzięki temu każdy niepełnosprawny w gospodarstwie domowym, które zostało wylosowane do badania reprezentacyjnego, mógł być opisany zespołem cech zawartych w ramach pozostałych modułów, np. moduł „edukacja” informował o poziomie i kierunku wykształcenia niepełnosprawnego oraz wyuczonym zawodzie, itp. Oznaczało to, że przy opracowywaniu wyników NSP 2011 zaistniała możliwość łączenia badanej problematyki występującej w pytaniach w określonych modułach. Patrząc z punktu widzenia analizy struktur demograficzno-społecznych osób z niepełnosprawnościami, można zatem było badać dodatkowo ich wykształcenie, aktywność ekonomiczną, dojazdy do pracy, źródła utrzymania, ich dzietność i plany prokreacyjne, mobilność przestrzenną, a także narodowość, język i wyznanie. Opublikowane wyniki dla poszczególnych województw zawierają jednak niewielkie objętościowo tablice wynikowe. Ponadto dotychczas ukazało się niewiele opracowań analitycznych, które wskazywałyby na połączenie zmiennych występujących w poszczególnych modułach. Częściej zdarzało się, że niepełnosprawność pojawiała się, jako przyczyna bierności zawodowej, por. GUS (2013, 2014b), lub w związku z problematyką starzenia się obszarów wiejskich, por. GUS (2015). Brak dotychczas jest wieloaspektowej monografii poświęconej osobom z niepełnosprawnościami opracowanej na podstawie NSP 2011.

Jednym z głównych wyzwań związanych z opracowywaniem wyników spisu był fakt, że zgodnie z Ustawą z dnia 04.03.2010 r. o Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań w 2011 r., udzielanie odpowiedzi na pytania dotyczące niepełnosprawności odbywało się na zasadzie dobrowolności. Decyzja ta była podjęta ze względu na specyfikę i wrażliwość tematu. Na pytania odpowiadały osoby dorosłe, które wyraziły na to zgodę, natomiast na temat dzieci informa-

cji udzielali rodzice lub opiekunowie. W Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań (NSP 2011) Główny Urząd Statystyczny korzystał z szeregu rejestrów administracyjnych, które zawierały informacje o niepełnosprawności/niezdolności do pracy, a pozyskane zostały przez statystykę publiczną (na bazie ustawy o NSP 2011) (Dehnel i Klimanek, 2016). Były to zbiory:

- Zakładu Ubezpieczeń Społecznych (ZUS),
- Kasy Rolniczego Ubezpieczenia Społecznego (KRUS),
- Narodowego Funduszu Zdrowia (NFZ),
- Państwowego Funduszu Rehabilitacji Osób Niepełnosprawnych (PFRON),
- Powiatowych Urzędów Pracy (rejestry bezrobotnych i poszukujących pracy),
- Powiatowych Zespołów do Spraw Orzekania o Niepełnosprawności (PZOoN),
- Urzędów Gmin (systemy pomocy społecznej, systemy świadczeń rodzinnych).

Osobom, które odmówiły odpowiedzi na pytania o ograniczenie sprawności, ale potwierdziły posiadanie ważnego orzeczenia, został przypisany stopień niepełnosprawności, jaki widniał w rejestrze pochodzącym z ZUS. W przypadku braku danych taka sama procedura została przeprowadzona dla rejestru EKSMOoN. Porównanie zgodności zbiorów ZUS i Elektronicznego Krajowego Systemu Monitorowania i Orzekania o Niepełnosprawności (EKSMOoN) między sobą ze względu na zmienną „stopień niepełnosprawności” prowadzi do ciekawych wniosków. Przykładowo, kształt rozkładów dla poszczególnych województw jest podobny, ale okazuje się że wraz ze wzrostem stopnia niepełnosprawności zgodność rejestrów jest coraz słabsza. Tego rodzaju prawidłowość zaobserwować można zarówno na poziomie wojewódzkim, jak i powiatowym i gminnym (choć w tym ostatnim przypadku wpływ czynnika losowego może czasami zaburzać te prawidłowości). Jak wskazuje Dehnel i Klimanek (2016) pogłębioną analizą jakości danych pochodzących z rejestrów administracyjnych powinno szczególnie objąć się takie elementy jak:

- różnice definicyjne (ZUS orzeka o niezdolności do pracy, które to orzeczenie jest ściśle związane z możliwością uzyskania prawa do renty. Należy pamiętać, że niezdolność do pracy to pojęcie węższe niż niepełnosprawność, o której orzekają Powiatowe zespoły ds. orzekania o niepełnosprawności);

- duplikaty – ta sama osoba może występować wielokrotnie w wielu rejestrach (polskie prawo dopuszcza posiadanie orzeczeń wydanych przez różne instytucje. Mimo równoważności orzeczeń wydawanych do celów rentowych i pozarentowych, w pewnych sytuacjach warto mieć oba: orzeczenia wydawane są niezależnie i mogą być na różny okres, ponadto posiadanie dwóch orzeczeń znacznie zmniejsza ryzyko utraty określonych ulg i świadczeń, w okresie np. oczekiwania na kolejną komisję);
- zgodność czasowa i aktualność (osoby mogą posiadać orzeczenia bezterminowe, tzn. takie które zostały wydane przed 31 grudnia 1997 r. bez względu na to, czy były to orzeczenia komisji resortowych, rolniczych czy Komisji Lekarskiej ds. Inwalidztwa i Zatrudnienia ZUS. Osoby mające orzeczenia wydane po 1 stycznia 1998 r. są uznawane za niepełnosprawne tylko wtedy, gdy mają ważne orzeczenie o niezdolności do pracy wydane przez ZUS bądź orzeczenie o stopniu niepełnosprawności lub o niepełnosprawności (dzieci do lat 16), wydane przez zespoły ds. orzekania o niepełnosprawności. Aktualnie zarówno ZUS jak i PZOoN wydają orzeczenia na czas określony, w przedziale: od 1 roku do 5 lat.).

2.4.3 Projektowanie i liczebności próby w małych obszarach i domenach

W NSP 2011 na etapie ostatecznego wyznaczania liczebności prób nie wykorzystywano bazy zintegrowanych rejestrów, zwanych wówczas „złotym rekordem”, korzystano natomiast z bieżącej statystyki ludności, por. GUS (2011a)¹¹.

Bardzo ważne z punktu widzenia prowadzenia szacunku w małych obszarach i domenach przy użyciu estymacji pośredniej jest odpowiednie powarstwowanie populacji generalnej. W przypadku NSP 2011 stworzono ponad 70 tysięcy warstw opierając się na 12 kryteriach, por. GUS (2011a). Zasady warstwowania populacji, ich korektę oraz sposób doboru omawia metodycznie Szymkowiak (2019, s. 154–156).

2.4.4 Wyniki NSP 2011

Wyniki spisu są udostępniane użytkownikom wieloma kanałami, między innymi, w postaci publikacji tabelaryczno–analitycznych, na nośnikach informatycznych, przez Internet oraz poprzez

¹¹Część metodologiczną notatki GUS (2011a) umieszczono we wszystkich pospisowych publikacjach wydawanych zarówno w GUS, jak i w poszczególnych województwach. We wspomnianych publikacjach pominięte zostały załączniki: Załącznik nr 1. Wyznaczenie wielkości próby badania reprezentacyjnego w NSP 2011 dla poszczególnych gmin w celu zidentyfikowania potrzeb w zakresie niezbędnej liczby rachmistrzów.

Bank Danych Lokalnych (BDL). W wersji papierowej w 2012 roku opublikowano raporty, które prezentowały wstępne wyniki NSP 2011 na poziomie ogólnopolskim i w poszczególnych województwach. W tabeli 2.1 przedstawione zostały, pochodzące z raportu z 2012 roku, przykładowe dane dla województwa wielkopolskiego dotyczące liczby osób z niepełnosprawnościami. Wyniki NSP 2011 dodatkowo porównano z wynikami NSP2002.

Tabela 2.1: Osoby z niepełnosprawnościami według stopnia niepełnosprawności w latach 2002 i 2011 w województwie wielkopolskim – wyniki wstępne

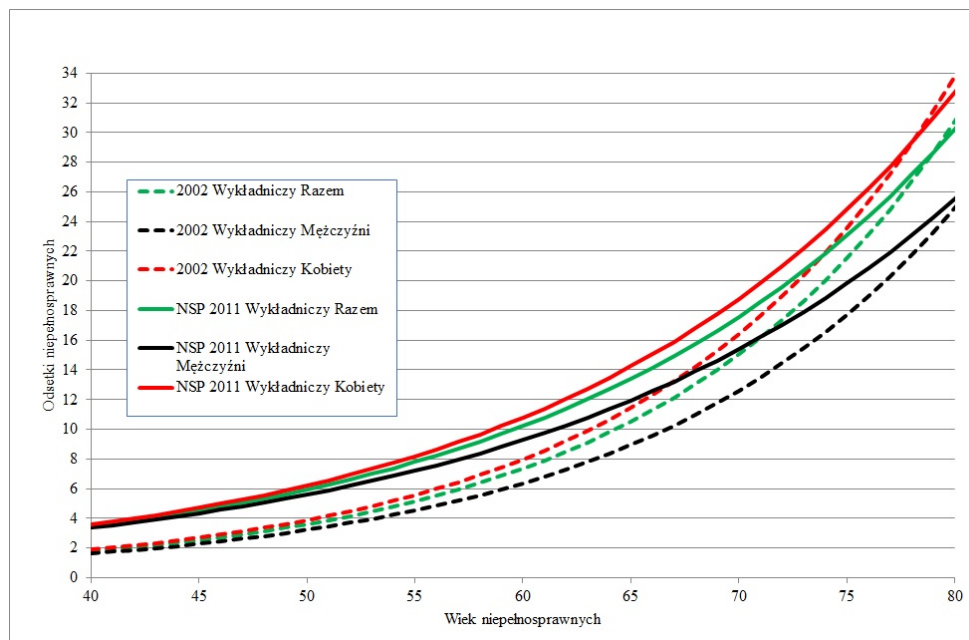
Wyszczególnienie	Ogółem			Miasta			Wieś		
	2002	2011		2002	2011		2002	2011	
	w tys.	2002 = 100		w tys.	2002 = 100		w tys.	2002 = 100	
OGÓŁEM	525,1	428,8	81,7	303,5	259	85,4	221,6	169,7	76,6
Mężczyźni	247,1	199,3	80,7	138,4	116,4	84	108,7	83	76,4
Kobiety	278	229,4	82,5	165,1	142,7	86,4	112,9	86,8	76,8
Niepełnosprawni tylko prawnie	445,9	308,7	69,2	262,6	193,3	73,6	183,3	115,3	62,9
Niepełnosprawni tylko biologicznie	79,2	120,1	151,7	40,9	65,7	160,8	38,3	54,4	141,9

Źródło: USP (2012, tabl. VI.4, s. 60).

Dla NSP 2011 w 2012 roku były to dane wstępne, ale nie różniły się one znacznie od opublikowanych dwa lata później ostatecznych wyników, por. USP (2014, s. 50, tabl. 2.1). Uwagę zwraca malejąca liczba osób z niepełnosprawnościami. Taki kierunek zmian zaobserwowano nie tylko na poziomie wojewódzkim, ale również ogólnopolskim. Co prawda, na podstawie liczb osób posiadających prawne orzeczenie o niepełnosprawności nie można niczego pewnego stwierdzić o sytuacji zdrowotnej w Polsce, gdyż zależy ona także i od obowiązującego prawa i od jego funkcjonowania. Zależy też od liczby osób w podeszłym wieku, którzy czują się nie w pełni sprawnymi, ale nie mają dostatecznie wystarczających powodów, żeby wystąpić do odpowiedniej komisji zdrowia z wnioskiem o przyznanie orzeczenia o niepełnosprawności. Jeśli chodzi o liczby osób biologicznie niepełnosprawnych to zbyt niskie mogą się wydawać wskaźniki osób z niepełnosprawnościami w wyższych przedziałach wieku, por. rys. (2.2)¹².

Taki poziom mierników charakteryzujących niepełnosprawność może wskazywać, że mamy do

¹²Krzywe empiryczne wyrównano za pomocą rozkładu wykładniczego i metody najmniejszych kwadratów.



Rysunek 2.2: Odsetki osób z niepełnosprawnościami według wieku i płci w Polsce na podstawie NSP 2002 oraz NSP 2011.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie GUS (2003) oraz estymatora benchmarkowego - por. rozdział 3.

czynienia z zakłócającym efektem braku odpowiedzi lub też mamy do czynienia ze spadkiem niepełnosprawności i poprawą zdrowia naszego społeczeństwa. Nie jest wykluczone, że obydwa czynniki objaśniają układ krzywych na rysunku (2.2). Wyniki spisu 2002 i 2011, co do kształtu krzywych, są zasadniczo podobne¹³, pomimo tego, że NSP 2002 był tradycyjnym spisem powszechnym prowadzonym metodą pełną, bez wykorzystania rejestrów administracyjnych i nowoczesnych technik estymacji pośredniej.

Oceniając jakość NSP 2011 warto zwrócić uwagę na kilka elementów. Jeśli chodzi o zasięg badania, podstawowa wątpliwość dotyczy tego, jak dalece spis jest rzeczywiście badaniem powszechnym, obejmującym całą ludność zamieszkującą na danym terytorium. W literaturze zwraca się uwagę na fakt pomijania pewnych kategorii ludności w spisach (tzw. coverage errors). Wskazuje na to w swojej publikacji Krywult-Albańska (2012) pisząc, że „wątpliwości budzi rzeczywisty zasięg także polskiego spisu z 2011 roku, zwłaszcza tej jego części, która określana jest mianem

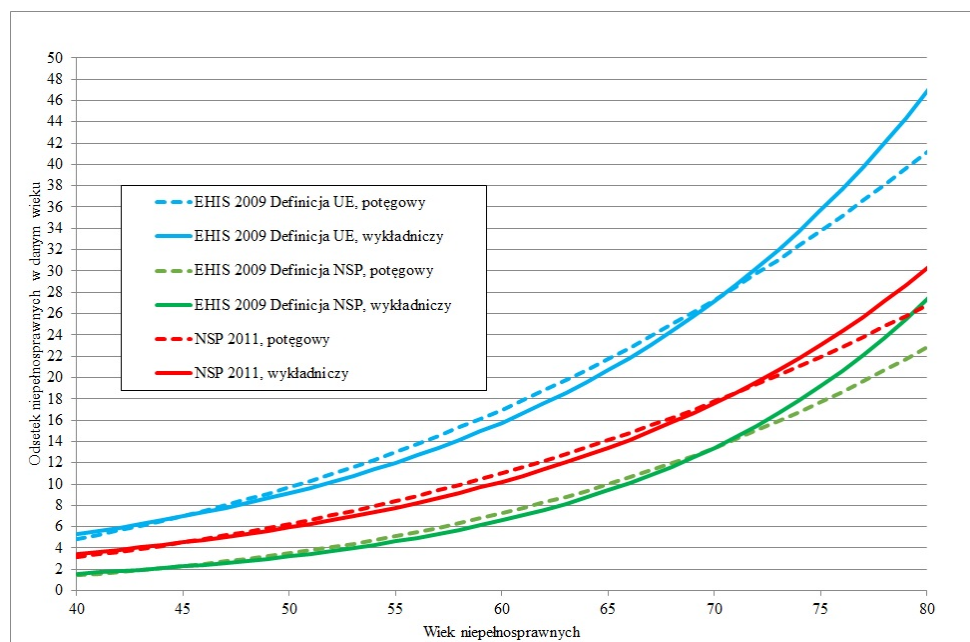
¹³Podobne odsetki i kształt krzywych znajdujemy w najnowszych badaniach holenderskich, por. van der Gaag i in. (2015 s. 87–88).

badania pełnego. Pomimo powtarzanego w wielu opracowaniach GUS stwierdzenia, że badanie to objęło wszystkich mieszkańców Polski (oprócz około 20% osób objętych badaniem reprezentacyjnym), w jednej z wydanych wkrótce po spisie notatek zawarte jest de facto przyznanie, że spis nie był badaniem powszechnym i jednocześnie bezpośrednim, ponieważ dane z tzw. badania pełnego pochodzą w istocie z rejestrów administracyjnych¹⁴. Autorka zwraca uwagę na zakwestionowanie ważnej cechy spisu, jaką jest wspomniana także w niniejszej pracy „powszechność” (por. punkt 2.2). Należy dodać, że w ramach NSP 2011 zamiast dwudziestoprocentowej próby przebadano tylko niewiele ponad połowę wszystkich gospodarstw domowych. Jest to potwierdzeniem ogólnej prawidłowości dostrzeganej w różnych badaniach statystyki społecznej GUS (BAEL, BBGD¹⁴, EHIS), dotyczącej wzrostu poziomu błędu nielosowego wynikającego z braków odpowiedzi. W przypadku NSP 2011, w kwestii zaradzenia temu problemowi, warto byłoby rozważyć przebadanie na podstawie bazy zintegrowanych rejestrów administracyjnych tych gospodarstw, które nie weszły do 20% próby.

Z kolei Slany (2014) zwraca uwagę na inną rzecz: „zgodnie z ustawą z dnia 4 marca 2010 r. o Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań w 2011 r., udzielanie odpowiedzi na pytania dotyczące niepełnosprawności odbywało się na zasadzie dobrowolności – ze względu na specyfikę i wrażliwość tematu”. Zgodnie z informacją GUS prawie 1,5 mln osób odmówiło udzielania odpowiedzi, w tym 59% mieszkańców miast oraz 52% kobiet. Wystąpiły także wyraźne braki danych (ok. 1 940,2 tys.), co rzutuje na jakość, rzetelność i pełność pozyskanych informacji. Taka struktura braków odpowiedzi wymagałaby przeanalizowania zmiennych demograficznych osób, których ten problem dotyczy czyli chodziłoby o przebadanie tak zwanej „demografii nonrespon-su”. Polega ona na scharakteryzowaniu na podstawie zintegrowanych rejestrów administracyjnych populacji osób z niepełnosprawnościami, które dały się przebadać wskazując w badaniu, że są osobami niepełnosprawnymi, a następnie wybrały opcję „nie chce odpowiadać na to pytanie”. „Demografia nonrespon-su” dotyczy także tych, którzy zostali wylosowani do próby, ale nie wypełnili kwestionariusza spisowego.

Uwzględniając pewne różnice metodyczne w badaniach EHIS (2009) oraz NSP 2011 (jak na przykład: terminy badania, sposób projektowania obu prób) można przyjąć, że europejskie badanie ankietowe zdrowia (EHIS) daje wyniki zbieżne z tymi, jakie otrzymano w NSP 2011 (por. rys. 2.3). Zastosowanie w EHIS 2009 dwójakiej definicji niepełnosprawności pozwoliło na wskazanie swoistego rodzaju przedziałów dla „prawdziwego” wskaźnika niepełnosprawności.

¹⁴Badanie Budżetów Gospodarstw Domowych.



Rysunek 2.3: Porównanie badań niepełnosprawności na podstawie NSP 2011 oraz europejskiego badania ankietowego zdrowia (EHIS)

Źródło: Opracowanie własne za pomocą estymatora benchmarkowego – patrz rozdział (3) oraz na podstawie GUS (2011b s. 242 i 248).

Trudno wykluczyć także zastrzeżenia Slany (2014) o wpływie braków odpowiedzi na wielkość wskaźników osób z niepełnosprawnością, gdyż dostrzegalne są duże różnice pomiędzy bieżącymi szacunkami ludności aż do roku spisu, a liczbami wykazanymi przez NSP 2021. Należy także wziąć pod uwagę to, w jaki sposób na wyniki spisu mógł wpłynąć „respondent grupowy” - czyli sytuacja, kiedy jedna osoba w gospodarstwie domowym udzielała informacji za wszystkie pozostałe co prowadziło do znacznych obciążeń spisów błędem systematycznym, por. Krywult–Albańska (2012) i Paradysz (2019). O błędach systematycznych w polskich spisach może świadczyć krótka żywotność prognoz demograficznych dużych miast uniwersyteckich (Warszawa, Gdańsk, Kraków, Łódź, Szczecin, Wrocław), w których we wszystkich spisach powszechnych mocno przeszacowywano ludność w wieku 20–30 lat, por. Paradysz, Butlewski, Paradysz (2020a). Skutkiem tego, każdy nowy spis ludności sprawiał, że bieżąca prognoza demograficzna wykonana na podstawie poprzedniego spisu była obciążona zbyt dużymi błędami, przez co nie była zbieżna z bieżącą statystyką ruchu ludności. Z analogicznym brakiem zbieżności mamy do czynienia także w przypadku analizy prognoz wygasłych, por. rys. (2.4).



Rysunek 2.4: Porównanie względnych błędów prognozy wygasłej w latach 2007, 2009, 2016 i 2018, mężczyźni, m. Kraków

Źródło: Paradysz, Butlewski, Paradysz (2020a)

W latach poprzedzających NSP 2011 błędy prognozy wygasłej sięgały 40%. Oznacza to na przykład, że wyniki NSP 2011 wykazały na znacznie większą liczbę mężczyzn, niż prognozowano w 2003 roku na podstawie danych z NSP 2002. Na podstawie wcześniejszych analiz, między innymi Gołaty (2018), Paradysza (2010), Śleszyńskiego (2004), wiadomo, że wyniki NSP 2002 także były obciążone błędami systematycznymi.

Oceniając NSP 2011, jako źródło w badaniu niepełnosprawności w układzie przestrzenno-czasowym, należy wspomnieć o opracowaniach, w których podnoszono i analizowano zarówno zalety, jak i wady spisu ludności. Wśród nich, poza przywołanymi wcześniej pozycjami literaturowymi Krywult-Albańskiej i Słany, wskazać można takie prace jak: Gołata (2018), Dehnel i Gołata (2021), Gajos-Kaniewska (2021)¹⁵. Opinie przedstawione w publikacjach zebrano w formie tabelarycznej umożliwiającej przeprowadzenie analizy SWOT pozwalającej na wskazanie zarówno silnych i mocnych stron badania, jak i szans oraz zagrożeń przy ich realizacji, por. tab. 2.2.

¹⁵Samospis internetowy: o współlokatorach czasem trzeba będzie skłamać. Rzeczpospolita, Wydanie internetowe 02.05.2021. Odczyt 19 maja 2023.

Tabela 2.2: Analiza SWOT w NSP 2011 z punktu widzenia źródła badania o niepełnosprawności

Silne strony NSP 2011	Słabe strony NSP 2011
<ol style="list-style-type: none"> 1. Wykorzystanie administracyjnych źródeł danych 2. Estymacja kalibracyjna 3. Relatywnie niskie koszty badania 4. Duża liczba publikacji w formie papierowej i elektronicznej 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Brak publikacji poświęconej osobom z niepełnosprawnościami 2. Ciągłe istnienie respondenta grupowego 3. Brak demografii braków odpowiedzi 4. Podmiana danych statystycznych w NSP 5. Przewaga informacji deklaratywnych nad prawnymi
Szanse NSP 2011	Zagrożenia NSP 2011
<ol style="list-style-type: none"> 1. Zaprzestanie prowadzenia badania w klasycznej formie 2. Wykluczenie respondenta grupowego 3. Pogłębiona analiza konsekwencji braków odpowiedzi 4. Korekta wyników spisowych 5. Budowa skróconych tablic trwania życia w zdrowiu na poziomie lokalnym 6. Szersze wykorzystanie metod estymacji pośredniej 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Powrót do prowadzenia badania w klasycznej formie 2. Dalsze instytucjonalizowanie respondenta grupowego 3. Brak zbieżności wyników spisu z bieżącą estymacją ludności w okresach międzyspisowych 4. Brak rzetelnej oceny wyników spisu 5. Rezygnacja z zameldowania na pobyt stały na rzecz „miejsca faktycznego zamieszkania” 6. Zmiany w definicjach zdarzeń demograficznych

Źródło: Opracowanie własne.

Pomimo wskazanych w tabeli (2.2) słabych stron ocena NSP 2011 jest bardzo wysoka. Na tle pozostałych dużych krajów postsocjalistycznych dokonano olbrzymiego postępu i taki kierunek zmian powinien być utrzymany. Żeby tego dokonać trzeba między innymi powstrzymać niewłaściwe tendencje, jakie pojawiły się i towarzyszą spisom. W pierwszym rzędzie chodzi tu o nowy rodzaj błędów z upowszechniającą się coraz częściej praktyką podmiany najbardziej widocznych błędów w polskich spisach ludności. Metoda podmiany sięga co najmniej NSP 1970. Jak wskazano w raporcie dotyczącym MOF Krakowa świadczy o tym brak roczników demograficznych w roku spisu, a więc rocznika demograficznego 1970 i 1978, por. Paradysz, Paradysz (2022). Główny Urząd Statystyczny nie wydał tych dwóch roczników, gdyż statystyki struktur ludności szacowane na bieżąco oraz ze spisu były bardzo niespójne¹⁶.

2.5 Źródła danych dla wieloregionalnej analizy i prognozowania

Dane do analizy wieloregionalnej w rozdziale 5 pochodzą z bieżącej estymacji struktur demograficznych według płci, wieku i regionów (miasto Kraków, tzw. Obwarzanek czyli powiat krakowski i wielicki, reszty małopolski bez Krakowa i Obwarzanka, reszty Polski bez małopolski). Obowiążącą kategorią ludności byli zameldowani na pobyt stały. Dane pochodziły z krakowskiego systemu informatycznego ELUD. Struktury demograficzne ujęte są w pięcioletnich 21 przedziałach od „0–4” do „100 i więcej” na dzień 30 czerwca bazowego roku. W naszym przypadku był to 30 czerwca 2018 roku. W badaniu wykorzystano podstawowe zmienne dotyczące ruchu ludności: urodzenia, zgony i migracje w pięcioletnich przedziałach wieku z 2018 roku. Migracje ujęte były strumieniowo między poszczególnymi regionami. Wśród standardowych tablic dostarczanych przez statystykę publiczną takiego rodzaju strumieni migracji, zwłaszcza dla rozszerzonej z 18 do 21 liczby przedziałów wieku nie ma. Dlatego też, na zamówienie Wydziału Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa, Urząd Statystyczny w Olsztynie wykonał je, specjalnie dla projektu „Prognoza dla funkcjonalnego obszaru miasta Krakowa” realizowanego

¹⁶W istocie rzeczy obydwie roczniki demograficzne zostały opracowane pod zmienioną nieco nazwą i opatrzone nazwą „do użytku służbowego”: Ruch naturalny i wędrownicy ludności 1969. GUS, Warszawa 1970 oraz Ruch naturalny i wędrownicy ludności 1977. GUS, Warszawa 1978. Druga z prac przypada na okres nowego wówczas podziału administracyjnego Polski na 49 małych województw. Dzięki lokalnym bibliotekom cyfrowym można odnaleźć niektóre z tych publikacji (np. dla województwa częstochowskiego i katowickiego). Są one tradycyjnymi maszynopisami opatrzonymi formułą „POUFNE Egz. nr... Dane wstępne mogą ulec zmianie”. Częstochowski liczy 30 stron, zaś katowicki 18).

przez zespół, w skład którego wchodziła autorka niniejszej pracy. Sposób przygotowania danych zaprezentowano w Aneksie w tabelach (A1)–(A8).

2.6 Wnioski

Wraz ze starzeniem się społeczeństwa coraz bardziej nabrzmiewają problemy związane z niepełnością ludzi starych. Przekłada się to na wzrost zapotrzebowania na analizy prowadzone w różnych przekrojach przestrzenno-czasowych. Właściwa bieżąca ocena zjawiska, jak również prognozowanie, wymagają odpowiednio szczegółowych danych statystycznych na poziomie lokalnym, czyli na przykład dla powiatów, czy obszarów funkcjonalnych wokół dużych miast. Dzięki dwóm elementom: metodom estymacji pośredniej proponowanym przez statystykę małych obszarów oraz odpowiednim bazom danych statystycznych utworzonych na drodze integracji różnych źródeł informacji, możliwe jest zaproponowanie nowych podejść do szacunku wskaźników związanych z niepełnosprawnością na poziomie lokalnym. W rozdziale drugim skupiono uwagę na jednym z wyżej wskazanych elementów - źródłach danych. Przedstawiono źródła dostępne w polskim systemie statystyki publicznej pochodzące z badań specjalnych i Narodowych Spisów Powszechnych Ludności i Mieszkań. Dokonano również ogólnej charakterystyki rejestrów administracyjnych zawierających informacje na temat niepełnosprawności. Ponadto nawiązując do prac Kordosa (1987, 1988), zaproponowano zestaw kryteriów do oceny źródeł danych o osobach z niepełnosprawnościami. Zestaw ten obejmuje następujące cechy spisu: powszechność, przydatność dla statystyki regionalnej i lokalnej, reprezentatywność, precyzja szacunku, ekonomiczność badań, odpowiedniość dla obu rodzajów analiz (kohortowej i transwersalnej) oraz prognozowania, stabilność pojęć i definicji.

Wśród źródeł danych na temat niepełnosprawności na szczególną uwagę zasługują badania reprezentacyjne: ankieta zdrowia (EHIS), BAEL oraz badania osób z niepełnosprawnościami prowadzone w ramach Narodowych Spisów Powszechnych Ludności i Mieszkań. Z punktu widzenia badania empirycznego przeprowadzonego w ramach niniejszej pracy rolę kluczowego źródła danych pełni NSP 2011. Stąd też to temu źródłu poświęcono w rozdziale najwięcej uwagi.

NSP 2011 jest szczególnym spisem ludności, ponieważ po raz pierwszy wykorzystano w nim informacje pochodzące ze źródeł administracyjnych. Wykorzystano także nową technologię wywiadu i przesyłu danych eliminując tradycyjne papierowe nośniki, zastosowano nowoczesne metody estymacji. Jeden z najwybitniejszych specjalistów w zakresie nowej metodologii w spisach, Eric

Schulte Nordholt, zaliczył polski NSP 2011 do najnowocześniejszych spisów obok niemieckiego, austriackiego i hiszpańskiego.

W przypadku badania niepełnosprawności w ramach NSP 2011 zakres informacyjny zawarty w rejestrach ZUS, KRUS, PFRON oraz EKSMON (Elektroniczny Krajowy System Monitoringu Orzekania o Niepełnosprawności) wydaje się przewyższać to, o co pytano w poprzednich spisach. Można bowiem przyjąć założenie, że stany prawne stwierdzone na podstawie odpowiednich dokumentów są pewniejszym i precyzyjniejszym źródłem informacji od stanów prawnych deklaracyjnych, pochodzących często z drugiej ręki. Dotychczasowa praktyka „respondenta grupowego”, kiedy jedna osoba w gospodarstwie domowym udzielała informacji za wszystkie pozostałe, prowadziła do znacznych obciążeń spisów błędem systematycznym. Stąd ciągle dążenie statystyki publicznej do coraz szerszego wykorzystania danych zgromadzonych w rejestrach administracyjnych. Należy zauważyć, że przyjęta koncepcja spisu mieszanego w 2011 r. (w tym wykorzystanie rejestrów) pozwoliła, po pierwsze, na znaczne przewyższenie trudności związanych z zapisami ustawy z dnia 4 marca 2010 r. o NSP 2011 r o dobrowolności odpowiedzi, a po drugie doprowadziła do znacznego zmniejszenia tak zwanego obciążenia respondenta, poprzez wykorzystanie tych informacji, które zostały już raz zgromadzone w zbiorach prowadzonych przez różne organa władzy rządowej i samorządowej. Niebagatelne znaczenie ma fakt, że zakres informacji zawarty w rejestrach w znacznym stopniu poszerza wiedzę dotyczącą tzw. niepełnosprawności prawnej. Przy założeniu, że kompletność zbiorów prowadzonych przez administrację publiczną jest tym większa im silniejsze sankcje lub większe zachęty związane są z faktem ujawniania się w nich określonych jednostek (osób, rodzin, firm) wykorzystywanie w miarę pełnej informacji stwarza możliwość tworzenia tablic wynikowych dla tej kategorii niepełnosprawności dla różnych przekrojów. Szczegółowość ogranicza w takich przypadkach jedynie kryterium zachowania tajemnicy statystycznej. W obecnej sytuacji największym wyzwaniem badawczym staje się zatem badanie osób z niepełnosprawnościami tylko biologicznymi. Niniejsze opracowanie ma na celu, między innymi, przedstawienie propozycji metodycznej stanowiącej próbę częściowego wypełnienia tej luki.

Rozdział 3

Wybrane metody estymacji pośredniej poziomu niepełnosprawności

3.1 Wprowadzenie

Rozdział trzeci poświęcono wybranym zagadnieniom z zakresu metod estymacji pośredniej, określanej zamiennie mianem statystyki małych obszarów (SMO), której wybrane techniki zostały wykorzystane w przeprowadzonym w ramach pracy doktorskiej badaniu. Szczególną uwagę poświęcono podejściu modelowemu, reprezentowanemu przez estymatory hierarchiczno-bayesowskie, które zostały zastosowane w części empirycznej pracy. Jednym z głównych celów jakie postawiono sobie w tej części rozprawy było wskazanie najważniejszych własności rozważanych metod. Zwrócono uwagę na istotę, potrzebę i zasadność zastosowania podejścia modelowego, kładąc nacisk na bardzo ważną klasę estymatorów hierarchiczno-bayesowskich i ich możliwości aplikacji w obszarze zjawiska niepełnosprawności. Zwrócono także uwagę na związane z ich stosowaniem ograniczenia wynikające z konieczności nałożenia na te estymatory tzw. benchmarku. Osobny podrozdział poświęcono metodzie ewaluacji szacunków. Opisano tu miarę CV (w literaturze przedmiotu określaną mianem względnego błędu szacunku bądź współczynnikiem zmienności) wykorzystywaną w ocenie jakości oszacowań, również uzyskanych na podstawie odpowiednio zbudowanego modelu. W rozdziale, podjęto także rozważania na temat podejścia modelowego w kontekście ujęcia częstościowego, zgodnego z interpretacją częstościową prawdopodobieństwa (Allenby i Rossi, 2006).

3.2 Statystyka małych obszarów - wprowadzenie

Misją statystyki publicznej jest tworzenie trafnych, aktualnych i wiarygodnych statystyk dotyczących kluczowych zjawisk społeczno-gospodarczych oraz demograficznych. Potrzeby odbiorców informacji nieustannie rosną, i to nie tylko w zakresie częstości dostarczanych danych, ale przede wszystkim szczegółowości. Oczekuje się informacji dla coraz mniejszych jednostek, zarówno określonych administracyjnie czy terytorialnie, jak rzeczowo. Zaspokojenie rosnącego popytu nie jest łatwe jeśli weźmie się pod uwagę istniejące ograniczenia. Wśród najważniejszych należy wymienić koszty związane z prowadzeniem dodatkowych badań statystycznych oraz wynikające z nich zwiększone obciążenie respondentów. Ograniczenia te determinują obszary wymagające podjęcia działań, określając kierunki rozwoju statystyki. Zmiany nakierowane są przede wszystkim na poszukiwanie nowej metodyki estymacji parametrów, wykorzystującej wtórne źródła informacji jakimi są na przykład rejestry administracyjne. Wskazuje się na potrzebę opracowania metod szacunku, które sprostałyby coraz wyżej stawianym wymaganiom. Dostarczenie statystyk spełniających wymagania „dobrych szacunków” to znaczy takich, które na podstawie próby odzwierciedlają strukturę całej populacji, wymaga zastosowania odpowiedniego narzędzia. Rolę takiego narzędzia może pełnić statystyka małych obszarów (SMO), określana również mianem estymacji pośredniej. W wielu przypadkach estymatory klasy SMO bazują na podejściu częstościowym. Podejście takie można przyrównać do pewnego rodzaju interpretacji teorii prawdopodobieństwa, według której wartość prawdopodobieństwa danego zdarzenia jest graniczną wartością relacji liczby „sukcesów” do liczby „losowań”. Propozycję innego rozwiązania metodycznego stanowi podejście bayesowskie, które coraz częściej przedstawiane jest i wykorzystywane w literaturze przedmiotu, por. Szreder (1994). Nie jest to jednak podejście lepsze lub gorsze niż częstościowe. Podejście bayesowskie wykorzystuje we wnioskowaniu informacje a priori. Jeżeli są one dokładne, wówczas ich użycie w połączeniu z informacją pochodzącą z próby prowadzi do otrzymania bardziej dokładnych oszacowań wartości parametrów w porównaniu z wynikami estymacji uzyskanymi na podstawie podejścia klasycznego. Z drugiej zaś strony, jeżeli informacja a priori jest niedokładna, korzystanie z niej w połączeniu z informacją pochodzącą z próby może prowadzić do wyników mniej dokładnych od tych, do których doszlibyśmy pomijając informację a priori. Niniejsza praca doktorska w części empirycznej koncentruje się przede wszystkim na podejściu bayesowskim. Stąd też w kolejnych częściach rozdziału trzeciego, poświęconego metodyce badania skupiono się przede

wszystkim na podejściach nawiązujących do estymacji hierarchiczno–bayesowskiej uwzględniającej tzw. benchmark.

3.2.1 Podejście częstościowe i bayesowskie

Zgodnie z interpretacją częstościową – prawdopodobieństwo jest miarą częstości, z jaką dane zdarzenie występuje w klasie innych zdarzeń określonego typu. Przy tej interpretacji zbiór X , jest zbiorem tylko takich zdarzeń, które są powtarzalne. Najprostszym przykładem zdarzenia powtarzalnego jest rzut rzetelną kostką do gry. Taki rzut można powtórzyć wielokrotnie i ocenić, jakie jest prawdopodobieństwo wyrzucenia sześciu oczek. W tym ujęciu nie można jednak przypisać prawdopodobieństwa zdarzeniom jednostkowym, unikalnym.

Podejście częstościowe zapewnia więc konkretny poziom pewności co do decyzji, ale nie daje bezpośrednio wiedzy co do prawdopodobieństwa hipotez. Wynika to z fundamentalnych założeń filozoficznych twórców tej metody Ronalda Fishera oraz Jerzego Splawy-Neymana. Zarówno Fisher, jak i Splawa-Neyman uważali, że mówienie o prawdopodobieństwie hipotez jest błędem logicznym, ponieważ hipoteza może być jedynie albo prawdziwa, albo fałszywa. W opozycji do tego poglądu, wnioskowanie bayesowskie opiera się na pojęciu prawdopodobieństwa subiektywnego, a wynik każdego eksperymentu traktuje jako stałe dane, reprezentujące w modelu nieznanne zmienne losowe por. Jaynes i Bretthorst (2009).

Z kolei rozumowanie bayesowskie formalizuje realokację wiarygodności względem możliwości z uwzględnieniem nowych danych. Rozumowanie bayesowskie występuje rutynowo w życiu codziennym. Rozważmy na przykład logikę fikcyjnego detektywa Sherlocka Holmesa, który powiedział, „że kiedy ktoś wyeliminował niemożliwe, to wszystko, co pozostaje, bez względu na to, jak nieprawdopodobne, musi być prawdą”, por. Doyle (1992). Jego rozumowanie rozpoczynało się od zestawu możliwości (tak zwanych kandydatów), z których niektóre miały niską wiarygodność a priori. Następnie zbierał dowody poprzez pracę detektywistyczną, co prowadziło do wykluczenia pewnych możliwości.

Autorem podejścia bayesowskiego jest Thomas Bayes. Zgodnie z jego szkołą, prawdopodobieństwo (bezwarunkowe, tzw. a priori) wystąpienia zdarzenia losowego jest niczym innym jak miarą racjonalnego przekonania, że dane zdarzenie wystąpi. Chcąc zmienić (zmodyfikować, wzbogacić) nasze przekonania wykonujemy eksperymenty (obserwacje) dotyczące interesującego nas zdarzenia. Wyniki badań przekształcają prawdopodobieństwo a priori (wstępne oczekiwania) w tzw. prawdopodobieństwo a posteriori (prawdopodobieństwo wynikowe, miara racjonalnego oczekiwa-

nia wystąpienia zdarzenia po uzyskaniu wyników badań). Generalnie w taki sposób odbywa się nasze poznawanie świata. Zwolennikami filozofii Bayesa byli tacy wielcy matematycy jak Laplace, Poincaré oraz wybitny ekonomista John Keynes. Ale dopiero obserwowany rozwój technik numerycznych obecnie umożliwił przekształcenie się bayesowskiego podejścia w poważny, awangardowy nurt współczesnej statystyki, umożliwiając stawianie i rozwiązywanie problemów niedostępnych dla klasycznej statystyki częstościowej.

W podejściu bayesowskim zmienna losowa X ma pewną ustaloną, konkretną, lecz obarczoną niepewnością wartość, natomiast $p(x)dx$ opisuje (warunkowy) rozkład miary racjonalnego zaufania co do wartości x . Rozkład ten jest warunkowy, gdyż uwarunkowany jest posiadaną informacją, czyli ogólnym kontekstem problemu oraz danymi z eksperymentu. W nauce dostępna informacja bywa niepełna, więc nasza wiedza o prawach natury jest probabilistyczna.

Bayesowską interpretację prawdopodobieństwa można postrzegać jako rozszerzenie logiki zdań, które umożliwia rozumowanie za pomocą hipotez (Haliperin, 1996), to znaczy zdań, których prawdziwość lub fałszywość jest nieznaną (Howson, 2001). W ujęciu bayesowskim hipotezie przypisuje się prawdopodobieństwo, podczas gdy we wnioskowaniu częstościowym hipoteza jest zwykle testowana bez przypisania prawdopodobieństwa.

Podejście bayesowskie ma szereg zalet, których brak jest w przypadku częstościowego rozumienia prawdopodobieństwa:

1. Wnioskowanie bayesowskie uwzględnia odpowiednie wcześniejsze prawdopodobieństwa. Statystyki częstościowe nie uwzględniają dystrybuant a priori.
2. Zapewnia naturalny i pryncypialny sposób łączenia wcześniejszych informacji z danymi, w ramach solidnych teoretycznych ram decyzyjnych. Można uwzględnić wcześniejsze informacje o parametrze i utworzyć wcześniejszy rozkład do przyszłej analizy. Kiedy nowe obserwacje staną się dostępne, poprzednią dystrybucję a posteriori można wykorzystać jako a priori. Wszystkie wnioski wynikają logicznie z twierdzenia Bayesa.
3. Losowość, czy przypadkowość zjawisk rozumiana jest tu jako wyraz niepełnej informacji jaką posiadamy.
4. W odróżnieniu od podejścia częstościowego, Bayesowskie rozumienie prawdopodobieństwa nie odnosi się do granicznych własności estymatorów czy statystyk. Można je stosować zarówno w przypadkach, gdy znajduje zastosowanie podejście częstościowe, jak również w przypadkach, kiedy jego zastosowanie nie jest zalecane.

5. We wnioskowaniu bayesowskim prawdopodobieństwo reprezentuje pewien stopień przekonania. W statystykach częstości prawdopodobieństwo reprezentuje względną częstość zdarzenia. Z tego powodu statystyki częstości nie mogą przypisać prawdopodobieństwa hipotezie (która jest przekonaniem), ponieważ hipoteza nie jest zdarzeniem charakteryzującym się częstością. Zamiast tego, statystyki częstości mogą jedynie określić prawdopodobieństwo uzyskania pewnych danych (zdarzenia), zakładając, że hipoteza jest prawdziwa.
6. Istnieją interesujące i potężne modele, które można konstruować i wykorzystywać w statystyce bayesowskiej, nie mające odpowiednika dla podejścia częstościowego - w szczególności modele hierarchiczne oraz modele, które pozwalają na przypisanie wartości brakującym danym.
7. Jak twierdzi Harrell (2019): „Należy zauważyć, że żaden paradygmat statystyczny nie jest doskonały. Statystycy powinni wybierać paradygmaty, które rozwiązują największą liczbę rzeczywistych problemów i mają najmniejszą liczbę błędów. Dlatego uważam, że paradygmaty bayesowskie i prawdopodobieństwa powinny zastąpić wnioskowanie częstościowe”.

Istnieje wiele powodów przyjęcia i odwoływania się do metod bayesowskich. Ich zastosowania pojawiają się w różnych dziedzinach. Wiele osób opowiada się za podejściem bayesowskim ze względu na jego filozoficzną spójność. Różne fundamentalne twierdzenia pokazują, że jeśli ktoś chce podejmować spójne i rozsądne decyzje w obliczu niepewności, to jedynym sposobem na to jest użycie metod bayesowskich. Inni wskazują na problemy logiczne z metodami w ramach statystyki częstościowej, które nie pojawiają się w ramach bayesowskich. Warto jednak w tym miejscu podkreślić, że prawdopodobieństwa a priori wykorzystywane w podejściach bayesowskich są z natury subiektywne — „twoje informacje a priori różnią się od moich” i wielu statystyków postrzega to jako fundamentalną wadę statystyki bayesowskiej. Zwolennicy podejścia bayesowskiego argumentują, że subiektywizm tego rodzaju jest nieunikniony, i że metody częstościowe pociągają za sobą również subiektywne wybory. Te różnice w podejściu do idei metod szacunku stanowiły podstawowe źródło niezgody między „fundamentalistycznymi” zwolennikami dwóch paradygmatów statystycznych przez co najmniej ostatnie 50 lat. W przeciwieństwie do tego, to bardziej pragmatyczne zalety podejścia bayesowskiego napędzały jego silny rozwój w ciągu ostatnich 20 lat i są powodem jego przyjęcia w szybko rosnącej różnorodności dziedzin. Potężne narzędzia obliczeniowe pozwalają metodom bayesowskim rozwiązywać duże i złożone problemy statystyczne ze względną łatwością, podczas gdy metody częstościowe mogą jedynie przybliżać lub całkowi-

cie zawieść. Metody modelowania bayesowskiego zapewniają ludziom z wielu dyscyplin naturalne sposoby strukturyzacji danych i wiedzy oraz dają bezpośrednie i intuicyjne odpowiedzi na pytania praktyków, por. Cowles i in. (2009).

Istnieje twierdzenie, które łączy te dwa probabilistyczne podejścia. Jest to twierdzenie Bernstein–von Misesa, które orzeka, że w pewnych warunkach rozkład a posteriori zbiega się w miarę uzyskiwania coraz większej liczby danych do wielowymiarowego rozkładu normalnego z macierzą kowariancji określoną wzorem $n^{-1}I(\theta_0)^{-1}$, gdzie θ_0 to prawdziwy parametr populacji.

Najważniejszą implikacją twierdzenia Bernstein–von Misesa jest to, że wnioskowanie bayesowskie jest asymptotycznie poprawne z częstościowego punktu widzenia. Oznacza to, że w przypadku dużych ilości danych można użyć rozkładu a posteriori, aby z punktu widzenia częstości sformułować ważne stwierdzenia dotyczące oszacowania i niepewności.

Z twierdzenia Bernstein–von Misesa wynika, że rozkład a posteriori można przybliżyć w sąsiedztwie $1/\sqrt{n}$ prawdziwej wartości parametru przez rozkład Gaussa z wariancją określoną przez informacje Fishera. Mówiąc bardziej ogólnie, twierdzenie Bernstein–von Misesa obowiązuje dla obserwacji zależnych, jeśli prawdopodobieństwo spełnia warunki lokalnej asymptotycznej normalności (LAN) (Bochkina i Green, 2014).

Jednym z kluczowych założeń twierdzenia Bernstein–von Misesa jest to, że „prawdziwą” wartością parametru jest punkt wewnętrzny przestrzeni parametrów. Jednak w przypadku wielu problemów, bardziej ogólnie w rozważanej klasie modeli, to założenie twierdzenia Bernstein–von Misesa nie jest spełnione (Bochkina i Green, 2014).

3.2.2 Podejście modelowe

W ostatnich latach znacznie wzrosło zapotrzebowanie na wiarygodne szacunki na niskim poziomie agregacji przestrzenno-rzeczowej, dla małych domen, między innymi ze względu na to, że są potrzebne i odgrywają kluczową rolę w formułowaniu strategii i programów na poziomie regionalnym oraz lokalnym, są użyteczne przy planowaniu alokacji funduszy rządowych, decyzjach biznesowych na małych obszarach i w wielu innych zastosowaniach. Podejście bezpośrednie do estymacji z zakresu małych obszarów, czy domen nie uwzględnia zmiennych pomocniczych „pożyczających moc” do szacunku z innych domen, bądź z innego przedziału czasowego niż szacowany. To ograniczenie charakteryzujące estymację bezpośrednią może wpływać na pogorszenie jakości estymacji nie zapewniając jej akceptowalnej precyzji. Rozmiary prób dobierane z reguły zgodnie z zasadami obowiązującymi w metodzie reprezentacyjnej, często dla dużych jednostek, nie są

wystarczające na poziomie małych domen składających się na jednostki zdefiniowane na etapie projektowania badania. W literaturze przedmiotu proponowane są metody radzenia sobie w tego rodzaju problemem. Jedną z nich jest estymacja pośrednia, która sprowadza się do „wzmocnienia” estymacji poprzez „pożyczenie mocy” pochodzącej spoza małej domeny, dla której dokonuje się szacunku. Wzmocnienia tego można dokonać na podstawie podejścia modelowego, wykorzystując tak zwane zmienne pomocnicze, których źródłem mogą być dane spisowe, czy bieżące dane administracyjne, por. Żądło (2015).

Modele związane ze statystyką małych obszarów wyraźnie łączą model próbkowania z losowymi efektami obszarowymi. Modele małych obszarów dzielimy na dwa podstawowe typy. Po pierwsze, modele „na poziomie obszaru”, które odnoszą bezpośrednio estymatory małych obszarów do współzmiennych specyficznych dla obszaru. Takie modele są niezbędne, jeśli dane na poziomie jednostki (lub elementu) nie są dostępne. Po drugie, modele „na poziomie jednostki”, które wiążą wartości jednostkowe badanej zmiennej ze współzmiennymi specyficznymi dla jednostki. Estymatory pośrednie oparte na modelach „małoobszarowych” będą nazywane „estymatorami modelowymi” (Bucyibaruta, 2014).

W przypadku wykorzystania szacunków opartych na modelach do tworzenia oficjalnych statystyk, należy wziąć pod uwagę pewne ważne kwestie, do których należą na przykład (Buelens i in., 2015):

1. **Standardy.** Metody oparte na modelach, które są stosowane w krajowych urzędach statystycznych, powinny być zgodne ze wszelkimi ogólnymi konsensusami w literaturze dotyczącymi podobnych sytuacji.
2. **Wybór modelu.** Należy rozważyć modele alternatywne, aby znaleźć najbardziej odpowiedni model. W przypadku wyboru modelu celem jest wybór między rodzinami modeli i powiązаныmi metodami estymacji.
3. **Dopasowanie modelu.** Diagnostykę można wykorzystać do oceny stosowności modelu i specyfikacji modelu. Analiza residualna może być pomocna. Należy użyć obiektywnych miar, aby dokonać wyboru w ramach rodziny modeli (należy przy tym brać pod uwagę R^2 , AIC , BIC i tym podobnych). Należy uważać na nadmierne dopasowanie.
4. **Solidność.** Model powinien być odporny na zmiany danych bazowych, wartości odstające i nagłe zdarzenia (np. zmiana okresu sprawozdawczego danych bazowych lub zmiany

prawne, które mają wpływ na rejestrowane dane). Można rozważyć analizę wrażliwości z pominięciem części danych (walidacja krzyżowa), jak również badania symulacyjne.

5. **Stabilność.** Metody stosowane do statystyk publikowanych okresowo (np. statystyki kwartalne) powinny być stabilne w czasie. W estymacji opartej na modelu, model powinien zachować ważność. Założenia należy okresowo testować.
6. **Założenia.** Założenia powinny być wyraźnie określone. Należy pomyśleć o założeniach dotyczących specyfikacji, trafności i stosowalności wybranego modelu oraz o założeniach dotyczących rozkładu pewnych zmiennych związanych z estymacją opartą na modelu. Należy wyraźnie ocenić, czy założenia są wiarygodne w danej sytuacji. O ile to możliwe, założenia należy zweryfikować z innymi danymi lub ocenić, korzystając z badań w odpowiedniej literaturze. Założenia powinny być regularnie oceniane.

W ramach modelowania statystycznego, modelowanie w podejściu klasycznym i bayesowskim różni się nieco. Na przykład, gdyby rozważyć prosty model regresji:

$$y_i = x_i\beta + \epsilon_i, \tag{3.1}$$

to:

1. W podejściu klasycznym:
 - (a) błędy ϵ_i są losowe i nieznane,
 - (b) parametry modelu są deterministyczne ale nieznane,
2. W podejściu bayesowskim:
 - (a) nieznane elementy modelu są traktowane jako zmienne losowe,
 - (b) niepełna wiedza błędów losowych i parametrów opisana jest za pomocą rozkładów prawdopodobieństwa,
 - (c) wstępna wiedza na temat parametrów opisywana jest rozkładem a priori,
 - (d) na podstawie twierdzenia Bayesa formułowany jest rozkład a posteriori parametrów, który uwzględnia wiedzę a priori i posiadane dane empiryczne.

3.3 Estymacja niepełnosprawności w Polsce – metody zastosowane w pracy

3.3.1 Estymator Horvitza-Thompsona

W statystyce małych obszarów wykorzystywane metody estymacji (estymatory) w podejściu randomizacyjnym można podzielić na dwie grupy, tj. estymatory bezpośrednie i pośrednie. Estymatory bezpośrednie uwzględniają wyłącznie te informacje, które dotyczą wylosowanych jednostek z danej domeny. Najbardziej znaną i powszechnie wykorzystywaną metodą estymacji bezpośredniej jest estymator Horvitza-Thompsona (*HT*), który stanowi zazwyczaj punkt wyjścia do dalszych analiz z wykorzystaniem metod estymacji pośredniej. Estymator ten nie wykorzystuje informacji od tzw. zmiennych dodatkowych pochodzących z innych źródeł statystycznych. Cechą charakterystyczną estymatorów bezpośrednich jest możliwość wystąpienia dużej wariancji, gdy jest zbyt mała liczba jednostek wylosowanych do badania w danym przekroju. Estymator ten posiada jednak bardzo ważną cechę - jest nieobciążony (Rao, 2003) i przedstawia się następująco¹:

$$\widehat{\rho}_d^{HT} = \sum y_i \omega_i = \sum \frac{y_i}{\pi_i}, \quad (3.2)$$

gdzie:

$\widehat{\rho}_d^{HT}$ – estymator *HT* wartości globalnej pewnej cechy *Y* dla *d*-tej domeny (na przykład *d*-tego powiatu lub województwa), $d = 1, \dots, D$, gdzie *D* oznacza liczbę małych obszarów,

y_i – wartość cechy *Y* dla *i*-tej jednostki z domeny *d* wylosowanej do próby,

ω_i – waga przyporządkowana *i*-tej jednostce wylosowanej do próby z domeny *d*, którą oblicza się według wzoru $\omega_i = \frac{1}{\pi_i}$, π_i oznacza prawdopodobieństwo, z jakim dana jednostka została wylosowana do próby (tzw. prawdopodobieństwo inkluzji pierwszego rzędu).

Powyższy wzór wskazuje, że estymator Horvitza-Thompsona jest średnią ważoną interesującej nas cechy *Y* wyznaczoną na podstawie próby, gdzie wagi są odwrotnie proporcjonalne do prawdopodobieństwa selekcji. Innymi słowy, im mniej prawdopodobne jest, że dana jednostka znajdzie się w próbie, tym większa powinna być przypisana jej waga. Chociaż estymator ten jest nieobciążony, może jednak charakteryzować się dużą wariancją, przez co wskaźniki precyzji *CV* są duże. Mimo to estymator ten jest niezwykle użyteczny, ponieważ jest prosty do zastosowania

¹Zakładamy, że oszacowaniu podlega nieznaną wartość globalną cechy *Y* w populacji generalnej lub w wyróżnionej domenie, na przykład w danym powiecie.

i umożliwia uzyskanie szacunków dla dowolnego planu losowania próby (Horvitz i Thompson, 1952).

3.3.2 Istota estymacji hierarchiczno-bayesowskiej

Metody klasyczne bazują wyłącznie na informacji zawartej w próbie losowej i uniemożliwiają wprowadzenie do procesu wnioskowania statystycznego dodatkowej informacji spoza próby. Jednak często informacja z próby nie jest jedyną wiedzą, jaką można wykorzystać w procesie wnioskowania statystycznego. Podejście bayesowskie (Gelman i in., 1995; Clyde i George, 2004; Bolstad, 2007) daje możliwość uwzględnienia w badaniu informacji spoza próby. Mamy często taką dodatkową wiedzę a priori, którą warto wykorzystać w badaniu, np. z wcześniejszych analiz statystycznych. Wówczas otrzymane rezultaty mogą być dokładniejsze niż te uzyskane metodami klasycznymi, ale jeśli informacja a priori jest przypadkowa, wówczas otrzymane wyniki mogą być mało wiarygodne (Szreder, 1994). Warto również podkreślić, że jeśli w podejściu bayesowskim wybierzemy nieinformacyjny rozkład a priori, to otrzymane wyniki będą analogiczne do tych uzyskanych metodami klasycznymi, jednak ich interpretacja będzie inna. W klasycznym modelu statystycznym wykorzystywane prawdopodobieństwa są miarą częstości, z jaką dane zjawisko występuje w długim ciągu powtórzeń w eksperymencie losowym, a zatem rozważane w modelowaniu wielkości są obiektywne.

Bayesowskie modelowanie hierarchiczne to modele statystyczne sporządzone na wielu poziomach (w formie hierarchicznej), które wykorzystywane są do szacowania parametrów rozkładu a posteriori przy użyciu podejścia bayesowskiego por. Allenby (2005). Podmodele łączą się, tworząc model hierarchiczny, a twierdzenie Bayesa służy do integracji ich z obserwowanymi danymi i uwzględnienia całej niepewności.

Istotną zatem cechą omawianego podejścia jest to, że podejście bayesowskie pozwala „pożyczać informacje” z innych obszarów. Ważną cechą tego podejścia jest zatem możliwość uwzględnienia dodatkowych informacji spoza próby, por. Grzenda (2017). Zakłada się, że z każdym małym obszarem związany jest pewien nieznaną parametr, który staramy się estymować. Obserwacje pochodzące z określonego obszaru mają rozkład prawdopodobieństwa zależny od odpowiadającego temu obszarowi parametru, por. Bartosińska (2008). Parametry, zgodnie z filozofią bayesowską, traktuje się jako zmienne losowe. W najprostszej wersji taki model jest zbudowany w następujący sposób:

- $Y_{ij} \sim N(\theta_i, \sigma^2)$ badana cecha dla j -tej wylosowanej jednostki z i -tego obszaru, ($j = 1, \dots, n_i$), ($i = 1, \dots, k$),
- $\theta_i \sim N(\mu, v^2)$ interesująca nas średnia wartość badanej cechy w i -tym obszarze,
- μ średnia wartość badanej cechy w całej populacji.

W modelu przedstawionym powyżej, łatwo przedstawić estymator bayesowski (przy kwadratowej funkcji straty) wartości średniej, czyli wartość oczekiwaną a posteriori. Mamy wówczas:

$$\hat{\theta}_i = E(\theta_i|y) = z_i \bar{y}_i + (1 - z_i)\mu, \quad (3.3)$$

gdzie $z_i = \frac{n_i v^2}{n_i v^2 + \sigma^2}$.

Estymator bayesowski dla i -tego obszaru jest średnią ważoną \bar{y} (estymatora opartego na danych z tego obszaru) i wielkości μ , która opisuje całą populację, a nie tylko i -ty obszar. Niestety, prosty estymator napisany powyżej zależy od parametrów μ , σ oraz v , które w praktyce są nieznanne i które trzeba estymować. Konsekwentnie bayesowskie podejście polega na traktowaniu również tych parametrów jako zmiennych losowych, czyli nałożeniu na nie rozkładów a priori. Powstaje w ten sposób model hierarchiczny.

3.3.3 Model HB na poziomie jednostki

Krajowe urzędy statystyczne na całym świecie od wielu lat są odpowiedzialne za dostarczanie wiarygodnych statystyk dotyczących ważnych zmiennych z różnych obszarów społeczno-gospodarczych takich jak rynek pracy, rolnictwo czy stan zdrowia w dowolnych przekrojach przestrzennych (na przykład województw czy powiatów w Polsce) i/lub dziedzin demograficznych (na przykład z uwzględnieniem wieku, rasy czy płci). Jednak dostępna próba jest często niewielka (w sensie liczebności), aby umożliwić bezpośrednio oszacowanie interesującego nas parametru z odpowiednią precyzją. Remedium na zaistniałą sytuację stanowi statystyka małych obszarów, w której poprzez wykorzystanie danych z różnych źródeł dokonuje się estymacji parametrów nawet w przekrojach, które są reprezentowane w próbie przez niewielką liczbę jednostek. Szczególnie interesujące w tym kontekście mogą być metody statystyki małych obszarów, w których wykorzystuje się podejścia bazujące na odpowiednio zbudowanych modelach przydatnych w tworzeniu wiarygodnych oszacowań dla małych obszarów lub małych domen.

Bardzo ważny w statystyce małych obszarów jest model Faya-Herriota, który został opracowany przez dwóch statystyków Faya i Herriota (1979), por. także Morales i in. (2021). Wykorzystany

on został m.in. w Polsce na potrzeby mapowania ubóstwa na niepublikowanym przez Główny Urząd Statystyczny poziomie podregionów (Szymkowiak, Wawrowski, Młodak, (2017)). Z kolei Battese i in. (1988) zaproponował popularny model regresji błędów zagnieżdżonych (NER - Nested Error Regression) w celu opracowania szacunków dla małych obszarów na podstawie danych dostępnych dla poszczególnych jednostek z próby w oparciu o zmienne pomocnicze. Model NER, trafnie nazywany modelem na poziomie jednostkowym, został skonstruowany przy założeniu normalności efektów losowych dla małego obszaru i błędów losowych na poziomie jednostkowym. W przypadku danych na poziomie jednostki model NER stanowił podstawę do tworzenia wiarygodnych szacunków dla małych obszarów metodą częstościową lub bayesowską.

Model NER (Battese i in., 1988) jest do dziś niezwykle popularny w modelowaniu na poziomie jednostkowym w estymacji dla małych obszarów. Model ten zakłada, że populacja jest podzielona na m małych obszarów reprezentowanych przez N_i jednostek w i -tym małym obszarze. Model ten można przedstawić w następującej postaci:

$$Y_{ij} = x_{ij}^T \beta + v_i + e_{ij}, j = 1, \dots, N; i = 1, \dots, m, \quad (3.4)$$

gdzie $x_{ij} = (x_{ij1}, \dots, x_{ijq})^T$ jest $q \times 1$ wymiarowym wektorem wartości zmiennych pomocniczych, a $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_q)^T$ oznacza wektor współczynników regresji podlegających oszacowaniu. Z kolei zmienne losowe v_i i e_{ij} o wartości oczekiwanej równej zero uwzględniają odpowiednio błędy na poziomie obszaru i jednostki, dla których zakłada się, że są od siebie niezależne. Dalej przyjmujemy, że v_i mają niezależny rozkład $N(0, \sigma_v^2)$. Wówczas:

$$y_{ij} | \beta, v_i, \sigma_e^2 \stackrel{iid}{\sim} N(x_{ij}^T \beta + v_i, \sigma_e^2), j = 1, \dots, n_i; i = 1, \dots, m, \quad (3.5)$$

$$v_i | \sigma_v^2 \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma_v^2), i = 1, \dots, m, \quad (3.6)$$

$$f(\beta) \propto 1. \quad (3.7)$$

Następnie rozszerzamy wyniki na przypadek nieznanych σ_v^2 i σ_e^2 do

$$f(\beta, \sigma_v^2, \sigma_e^2) = f(\beta) f(\sigma_v^2) f(\sigma_e^2) \propto f(\sigma_v^2) f(\sigma_e^2), \quad (3.8)$$

gdzie $f(\sigma_v^2)$ oraz $f(\sigma_e^2)$ są a priori dla σ_v^2 oraz σ_e^2 .

Powyższy model został zaimplementowany w pakiecie *hbsae* przez Boonstrę (2012). W pakiecie tym domyślnie oszacowania są wyznaczone przy użyciu jednowymiarowej metody całkowania numerycznego w celu uśrednienia gęstości a posteriori dla ilorazu wariancji między obszarem i w obrębie danego obszaru. W ten sposób oszacowania dla małego obszaru i odpowiadającego

mu MSE uwzględniają niepewność dotyczącą szacowanych parametrów. Podejście takie zostało opisane szczegółowo w pracy Datty i Ghosha (1991) i wykorzystane w części empirycznej rozprawy doktorskiej dotyczącej szacowania wskaźnika niepełnosprawności w 2011 roku w Polsce. Podobne podejście stosowali Lindley oraz Smith (1972).

3.3.4 Benchmarking w statystyce małych obszarów

Oszacowania bazujące na modelach mogą znacznie różnić się od oszacowań bezpośrednich, zwłaszcza w przypadku obszarów o bardzo małej liczebności próby. Chociaż szacunki oparte na modelu są przydatne, jedną z potencjalnych trudności z nimi związanych jest to, że po zagregowaniu ogólne oszacowanie dla większego obszaru geograficznego może się znacznie różnić od odpowiedniego oszacowania bezpośredniego. Jednym ze sposobów uniknięcia tego problemu jest analiza benchmarkowa, która sprowadza się do modyfikacji tych szacunków opartych na modelu, tak aby uzyskać takie same oszacowania zbiorcze dla większego obszaru geograficznego/domeny. Obecnie najpopularniejszym podejściem jest tak zwana metoda „rakingu” lub korekty wskaźnikowej, która polega na pomnożeniu wszystkich oszacowań dla małego obszaru przez stały współczynnik tak, aby suma ważona zgadzała się z oszacowaniem bezpośrednim. Znaczne odchylenie agregacji oszacowań dla małego obszaru opartych na modelu od odpowiedniego oszacowania bezpośredniego dla dużego obszaru może również sugerować określenie błędnego modelu. Te względy motywują benchmarking (kalibrację), która dostosowuje oszacowania na poziomie poszczególnych obszarów tak, aby zgadzały się z bezpośrednim oszacowaniem dla dużego obszaru, które zawiera małe obszary/domeny.

Benchmarking wykorzystywany był w wielu pracach badawczych w powiązaniu ze statystyką małych obszarów, por. Steorts (2014), Datta i in. (2011), Ghosh i Steorts (2013) czy Rao i Molina (2015). Z kolei jak podaje Bryant (2020) oraz Wall (2016) w związku z tym, że wiele urzędów statystycznych stosuje politykę „one-figure”, zgodnie z którą szacunki w różnych tabelach opisujących to samo zjawisko muszą być ze sobą zgodne, zachodzi potrzeba zapewnienia spójności różnego rodzaju szacunków na dowolnych poziomach agregacji przestrzennej i dla szczegółowo zdefiniowanych domen. Na przykład US Census Bureau (2014) koryguje szacunki dla małych obszarów na poziomie hrabstwa (odpowiednik powiatu), aby zgadzały się z danymi na poziomie stanów (odpowiednik województw) w ramach programu SAIPE. W literaturze poświęconej statystyce małych obszarów zagregowane szacunki są definiowane jako wzorce (benchmarki), a techniki

i metody uzyskiwania zgodności szacunków dla małych obszarów z wzorcami są określane mianem benchmarkingu (Pfeffermann, 2013).

Ze względu na znaczenie praktyczne benchmarkingu, szacunkowe dane dotyczące małych obszarów często poddawane są szeroko zakrojonej analizie opinii publicznej. Analiza ta zazwyczaj obejmuje sprawdzenie spójności tzn. szacunki dla małych obszarów powinny zgadzać się z szacunkami zagregowanymi dla dużych obszarów, które na ogół uzyskuje się przy użyciu metod bezpośrednich. Niewielkie rozbieżności mogą być tolerowane, ale duże rozbieżności podważają wiarygodność szacunków, co implikuje potrzebę stosowania benchmarkingu.

Wiele istniejących metod benchmarkingu traktuje benchmarki jako rodzaj ograniczenia. Metody te różnią się jednak sposobem interpretacji ograniczeń oraz sposobem ich włączenia do procedur estymacji. Niektóre metody mają procedurę dwuetapową: najpierw uzyskuje się oszacowania z wykorzystaniem odpowiednich modeli dla małych obszarów, a następnie ma miejsce zmodyfikowanie otrzymanych ocen punktowych w celu spełnienia ograniczeń benchmarkowych. Tę tematykę poruszają: You i in. (2004), Datta i in. (2011), Fabrizi i in. (2012), Steorts i Ghosh (2013), Fabrizi i in. (2014) czy Ghosh i in. (2015). Niektóre metody traktują wzorce jako ograniczenia leżące u podstaw szacowania odpowiednich parametrów dla małego obszaru. Tematykę tę opisują: Pfeffermann i Barnard (1991), Pfeffermann i Tiller (2006) czy Pfeffermann i in. (2014). Niektóre metody z kolei polegają na oszacowaniu parametrów modeli dla małych obszarów w taki sposób, że ograniczenia benchmarkingu są spełnione dla ocen punktowych dla parametrów odpowiadających małemu obszarowi por. You i Rao (2004), Wang i in. (2008), Bell i in. (2013) czy Ranalli i in. (2018).

Większość metod, w tym wszystkie wymienione powyżej, koncentruje się na uzyskiwaniu oszacowań punktowych z wykorzystaniem odpowiednio zbudowanego modelu i związanych z nimi miar precyzji. Jednak niektóre metody wykorzystujące podejście bayesowskie, umożliwiają otrzymanie rozkładów prawdopodobieństwa dla parametrów związanych z małymi obszarami, por. Toto i Nandram (2010) oraz Nandram i Sayit (2011). Metody te są w pełni bayesowskie w tym sensie, że dają pełny rozkład a posteriori dla wszystkich nieznanymi wielkości po wprowadzonym benchmarkingu. Przykładowo, Bryant i Zhang (2020) prezentują podejście do w pełni rozumianego bayesowskiego benchmarkingu, które można zastosować do szerokiej gamy modeli statystyki małych obszarów. Traktują benchmarki jako szacunki dla podstawowych parametrów zagregowanych. Aby uzyskać zgodność z benchmarkami, określają rozkład prawdopodobieństwa dla benchmarków uzależniony od parametrów zagregowanych. Zmieniają funkcję wiarygodności,

mnożąc pierwotną funkcję wiarygodności przez rozkład prawdopodobieństwa dla benchmarków. Pomnożenie skorygowanej funkcji wiarygodności przez rozkład a priori daje następnie wzorcowy rozkład a posteriori. Co więcej, w pełni bayesowskie metody benchmarkingu, w sensie uzyskania pełnych rozkładów a posteriori po wprowadzeniu benchmarkingu, mogą zapewnić spójne miary precyzji dla wszystkich wielkości będących przedmiotem estymacji.

3.3.5 Benchmarkowy estymator hierarchiczno-bayesowski

Niech $\hat{\rho}_d^{HT}$ oznacza ocenę estymatora Horvitz-Thompsona pewnego parametru θ_d (na przykład wartość globalna pewnej cechy) dla d -tego małego obszaru. Niech $\hat{\theta}_d^{HB}$ oznacza estymator HB parametru θ_d oraz $\hat{V}(\theta_d)$ oznacza wariancję parametru θ_d . Niech dalej $\hat{\theta}_d^{BHB}$ oznacza estymator z benchmarkiem parametru θ_d taki, że $\hat{\theta}_d^{BHB}$ jest funkcją estymatora HB oznaczonego jako $\hat{\theta}_d^{HB}$, $d = 1, \dots, D$. Wówczas $\hat{\theta}_d^{BHB} = f(\hat{\theta}_1^{HB}, \dots, \hat{\theta}_d^{HB})$ dla pewnej funkcji $f(\cdot)$ spełnia właściwości benchmarkowe:

$$\sum_{d=1}^D \hat{\theta}_d^{BHB} = \sum_{d=1}^D \hat{\rho}_d^{HT}. \quad (3.9)$$

Wówczas estymator ilorazowy ($RBHB$) wartości globalnej interesującej nas cechy Y może być wyrażony następującym wzorem, por. You, Rao, Dick (2002):

$$\hat{\theta}_d^{RBHB} = \hat{\theta}_d^{HB} \frac{\sum_{d=1}^D \hat{\rho}_d^{HT}}{\sum_{d=1}^D \hat{\theta}_d^{HB}}. \quad (3.10)$$

Tak skonstruowany estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem został wykorzystany w pracy doktorskiej na potrzeby szacowania liczby osób z niepełnosprawnościami, a w konsekwencji do wyznaczenia odpowiednich wskaźników niepełnosprawności.

3.4 Metody oceny jakości oszacowań

Do podstawowych miar oceny jakości estymacji pośredniej należą:

1. Średni błąd predykcji (MPE , ang. Mean Prediction Error),
2. Pierwiastek z średniego błędu kwadratowego ($RMSE$, ang. Root Mean Square Error),
3. Względny średni błąd szacunku estymatora (REE , ang. Relative Estimation Error).
4. Wariancja estymatora.

W pracy skupiono się na dwóch miarach: na średnim błędzie szacunku oraz na względnym średnim błędzie szacunku estymatora. Pierwszy z nich ma postać:

$$D(\hat{\theta}) = \sqrt{D^2(\hat{\theta})}. \quad (3.11)$$

Z kolei względny średni błąd szacunku estymatora wyraża się wzorem:

$$RRE(\hat{\theta}) = \frac{D(\hat{\theta}) \cdot 100\%}{|\hat{\theta}|}. \quad (3.12)$$

Miara ta w literaturze anglojęzycznej oznaczana jest także jako *CV* (ang. Coefficient of Variation) i nazywana współczynnikiem zmienności. Również w publikacjach Głównego Urzędu Statystycznego, przy podawaniu wskaźników precyzji estymacji, oznaczenie to jest często używane. Zgodnie z wytycznymi, jakie Główny Urząd Statystyczny przyjmuje podczas publikowania wyników z badania reprezentacyjnego oszacowania, dla których *CV* < 10% można uznać za wiarygodne. Oszacowania, dla których *CV* przyjmuje wartości z przedziału 10%–20% należy interpretować ze szczególną ostrożnością. Z kolei do oszacowań, dla których *CV* > 20% należy podchodzić sceptycznie i powinny być one publikowane tylko w postaci zagregowanej, tj. na wyższym poziomie agregacji, por. GUS (2013).

3.5 Podsumowanie

Coraz większe znaczenie dla statystyki publicznej mają szacunki dla małych obszarów dla określonych zjawisk opisywanych przez zmienne społeczne, demograficzne i geograficzne. Aby przezwyciężyć problemy związane z małą liczebnością próby, statystycy zazwyczaj opracowują szacunki oparte na modelach. Jednak po zagregowaniu oszacowania bazujące na modelu zazwyczaj nie zgadzają się z oszacowaniami zagregowanymi (wzorcami) uzyskanymi za pomocą bezpośrednich metod (na przykład estymatora Horvitz-Thompsona). Ten brak zgodności między szacunkami może być problematyczny dla odbiorców wyników uzyskanych za pomocą estymacji dla małych obszarów. W rozdziale zatem przedstawiono metody stanowiące remedium na tego typu problemy.

Podjęcie bayesowskie, a w konsekwencji używanie estymatora hierarchiczno-bayesowskiego w statystyce małych obszarów w Polsce, nie jest zagadnieniem zupełnie nowym. W pracach Kubicznego (2014) można znaleźć zastosowanie hierarchicznej estymacji bayesowskiej w szacowaniu wartości dochodów ludności w powiatach w Polsce. Estymację bayesowską zastosowała w swojej pracy także Bartosińska (2008) w reprezentacyjnych badaniach rolniczych w Polsce. Bartosińska

rozważała dwa estymatory bayesowskie: empiryczny i hierarchiczny, dla których źródłem informacji dodatkowych były zmienne ze spisu rolnego. W naszej pracy wykorzystano hierarchiczny estymator bayesowski z benchmarkiem w odniesieniu do zjawiska niepełnosprawności i z wykorzystaniem danych pochodzących z Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011. Stanowi to istotne novum poznawcze. Tego typu estymacja nie była do tej pory, według autorki pracy, wykorzystywana w Polsce nie tylko w kontekście zjawiska niepełnosprawności, ale także w szerszym ujęciu tj. do innych obszarów badawczych.

W niniejszym rozdziale scharakteryzowano metody estymacji, które mogą być wykorzystane do szacunku wskaźników niepełnosprawności. Przegląd estymatorów rozpoczyna prezentacja zwracająca uwagę na szczególne właściwości podejścia bayesowskiego na tle klasycznej statystyki częstościowej. Paradygmat bayesowski zapewnia spójne podejście do określania wyrafinowanych modeli hierarchicznych dla złożonych danych, a ostatnie postępy obliczeniowe umożliwiły dopasowanie modeli w takich sytuacjach. Szczegółowo skupiono się na estymatorze hierarchiczno-bayesowskim z benchmarkiem, który powinien zaradzić problemowi związanemu z małą liczebnością próby oraz brakiem zgodności ze wzorcem (benchmarkiem). Skupiono się także na podejściu bezpośrednim, wywodzącym się z klasycznej metody reprezentacyjnej. Stanowi ono podstawę metodyki statystyki małych obszarów, zaś reprezentujący je estymator Horvitz–Thompsona często traktowany jest jako punkt odniesienia przy porównywaniu precyzji estymacji w prowadzonych badaniach.

Rozdział 4

Ocena poziomu niepełnosprawności w Polsce

4.1 Wprowadzenie

Rozdział czwarty ma charakter empiryczno–poznawczy. Jego celem jest estymacja wskaźników dotyczących niepełnosprawności biologicznej na różnych stopniach agregacji przestrzennej z uwzględnieniem podziału na płeć i grupy wieku. Wymiar przestrzenny obejmuje poziom ogólny kraju, województwa, powiaty i obszary funkcjonalne dużych miast. W rozdziale tym przedstawiono formalną i merytoryczną ocenę przydatności zaprezentowanych w rozdziale trzecim trzech typów estymatorów. Oceny szacunków dokonano w oparciu o wartości wskaźnika określanego w literaturze przedmiotu mianem względnego błędu szacunku (*CV*). Oceną tą posłużono się do wskazania estymatora charakteryzującego się największą precyzją szacunku.

Należy dodać, że ocena jakości szacunków powinna również uwzględniać kryteria dobroci estymacji dla małych obszarów zaproponowane przez Paradysza (2009). Szczególną uwagę zwrócono w pracy na dwa kryteria. Po pierwsze, uwzględniono odporność estymatorów na wyniki, które bardzo mocno odbiegają od tego, co wiemy o badanej rzeczywistości. Jest to tak zwane kryterium formalne zewnętrzne. W związku z nim istotnym punktem oceny naszych szacunków było to czy są one zbieżne z wynikami badań innych ośrodków, które także dostarczają informacji na temat rozmiaru zjawiska jakim jest niepełnosprawność. Pożądaną własnością estymatora pośredniego w ramach tego kryterium jest także liniowość rozkładów przestrzennych bez trudnych do wytłumaczenia „skoków” wartości. Ważnym kryterium uwzględnionym w pracy jest kryterium

kolejności. Oznacza ono, że uszeregowanie małych obszarów pod względem rosnących bądź malejących wartości oszacowań parametrów badanej zmiennej odwzorowuje ich kolejność w populacji generalnej, por. Paradysz (2009).

Jako domeny studiów wskazano pięcioletnie przedziały wieku począwszy od przedziału 45 do 80 lat, a skończywszy na przedziale 85 lat i więcej. W naszej pracy ograniczyliśmy się tylko do starszych przedziałów wieku, powyżej 45 roku życia, ze względu na zbyt małe liczebności osób w grupie dzieci oraz młodych ludzi. W przypadku małej liczebności zdarzeń¹ estymacja dla małych obszarów powoduje dodatkowe trudności przy ocenie merytorycznej i formalnej estymatorów².

Szczególne znaczenie w naszym opracowaniu nabierają funkcjonalne obszary dużych miast uniwersyteckich. Na tle ogólnej sytuacji demograficznej Polski duże miasta uniwersyteckie, znacznie przekraczające przeciętną wielkość powiatu, wyróżniają się tym, że liczba ludności w nich, jeśli nawet nie rośnie, jak w Łodzi i Poznaniu, to nie odzwierciedla ich regresu demograficznego. Na przykładzie obszaru funkcjonalnego Krakowa można nawet stwierdzić wzrost liczby ludności pomimo, że przeciętna dzietność krakowianek w generacjach rzeczywistych, w całym okresie powojennym kształtowała się na poziomie 1,6 dziecka. Miasta tego rodzaju dobrze rozwijają się demograficznie na skutek tego, że stanowią duże centra uniwersyteckie. Przyciągają one młodych ludzi, z których znaczna część pozostaje w tym mieście lub najbliższym jego otoczeniu - „obwarzanku”³. Prognoza rozwoju funkcjonalnego Krakowa będzie przedstawiona w rozdziale piątym, ale jej etap wstępny - przygotowanie i ocena liczby osób z niepełnosprawnościami - dokonano w rozdziale czwartym.

Do oceny precyzji szacunku wskaźników niepełnosprawności stosujemy w tym rozdziale współczynnik zmienności estymatora oznaczony jako *CV* (ang. coefficient of variation)⁴. Wskaźniki niepełnosprawności zostały oszacowane na podstawie próby losowej. W badaniu empirycznym zasto-

¹W NSP 2011 na poziomie ogólnopolskim stwierdzono, że osoby z niepełnosprawnościami stanowią 12,2% w stosunku do ogółu ludności, por. GUS (2012, s. 65). W wieku poniżej 45 roku życia odsetek niepełnosprawnych nie przekraczał 5%, a na poziomie powiatowym, był z przyczyn losowych silnie zróżnicowany. Należy pamiętać, że w NSP 2011 dysponowaliśmy 20% próbą o znacznym odsetku braków odpowiedzi, również o dużym zróżnicowaniu przestrzennym.

²W niektórych powiatach w najniższych przedziałach wieku do próby nie została wylosowana ani jedna osoba z niepełnosprawnościami. W związku z tym, obliczenie współczynników zmienności estymatorów (*CV*) nie jest możliwe. Z kolei w przypadku niezerowych, mało licznych prób, *CV* mogą przyjąć tak duże wartości, że estymatory pozbawione są praktycznego znaczenia, por. USP (2014, s. 30).

³„Obwarzanek” to powiaty, które bezpośrednio graniczą z danym miastem.

⁴Szczegóły zastosowanego pakietu, na podstawie którego obliczono realizacje poszczególnych estymatorów oraz współczynniki ich zmienności zostały omówione w rozdziale trzecim.

sowano estymator Horvitz—Thompsona (będący podstawą porównań dla innych estymatorów), estymator hierarchiczno—bayesowski oraz estymator hierarchiczno—bayesowski z benchmarkiem.

Zasadniczą część rozdziału stanowią dwa ujęcia analizy wskaźników niepełnosprawności ze względu na przestrzenną agregację. Pierwsze ujęcie uwzględnia analizę przestrzenną, w której podział przestrzeni wymuszony jest polityką strukturalną Unii Europejskiej. W tym przypadku skupiamy się najpierw na najbardziej ogólnym poziomie agregacji jakim jest województwo, następnie analizujemy wskaźniki niepełnosprawności na poziomie powiatów, by przejść do szczególnego poziomu agregacji jakim są wybrane obszary funkcjonalne.

Drugie ważne ujęcie zasadniczej analizy wskaźników niepełnosprawności dotyczy układu czteroregionalnego. Układ ten składa się z warstw, które odpowiadają klasyfikacji NUTS (przyjmuje dwa poziomy agregacji), jądrem tego układu jest miasto Kraków. Ta część badania została opisana w ostatniej części rozdziału i stanowi płynne przejście do kolejnego, ostatniego rozdziału pracy dotyczącego prognozy. Prognoza niepełnosprawności w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym została sporządzona właśnie w układzie czteroregionalnym.

4.2 Ogólnopolskie tendencje w kształtowaniu się wskaźnika niepełnosprawności w świetle badań statystyki publicznej

Dobrej jakości dane oraz rzetelne informacje na temat niepełnosprawności są podstawą trafnych decyzji wydawanych nie tylko przez organa Służby Zdrowia, ale także przez lokalne samorzady. W przedsięwzięciach realizowanych obecnie, jak również wyznaczonych do realizacji w przyszłości, problematyka związana z kształtowaniem pozycji konkurencyjnej osób niepełnosprawnych stanowi ważny element. Dotyczy to m.in. postanowień wynikających ze Strategii Polityki Społecznej na lata 2007–2010, jak również - w szerszym kontekście - Europejskiej Strategii w sprawie Niepełnosprawności na lata 2010–2020. Oznacza to, że dążenie do równości w funkcjonowaniu w nowoczesnym społeczeństwie wszystkich obywateli jest jednym z głównych zadań współczesnej, szeroko rozumianej polityki gospodarczej.

Jak podaje „Raport z wyników NSP 2011” wyniki spisów, por. GUS (2012) liczba osób z niepełnosprawnościami w 2011 roku uległa zmniejszeniu w porównaniu z rokiem 2002. W 2002 r. wielkość tej populacji kształtowała się na poziomie 5456,7 tys. osób, zaś w połowie 2011 r. było to już tylko 4697,5 tys. osób. Spadek liczby osób z niepełnosprawnościami wyniosło zatem 13,9%. Jak podaje „Raport z wyników NSP 2011” por. GUS (2012) należałoby jednak podkre-

ślić, że w związku z dobrowolnym charakterem pytań dotyczących niepełnosprawności, blisko 1,5 mln respondentów odmówiło udzielenia na nie odpowiedzi. Dlatego też można przypuszczać, że zbiorowość osób z niepełnosprawnościami jest większa. Zmiana liczebności badanej kategorii mieszkańców Polski przyczyniła się do zmniejszenia jej udziału w ogólnej liczbie mieszkańców o 2,1 p.p. do poziomu 12,2% w połowie 2011 roku, por. GUS (2012).

Istotne zmiany ponadto zauważa się, analizując poszczególne kategorie osób z niepełnosprawnościami. W metodologii badań, które zastosowano w spisach powszechnych, zbiorowość osób z niepełnosprawnościami została podzielona na dwie grupy. Są to osoby z niepełnosprawnością prawną jako jedna grupa i osoby z niepełnosprawnością biologiczną jako grupa odrębna.

W przypadku oceny kształtowania się poziomu obu typów niepełnosprawności można dostrzec ciekawą tendencję. Okazuje się bowiem, że obie te grupy osób (z niepełnosprawnościami prawnymi lub biologicznymi) są w pewien sposób „sprzężone”. Jak podaje w swoim raporcie Kryńska (2013) – liczba niepełnosprawnych prawnie w latach 2002 i 2011 (II kwartał) była znacznie większa od tej, która obejmowała osoby niepełnosprawne tylko biologicznie⁵. Jednak, jak wynika z danych statystycznych zmiany w przepisach prawnych i zaostrenie przepisów dotyczących przyznawania rent z tytułu niezdolności do pracy i podobnych świadczeń spowodowały znaczne zmniejszenie się liczby osób niepełnosprawnych prawnie. Według raportu ich liczba w końcu okresu badawczego ukształtowała się na poziomie 3131,9 tys. osób. Populacja osób niepełnosprawnych prawnie zmniejszyła się w badanych latach prawie o 1/3, przy czym wynikało to głównie ze zmian, jakie zaszły na terenach wiejskich. Spadek liczebności wyniósł tam prawie 43% (to jest 757,5 tys. osób).

Odwrotnie sytuacja przedstawiała się w przypadku osób niepełnosprawnych biologicznie - ich liczba w badanych latach wzrosła w 2011 r. i wyniosła 1565,6 tys. osób. W porównaniu do 2002 r. zaobserwowano wzrost liczebności o ponad 55%, przy czym zwiększenie to wystąpiło przede wszystkim w miastach (wzrost o 65,1%). Na terenach wiejskich wzrost liczby osób z niepełnosprawnością biologiczną był znacznie mniejszy i wyniósł 45,5%. W dalszej części pracy analiza zostanie ograniczona do właśnie do tej kategorii osób.

Warto w tym miejscu przypomnieć, że osoba z niepełnosprawnością biologiczną (według definicji GUS⁶), to osoba, która odczuwa ograniczenie sprawności w wykonywaniu czynności pod-

⁵Jak podano w raporcie, analizą zostały objęte wszystkie osoby z niepełnosprawnościami, włączając w to również – w niektórych przypadkach – osoby takie w wieku poniżej 15 lat. Wybór okresu badania wynikał z tego, że w tym czasie przeprowadzone zostały spisy powszechne ludności i mieszkań, gwarantujące porównywalność danych.

⁶<https://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/150,pojecie.html>

stawowych dla swojego wieku, ale nie posiada prawnego orzeczenia o niepełnosprawności (według definicji obowiązującej w dniu spisu NSP 2011 była to osoba z niepełnosprawnością tylko biologiczną). Do grupy osób niepełnosprawnych prawnie z kolei mogą należeć osoby z dwóch podgrup (według podziału w dniu spisu NSP 2011 istniała grupa osób z niepełnosprawnością biologiczno-prawną): z grupy osób z niepełnosprawnością biologiczno-prawną (takie osoby posiadają odpowiednie orzeczenie wydane przez organ do tego uprawniony oraz odczuwają ograniczenie sprawności w wykonywaniu czynności podstawowych dla swojego wieku) oraz osoby z niepełnosprawnością tylko prawną (osoby, które posiadają odpowiednie orzeczenie, ale nie odczuwają dyskomfortu związanego z ograniczoną sprawnością).

Tendencja, o której wspomina raport jest więc uzasadniona i działa na zasadzie naczyń połączonych. Brak osób z niepełnosprawnościami w grupie osób niepełnosprawnych prawnie (zgodnie z definicją GUS⁷), sprawia, że ta grupa osób staje się grupą osób z niepełnosprawnościami biologicznymi (tylko). Gdy liczebność jednej grupy maleje (grupa osób z niepełnosprawnością prawną) z powodu braku uzyskania orzeczenia (a co za tym idzie uprawnień wynikających z tytułu niepełnosprawności) to wzrasta grupa osób z niepełnosprawnością biologiczną.

4.3 Założenia badawcze

Istotną rzeczą w każdym badaniu empirycznym jest określenie jego zakresu i wstępnych założeń. W przypadku naszego badania analizę ograniczono do grupy osób niepełnosprawnych tylko biologicznie. W badaniu wykorzystujemy dane pochodzące z NSP z 2011 roku. W tym spisie udzielanie odpowiedzi na pytania związane z niepełnosprawnością miało charakter dobrowolny. Respondent mógł odpowiedzieć na pytanie, ale nie musiał. Z tego też powodu istniało ryzyko, że w wielu przypadkach pytanie o niepełnosprawność pozostanie bez odpowiedzi. Zgodnie z informacją GUS, prawie 1,5 mln osób odmówiło udzielania odpowiedzi, w tym 59% mieszkańców miast oraz 52% kobiet (Slany, 2014). W badaniu NSP 2011 wystąpiły także wyraźne braki danych (około 1 940,2 tys.), co rzutuje na jakość, rzetelność i pełność pozyskanych informacji. Badania braków odpowiedzi wykraczają jednak poza zakres tej pracy. Jednakże należy podkreślić, że jest to temat istotny i wymagający odrębnych badań, mogący mieć istotny wpływ na ostateczny poziom badanych zmiennych. Wśród osób, które odmówiły odpowiedzi na pytanie dotyczące niepełnosprawności, z pewnością mogły się znaleźć osoby z niepełnosprawnościami. Ich udział jednak

⁷<https://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/149,pojecie.html>

nie został ustalony⁸. Tak więc można przyjąć, że dane o niepełnosprawności są niedoszacowane. Niezależnie od tego odnoszą się do dużej i ważnej grupy społecznej jaką stanowią osoby z niepełnosprawnościami. Stąd, między innymi, wynika potrzeba szacunku i analizy charakterystyk opisujących zjawisko niepełnosprawności. Jednym z celów badania empirycznego było zwrócenie uwagi na zależność pomiędzy niepełnosprawnością, a wiekiem. Wymagało to przyjęcia założeń co do granic starości oraz określenia przedziałów wiekowych, które powinny być uwzględnione w badaniu. Starość jest okresem niejednorodnym, w którym daje się wyróżnić kilka faz. Zgodnie ze Światową Organizacją Zdrowia wśród osób starszych można wyróżnić cztery grupy wiekowe (Gutowska, 2015):

1. wiek przedstarczy (łac. prasenium) – od 45 do 59 lat,
2. wczesna starość (III wiek) – od 60 do 74 lat, w tym young elderly – od 65 do 74 lat,
3. późna starość (old elderly) – od 75 do 89 lat, w tym „sędziwa starość” (IV wiek) – powyżej 80 lat,
4. długowieczność – powyżej 90. roku życia.

Podział ten przyjęto w pracy jako punkt odniesienia do określenia dziewięciu analizowanych, pięcioletnich przedziałów wiekowych, począwszy od przedziału „45–50 lat”, a skończywszy na przedziale „85 lat i więcej”.

W badaniu do szacunku parametrów wykorzystano estymator hierarchiczno-bayesowski, a następnie na jego podstawie uwzględniony został estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem (por. rozdział 3). Powstał on na podstawie modelu, który zaproponowali Battese, Harter, Fuller (1988). Model ten ma postać:

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1 x_{1ij} + \beta_2 x_{2ij} + \beta_3 x_{3ij} + v_i + e_{ij}. \quad (4.1)$$

Jest to model zbudowany na poziomie jednostki i posiada trzy zmienne pomocnicze:

1. liczba osób niepełnosprawnych tylko prawnie,
2. samopoczucie w związku z niepełnosprawnością określane jako złe lub bardzo złe,
3. klasa miejscowości (dwa warianty: miasto oraz wieś).

⁸Komentarz dotyczący problemu braków odpowiedzi ma na celu jedynie zwrócenie uwagi na poważny problem badawczy i stanowi jeden z potencjalnych kierunków dalszych badań autorki.

Zmienne pomocnicze zostały dobrane ze względu na merytoryczne uzasadnienie. Pierwszą zmienną pomocniczą była liczba osób niepełnosprawnych tylko prawnie. Niepełnosprawni tylko prawnie (czyli osoby, które według swojego subiektywnego odczucia nie odczuwają biologicznych niedogodności związanych z niepełnosprawnością, ale posiadają prawne jej udokumentowanie) i osoby z niepełnosprawnością tylko biologiczną to zbiorowości, które wzajemnie wykluczają się. Niepełnosprawność tylko biologiczna zależy jedynie od subiektywnego odczucia osoby pytanej, stąd też istotnie koreluje z odpowiedziami respondentów na pytanie o samopoczucie w związku z ograniczoną sprawnością jeśli taka występuje. Jak podsumowuje Nowak-Kapusta (2017) w odniesieniu do subiektywnego określenia wpływu różnych dolegliwości na sprawność człowieka, jak pokazały ostatnie badania GUS z 2012 r., tylko co ósma starsza osoba w Polsce (13%) oceniła swój stan zdrowia jako co najmniej dobry, kolejne 45% zadeklarowało „taki sobie” (ani dobry ani zły), a pozostałe 42% wskazało na zły lub bardzo zły (w 2005 r. ocen takich było ponad 50%). Kobiety zwykle sceptyczniej oceniają swoje zdrowie niż mężczyźni i tę zależność obserwujemy we wszystkich grupach wieku – nie tylko wśród osób starszych, por. GUS (2014a). Jak podaje GUS (2014a), pomimo obserwowanej poprawy, subiektywna ocena stanu zdrowia mieszkających w Polsce osób w starszym wieku jest znacznie gorsza niż ich rówieśników zamieszkujących inne kraje europejskie. Wśród 32 krajów sklasyfikowanych pod względem samooceny stanu zdrowia wśród osób starszych zajmujemy 4 miejsce od końca. Gorzej swój stan zdrowia ocenili jedynie starsi mieszkańcy Węgier, Łotwy i Litwy, natomiast najlepiej Norwegii, Szwecji i Szwajcarii. W tych krajach 2/3 populacji ludzi starszych deklarowało bardzo dobry lub dobry stan swojego zdrowia, a w krajach Benelux-u oraz Danii, Islandii i Wielkiej Brytanii – połowa starszych mieszkańców.

Jeśli zaś chodzi o trzecią zmienną jaką jest klasa miejscowości, to w wyborze jej pomogły opracowania GUS, według których we wszystkich analizowanych przedziałach wieku podeszłego częstość niepełnosprawności (odsetek osób niepełnosprawnych w populacji osób starszych) była wyższa u osób mieszkających na wsi niż w mieście, por. Burzyńska i Maniecka-Bryła (2015).

Szczegółowy opis estymacji hierarchiczno-bayesowskiej, również uwzględniającej ograniczenia benchmarkowe, zawarty jest w rozdziale 3 tej rozprawy oraz w publikacji Datta i Ghosh (1991).

4.4 Wskaźniki niepełnosprawności w układach przestrzennych

Polityka strukturalna Unii Europejskiej, a zwłaszcza aspekt regionalny tej polityki, wymaga osiągnięcia względnej chociażby porównywalności danych statystycznych gromadzonych w krajach

członkowskich. Te właśnie potrzeby zdecydowały o ustanowieniu Nomenklatury Jednostek Terytorialnych do Celów Statystycznych NUTS.

Nomenklatura Jednostek Terytorialnych do Celów Statystycznych (Nomenclature des Unités Territoriales pour des besoins Statiques - NUTS) ustanawia jednolitą klasyfikację jednostek terytorialnych państw członkowskich Unii Europejskiej. Klasyfikacja NUTS jest stosowana w procesie zbierania, harmonizacji, przechowywania i udostępniania danych statystycznych w układzie przestrzennym.

Od 1 stycznia 2018 roku w Polsce funkcjonuje 97 jednostek NUTS (stan na 1 stycznia 2021 r.):

1. NUTS 1 – makroregiony (grupujące województwa) – 7 jednostek,
2. NUTS 2 – regiony (województwa lub ich części) – 17 jednostek,
3. NUTS 3 – podregiony (grupujące powiaty) – 73 jednostki.

Ponadto rozporządzenie NUTS wymaga, aby jednostki NUTS 3 dzieliły się na lokalne jednostki administracyjne (ang. local administrative units – LAU). Od 2017 r., w porozumieniu z Eurostatem, każde państwo członkowskie wskazało jeden poziom jednostek traktowanych jako LAU. W przypadku Polski, jako lokalne jednostki administracyjne zostały wskazane gminy.

W trakcie rundy rewizji NUTS 2021 nie wprowadzono zmian w podziale statystycznym Polski. W dalszym ciągu obowiązuje podział NUTS ustalony w trakcie rundy rewizji 2018, tj. na 7 makroregionów NUTS 1, 17 regionów NUTS 2 oraz 73 podregiony NUTS 3. Zmiany wprowadzone rewizją NUTS 2021 nie dotyczą Polski, dotyczą ośmiu innych państw Unii Europejskiej oraz Wielkiej Brytanii – w trzech na poziomie NUTS 1, w dwóch na poziomie NUTS 2 i w czterech na poziomie NUTS 3.

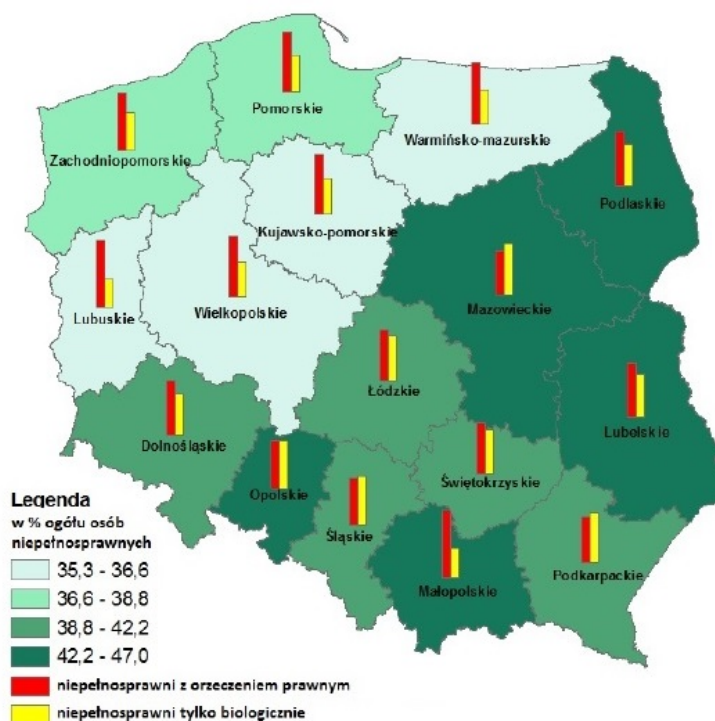
Klasyfikacja ta pozwoliła na badanie wskaźników niepełnosprawności na dwóch wybranych poziomach agregacji. Są to województwa oraz powiaty. Układ funkcjonalny stanowią duże miasta (powyżej 500 tys. mieszkańców) Polski.

4.4.1 Wskaźniki niepełnosprawności w układzie wojewódzkim

Jak podają Burzyńska i Maniecka-Bryła (2015, str. 30) wyniki spisu zdecydowanie potwierdziły częstsze występowanie niepełnosprawności u osób starszych, niż w młodszych grupach wieku. Około 2,05 mln osób w wieku 65 lat i więcej podało, że są niepełnosprawne. Wykazano również,

iż w populacji ludzi starszych udział osób niepełnosprawnych rośnie w kolejnych przedziałach wieku, co prowadzi do niesamodzielności i niesprawności w ostatnich dekadach życia.

Z analizy danych regionalnych dotyczących występowania niepełnosprawności wśród osób w wieku 65 lat i więcej wynika, że w 2011 r. najwyższy, sięgający prawie połowy populacji w tym wieku, udział odnotowano w województwie małopolskim (47%) oraz podlaskim (nieco ponad 46%). Dla porównania województwa z najniższym udziałem niepełnosprawnych powyżej 65 roku życia to warmińsko-mazurskie i lubuskie (ponad 35%).



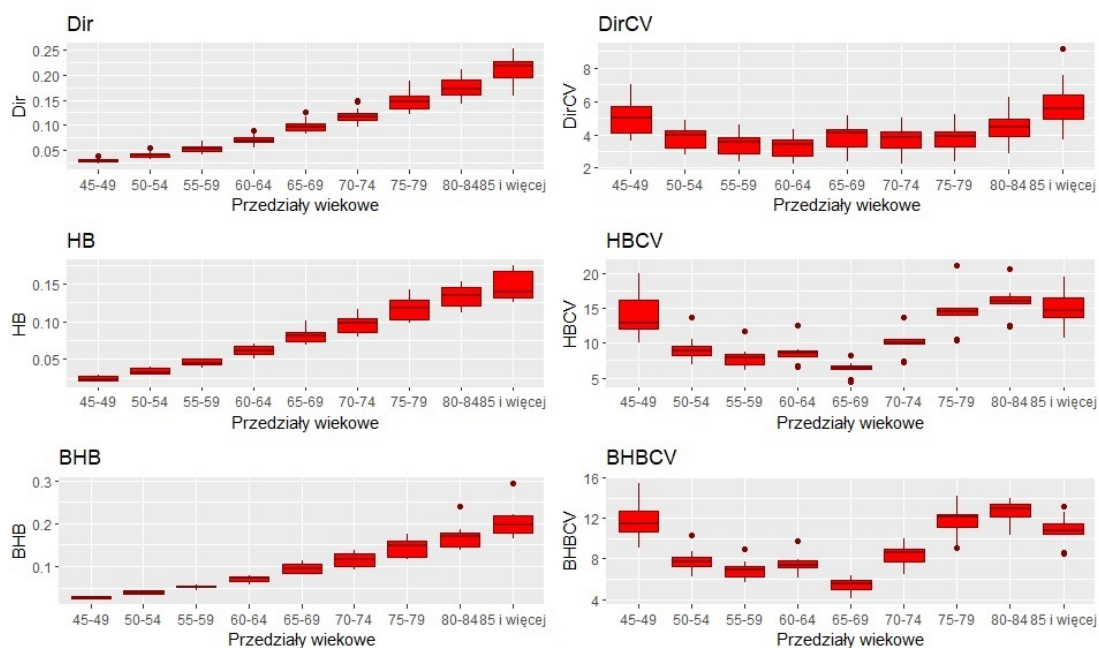
Rysunek 4.1: Osoby niepełnosprawne w wieku 65 lat i więcej w 2011 r. w odniesieniu do ludności w danym wieku według kategorii niepełnosprawności

Źródło: GUS (2014a)

Powyższe stwierdzenia można rozwinąć śledząc kształtowanie się wskaźników niepełnosprawności zarówno w układzie wojewódzkim, jak i powiatowym z podziałem na płeć. Analiza została rozbudowana do 9 przedziałów wiekowych celem zbadania przebiegu stanu zdrowia związanego ze sprawnością w tych przedziałach.

Na rysunku (4.2) przedstawione są wskaźniki niepełnosprawności tylko biologicznej w układzie

wojewódzkim dla mężczyzn w Polsce. Oprócz tego przedstawione zostały oceny według względnego błędu szacunku (CV). Poszczególne oznaczenia odnoszą się do estymatora bezpośredniego (Horvitz-Thompsona) – Dir, estymatora hierarchiczno-bayesowskiego – HB oraz estymatora hierarchiczno-bayesowskiego z benchmarkiem – BHB.



Rysunek 4.2: Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w układzie wojewódzkim wraz z oceną ich precyzji (w %)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z NSP 2011.

Odsetek osób niepełnosprawnych tylko biologicznie czyli deklarujących niepełnosprawność bez jej potwierdzenia orzeczeniem rośnie wraz z wiekiem, gwałtownie po ukończeniu 50 roku życia. W grupie wiekowej 60–74 lata jest to co dziesiąta osoba, ale po 75 roku życia – już co 5. Niepełnosprawne biologicznie są częściej kobiety niż mężczyźni. Cechą charakterystyczną jest to, że w starszych przedziałach wiekowych aż do przedziału „85 i więcej lat” widać znacznie większą dyspersję wskaźnika niepełnosprawności niż w młodszych przedziałach wiekowych. Świadczy o tym rozstęp ćwiartkowy będący różnicą pomiędzy trzecim, a pierwszym kwartylem $IQR = Q_3 - Q_1$ (tak więc wizualnie im rozstęp ten jest większy, tym pudełko wyższe) oraz wartości odstające oznaczone na rysunku kropkami. Tendencja wzrostowa wskaźnika niepełnosprawności charakterystyczna jest

w przypadku każdego z przedziałów wiekowych oraz w przypadku każdego z estymatorów. Trzy różne estymatory w stosunku do wskaźnika niepełnosprawności charakteryzują się podobną, lecz nie taką samą tendencją jeśli chodzi o jego wartość w odniesieniu do kryterium kolejności, por. Paradysz (2009). I tak na przykład w przedziale 45–49 najwyższy wskaźnik niepełnosprawności odnotowano w województwie lubelskim 3,77% – estymator bezpośredni, natomiast ze względu na estymator *HB* wskaźnik ten w tymże przedziale jest największy w województwie także lubelskim 2,83%, w przypadku estymatora *HB* z benchmarkiem największą wartość odnotowano też w lubelskim 3,12%. Analizując dalej, w przedziale 70–74 lat, najwyższy wskaźnik niepełnosprawności odnotowano również w województwie lubelskim. Wartość ta wynosi dla estymatora bezpośredniego 14,85%, dla estymatora *HB* 11,60% oraz dla estymatora *BHB* 13,03%. Sytuacja zmienia się w przypadku przedziału „85 i więcej lat”. Zgodnie z oszacowaniem na podstawie estymatora bezpośredniego najwyższy wskaźnik niepełnosprawności odnotowano w województwie podlaskim – 25,34%, dla estymatora *HB* w województwie lubelskim – 17,38%, zaś jeśli chodzi o estymator z benchmarkiem najwyższy wskaźnik odnotowano w województwie mazowieckim 29,49%. Przyczyną takiego wahania wskaźnika niepełnosprawności wynika najprawdopodobniej z niskiej precyzji szacunku estymatorów w tym przedziale, o czym świadczy wyższa wartość wskaźnika *CV*. Przedstawioną powyżej analizę można nazwać analizą z punktu widzenia kryterium kolejności, por. Paradysz (2009). Ponieważ na ogół nie jest znane rzeczywiste uporządkowanie małych obszarów w populacji generalnej, można podjąć ocenę estymacji według kryterium kolejności przyjmując określone założenia. Mając do dyspozycji co najmniej dwie realizacje różnych estymatorów w układzie wojewódzkim można stwierdzić zgodność tych estymatorów na podstawie kolejności uzyskanych wartości wskaźnika niepełnosprawności w poszczególnych województwach rosnąco bądź malejąco. W rzeczywistości dąży się do tego, aby suma kwadratów uszeregowanych według małych obszarów różnic pomiędzy oszacowanymi wskaźnikami była jak najmniejsza por. Paradysz (2009) (znany z taksonomii syntetyczny wskaźnik rozwoju zwany funkcją kryterium). Kwadrat tych różnic w praktyce nie osiąga zera, więc rzeczywistość pozbawiona jest sytuacji idealnych. Przypuszczamy, że niewielkie rozbieżności dotyczące kryterium kolejności wynikają z wartości względnego błędu szacunku (*CV*). W kolejnym kroku zbadano kształtowanie się tego wskaźnika.

Wskaźniki *CV* dla realizacji estymatora bezpośredniego są znacznie niższe niż dla realizacji estymatora hierarchiczno–bayesowskiego czy to z benchmarkiem czy bez benchmarku. Charakteryzują się nieco większą dyspersją w prawie każdym z przedziałów wiekowych (poza przedziałem 45–

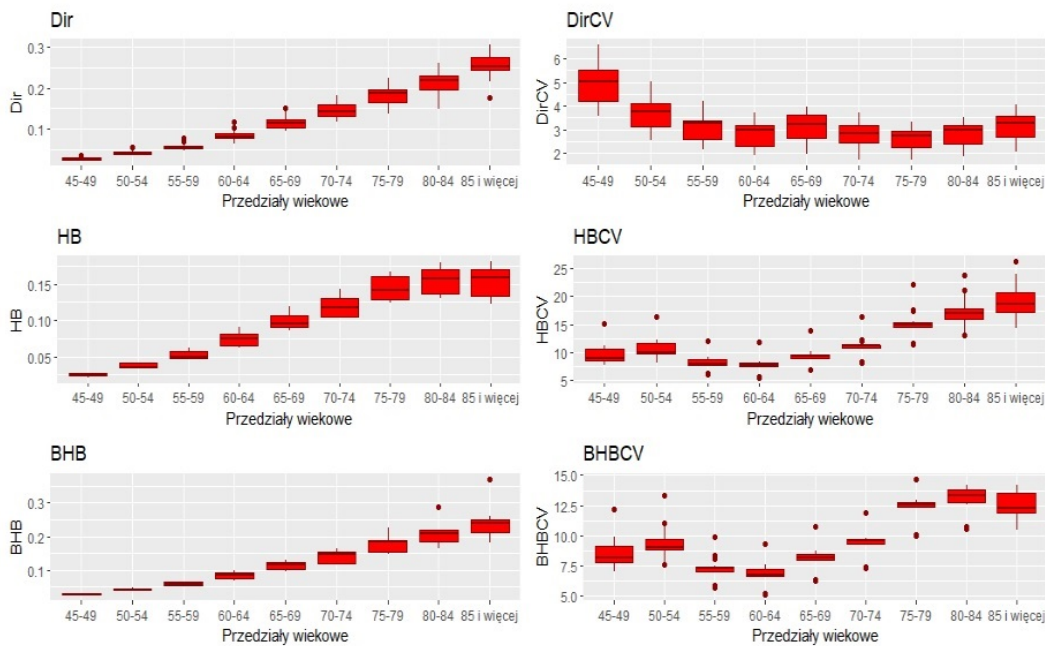
49) niż w przypadku pozostałych dwóch estymatorów. Świadczą o tym między innymi wysokości pudełek (por. rys. 4.2). Jednak wartości wskaźnika *CV* dla realizacji estymatora hierarchiczno-bayesowskiego z benchmarkiem są znacznie niższe niż dla estymatora tego samego typu, ale bez benchmarku. Można zatem przyjąć, że wprowadzenie benchmarku było właściwym krokiem, gdyż zyskała na tym jakość oszacowań wskaźników niepełnosprawności.

Kolejnym krokiem jest analiza oszacowań ze względu na kryterium formalne zewnętrznie por. Paradysz (2009). Jak podaje Gutowska (2015, str. 10) badania GUS wykazują, że trudności przy wykonywaniu prac domowych wynikające ze stanu zdrowia deklaruje co trzeci 60-latek, ponad 60% 70-latków i prawie 85% osób w wieku 80 lat i więcej. Zwiększa się także liczba osób niepełnosprawnych. Dane Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań z 2011 r. wskazują, że stanowi ona 12% ludności. Uznaje się jednak, że jest to liczba niedoszacowana. Brakuje także badań diagnozujących populację niepełnosprawnych osób starszych. A zatem przedział wiekowy 45–49 będzie mniej liczny ze względu na liczbę osób z niepełnosprawnościami biologicznymi niż przedziały następujące po nim. Ze względu na wskazywane przez Gutowską (2015, str. 10) „niedoszacowanie” liczba osób z niepełnosprawnościami w wyższych grupach wiekowych może być większa niż jest. Tendencja wzrostowa wskaźnika niepełnosprawności w starszych grupach wieku potwierdza się w analizach zewnętrznych (realizowanych poza tą pracą).

Podobną analizę można dokonać badając niepełnosprawność tylko biologiczną wśród kobiet. Tu również będzie to analiza w układzie wojewódzkim. Rysunek (4.3) ma bardzo podobny układ jak rysunek (4.2).

Również podzielony jest na dwie szpalty, tak aby wraz z realizacją danego estymatora, można było porównać ocenę precyzji czyli *CV*. Porównując dwa rysunki (4.2) i (4.3) można sformułować wniosek zgodny z raportem GUS (2014a), iż: grupując niepełnosprawne osoby starsze według kategorii niepełnosprawności jaką jest niepełnosprawność tylko biologiczna oraz płci, widoczna jest przewaga kobiet. To znajduje odzwierciedlenie w wynikach samooceny stanu zdrowia. We wspomnianym raporcie GUS (2014a) zawarto uwagę mówiącą, że z kolei mężczyźni częściej posiadali prawne orzeczenie o niepełnosprawności.

Na rysunku (4.3), podobnie jak wcześniej, widać w przypadku każdego z estymatorów określających wskaźnik niepełnosprawności tylko biologicznej tendencję wzrostową. Jak zauważyli Wieczorowska-Tobis oraz Stogowski (2014): „W związku ze zmianami narządowymi w procesie starzenia narasta ryzyko niesprawności. Dotyka ona w starości częściej niż co trzeciej osoby. Znaczną część z nich stanowią kobiety”. Może to być spowodowane tym, że kobiety w Polsce żyją



Rysunek 4.3: Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności kobiet w układzie wojewódzkim wraz z oceną ich precyzji (w %)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

dłużej⁹ dlatego jest ich więcej w „starszych” przedziałach wiekowych. Jak podaje GUS (2022) w 2021 r. przeciętne trwanie życia mężczyzn w Polsce wyniosło 71,8 roku, natomiast kobiet 79,7 roku. W przypadku roku 2011, dla którego dokonywane są szacunki wskaźników osób z niepełnosprawnościami przeciętne dalsze trwanie życia dla kobiety 65-letniej wynosiło 23,8 lata, zaś dla 65-letniego mężczyzny tylko 18,3¹⁰ Oznacza to, że różnica wynosiła ponad 5 lat. Możliwe jest zatem, że w ogólnej populacji osób z niepełnosprawnościami udział kobiet jest większy niż mężczyzn, jednak badając to zjawisko na liczbach względnych (gdzie osoby z niepełnosprawnościami z każdej grupy płci są odnoszone do swojej grupy płci) nie można tego stwierdzić.

W odniesieniu do kształtowania się wskaźnika niepełnosprawności w każdym z przedziałów wiekowych nie zawsze to samo województwo cechuje się największym wskaźnikiem niepełnosprawności. I tak na przykład w pierwszym, rozpatrywanym w badaniu, przedziale wiekowym najwyższym wskaźnikiem niepełnosprawności, biorąc pod uwagę estymator bezpośredni, charak-

⁹<https://stat.gov.pl/kobiety-i-mezczyzni-w-europie/bloc-1a.html?lang=pl>

¹⁰<https://api.dane.gov.pl/resources/33743.przecietne-dalsze-trwanie-zycia/file>

teryzowało się województwo lubelskie (3,58%), zaś dla estymatora *HB* było to województwo świętokrzyskie (2,77%), podobnie jak dla estymatora z benchmarkiem (3%). W kolejnych przedziałach wiekowych zdarzało się często tak, że dla realizacji danego estymatora w określonym województwie wartość wskaźnika była najwyższa, natomiast dla tego samego przedziału wiekowego najwyższą wartość wskaźnika niepełnosprawności odnotowano w innym województwie. I tak na przykład w przedziale wiekowym „85 i więcej” najwyższym wskaźnikiem niepełnosprawności biorą pod uwagę szacunek na podstawie estymatora bezpośredniego charakteryzowało się województwo śląskie (3,05%), zaś według realizacji estymatora *HB* było to województwo podkarpackie (17,85%). Kierując się jedynie trzema różnymi realizacjami estymatorów nie można jednoznacznie dokonać wyboru wskazującego, że w danym przedziale wiekowym dominuje jedno z województw pod względem wartości wskaźnika niepełnosprawności. Prawdopodobnie taka sytuacja może wynikać ze słabej precyzji niektórych z wykorzystanych estymatorów.

Analizując wykresy pudełkowe przedstawione na rysunkach (4.2) oraz (4.3) po prawej stronie można sformułować pytanie dotyczące tego, który spośród trzech estymatorów najbardziej wiarygodnie obrazuje zjawisko niepełnosprawności. Analizy takiej można dokonać zarówno dla mężczyzn, jak i dla kobiet na podstawie porównań wartości *CV*. Jak już wcześniej wspomniano cechą charakterystyczną dla kształtowania się wskaźnika *CV* jest większa jego wartość w skrajnych przedziałach wiekowych, większa jest także dyspersja. Dla wskaźnika niepełnosprawności znajdującego się w środkowych przedziałach wiekowych ocena precyzji realizacji każdego estymatora w postaci *CV* jest mniejsza. Oceniając wskaźnik *CV* najwygodniej jest spojrzeć na wartości maksymalne. I tak na przykład, jak jest to pokazane na rysunku (4.2) w przypadku mężczyzn największa wartość *CV* dla realizacji estymatora bezpośredniego przypada na województwo opolskie (9,16%) i występuje w przedziale wieku 85 lat i więcej. Stosunkowo wysokim wskaźnikiem *CV* realizacji estymatora bezpośredniego w przypadku mężczyzn charakteryzuje się także województwo opolskie (7%). W przypadku reszty województw oraz przedziałów wiekowych wskaźnik *CV* oscyluje wokół 5–6%. Co istotne w tym samym przedziale (czyli 45–49 lat) *CV* dla realizacji estymatora *HB* wynosi 20,01%, a zastosowany benchmark poprawia jego jakość ze względu na *CV* i zmniejsza *CV* o około 5 punktów procentowych. Najwyższa wartość *CV* w tym przedziale wiekowym dla realizacji estymatora *BHB* wynosi 15,41% i jest jednak znacznie większa niż wartość *CV* dla realizacji estymatora bezpośredniego w tymże przedziale wiekowym. W przypadku krańcowego przedziału wieku „85 lat i więcej” przeciętny wskaźnik *CV* dla realizacji estymatora *HB* wyniósł 14,71%, zaś dla realizacji estymatora *HB* z benchmarkiem 10,74%. Generalnie

w każdym przypadku, we wszystkich przedziałach klasowym oraz województwach wskaźnik CV dla realizacji estymatora HB był większy, niż dla realizacji estymatora bezpośredniego. W tym przypadku benchmark nie poprawił sytuacji na tyle by decydenci mogli podjąć decyzję o wyborze zastosowania tego estymatora. Analizując kształtowanie się wartości CV w poszczególnych przedziałach wiekowych oraz w przypadku zarówno mężczyzn, jak i kobiet wartości wskaźnika CV realizacji estymatora bezpośredniego były we wszystkich przedziałach wiekowych niższe niż w przypadku realizacji estymatora HB lub BHB . Jednak, podobnie jak w przypadku wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn, wprowadzenie benchmarku w przypadku estymatora hierarchiczno-bayesowskiego znacznie poprawiło precyzję oszacowań – nie na tyle jednak, by pod względem wartości CV był on lepszy od estymatora bezpośredniego. Porównanie wskaźnika CV dla każdego z estymatorów pokazuje tabela (4.1).

Tabela 4.1: Wskaźniki precyzji CV (w %) dla trzech wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności w układzie wojewódzkim

Przedział wieku	Dir		HB		BHB	
	Mężczyźni	Kobiety	Mężczyźni	Kobiety	Mężczyźni	Kobiety
45-49	4,98	4,92	13,52	9,59	11,64	8,53
50-54	3,86	3,68	9,00	10,46	7,68	9,36
55-59	3,45	3,14	7,84	8,07	6,81	7,27
60-64	3,32	2,82	8,52	7,67	7,41	6,79
65-69	3,85	3,11	6,28	9,21	5,38	8,09
70-74	3,65	2,76	9,88	11,02	8,30	9,35
75-79	3,73	2,59	14,20	15,14	11,64	12,28
80-84	4,43	2,79	15,79	17,14	12,59	12,94
85 +	5,76	3,13	14,71	19,05	10,74	12,39

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

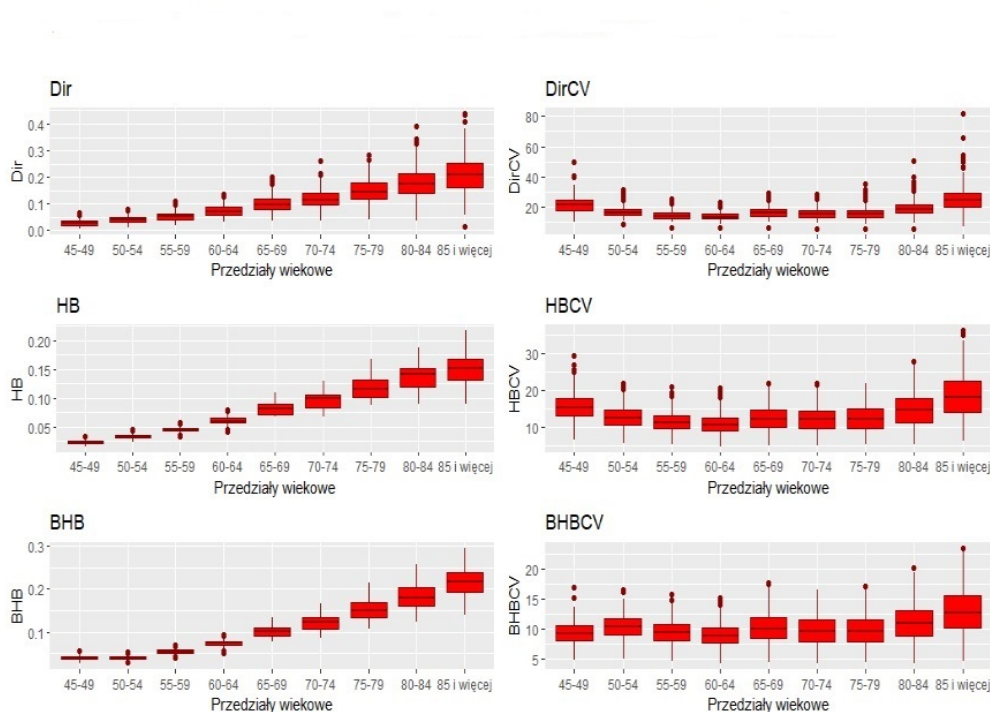
W tabeli tej przedstawiono dla każdego estymatora wartość przeciętną uzyskaną ze wskaźników CV w każdym z województw. Z tabeli wynika, że najlepszym pod względem wartości CV jest estymator bezpośredni.

W każdym z przedziałów wiekowych CV dla estymatora bezpośredniego jest niższa niż CV dla

estymatorów HB oraz HB z benchmarkiem (czyli BHB). Estymator ten zostanie więc użyty do analizy 4–regionalnej. Najbardziej obszernym regionem jest region stanowiący sumę wszystkich województw oprócz małopolskiego. Obszar ten nazywany jest dalej w pracy jako R_Pol . Dla województwa małopolskiego zostanie oszacowana odrębna wartość wskaźnika niepełnosprawności – także na podstawie estymatora bezpośredniego. Czy jednak estymator bezpośredni jest w stanie zapewnić wiarygodne szacunki? Kolejny podrozdział będzie stanowił odpowiedź na to pytanie.

4.4.2 Wskaźniki niepełnosprawności w układzie powiatowym

Podobnie, jak w przypadku układu wojewódzkiego, w układzie powiatowych nasza analiza skupi się na dziewięciu pięcioletnich przedziałach wiekowych, zaczynając od przedziału 45–49 lat, kończąc zaś na przedziale otwartym 85 i więcej lat. Rysunek (4.4) (podobnie jak w przypadku poprzedniego podrozdziału rysunek (4.3)) składa się z dwóch części.



Rysunek 4.4: Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w Polsce wraz z oceną ich precyzji w przekroju powiatów (w %)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

Część lewa zawiera wskaźniki niepełnosprawności dla mężczyzn w układzie powiatowym sza-

cowane przy pomocy estymatora bezpośredniego, hierarchiczno–bayesowskiego z benchmarkiem i bez benchmarku. Tutaj także, podobnie jak w przypadku układu wojewódzkiego, ma miejsce tendencja wzrostowa. Między starzeniem się, a niepełnosprawnością dochodzi do wzajemnych interakcji. Jak pisze Kilian (2018): „Subpopulacje osób niepełnosprawnych starzeją się szybciej niż całościowa ludność Polski. Zgodnie z dowiedzioną zależnością, powszechność występowania niepełnosprawności w starszym wieku będzie wzrastać w miarę postępowania procesu starzenia się społeczeństwa, a potrzeby powiększającej się grupy niepełnosprawnych seniorów będą wywierać na nie coraz większy nacisk”. Widać to wyraźnie także na powiatowym poziomie agregacji. Tendencja wzrostowa wskaźnika niepełnosprawności w zależności od wieku kształtuje się bardzo wyraźnie bez względu na użyty rodzaj estymatora.

Jednak pomiędzy wskaźnikami *CV* istnieją pewne różnice. W tym przypadku tendencja kształtowania się wskaźników *CV* jest odwrotna niż miało to miejsce w przypadku województw. W tym przypadku lepszym estymatorem, biorąc pod uwagę precyzję szacunku, jest estymator hierarchiczny z benchmarkiem, por. tabela (4.2).

Tabela 4.2: Ocena precyzji *CV* (w %) dla poszczególnych realizacji estymatorów w układzie powiatowym

Przedział wieku	<i>Dir</i>		<i>HB</i>		<i>BHB</i>	
	Mężczyźni	Kobiety	Mężczyźni	Kobiety	Mężczyźni	Kobiety
45-49	21,88	21,86	15,83	15,88	9,27	13,65
50-54	16,77	15,68	12,86	12,06	10,41	10,23
55-59	14,74	13,33	11,53	10,54	9,45	8,99
60-64	14,15	12,02	10,98	9,78	8,96	8,19
65-69	16,50	13,38	12,51	10,38	10,18	8,54
70-74	15,86	11,91	12,35	9,57	9,78	7,83
75-79	16,12	11,21	12,58	9,39	9,76	7,30
80-84	19,22	12,04	14,89	10,08	11,14	7,26
85 i więcej	25,47	13,52	18,76	12,05	13,08	7,35

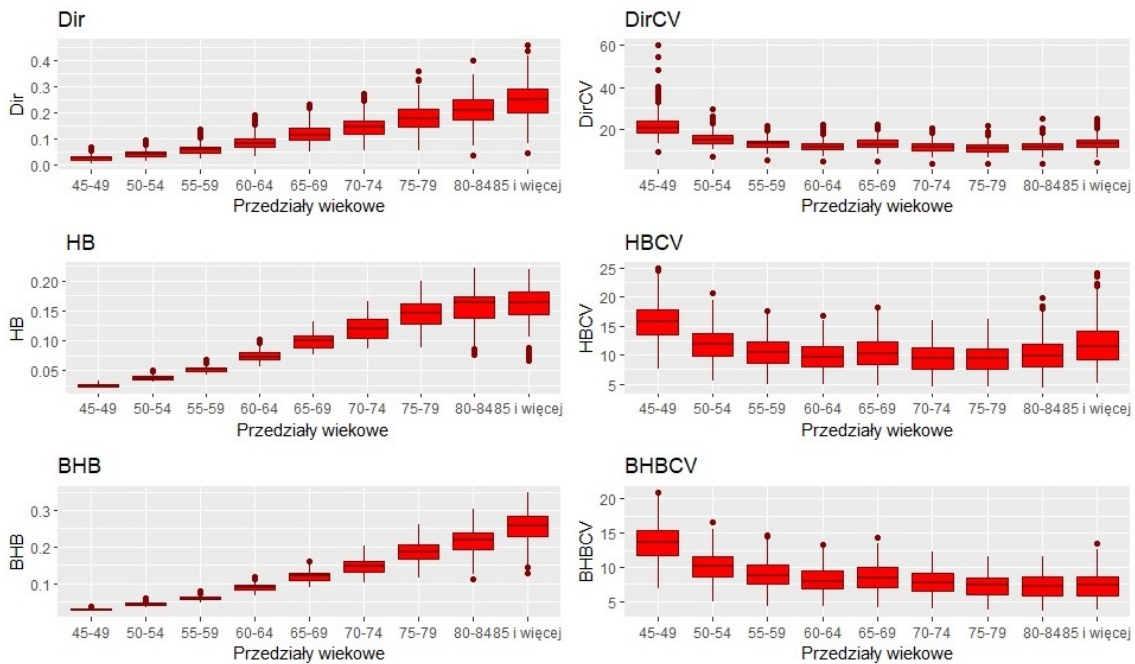
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011.

Tabela (4.2) pokazuje różnice pomiędzy *CV* trzech wspomnianych estymatorów i zawiera

przeciętne wartości CV ze wszystkich powiatów dla każdego przedziału wiekowego oraz każdego estymatora.

Wartość wskaźnika CV w przedziale 85 i więcej jest większa niż w przypadku pozostałych przedziałów wiekowych. Na przykład w przypadku wspomnianego przypadku realizacji estymatora bezpośredniego maksymalna wartość CV wyniosła 81,75% i wystąpiła w powiecie sierpeckim, przy czym dla wspomnianego powiatu wartość maksymalna wskaźnika CV w odniesieniu do realizacji estymatora HB wyniosła 36,27%, zaś dla realizacji estymatora BHB 23,54%. Wartości te w znaczący sposób wpływają na średnią dla poszczególnych realizacji estymatorów. W przypadku realizacji estymatora bezpośredniego średnia ta wynosi aż 25,47%, dla estymatora HB 18,76%, zaś dla BHB 13,08%.

Podobną sytuację, uwzględniając zarówno oszacowania, jak i ich precyzję mierzoną wartościami CV , można zaobserwować w przypadku kobiet, por. rysunek (4.5).



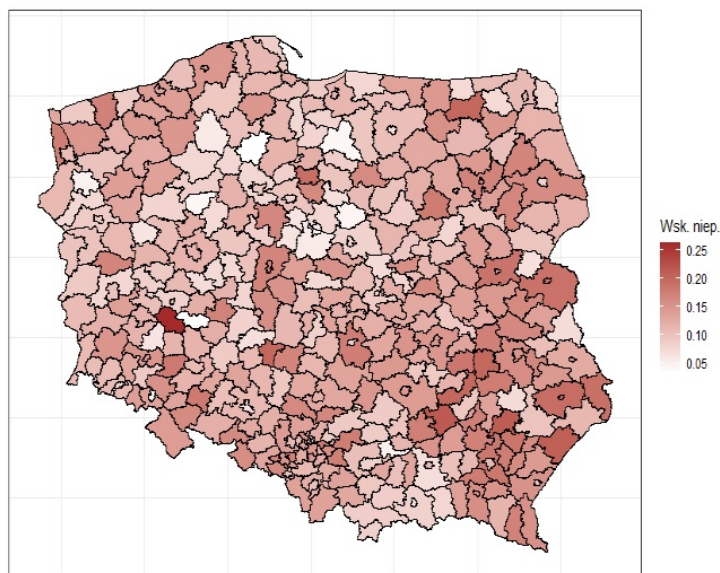
Rysunek 4.5: Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności kobiet w Polsce wraz z oceną ich precyzji w przekroju powiatów (w %)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011.

Dla kobiet wartości wskaźnika niepełnosprawności oraz wskaźnika CV jest zbliżone wartości

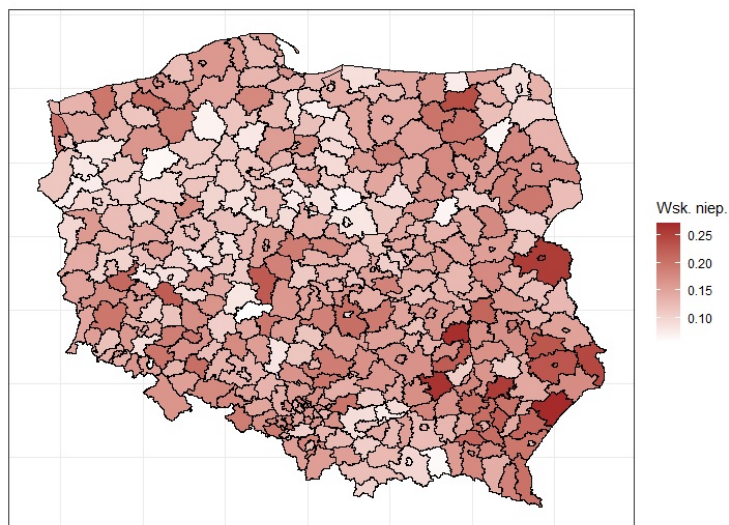
wskaźnika otrzymanego dla mężczyzn. Można stwierdzić, że istotną determinantą niepełnosprawności jest wiek, gdyż wraz ze wzrostem wieku niepełnosprawność także rośnie. Jak widać na wykresie większe wartości CV można odnotować w skrajnych przedziałach wiekowych. I tak na przykład, w pierwszym przedziale wiekowym 45–49 lat maksymalny wskaźnik CV w przypadku estymatora bezpośredniego wynosi aż 60,14%, zaś średnia wartość wskaźnika CV ze wszystkich powiatów wynosi aż 21,86%. Średnia ta jednak jest niższa zarówno w przypadku estymatora HB , jak i estymatora BHB i wynosi odpowiednio 15,88% oraz 13,65%. Jak widać w załączonej tabeli (4.2) dla każdego przedziału wiekowego wartość względnego błędu szacunku CV estymatora z benchmarkiem jest niższa niż w przypadku estymatora hierarchiczno–bayesowskiego bez benchmarku oraz bezpośredniego. Śledząc więc wskaźniki CV zawarte w tabeli (4.2) można stwierdzić, że w układzie powiatowym lepszym szacunkiem wskaźnika niepełnosprawności tylko biologicznej pod względem precyzji jest wartość otrzymana na podstawie estymatora hierarchiczno–bayesowskiego z benchmarkiem.

Otrzymane oszacowania wskaźnika niepełnosprawności w przekroju powiatów pozwoliły na analizę przestrzenną osób z niepełnosprawnościami biologicznymi w takim właśnie przekroju przestrzennym, por. rys. (4.6) i (4.7).



Rysunek 4.6: Wskaźnik niepełnosprawności mężczyzn w przedziale wieku 75–79 lat w przekroju powiatów otrzymany z wykorzystaniem estymatora HB z benchmarkiem

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



Rysunek 4.7: Wskaźnik niepełnosprawności kobiet w przedziale wieku 75–79 lat w przekroju powiatów otrzymany z wykorzystaniem estymatora *HB* z benchmarkiem

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011

Rysunki (4.6) i (4.7) przedstawiają przestrzenne zróżnicowanie wskaźnika niepełnosprawności tylko biologicznej na obszarze całej Polski w układzie powiatowym i z podziałem na płeć. Przedstawiono tylko jeden przedział wiekowy 75–79 lat, dla którego odnotowano stosunkowo niską wartość względnego błędu szacunku *CV*. Jest to przedział wiekowy, dla którego rozkład wskaźników niepełnosprawności na terytorium Polski jest bardzo zbliżony.

Co ciekawe na obszarze całej Polski, biorąc pod uwagę przekrój miasto–wieś, dla którego urbanizacja jest dość zróżnicowana, wpływ gorszych warunków życia, związanych ze stanem środowiska nie jest dostrzegalny. Najbardziej zanieczyszczone tereny aglomeracyjne to zazwyczaj miejsca, w których poziom niepełnosprawności nie są istotnie wysokie.

Zmniejszony znacznie udział niepełnosprawnych tylko prawnie lub biologicznie i prawnie, na rzecz niepełnosprawnych tylko biologicznie w niektórych częściach wschodniej Polski można tłumaczyć specyfiką funkcjonalną. Są to obszary typowo wiejskie, o dużym zatrudnieniu w rolnictwie indywidualnym. Rolnicy i ich rodziny w mniejszym stopniu starają się o przyznanie statusu osoby niepełnosprawnej, gdyż wynika to z mentalności, mniejszego zainteresowania opieką zdrowotną i społeczną, często słabą wiedzą na temat uwarunkowań prawnych i procedur. Jednocześnie lepiej oceniają swą kondycję zdrowotną niż bardziej wyedukowani i wyczuleni na tym punkcie mieszkańcy miast. Z perspektywy ekonomicznej uzyskanie orzeczenia prawnego o niepełnosprawności

(szczególnie w stopniu lekkim) nie jest też tak opłacalne, jak dla osoby nieposiadającej gospodarstwa rolnego (przykładowo mieszkańcy wsi znacznie rzadziej mają sposobność ze skorzystania z różnego rodzaju ulg w instytucjach i usługach publicznych). Generalnie na wsi z rozwiniętą funkcją rolniczą dopiero znaczny stopień upośledzenia zdrowotnego skłania do starania się o orzeczenie prawne niepełnosprawności, a w konsekwencji otrzymanie renty inwalidzkiej.

4.4.3 Wskaźniki niepełnosprawności w układzie Miejskich Obszarów Funkcjonalnych

Pojęcie „Obszaru Funkcjonalnego” nie jest pojęciem nowym. Obszar ten został zdefiniowany jeszcze przed wstąpieniem Polski do UE w ustawie z dnia 27 marca 2003 r. o planowaniu i zagospodarowaniu przestrzennym. Zgodnie z ustawową definicją, Obszar Funkcjonalny należy rozumieć jako „obszar szczególnego zjawiska z zakresu gospodarki przestrzennej lub występowania konfliktów przestrzennych, stanowiący zwarty układ przestrzenny składający się z funkcjonalnie powiązanych terenów, charakteryzujących się wspólnymi uwarunkowaniami i przewidywanymi jednolitymi celami rozwoju”¹¹.

Pojęcie „Miejski Obszar Funkcjonalny” (MOF) występuje w Unii Europejskiej również pod nazwami: Larger Urban Zone (Urban Audit, Eurostat), Urban Functional Area (FUA), (ESPON, OECD Urban Policy Reviews). Jak podaje GUS¹² związany ściśle z tym pojęciem – Urban Audit to program, który jest wspólną inicjatywą Komisji Europejskiej i Eurostatu stanowiącą odpowiedź na rosnące potrzeby informacyjne o miastach. Program ten ma również szereg celów lecz całości programu przyświeca jeden szczególnie. Celem tym jest dostarczenie obiektywnych i porównywalnych danych statystycznych o miastach europejskich, między innymi z zakresu demografii, struktury gospodarstw domowych, mieszkalnictwa, ochrony zdrowia, rynku pracy, działalności ekonomicznej, dochodów, zaangażowania społecznego, edukacji, ochrony środowiska, kultury i turystyki.

Takie obszary funkcjonalne zgodne z ideą wydzielenia Larger Urban Zone można wskazać także w Polsce. Jak już wspomniano, wydzielenie takich obszarów pozwala na szersze spojrzenie na rozwój gospodarczy tych jednostek oraz spojrzenie na politykę jaką prowadzi się wobec osób z niepełnosprawnościami.

W niniejszej pracy doktorskiej przyjęto założenie, że obszarami funkcjonalnymi będą obszary

¹¹<http://rbgp.pl/obszary-funkcjonalne/>

¹²<https://stat.gov.pl/statystyka-regionalna/badania-regionalne/urban-audit-250/>

związane z czterema dużymi miastami w Polsce czyli Krakowem, Poznaniem, Łodzią i Wrocławiem. Dodać należy, że jako obszary funkcjonalne muszą być brane pod uwagę łącznie z tak zwaną „otuliną”¹³, dla Krakowa zaś z "obwarzankiem" zdefiniowanym wcześniej. Naszym celem w tej części badania empirycznego była analiza oszacowań i ich ocen pod względem precyzji szacunku (wyrażonej wartościami względnego błędu *CV*) trzech omawianych w pracy estymatorów w układzie miejskich obszarów funkcjonalnych.

Zakres przestrzenny uwzględniony w badaniu

Pracami analitycznymi dotyczącymi obszarów funkcjonalnych objęto takie duże miasta Polski jak: Kraków, Poznań, Łódź i Wrocław. Miasto Kraków jest obecnie podzielone na 18 nowych dzielnic. Pomimo, że nie są one porównywalne z jednostkami wydzielonymi w ramach pozostałych trzech miast, podjęta została próba przeprowadzenia pogłębionej analizy nad rozwojem demograficznym Krakowa w przekroju dzielnic. Poznań, Łódź i Wrocław posiadają po 5–6 dzielnic, które są porównywalne między sobą pod względem wielkości i struktury miejskiej. Z analizy wyłączona została Warszawa. Silnie rozwijająca się stolica w ciągu ostatnich 30 lat kilkakrotnie zmieniała zarówno swój obszar, jak i ustrój administracyjny miasta. W tym sensie dzielnice Warszawy nie są porównywalne z dzielnicami innych miast. Z uwagi na liczbę tych dzielnic i trudność z porównywalnością informacji dla nich w czasie podjęto decyzję o wyłączeniu z prac stolicy.

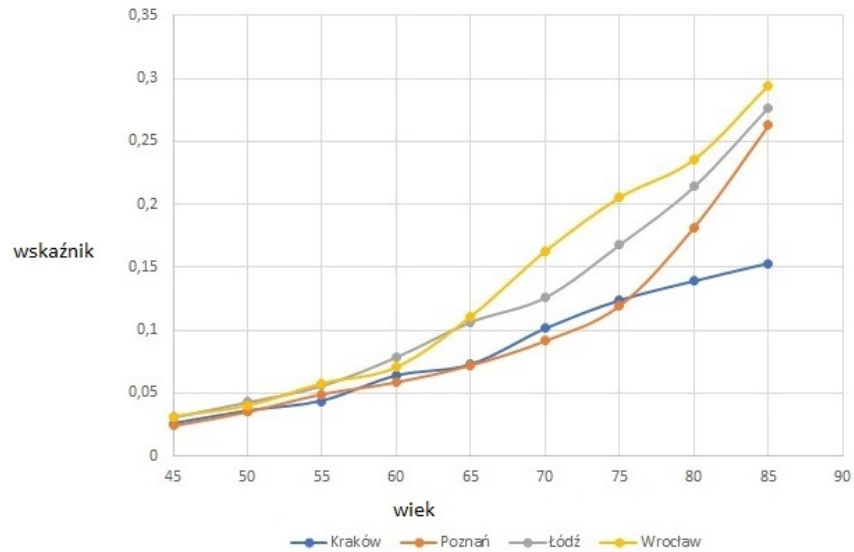
W przypadku Krakowa Miejski Obszar Funkcjonalny nie pokrywa się z podziałem na poziomie powiatów. Pierwotnie zakładano uwzględnienie wszystkich powiatów, które tylko częściowo wchodziły w zakres funkcjonalnego obszaru Krakowa. W badaniu poświęconego wieloregionalnej analizie demograficznej ograniczono się do dwóch powiatów okalających Kraków, które prawie w całości wchodziły do obecnego Funkcjonalnego Obszaru Krakowa. Wymienione gminy powiatu myślenickiego i proszowickiego przekraczają granice tak zwanego Obwarzanka, ale nie stanowią większego problemu w analizie wieloregionalnej. Przepływy migracyjne pomiędzy gminami, które nie weszły do KOM (Obwarzanek i Kraków), a obecnego Obszaru Funkcjonalnego nie są wystarczająco duże, żeby miały zmienić istotę naszych analiz.

W przypadku pozostałych trzech miast ograniczono się tylko do powiatów okalających je, gdyż uwzględnienie właściwych obszarów funkcjonalnych było niemożliwe. Względy odpowiedniej informacji na poziomie funkcjonalnym miast były decydujące do przyjęcia odpowiednich uproszczeń.

¹³"Otulina" to powiaty poznański, łódzki wschodni i wrocławski

Prezentacja wyników

Prezentację wyników zaczniemy od pokazania, jak kształtował się poziom wskaźnika niepełnosprawności tylko biologicznej kobiet w czterech dużych miastach w Polsce.



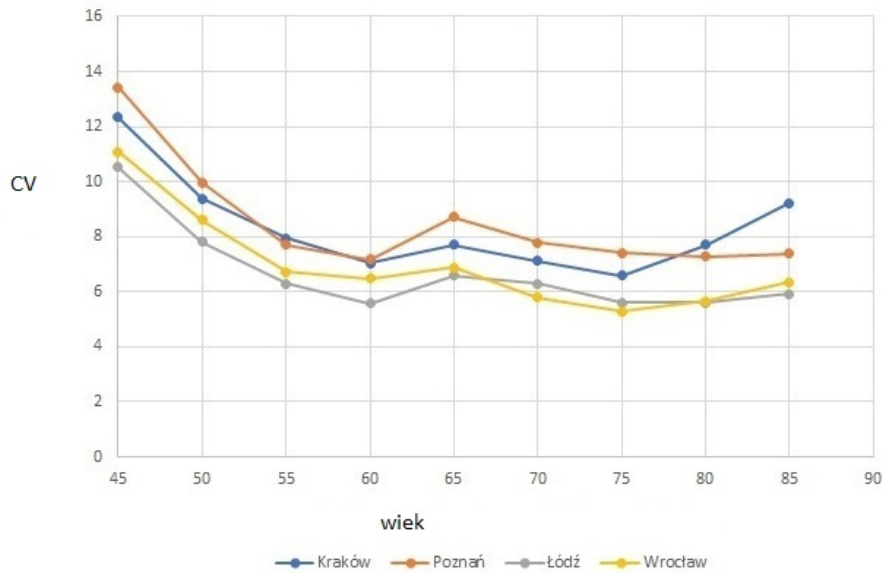
Rysunek 4.8: Realizacja estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności kobiet w czterech dużych miastach w Polsce w przedziałach wiekowych

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011.

Jak widać na rysunku (4.8) w prawie każdym przedziale wiekowym realizacja estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności dla miasta Kraków (niebieska linia) jest niższa niż w pozostałych dużych miastach (na osi OX liczby oznaczają lewe końce rozważanych przedziałów wiekowych). Natomiast największe wartości realizacji estymatora bezpośredniego badanego zjawiska należą do miasta Wrocławia. Poziom realizacji estymatora bezpośredniego we wszystkich czterech dużych miastach potwierdza postawioną tezę, iż wraz z wiekiem wzrasta wskaźnik niepełnosprawności. Rodzi się natomiast pytanie o związek takich realizacji estymatora bezpośredniego z wielkością próby wylosowanej do badania szacunków wskaźnika niepełnosprawności.

Ważną kwestią jest też to jak w badanych dużych miastach kształtują się wielkości błędu względnego szacunku (CV) realizacji estymatora bezpośredniego. Istotnym staje się pytanie czy kształtowanie się wielkość CV posiada jakąś określoną tendencję.

Jak widać na rysunku (4.9), każda linia odpowiadająca konkretnemu miastu ma charaktery-



Rysunek 4.9: Ocena precyzji CV (w %) realizacji estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności kobiet w dużych miastach w Polsce

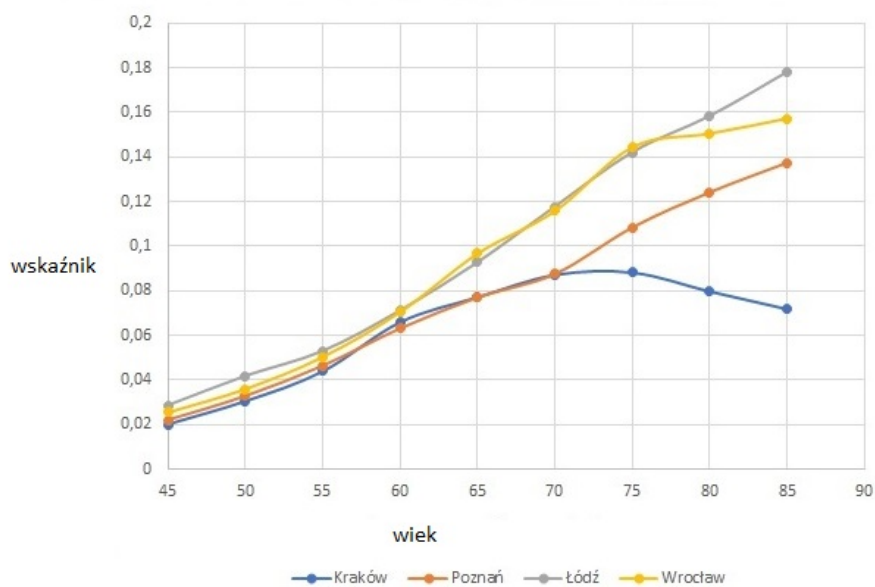
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z NSP 2011.

styczny kształt. Najwyższe wartości wskaźnika CV można odnotować dla krańcowych przedziałów wieku. I tak na przykład, krańcowym (bo pierwszym wziętym do analizowania) przedziałem jest przedział 45–49 lat, w którym odnotowuje się stosunkowo wysoki wskaźnik CV dla wszystkich czterech miast. W kolejnych przedziałach wiekowych wskaźnik ten maleje, po czym stabilizuje się na dopuszczalnym poziomie i w ostatnim przedziale wiekowym (85 lat i więcej) lekko wzrasta. Najwyższy wzrost we wspomnianym przedziale kształtuje się w mieście Kraków (niebieska linia).

Kolejną ważną kwestią jest sprawa wartości wskaźnika precyzji CV realizacji estymatora bezpośredniego w powiatach okalających wybrane duże miasta. Odnośnie miasta Krakowa mamy dwa okalające go powiaty, jest to powiat wielicki oraz krakowski. W pierwszych czterech przedziałach wiekowych wartość wskaźnika CV powiatu krakowskiego jest niższa niż CV miasta Kraków, zaś wartość CV dla powiatu wielickiego jest wyższa niż dla Krakowa. W ostatnich pięciu przedziałach wiekowych wskaźniki CV obu powiatów są wyższe niż CV dla Krakowa. Miasto Poznań ma tylko jeden powiat okalający, jest to powiat poznański i jedynie w dwóch pierwszych przedziałach wiekowych (45–49 i 50–54) wskaźnik CV realizacji estymatora bezpośredniego dla tego powiatu był niższy niż CV miasta Poznania. W pozostałych przedziałach wiekowych wskaźnik

ten w powiecie poznańskim jest wyższy niż w Poznaniu. W przypadku miasta Łódź wybrano aż 5 powiatów okalających go i są to: powiat brzeziński, tomaszowski, piotrkowski, pabianicki i zgierski. Tu jedynie w pierwszym przedziale (45–49) w powiecie piotrkowskim wskaźnik *CV* był niższy o 0,1484 punktu procentowego niż w Łodzi, we wszystkich pozostałych powiatach i przedziałach wiekowych wskaźniki *CV* były wyższe niż w mieście Łódź. Miasto Wrocław posiada trzy okalające go powiaty i są to: powiat wrocławski, średzki i trzebnicki. Tylko w jednym przypadku *CV* w mieście Wrocław był wyższy, mianowicie w przedziale 50–54 w powiecie wrocławskim różnica wyniosła 0,2251 punktu procentowego.

Na rysunku (4.10) przedstawiono kształtowanie się poziomu realizacji kolejnego z rozpatrywanych w badaniu estymatorów, na podstawie którego szacowano wskaźnik niepełnosprawności tylko biologicznej w czterech dużych miastach - estymatora *HB*.



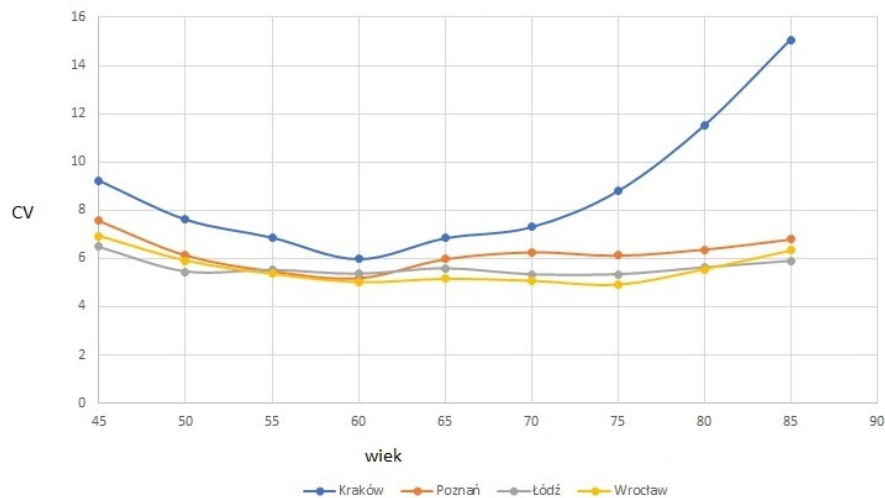
Rysunek 4.10: Realizacja estymatora *HB* wskaźnika niepełnosprawności kobiet w czterech dużych miastach w Polsce w przedziałach wiekowych

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011.

Z wykresu wynika tendencja do wzrostu tego wskaźnika w zależności od przedziału wiekowego. Oznacza to – podobnie jak przy realizacji estymatora bezpośredniego, że wraz ze wzrostem wieku wzrasta również wskaźnik niepełnosprawności. Jak też widać na rysunku, duże miasta do

pewnego momentu są do siebie podobne parami. Pierwsza para to Kraków i Poznań. Krzywe prawie pokrywają się aż do przedziału wiekowego 70 lat i więcej, następnie dwie linie rozchodzą się. Linia niebieska (Kraków) zaczyna opadać, zaś krzywa pomarańczowa (Poznań) utrzymuje trend wzrostowy. Druga para to Łódź i Wrocław. Do przedziału wiekowego 75 lat i więcej wykresy te prawie się pokrywają, a począwszy od tego momentu linie te rozgałęziają się.

Kolejnym punktem analizy realizacji estymatora hierarchiczno-bayesowskiego jest ocena kształtowania się wielkości CV w odniesieniu do tego rodzaju estymatora. Na rysunku (4.11) widać pewną tendencję w kształtowaniu się CV obliczonego w odniesieniu do realizacji estymatora hierarchiczno-bayesowskiego wskaźnika niepełnosprawności w czterech dużych miastach Polski. Należy zwrócić uwagę na miasto Kraków. Przebieg krzywej, która reprezentuje Kraków (niebieska linia), wyraźnie różni się od przebiegu krzywych dla pozostałych miast. Jak widać na rysunku dla pierwszych czterech przedziałów wiekowych można dostrzec tendencję malejącą, zaś od przedziału 60 lat i więcej tendencja jest rosnąca.



Rysunek 4.11: Ocena precyzji CV (w %) realizacji estymatora HB wskaźnika niepełnosprawności kobiet w dużych miastach w Polsce

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z NSP 2011.

Tabele (4.3) oraz (4.4) zawierają porównanie dwóch realizacji estymatorów wskaźnika niepełnosprawności pod względem CV . Jest to porównanie realizacji estymatora bezpośredniego (skrótowo Dir) oraz hierarchiczno-bayesowskiego (HB) dla mężczyzn i kobiet odpowiednio.

Tabela 4.3: Ocena precyzji CV (w %) realizacji estymatora bezpośredniego oraz HB wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w dużych miastach w Polsce

Przedziały wiekowe	Kraków		Poznań		Łódź		Wrocław	
	<i>Dir</i>	<i>HB</i>	<i>Dir</i>	<i>HB</i>	<i>Dir</i>	<i>HB</i>	<i>Dir</i>	<i>HB</i>
45–49	12,33	9,24	13,44	7,56	10,53	6,50	11,09	6,94
50–54	9,39	7,64	9,97	6,14	7,81	5,45	8,62	5,91
55–59	7,96	6,89	7,71	5,48	6,30	5,52	6,72	5,36
60–64	7,05	5,99	7,17	5,19	5,57	5,35	6,49	5,02
65–69	7,70	6,86	8,72	5,97	6,59	5,59	6,89	5,15
70–74	7,13	7,31	7,80	6,26	6,30	5,33	5,80	5,07
75–79	6,60	8,80	7,42	6,12	5,60	5,33	5,29	4,91
80–84	7,72	11,51	7,29	6,38	5,60	5,63	5,65	5,55
85 i więcej	9,23	15,06	7,38	6,79	5,93	5,91	6,36	6,33

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011.

Tabela 4.4: Ocena precyzji CV (w %) realizacji estymatora bezpośredniego oraz HB wskaźnika niepełnosprawności kobiet w dużych miastach w Polsce

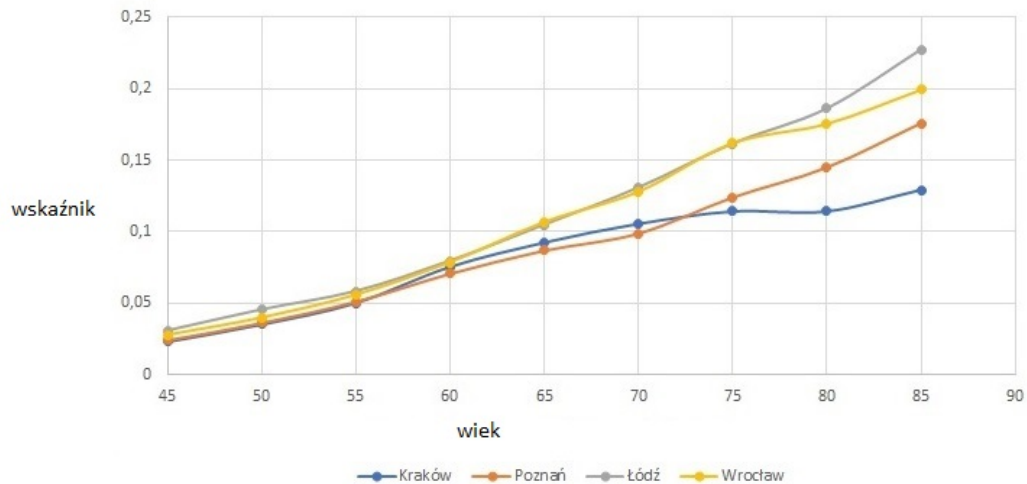
Przedziały wiekowe	Kraków		Poznań		Łódź		Wrocław	
	<i>Dir</i>	<i>HB</i>	<i>Dir</i>	<i>HB</i>	<i>Dir</i>	<i>HB</i>	<i>Dir</i>	<i>HB</i>
45–49	18,04	10,62	16,86	9,40	13,87	8,25	15,78	8,47
50–54	12,21	8,25	11,32	6,91	10,85	6,10	12,21	6,56
55–54	10,22	7,33	10,35	6,14	8,16	6,22	8,76	6,00
60–64	8,92	6,50	8,83	5,88	7,12	6,11	8,59	5,50
65–69	10,29	7,34	10,92	6,52	8,46	5,82	8,83	5,62
70–75	8,69	7,86	9,64	6,57	7,77	5,57	6,77	5,36
75–80	8,06	10,05	8,79	6,52	6,45	5,69	6,53	5,18
80–84	9,58	13,00	8,81	6,90	6,32	5,73	6,43	5,88
85 i więcej	10,51	17,68	8,34	7,13	6,67	6,19	7,29	6,65

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z NSP 2011.

Jak widać w tabeli (4.3) tylko w czterech przypadkach w odniesieniu do miasta Krakowa wskaźnik CV wyższy jest w przypadku realizacji estymatora hierarchiczno-bayesowskiego. Są to przedziały wiekowe: 70–74, 75–79, 80–84 oraz 85 i więcej lat.

Z tabeli (4.4) można zauważyć pewną tendencję. W większości z przypadków, na które składają się CV realizacji estymatorów hierarchiczno-bayesowskiego oraz bezpośredniego z podziałem na wiek i płeć, widać wyraźnie, iż realizacja estymatora HB cechuje się mniejszą precyzją CV niż realizacja estymatora bezpośredniego. Jedynie w trzech przypadkach precyzja CV realizacji estymatora hierarchiczno-bayesowskiego jest wyższa niż CV realizacji estymatora bezpośredniego. Wspomniana różnica świadczy na niekorzyść estymatora hierarchiczno-bayesowskiego w przypadku kobiet i występuje w przypadkach przedziałów klasowych 75–79, 80–84 oraz 85 i więcej lat.

Remedium na powyższą sytuację może stanowić zastosowanie benchmarku dla estymatora hierarchiczno-bayesowskiego. Rozkład wskaźnika niepełnosprawności ze względu na poszczególne przedziały wiekowe z wykorzystaniem estymatora hierarchiczno-bayesowskiego przedstawia rysunek (4.12).



Rysunek 4.12: Realizacja estymatora HB z benchmarkiem wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn dla czterech dużych miast w Polsce

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NSP 2011.

Kształt krzywych we wszystkich czterech miastach Polski ukazuje, iż coraz częściej osobami niepełnosprawnymi są osoby w wyższych przedziałach wiekowych. Zdaniem Gutowskiej (2015, str. 19) osoby starsze: „to bardzo ważna grupa z punktu widzenia niepełnosprawności. Osoby starsze z niepełnosprawnościami stanowią bardzo zróżnicowaną grupę. Są to zarówno osoby z niepełnosprawnością wrodzoną lub nabytą we wcześniejszych fazach życia, jak i te, które stały się niepełnosprawne w okresie późnej dorosłości, na skutek ujawnienia się z wiekiem różnych schorzeń prowadzących do obniżenia lub braku sprawności”.

Oдноśnie kształtowania wskaźnika niepełnosprawności w tak zwanej „otulinie”, wskaźnik ten jest zawsze wyższy w powiatach okalających dane miasto od wskaźnika w tymże mieście. Tabela (4.5) ukazuje jak kształtował się odsetek osób z niepełnosprawnościami uzyskany dzięki estymatorowi hierarchicznemu z benchmarkiem.

Tabela 4.5: Realizacja estymatora *HB* z benchmarkiem wskaźnika niepełnosprawności (w %) mężczyzn w dużych miastach oraz w ich „obwarzankach”

Przedział	45–49	50–54	55–59	60–64	65–69	70–74	75–79	80–84	85 +
m.Kraków	2,31	3,52	5,02	7,55	9,24	10,55	11,42	11,42	12,93
krakowski	2,51	3,80	5,39	8,11	10,15	11,78	13,42	14,66	18,19
wielicki	2,57	3,89	5,54	8,35	10,56	12,42	14,35	15,84	19,81
m.Poznań	2,41	3,62	5,11	7,06	8,68	9,88	12,40	14,50	17,59
poznański	2,52	3,76	5,31	7,37	9,16	10,61	13,32	16,07	20,33
m.Łódź	3,06	4,54	5,83	7,95	10,48	13,09	16,16	18,62	22,75
brzeziński	3,45	5,10	6,56	9,09	12,04	15,45	20,53	24,72	30,90
tomaszowski	3,24	4,76	6,07	8,26	11,16	14,14	17,76	20,82	26,14
piotrkowski	3,44	5,01	6,47	8,82	11,86	15,23	19,14	23,12	30,15
pabianicki	3,18	4,67	6,00	8,20	10,84	13,67	17,10	20,07	24,73
zgierski	3,19	4,68	6,00	8,18	10,79	13,68	16,91	19,77	24,66
m.Wrocław	2,76	3,97	5,58	7,85	10,68	12,82	16,23	17,58	19,97
wrocławski	3,06	4,37	6,08	8,60	11,85	14,49	18,91	21,90	26,81
średzki	3,25	4,54	6,30	8,83	12,23	16,11	20,49	24,16	30,63
trzebnicki	3,01	4,35	6,02	8,54	11,60	14,55	18,55	21,36	25,43

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z NSP 2011.

Można zauważyć, że w górnych przedziałach wiekowych zjawisko niepełnosprawności niejako kumuluje się, ponieważ w przedziałach tych już znajdują się osoby z niepełnosprawnościami, które nabyły tę niepełnosprawność wcześniej lub mają wrodzoną niepełnosprawność, ponadto do przedziałów tych dołączyły osoby, których niepełnosprawność wynika z wieku - podeszły wiek jest tu determinantą niepełnosprawności.

Kolejna część analizy dotyczy tego, jak kształtowała się wartość względnego błędu szacunku CV w każdym z czterech wyróżnionych miast Polski. Rozmiar tych wskaźników jest istotnym elementem podejmowania decyzji o wyborze danego estymatora do prognozy 4-regionalnej. Spośród trzech estymatorów (estymator bezpośredni, estymator hierarchiczno-bayesowski bez benchmarku i z benchmarkiem) wybiera się ten, który charakteryzuje się najmniejszym poziomem wskaźnika CV . Przy czym należy zaznaczyć, że przy wyborze estymatora do prognozy 4-regionalnej stosuje się podejście hybrydowe. To znaczy, jeśli w przypadku dużych miast Polski stosuje się estymator hierarchiczno-bayesowski (HB) z benchmarkiem (w tym przypadku BHB), niekoniecznie ten sam estymator będzie użyty w przypadku pozostałych obszarów 4-regionalnych. Szczegóły zostaną omówione w kolejnym podrozdziale.

Kolejnym etapem badań jest analiza mająca na celu porównanie wartości CV w przypadku estymatora bezpośredniego, hierarchiczno-bayesowskiego z benchmarkiem i bez benchmarku. Przedstawia ją tabela (4.6).

Jak pokazały wyniki przeprowadzonego badania wartości wskaźnika CV nie są skorelowane z płcią, tylko liczebnością próby. Dlatego też wartości względnego błędu prognozy zostały przedstawione tylko dla jednej z płci. Na podstawie tabeli (4.6) można wywnioskować, że:

1. w przypadku realizacji każdego z estymatorów w znacznej większości przypadków ich precyzja w postaci CV była lepsza w dużych miastach, niż w powiatach je okalających, prawdopodobnie związane jest to z większą populacją tych miast niż w powiatów,
2. w przypadku realizacji każdego z trzech typów estymatorów, w każdym obszarze i przedziale wiekowym zachodzi relacja $CV(Dir) > CV(HB) > CV(BHB)$,
3. relacja dotycząca precyzji estymatorów, przedstawiona powyżej, potwierdza, że estymator klasy SMO jakim jest estymator hierarchiczno-bayesowski, jest precyzyjniejszy od bezpośredniego, a benchmark na niego nałożony dodatkowo powiększa tą precyzję.

Podsumowując wyniki badania przeprowadzonego w ramach podrozdziału prezentujemy sze-

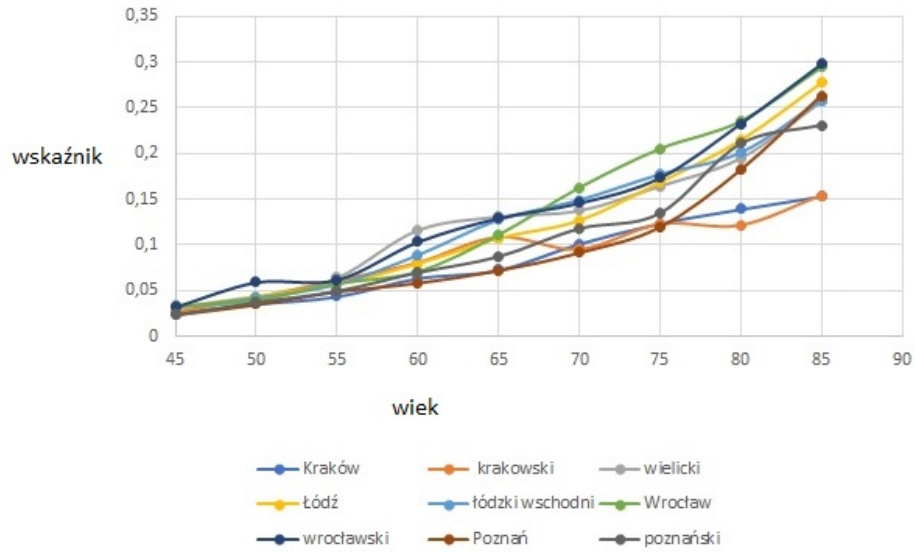
Tabela 4.6: Wartości współczynnika *CV* realizacji trzech różnych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast

Przedział	<i>CV</i>	Kraków	krakowski	wielicki	Łódź	łódzki wschodni	Wrocław	wrocławski	Poznań	poznański
45-49	<i>Dir</i>	12,33	11,68	13,00	10,53	13,64	11,09	12,30	13,44	11,73
	<i>HB</i>	9,24	10,41	12,58	6,50	10,18	6,94	9,59	7,56	8,11
	<i>BHB</i>	8,05	8,39	9,98	6,06	8,82	6,41	8,08	6,90	7,07
50-54	<i>Dir</i>	9,39	8,47	10,60	7,81	11,63	8,62	8,39	9,97	8,96
	<i>HB</i>	7,64	8,62	10,30	5,45	8,35	5,91	8,12	6,14	6,65
	<i>BHB</i>	6,62	6,87	7,99	5,01	7,09	5,36	6,63	5,55	74,14
55-59	<i>Dir</i>	7,96	7,27	8,38	6,30	9,37	6,72	8,27	7,71	7,90
	<i>HB</i>	6,89	7,66	8,75	5,52	7,97	5,36	7,19	5,48	10,66
	<i>BHB</i>	6,02	6,22	7,03	5,01	6,66	4,84	5,92	4,97	5,19
60-64	<i>Dir</i>	7,05	6,98	7,05	5,57	8,45	6,49	7,41	7,17	7,21
	<i>HB</i>	5,99	6,66	7,65	5,35	7,72	5,02	6,78	5,19	5,68
	<i>BHB</i>	5,25	5,44	6,19	4,79	6,31	4,51	5,55	4,64	4,86
65-69	<i>Dir</i>	7,70	7,69	8,14	6,59	9,05	6,89	9,19	8,72	8,91
	<i>HB</i>	6,86	7,74	8,95	5,59	8,24	5,15	7,41	5,97	0,46
	<i>BHB</i>	5,73	5,95	6,82	4,94	6,64	4,66	6,06	5,30	5,19
70-74	<i>Dir</i>	7,13	8,71	8,90	6,30	8,89	5,80	9,31	7,80	8,28
	<i>HB</i>	7,31	7,97	9,21	5,33	7,81	5,07	7,19	6,26	6,93
	<i>BHB</i>	6,05	6,04	6,84	4,80	6,31	4,59	5,83	5,55	5,82
75-79	<i>Dir</i>	6,60	7,97	8,21	5,60	9,22	5,29	8,54	7,42	8,93
	<i>HB</i>	8,80	9,28	10,53	5,33	7,72	4,91	6,75	6,12	6,95
	<i>BHB</i>	6,81	6,39	7,04	4,69	6,04	4,37	5,25	5,36	5,68
80-84	<i>Dir</i>	7,72	9,46	9,04	5,60	9,48	5,65	8,72	7,29	8,56
	<i>HB</i>	11,51	11,79	13,30	5,63	8,04	5,55	7,51	6,38	7,26
	<i>BHB</i>	8,04	7,01	7,70	4,79	5,85	4,75	5,39	5,46	5,71
85 i więcej	<i>Dir</i>	9,23	10,12	9,80	5,93	11,90	6,36	8,87	7,38	9,66
	<i>HB</i>	15,06	14,96	15,46	5,91	8,76	6,33	8,59	6,79	11,40
	<i>BHB</i>	8,37	6,74	7,34	4,63	5,84	4,98	5,30	5,31	5,41

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z NSP 2011.

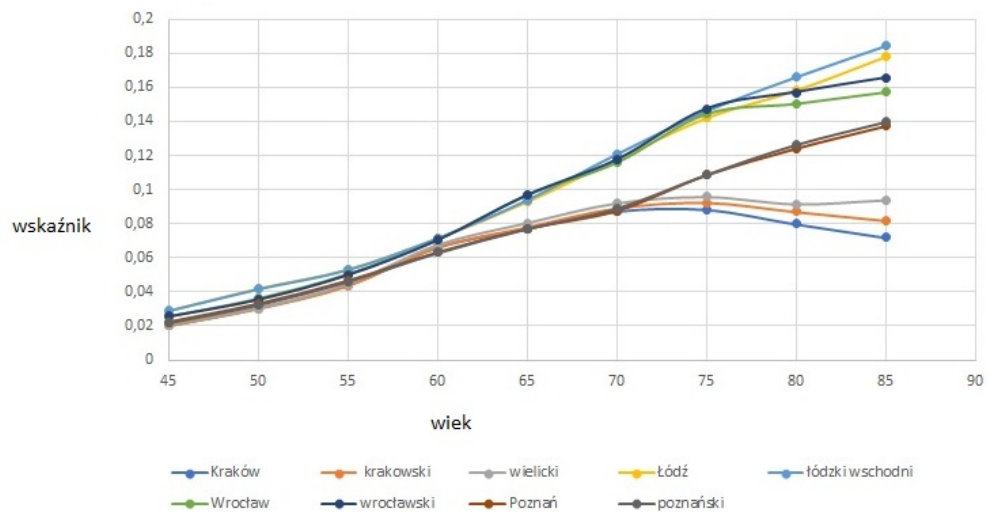
reg wykresów zwracających uwagę na kształtowanie realizacji poszczególnych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast.

Na rysunku (4.13) pokazano kształtowanie się wskaźnika niepełnosprawności tylko biologicznej w funkcjonalnych obszarach czterech dużych miast w Polsce. Wykorzystano estymator bezpośredni. Z kolei na rysunku (4.14) pokazano kształtowanie się wskaźników niepełnosprawności z szacunkami hierarchiczno-bayesowskimi.



Rysunek 4.13: Realizacja estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności dla obu płci w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast w Polsce

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



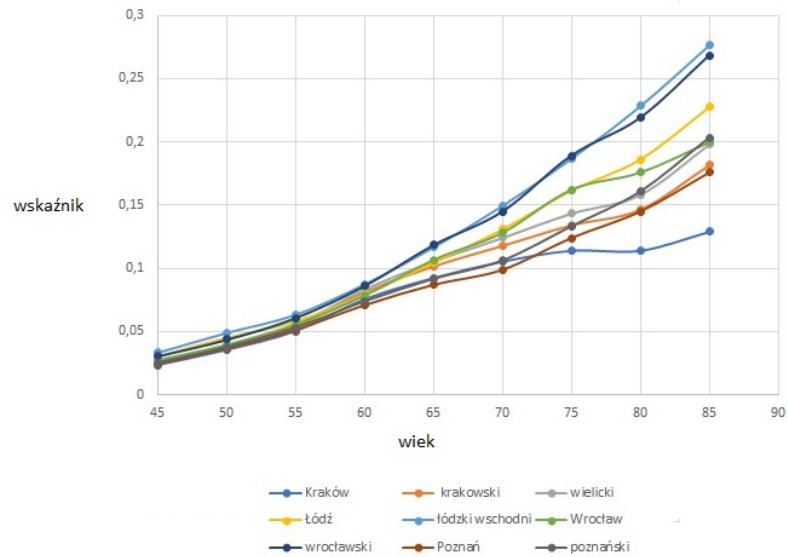
Rysunek 4.14: Realizacja estymatora HB wskaźnika niepełnosprawności dla obu płci w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast w Polsce

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

Jak pokazano na rysunku (4.13), żaden obszar okalający duże miasto nie odbiega znacząco ze względu na tendencje od związanego z nim ściśle obszaru danego miasta. Tendencja jest wzrostowa w każdym z rozważanych obszarów. Oznacza to, że wraz ze wzrostem wieku wzrasta także wskaźnik niepełnosprawności.

Analizując rysunek (4.14) można zauważyć, że w początkowych przedziałach wiekowych (45–60) realizacja estymatora przebiega podobnie w każdym z obszarów funkcjonalnych. Dopiero w przedziale wiekowym 75 lat i więcej podobieństwo zależy od obszarów. Można zauważyć, że najniższym wzrostem wskaźnika niepełnosprawności tylko biologicznej charakteryzuje się krakowski obszar funkcjonalny. Szybszym wzrostem charakteryzuje się poznański obszar funkcjonalny, miasto Poznań oraz powiat poznański mają bardzo podobne do siebie wskaźniki niepełnosprawne. Linie je reprezentujące prawie się pokrywają. Dość dużym wzrostem wskaźnika niepełnosprawności charakteryzują się dwa obszary funkcjonalne. Są to wrocławski obszar funkcjonalny oraz – z nieco większym wzrostem wskaźnika niepełnosprawności – łódzki obszar funkcjonalny.

Rysunek (4.15) przedstawia kształtowanie się wskaźników osób z niepełnosprawnościami uzyskanymi w drodze estymacji hierarchiczno-bayesowskiej z benchmarkiem. Estymator hierarchiczno-bayesowski wydaje się być najbardziej wiarygodnym spośród trzech zastosowanych w pracy.



Rysunek 4.15: Realizacja estymatora *BHB* wskaźnika niepełnosprawności dla obu płci w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast w Polsce

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

4.5 Analiza niepełnosprawności w układzie czteroregionalnym

Analiza wskaźników niepełnosprawności oparta jest na takim estymatorze, w przypadku którego wartości względnego błędu szacunku CV były najmniejsze. Właściwy estymator wybrany został również na podstawie zakresu przestrzennego regionów, co jest konsekwencją wyboru mniejszego CV na każdym poziomie agregacji. Należy tu dodać, że dane na poziomie województw to dane zagregowane. Dane województwo stanowi agregat dla tych powiatów, które do niego należą. Ze względu na to, że wartości wskaźników niepełnosprawności nie sumują się, analizę przeprowadzono na podstawie liczby osób z niepełnosprawnościami. Agregacja wartości ma wówczas sens, gdyż można pokazać, że suma osób z niepełnosprawnościami w powiatach należących do określonego województwa, jest równa liczbie osób z niepełnosprawnościami w tymże województwie. Zakres przestrzenny różnicuje poziom wskaźnika CV . Podobnie, jak we wcześniejszych etapach analizy okazało się, że lepszym estymatorem dla danych o wskaźniku niepełnosprawności na poziomie powiatów będzie estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem. Wybieramy ten rodzaj estymatora, gdyż w jego przypadku wskaźniki CV są niższe niż w przypadku estymatora bezpośredniego i hierarchiczno-bayesowskiego.

4.5.1 Zakres przestrzenny regionów

Obszar, który został objęty badaniem, składa się z czterech regionów. Różnią się one pod względem powierzchni oraz liczebności zarówno osób zdrowych, jak i tych z niepełnosprawnościami. Obszar ten składa się z warstw, które odpowiadają klasyfikacji NUTS. Regiony te są więc na różnym poziomie agregacji. Każdy z poszczególnych regionów dla siebie nawzajem tworzy pewien układ:

1. Zaczynając od środka tego układu, jego jądrem jest miasto Kraków. Jest to miasto na prawach powiatu (Region 1).
2. „Obwarzanek” Krakowa stanowią tylko dwa powiaty: wielicki i krakowski (Region 2).
3. Kolejny obszar to województwo małopolskie z wyłączeniem Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego, który stanowi połączenie Krakowa i „Obwarzanka” (Region 3).
4. Ostatnim, a zarazem największym obszarem w analizie czteroregionalnej jest pozostała część Polski, co rozumie się jako obszar Polski z wyłączeniem województwa małopolskiego (Region 4).

4.5.2 Kształtowanie wskaźnika niepełnosprawności w układzie czteroregionalnym

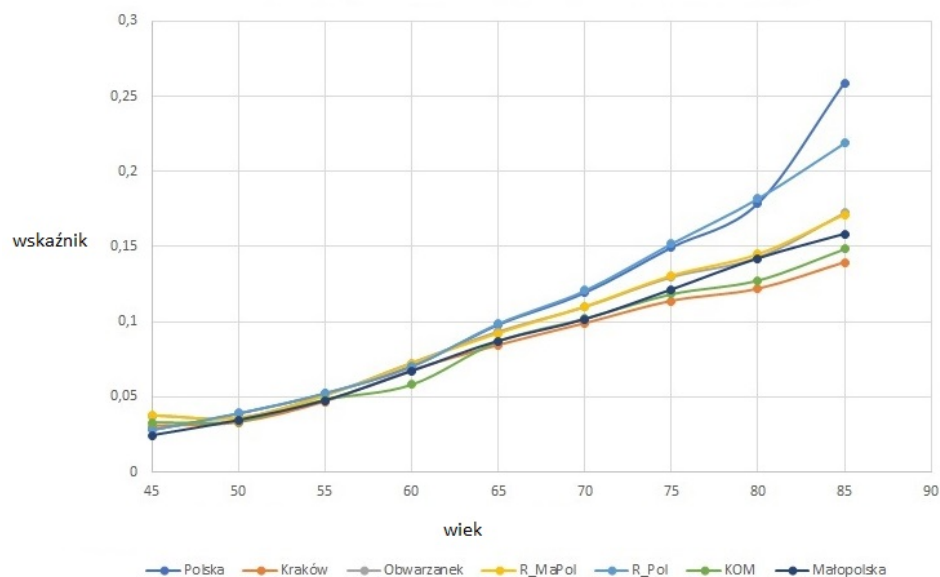
Cechą charakterystyczną analizy czteroregionalnej jest podejście hybrydowe. Decyduje o tym skala wartości wskaźnika precyzji CV dla realizacji poszczególnych estymatorów. O wyborze estymatora dla konkretnego spośród czterech badanych regionów decyduje poziom agregacji, na którym ten region się znajduje. Jak już wywnioskowaliśmy z wcześniejszej części niniejszego rozdziału (por. podrozdziały 4.4.1 oraz 4.4.1) lepszą precyzją na poziomie powiatowym cechuje się estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem, zaś na wojewódzkim poziomie agregacji lepszą precyzją charakteryzował się estymator bezpośredni. Regiony wchodzące w skład analizy czteroregionalnej znajdują się na różnych poziomach agregacji. Zatem w przypadku szacowania wskaźnika niepełnosprawności w mieście Kraków, w powiatach tworzących „Obwarzanek”, a co za tym idzie w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym wykorzystano estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem, natomiast w przypadku województwa małopolskiego oraz reszty województw Polski zastosowano estymator bezpośredni.

Informacje na temat wskaźnika niepełnosprawności w grupie mężczyzn oraz kobiet w układzie czteroregionalnym przedstawiono na rysunkach (4.16) oraz (4.17). Dodatkowo rysunki wzbogacono wprowadzając linie charakteryzujące poziom wskaźników niepełnosprawności dla Polski ogółem, Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego oraz województwa małopolskiego. Te siedem obszarów, które zdecydowaliśmy dołączyć się do prezentacji wyników, powiązane są pewnymi zależnościami, dlatego uwzględniliśmy je w analizach i na rysunkach. Są to:

1. $KOM = \text{Kraków} + \text{Obwarzanek}$,
2. $R_MaPol = \text{Województwo małopolskie} - KOM$,
3. $R_Pol = \text{Polska} - \text{województwo małopolskie}$.

Należy przy tym zwrócić uwagę na fakt, iż w dalszej części pracy oznaczenie R_MaPol określa resztę województwa małopolskiego (czyli województwo małopolskie bez KOM) i jest niekiedy wyróżnione symbolem R_Ma_Pol . Symbole te mają więc to samo znaczenie.

Na podstawie rysunku (4.16) można stwierdzić, że w każdym obszarze widoczna jest wyraźna tendencja wzrostowa wskaźnika niepełnosprawności. To potwierdza wcześniejsze wnioski, iż wraz ze wzrostem wieku przybywa ludzi z niepełnosprawnościami. Krzywa dla „obwarzanka” (szara) pokrywa się prawie z krzywą dla reszty województwa małopolskiego (żółta). Pokazuje to, że powiat wielicki oraz krakowski pod względem wielkości wskaźnika niepełnosprawności nie odbiegają

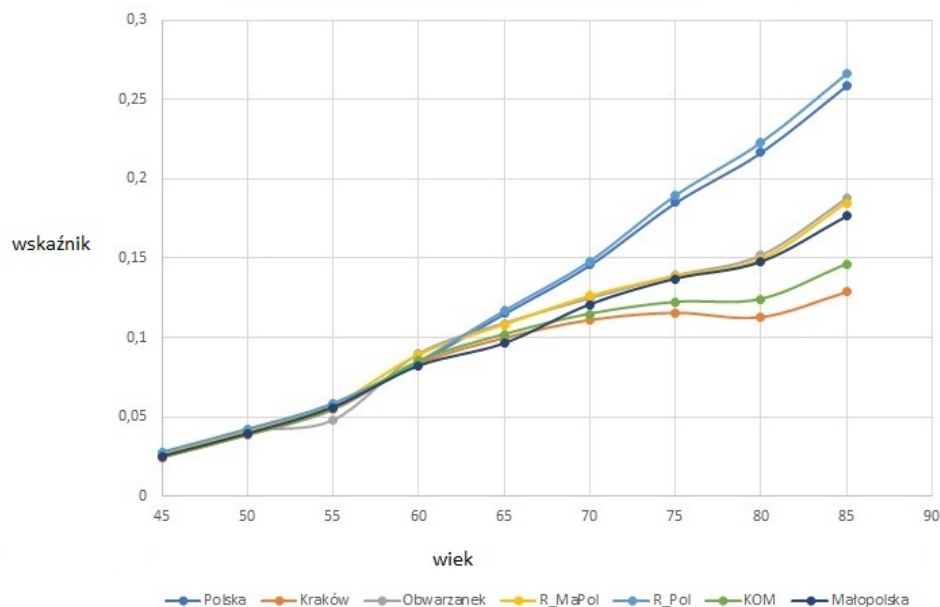


Rysunek 4.16: Wskaźnik niepełnosprawności w grupie mężczyzn w układzie czteroregionalnym

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

od reszty powiatów województwa małopolskiego. Krzywa dotycząca województwa małopolskiego (granatowa linia) kształtuje się na niższym poziomie niż reszta województw Polski (krzywa jasnoniebieska). To z kolei oznacza, iż na tle innych województw w województwie małopolskim ludzie (w tym przypadku mężczyźni) rzadziej bywają niepełnosprawni. Pomarańczowa linia dotyczy natomiast miasta Krakowa i przeważającej liczbie przedziałów wiekowych leży ona najniżej spośród innych linii. Na tle całej Polski w Krakowie udział osób z niepełnosprawnościami (tu mężczyzn) jest niższy niż w stosunku do reszty Polski.

Podobną analizę można przeprowadzić w grupie kobiet (por. rys. 4.17). Początkowo linie prezentujące wskaźnik niepełnosprawności dla kobiet prawie pokrywają się, a następnie lekko się rozchodzą. Dużą różnicę pomiędzy krzywymi widać dopiero w końcowych przedziałach wiekowych. Te same kolory krzywych przedstawiają wskaźniki niepełnosprawności tylko biologicznej na tych samych obszarach jak na wykresie poprzednim. Zatem pomarańczowa linia, oznaczająca wskaźniki niepełnosprawności w Krakowie usytuowana jest najniżej spośród pozostałych linii.



Rysunek 4.17: Wskaźnik niepełnosprawności w grupie kobiet w układzie czteroregionalnym

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

4.6 Podsumowanie

Niniejszy rozdział pełni w pracy podwójną rolę. Po pierwsze przeprowadzona w nim analiza pozwala na zaprezentowanie obrazu niepełnosprawności w Polsce na różnym poziomie agregacji przestrzennej. Wyniki badania pozwoliły na wybór takiego estymatora z grupy poddanych badaniu, który jak najlepiej w sensie precyzji szacunku, opisuje zjawisko niepełnosprawności w przekrojach różnych jednostek administracyjnych, aż do poziomu powiatów włącznie. Stanowi on remedium na niewielkie liczebności prób w wyróżnionych obszarach oraz domenach umożliwiając przeprowadzenie wiarygodnych szacunku parametrów dotyczących niepełnosprawności. Wyniki przeprowadzonego badania empirycznego wskazały, że estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem, który dotychczas nie był stosowany w Polsce, jest szczególnie przydatny wtedy, gdy próby są wyjątkowo mało liczne. Możemy zatem przypuszczać, że będzie w tym zakresie wzbogaceniem estymatora kalibracyjnego, wprowadzonego do polskich spisów przez Szymkowiaka (2019).

Z przeprowadzonej oceny estymatorów klasy SMO najistotniejszy wydaje nam się przekrój obszarów funkcjonalnych. W tym układzie region pierwszy stanowi duże uniwersyteckie miasto

mające silny wpływ na rozwój całego obszaru. Układ funkcjonalny pozwala realizować jednostkom administracyjnym stosowane na szerszą skalę podejście terytorialne. Podejście to zakłada prowadzenie zintegrowanych działań w ramach obszarów funkcjonalnych, charakteryzujących się wspólnymi cechami społeczno-gospodarczymi i przestrzennymi oraz zapewnia szersze spojrzenie na rozwój gospodarczy regionu, poprzez pryzmat powiązań funkcjonalnych. Pozwala to na dokładniejsze określenie celów polityki i dostosowanie instrumentów jej realizacji w odniesieniu do specyfiki konkretnego obszaru. Podejście jest kompatybilne z istotnymi dokumentami strategicznymi naszego kraju. Krajowe dokumenty strategiczne, takie jak Krajowa Strategia Rozwoju Regionalnego 2020: regiony, miasta, obszar wiejskie oraz koncepcja Przestrzennego Zagospodarowania Kraju 2030, wprowadzają w systemie zarządzania rozwojem kraju, wśród koncepcji polityki rozwoju i polityki regionalnej wspomniane podejście ukierunkowane terytorialnie. Wśród ważniejszych elementów przeprowadzonego badania należy wskazać także analizę prowadzoną w układzie czteroregionalnym, w której dużą rolę pełni miasto Kraków, wzbogacając strukturę większego obszaru, do którego należy. Odnotowane wysokie trwanie życia oraz starzenie się ludności Krakowa było jednym z bodźców, który skłonił do przeprowadzenia pogłębionych studiów dotyczących niepełnosprawności w tym właśnie układzie czteroregionalnym. Zostało to opisane w rozdziale piątym.

W przypadku szacowania wskaźnika niepełnosprawności na poziomie województw sprawdza się estymator bezpośredni. Został on wybrany na podstawie wartości względnego błędu szacunku *CV*. W tym przypadku wartości wskaźnika *CV* były niższe, niż gdyby do szacowania wybrać estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem. Przy zejściu na niższy poziom agregacji ta relacja przedstawiała się odwrotnie. Przy estymacji wartości wskaźnika niepełnosprawności na poziomie powiatów mniejszymi wartościami względnego błędu szacunku *CV* charakteryzował się estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem.

Trudno ograniczyć się w ocenie estymatora jedynie na podstawie wskaźnika precyzji szacunku *CV*. W grę bowiem wchodzi również inne elementy takie jak na przykład błędy systematyczne. Ten problem został podniesiony w publikacji Gołaty i Dehnel (2021): „Wzorem innych krajów europejskich w spisie nie wdrożono zaleceń Grupy Waszyngtońskiej. Jednak pozostawienie respondentom decyzji, czy odpowiedzieć na pytanie dotyczące niepełnosprawności, czy też nie, skutkowało wysokim odsetkiem braku odpowiedzi, co było główną przyczyną błędów systematycznych w wynikach. Szczególnie, gdy zdamy sobie sprawę, że w grupie 1,3 mln respondentów, którzy odmówili odpowiedzi na pytanie, najprawdopodobniej były osoby niepełnosprawne”. Po-

winno zatem wprowadzić się działania zmierzające do redukcji i przeciwdziałaniu tego rodzaju błędom. Jednym ze sposobów jest wykorzystanie danych z rejestrów administracyjnych celem przeprowadzenia kalibracji (Szymkowiak 2017).

Rozdział 5

Prognozowanie niepełnosprawności w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym

5.1 Wprowadzenie

Obecny Miejski Obszar Funkcjonalny (dalej MOF) Krakowa został określony uchwałą numer XXXI/422/20 Sejmiku Województwa Małopolskiego z 17 grudnia 2020 roku. Krakowski Obszar Metropolitalny składa się z miasta Krakowa oraz 25 gmin. MOF Krakowa obejmuje siedemnaście gmin powiatu krakowskiego (Czernichów, Igołomia-Wawrzeńczyce, Iwanowice, Jerzmanowice-Przebinia, Kocmyrzów-Luborzyca, Krzeszowice, Liszki, Michałowice, Mogilany, Skała, Skawina, Słomniki, Sułoszowa, Świątniki Górne, Wielka Wieś, Zabierzów i Zielonki), dwie gminy powiatu myślenickiego (Myślenice i Siepraw), dwie gminy powiatu proszowickiego (Koniusza, Nowe Brzesko), cztery gminy powiatu wielickiego (Biskupice, Kłaj, Niepołomice i Wieliczka). Ze względu na wymogi źródeł statystycznych dla wieloregionalnej analizy demograficznej w prognozie cztereoregionalnej ograniczyliśmy MOF wyłącznie do Krakowa i powiatów krakowskiego i wielickiego, które to miasto okalają.

W prognozowaniu liczby osób z niepełnosprawnościami można wykorzystać metody analizy wielostanowej oraz wieloregionalnej. W analizie wielostanowej niepełnosprawność jest traktowana jako jeden ze stanów w badaniach klinicznych w ujęciu kohortowym, do którego wchodzi się i wychodzi z określonymi prawdopodobieństwami. W większości przypadków są to modele

matematyczne odnoszące się do konkretnych przyczyn niepełnosprawności w medycynie, por. Le-Rademacher i inni (2022) oraz Meira-Machado, de Uña-Álvarez, Cardarso-Suárez, Andersen (2009). Bliższa naukom społecznym jest wielostanowa analiza zdarzeń demograficznych, ekonomicznych i socjalnych w podejściu analogicznym do analizy wieloregionalnej, por. Schoen i Land (1979), Willekens, Shah, Shah, Ramachandran (1982), Kędelski i Paradysz (2006), Willekens (2014) oraz Willekens, Putter (2014). Niemal we wszystkich cytowanych tutaj zastosowaniach było uwzględniane zawieranie małżeństw, gdzie stanami były panny, zamężne, rozwiedzione, wdowy oraz stan pochłaniający (zgon). Analogicznie sytuacja przedstawiała się w odniesieniu do mężczyzn (kawalerowie, żonaci, rozwiedzeni, zgon). Postulowano zastosowanie tego rodzaju analizy stanowej w obszarze rynku pracy i niepełnosprawności. Warto odnotować bliskie ujęciu analizy wielostanowej propozycje tablic siły roboczej, por. Hoem, Fong (1976) oraz Hoem (1977).

Wykonanie analizy wielostanowej w odniesieniu do niepełnosprawności w taki sposób, żeby uzyskać prognozy liczby osób z niepełnosprawnościami dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego jest praktycznie niemożliwe. Nie dysponujemy bowiem, tablicami trwania życia dla osób sprawnych i z niepełnosprawnościami dla każdego z wyróżnionych regionów. Także brakuje informacji o mobilności i o płodności wymienionych wyżej kategorii osób. Zatem jako narzędzie właściwe do prognozy osób z niepełnosprawnościami dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego można wskazać klasyczną analizę wieloregionalną. Wykorzystanie jej w badaniu empirycznym przy sporządzaniu prognozy demograficznej dało możliwość projekcji liczby osób z niepełnosprawnościami bez dodatkowych założeń odnośnie trwania życia, mobilności przestrzennej i płodności kobiet.

5.2 Wprowadzenie do wieloregionalnej analizy demograficznej

Wieloregionalna analiza demograficzna polega na włączeniu migracji do modelowania demograficznego na równi z urodzeniami i zgonami. Wcześniej były podejmowane próby uwzględnienia migracji w prognozowaniu demograficznym. Do pionierów należy wybitny ukraiński demograf Korchak—Chepurkiwskiy, który jeszcze przed wojną opublikował artykuł o prognozie miasta Kijowa z uwzględnieniem migracji, przy założeniu mocnej ergodyczności. Autor był represjonowany w okresie stalinowskim, a jego artykuł został opublikowany dopiero w 1970 roku w ukraińskim czasopiśmie „Badania Demograficzne”. Z kolei szwedzki demograf Hyrenius (1959) opublikował

swoją bardzo interesującą pracę uwzględniającą migracje w modelach Lotki. Jednakże dopiero w pełni zadowalającą propozycję modelowania wieloregionalnego przedstawił Rogers (1975).

Wieloregionalna analiza demograficzna rozwijała się bardzo prężnie na przełomie lat siedemdziesiątych i osiemdziesiątych XX wieku. Warto tu przypomnieć bardzo ważny projekt realizowany w tym czasie w Międzynarodowym Instytucie Stosowanej Analizy Systemowej (International Institute for Applied Systems Analysis IIASA) w Laxenburgu (Austria) w Departamencie Ludności i Osadnictwa pod kierunkiem Rogersa. Projekt obejmował wieloregionalne analizy rozwoju demograficznego krajów członków IIASA. Projekt trwał dość krótko, ale dostarczył opis procesów demograficznych wybranych krajów zachodu i prawie wszystkich krajów RWPG. Dla każdego kraju opublikowano niezbyt obszerną pracę zawierającą niewiele wyników z olbrzymiej liczby tablic o danym kraju w przekroju regionalnym. Co prawda, zostało wykonane wiele analiz porównawczych, ale naszym zdaniem była to zbyt szczupła próba wszystkich możliwości jakie dawały poszczególne opracowania krajowe. Dzisiaj z perspektywy 40 lat uważamy, że warto jest powrócić do tych wyników opisujących stan przed olbrzymimi przekształceniami jakie przeżywa świat w okresie tzw. drugiego przejścia demograficznego. Projekt przeprowadzony z inicjatywy Rogersa i Willekensa może być traktowany jako bilans zamknięcia epoki przed upadkiem komunizmu. O żywotności modeli Rogersa - Willekensa świadczą zarówno prace aplikacyjne, jak i metodologiczno-projekcyjne, opublikowane już w XXI wieku, por. Inaba (2009), Willekens, Putter (2014), Wilson (2010), Wilson i Rees (2005), a w Polsce Kupiszewski (2002), Kędelski i Paradysz (2006), Kurkiewicz (2010).

W naszej pracy poświęcimy swoją uwagę jedynie modelom wykorzystywanym w projekcie Rogersa i Willekensa. Zaprezentowane wówczas modele Rogersa–Willekensa, dzięki holistycznemu¹ ujęciu głównych elementów ruchu naturalnego i migracji wykazały swoją przydatność w prognozowaniu rozwoju ludności aglomeracji wielkomiejskich. W Polsce można wyróżnić około 12 dużych aglomeracji ze znaczącym udziałem szkół wyższych, będących instytucjami przyciągającymi młodych ludzi, z których znacząca część pozostanie mieszkańcami tychże aglomeracji. Oprócz stolicy do najlepiej rozwijających się w Polsce należy aglomeracja Krakowska. Przystępując do prognozy dla Krakowa uwzględniającej bardzo głęboki podział zarówno pod względem tematycznym jak

¹Przez określenie holistyczny rozumiemy takie podejście do prognozy dla obszaru funkcjonalnego, gdzie duże miasto w zasadniczym znaczeniu regionotwórczym stanowi wyróżniony region 1. Region 2, 3 i 4, stanowią hierarchię wg stopnia przyciągania potoków migracyjnych. Największe migracje w ujęciu względnym są pomiędzy regionem 1 i 2 (obwarzanek), następnie 1 i 3, a na samym końcu 1 i 4. Dodatkowo „holistyczność” podkreśla zmodyfikowana macierz Lesliego–Rogersa ujmująca w jedną całość ludność w przekroju płci i wieku.

i przestrzennym uznaliśmy za celowe sięgnięcie po program Rogersa-Willekensa w jego klasycznym kształcie. Dodać przy tym należy, że takie wykorzystanie modeli Rogersa-Willekensa wychodzi też na przeciw koncepcji realizowanego w Eurostacie Urban Audit i mogłoby z powodzeniem znaleźć tam zastosowanie.

Proces projekcyjny metodą składnikową w tradycyjnym układzie jednoregionalnym dobrze przedstawia macierz \mathbf{G} Lesliego (5.1). \mathbf{G} jest macierzą dla jednej tylko płci: dla kobiet lub dla mężczyzn, a niekiedy dla obu płci razem, przy czym – w odróżnieniu od konwencjonalnych współczynników płodności – urodzenia dziewczynek i chłopców według wieku matek są odnoszone do ludności w wieku x mimo, że ojciec danego dziecka znajdował się poza tym przedziałem. Tak obliczone cząstkowe współczynniki płodności są umieszczone w pierwszym wierszu macierzy \mathbf{G} . Zgodnie z zasadami projekcji składnikowej, elementy pierwszego wiersza macierzy \mathbf{G} są przeliczone na zbiorowości drugiego rodzaju w sensie siatki Lexisa.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & f_{10} & f_{15} & \dots & f_x & \dots & f_{50} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ S_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_5 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_{10} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{15} & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_x & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{50} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{90} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{95} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Poniżej głównej przekątnej w macierzy \mathbf{G} znajdują się wskaźniki przeżycia od wieku x do $x+5$, obliczane jako ilorazy kolejno po sobie następujących liczb lat do przeżycia w danym przedziale wieku, czyli: $S(0) = L(5)/L(0)$; $S(5) = L(10)/L(5)$; $S(10) = L(15)/L(10) \dots S(95) = L(100)/L(95)$. $S(x)$ także przedstawiają zbiorowości drugiego rodzaju. Oryginalna jednoregionalna macierz Lesliego \mathbf{G} składa się ze skalarów przedstawiających w pierwszym wierszu (ang. First Row) współczynniki płodności na zbiorowościach drugiego rodzaju oraz wskaźniki przeżycia leżące pod głów-

nią przekątną. Elementami zarówno na głównej przekątnej, jak i poza nią są zera. Macierz \mathbf{G} bywa nazywana operatorem wzrostu demograficznego. Jest stała w całym okresie projekcji, co odpowiada modelowi o mocnej ergodyczności. W tradycyjnym, mniej sformalizowanym ujęciu, oznacza to prognozowanie demograficzne metodą składnikową. Z pominięciem migracji, w Polsce ten rodzaj projekcji demograficznej nazywano także prognozą biologiczną. Tego rodzaju prognozy zazwyczaj opierają się na danych transwersalnych mogących pochodzić tylko z jednego roku kalendarzowego ². Jednakże, w przypadku niedużych regionów, celem minimalizacji błędów losowych, dane odnośnie ruchu ludności (urodzenia, zgony i migracje) mogą pochodzić z dłuższego okresu, od 2 do 5 lat, co uwzględnione jest w oryginalnym programie komputerowym Willekensa–Rogersa (1978). W każdym jednak przypadku wyjściowa do prognozy struktura ludności według wieku musi odnosić się do konkretnej daty, zazwyczaj jest to 30 czerwca lub 31 grudnia.

Dla oszacowania przyszłych liczb niepełnosprawnych wykorzystamy metodologię Rogersa–Willekensa prognozowania rozwoju populacji w układzie metropolitalnym na przykładzie miasta Krakowa i Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego. Posłużymy się analizą czteroregionalną obejmującą duże miasto (Kraków) jako region 1. Regionem 2 są dynamicznie rozwijające się obszary wokół Krakowa. Składa się on z dwóch powiatów ziemskich: krakowskiego i wielickiego. Dla uproszczenia narracji region 2 będzie nazywany także "Obwarzankiem" lub "krakowskim obwarzankiem". Region 3 to pozostałe powiaty województwa małopolskiego, poza Krakowem oraz powiatami: krakowskim i wielickim. Region 4 obejmuje wszystkie pozostałe województwa, poza małopolskim. W dalszej analizie i prognozie posłużymy się naszą własną modyfikacją modelu Rogersa–Willekensa, która uwzględnia podział na kobiety i mężczyzn oraz słabą ergodyczność. Słaba ergodyczność modelu projekcyjnego oznacza zmienność w okresie projekcji cząstkowych współczynników płodności, umieralności i migracji zgodnie z przyjętymi założeniami.

5.3 Wieloregionalny model Rogersa-Willekensa (WMRW)

Oryginalny program Rogersa–Willekensa wychodzi od wieloregionalnej macierzy Lesliego, por. Leslie (1945). Feeney (1970), a następnie Rogers (1970) dokonali uogólnienia macierzy Lesliego na

²O poważnym traktowaniu tego rodzaju projekcji demograficznych niech poświadczy fakt, że w prognozach demograficznych ONZ na 9 wariantów dla każdego kraju aż w trzech przypadkach dane mogą pochodzić tylko z jednego roku kalendarzowego: wariant 4. stała płodność (ang. constant fertility), 8. stała umieralność (ang. constant mortality), 9. brak zmian (ang. no change - constant-fertility and constant-mortality), por. ONZ (2019).

przypadek wieloregionalny³, gdzie pierwszy wiersz jest złożony z macierzy $\mathbf{B}(x)$ o wymiarach $k \times k$ (k jest liczbą regionów). Dla każdej grupy wieku poczynając od $x = 10$ do $x = 50$ w pierwszym wierszu mamy macierz. Pod główną przekątną znajdują się macierze $\mathbf{S}(x)$ również o wymiarach $k \times k$, złożone z elementów $s_{ij}(x)$ oznaczających prawdopodobieństwa przetrwania w regionie macierzystym bądź na emigracji w ciągu pięcioletniego okresu czasu (x oznacza dolną granicę 5-letniego przedziału klasowego). Pozostałe elementy macierzy projekcyjnej Leslie–Rogersa złożone są z elementów zerowych, każda z nich również o wymiarach $k \times k$. Oryginalna macierz Leslie–Rogersa jest także o ergodyczności mocnej, co oznacza, że w całym okresie projekcji współczynniki płodności, umieralności i migracji są stałe.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mathbf{B}_{10} & \mathbf{B}_{15} & \dots & \mathbf{B}_x & \dots & \mathbf{B}_{50} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{S}_0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{S}_5 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{S}_{10} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{15} & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_x & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{50} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{55} & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{90} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{95} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Ogólnie, w zapisie macierzowym, wieloregionalny proces wzrostu demograficznego można zapisać w następującej postaci:

$$\overline{\mathbf{K}}^{t+1} = \mathbf{G} \cdot \overline{\mathbf{K}}^t, \quad (5.3)$$

³Odtąd będzie ona określana w pracy jako macierz Leslie-Rogersa.

gdzie

$$\mathbf{K}^t = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^t(0) \\ \mathbf{K}^t(5) \\ \mathbf{K}^t(10) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{K}^t(z) \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

oraz

$$\mathbf{K}^t(x) = \begin{bmatrix} K_1^t \\ K_2^t \\ K_3^t \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ K_k^t \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Wspomniane wyżej elementy wieloregionalnego operatora wzrostu demograficznego można oszacować na podstawie cząstkowych jednoregionalnych współczynników płodności, umieralności oraz migracji między poszczególnymi regionami. W tym ostatnim przypadku obowiązują następujące założenia:

1. nie uwzględnia się migracji wewnątrz regionów, czyli w wektorze migracji Kraków - Kraków, Obwarzanek - Obwarzanek, RMaPol-RMaPol, RPol-RPol występują wartości zerowe,
2. uwzględniane są wyłącznie emigracje z pominięciem imigracji.

Jak podkreśla Rogers, to podejście różni się od dotychczas stosowanego, w którym w projekcjach demograficznych posługiwano się pojęciem sald migracyjnych (ang. net migration, net migrant), por. Rogers (1990).

Na podstawie cząstkowych jednoregionalnych współczynników demograficznych obliczamy wieloregionalne tablice trwania życia zaczynając od macierzy prawdopodobieństw dożycia wieku x czyli $\mathbf{P}(x)$.

$$\mathbf{P}(x) = \left[\mathbf{I} + \frac{h}{2} \mathbf{M}(x)^{-1} \right] \cdot \left[\mathbf{I} - \frac{h}{2} \mathbf{M}(x) \right], \quad (5.6)$$

gdzie \mathbf{I} jest macierzą jednostkową o wymiarach $k \times k$, k – liczba regionów, $\mathbf{M}(x)$ o wymiarach $k \times k$ można nazwać macierzą zgonów i emigracji w danym regionie:

$$\mathbf{M}(x) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}(x) & -\mathbf{M}_{12}(x) & -\mathbf{M}_{13}(x) & -\mathbf{M}_{14}(x) \\ -\mathbf{M}_{21}(x) & \mathbf{M}_{22}(x) & -\mathbf{M}_{23}(x) & -\mathbf{M}_{24}(x) \\ -\mathbf{M}_{31}(x) & -\mathbf{M}_{32}(x) & \mathbf{M}_{33}(x) & -\mathbf{M}_{34}(x) \\ -\mathbf{M}_{41}(x) & -\mathbf{M}_{42}(x) & -\mathbf{M}_{42}(x) & \mathbf{M}_{44}(x) \end{bmatrix}. \quad (5.7)$$

Macierz $\mathbf{M}(x)$ służy do estymacji prawdopodobieństw przejścia, jednakże przy estymacji prawdopodobieństw przejścia między stanami przyjmuje się następujące założenia: zdarzenia demograficzne są niezależne, przejścia między stanami są zgodne z procesem Markowa. Elementy na głównej przekątnej macierzy $\mathbf{M}(x)$ są sumą regionalnych współczynników zgonów i emigracji do poszczególnych regionów. Elementy poza główną przekątną, zawsze ze znakiem minus, przedstawiają cząstkowe współczynniki emigracji z regionu i do j .

W naszym przypadku czteroregionalnej tablicy trwania życia, na podstawie danych (por. Aneks - tabele (A1)-(A8)) konstruujemy macierz $\mathbf{M}(x)$ o wymiarach $k \times k$, którą można nazwać macierzą zgonów i emigracji w danym regionie. Elementy na głównej przekątnej macierzy $\mathbf{M}(x)$ są sumą regionalnych współczynników zgonów i emigracji do poszczególnych regionów. Elementy poza główną przekątną, zawsze ze znakiem minus, przedstawiają cząstkowe współczynniki emigracji z regionu i do j . W najmłodszej grupie wieku, w przypadku kobiet, odpowiednie macierze są postaci:

$$\mathbf{M}(0) = \begin{bmatrix} 0,01801 & -0,01132 & -0,00169 & -0,00464 \\ -0,00314 & 0,00700 & -0,00206 & -0,00155 \\ -0,00236 & -0,00175 & 0,00756 & -0,00321 \\ -0,00023 & -0,00009 & -0,00015 & 0,00070 \end{bmatrix}, \quad (5.8)$$

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} 0,91431 & 0,05328 & 0,00823 & 0,02246 \\ 0,01482 & 0,96604 & 0,01001 & 0,00784 \\ 0,01117 & 0,00875 & 0,96298 & 0,01591 \\ 0,00108 & 0,00049 & 0,00072 & 0,99652 \end{bmatrix}. \quad (5.9)$$

Kolejnymi elementami wieloregionalnych tablic trwania życia są wieloregionalne funkcje $\mathbf{l}(x)$ dożywających w poszczególnych regionach (ang. expected number of survivors at exact age x in each region), liczba lat do przeżycia w poszczególnych regionach w wieku x w przeliczeniu na

noworodka (ang. number of years lived in each region by a unit born) – $\mathbf{L}(x)$, (ang. survivorship proportions) – $\mathbf{S}(x)$. Proces liczenia dożywających w poszczególnych regionach rozpoczynamy od macierzy $\mathbf{l}(\mathbf{0})$, którą w naszym czteroregionalnej analizie definiujemy, jako macierz diagonalną, która na głównej przekątnej posiada przyjmowane a priori dla każdego regionu liczebności generacji fikcyjnej (hipotetycznej), zazwyczaj 100000 osób:

$$\mathbf{l}(\mathbf{0}) = \begin{bmatrix} 100000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100000 \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

W następnych krokach rozwijamy rekurencyjnie poszczególne funkcje czteroregionalnych tablic trwania życia:

$$\mathbf{l}(x+h) = \mathbf{P}(x) \cdot \mathbf{l}(x). \quad (5.11)$$

Na podstawie macierzy dożywających $\mathbf{l}(x)$ wyznacza się $\mathbf{L}(x)$ analogicznie do jednoregionalnej formuły Keyfitza (1977, s. 229), która zgodnie z podręcznikiem Willekensa i Rogersa (1978, s. 34) przyjmuje następującą postać:

$$\mathbf{L}(x) = \frac{h}{2} [\mathbf{l}(x) + \mathbf{l}(x+h)] \cdot \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{0}). \quad (5.12)$$

Z uwagi na otwarty od góry ostatni przedział wieku (z), wyznaczenie macierzy $\mathbf{L}(z)$ odbywa się według wzoru Willekensa i Rogersa (1978, s. 34):

$$\mathbf{L}(z) = [\mathbf{M}(z)]^{-1} \cdot \mathbf{l}(z) \cdot \mathbf{l}^{-1}(\mathbf{0}). \quad (5.13)$$

Pamiętając, że wszystkie macierze z przykładem numerycznym odnosiły się do kobiet, to liczba lat do przeżycia w poszczególnych regionach w wieku x w przeliczeniu na noworodka płci żeńskiej w wieku 0 jest następująca:

$$\mathbf{L}(z) = \begin{bmatrix} 4,7858 & 0,1332 & 0,0206 & 0,0561 \\ 0,0371 & 4,9151 & 0,0250 & 0,0196 \\ 0,0279 & 0,0219 & 4,9075 & 0,0398 \\ 0,0027 & 0,0012 & 0,0018 & 4,9913 \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

Korzystając z macierzy $\mathbf{L}(x+h)$ oraz $\mathbf{L}(x)$ można oszacować macierz $\mathbf{S}(x)$, która jest macierzą przeżycia dla zbiorowości drugiego rodzaju, por. Kędelski, Paradysz (2006), i ma ona te same

wymiary, co rozpisana wcześniej macierz $\mathbf{P}(x)$. Elementami macierzy $\mathbf{S}(x)$ są proporcje mieszkańców regionu i w wieku x do $x + h$ w czasie t , którzy będą żyć w wieku x do $x + h$ w regionie j h lat później, czyli w czasie $t + h$:

$$\mathbf{S}(x) = \mathbf{L}(x + 1) \cdot \mathbf{L}^{-1}(x). \quad (5.15)$$

Dopuszczając możliwość wielokrotnych przejść, macierz $\mathbf{S}(x)$ może być wyrażona przy pomocy współczynników zgonów i emigracji według wieku:

$$\mathbf{S}(x) = \left[\mathbf{I} + \frac{5}{2} \mathbf{M}(x + 5) \right]^{-1} \cdot \left[\mathbf{I} - \frac{5}{2} \mathbf{M}(x) \right]. \quad (5.16)$$

Wracając do wieloregionalnej macierzy wzrostu ludności \mathbf{G} zauważmy, że pierwszy wiersz składa się z macierzy zerowych oraz macierzy płodności $\mathbf{B}(x)$. Macierz $\mathbf{B}(x)$ ma te same wymiary co macierze $\mathbf{P}(x)$ oraz $\mathbf{S}(x)$. Dla wieku x niższego od 15 (15 jest dolnym, a 49 górnym przedziałem okresu płodności) dla pozostałych przedziałów wieku kobiet macierze $\mathbf{B}(x)$ zawierają elementy niezerowe. Każdy element tej macierzy oznacza liczbę dzieci urodzonych w jednostce czasu (5 lat) i dożywających do końca interwału w regionie j , podzieloną przez mieszkańców (w naszym przykładzie kobiety) przebywających w regionie i w wieku $x + 4$ na początku tego interwału. Elementy poza główną przekątną macierzy $\mathbf{B}(x)$ są miarą mobilności dzieci 0–4 letnich, które pochodzą od x do $x + 4$ letnich matek. Można wykazać, że (por. Willekens i Rogers (1978, s. 120–121):

$$\mathbf{B}(x) = \frac{5}{4} \left[\mathbf{P}(0) + \mathbf{I} \right] \cdot \left[\mathbf{F}(x) + \mathbf{F}(x + 5) \cdot \mathbf{S}(x) \right], \quad (5.17)$$

gdzie: $\mathbf{F}(x)$ jest diagonalną macierzą zawierającą roczne regionalne współczynniki płodności kobiet. Jeżeli dopuszcza się możliwość przejść wielokrotnych, to może być zastąpione wyrażeniem $[5\mathbf{M}(0) + 2]$, wówczas:

$$\mathbf{B}(x) = \frac{5}{4} \left[5\mathbf{M}(0) + 2 \cdot \mathbf{I} \right] \cdot \left[\mathbf{F}(x) + \mathbf{F}(x + 5) \cdot \mathbf{S}(x) \right]. \quad (5.18)$$

Wieloregionalny proces projekcji demograficznej można wyrazić przy pomocy następujących dwóch równań, (por. Willekens, Rogers 1978, s. 121):

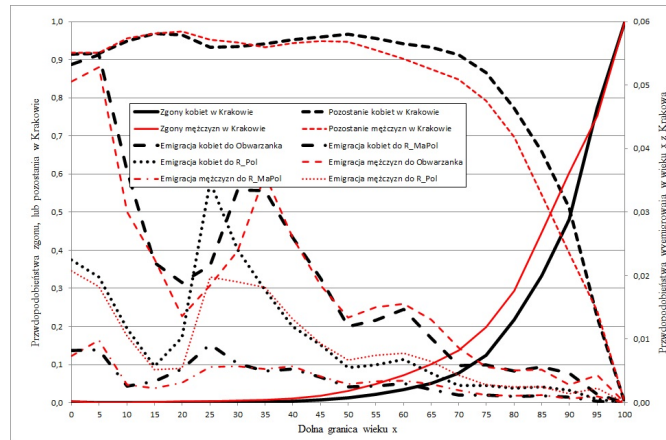
1. dla obliczenia liczby ludności w czasie $t + 1$ w najmłodszej grupie wieku:

$$\mathbf{K}^{t+1}(0) = \frac{1}{2} \sum_{x=r_1-5}^{r_2-5} \mathbf{L}(x) l^{-1}(0) \left[\mathbf{F}(x) + \mathbf{F}(x+5) \mathbf{S}(x) \right] \cdot \mathbf{K}^t(0) = \sum_{x=r_1-5}^{r_2-5} \mathbf{B}(x) \mathbf{K}^t(x), \quad (5.19)$$

2. dla obliczenia przyszłej liczby ludności w starszych grupach wieku, niż 0–4:

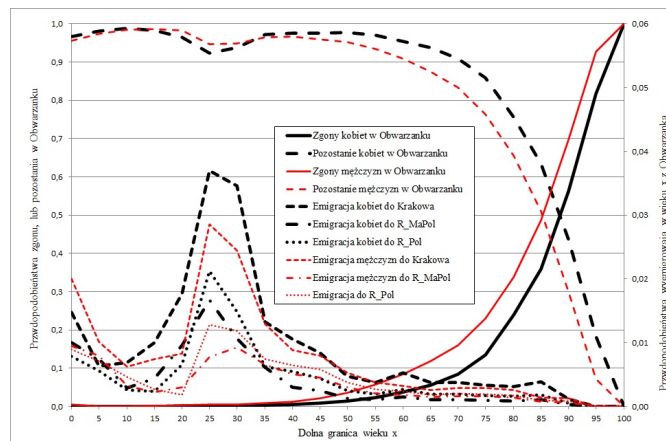
$$\mathbf{K}^{t+1}(x+5) = \mathbf{S}(x+5)\mathbf{K}^t(x). \quad (5.20)$$

Prawdopodobieństwa przedstawione na rys. (5.1)–(5.4) zostały oszacowane na podstawie formuły (5.13) czyli na podstawie cząstkowych współczynników umieralności i emigracji.



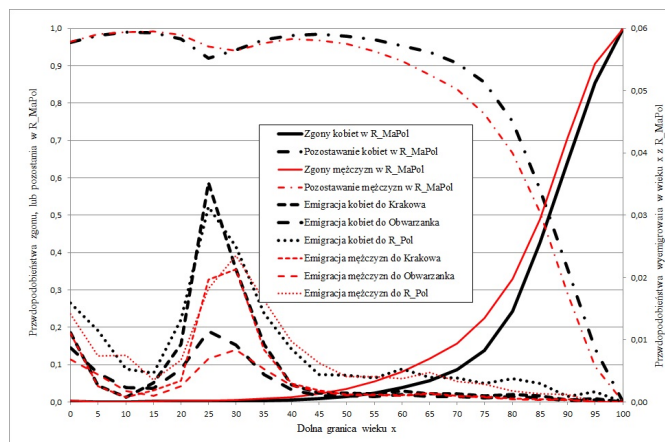
Rysunek 5.1: Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w Krakowie lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w Krakowie

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.



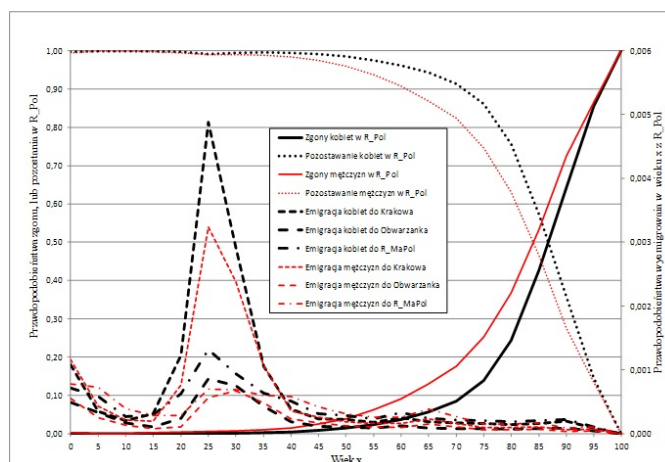
Rysunek 5.2: Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w Obwarzanku lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w Obwarzanku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.



Rysunek 5.3: Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w RMaPol lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w RMaPol

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.



Rysunek 5.4: Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w RPol lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w RPol

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.

Na każdym z wykresów, zarówno dla kobiet, jak i mężczyzn, przedstawiono prawdopodobieństwa zgonu w danym regionie w ciągu najbliższych 5 lat, pozostania lub emigracji do jednego z trzech pozostałych regionów. Zarówno prawdopodobieństwa zgonów, jak pozostania mają bardzo duże obszary zmienności, od zera do jedności, a prawdopodobieństwa emigracji nie przekraczają w żadnym z regionów wartości 0,05. Dla zwiększenia przejrzystości graficznej prezentacji

wyników wprowadzono na wykresach dwie skale. Skala po lewej stronie odnosi się do prawdopodobieństw zgonu oraz pozostania w regionie, zaś po prawej emigracji do innych regionów.

Kategorię „Urodzeni” na rys. (5.1)–(5.4) zapisano w cudzysłowie, gdyż to pojęcie odnosi się do kohorty hipotetycznej, w której podobnie, jak w tradycyjnej analizie jednoregionalnej, zakłada się wyjściowo pewną okrągłą liczbę – tutaj 100000, będącą podstawą tablic trwania życia, por. Kędelski, Paradysz (2006). Na rysunku (5.1) widać kilka charakterystycznych cech. Największe prawdopodobieństwa emigracji odnoszą się do regionu 2, czyli obszarów podmiejskich. Przy czym ich szczyt przypada na znacznie późniejszy wiek i z dużym udziałem dzieci. Zazwyczaj dzieci nie migrują same bez dorosłych i, można przyjąć, zmieniają miejsce zamieszkania tylko w migracjach rodzinnych. Ponieważ bieżąca statystyka migracji nie uwzględnia przemieszczania się rodzin i gospodarstw domowych, to pośrednie wnioskowanie na podstawie struktury migrujących „rodziców”, to znaczy osób w wieku od 20 do 40 lat, oraz „dzieci” (osoby do 15 roku życia) może informować o przybliżonych rozmiarach strumieni migracyjnych takich złożonych jednostek statystycznych, jak rodziny i gospodarstwa domowe. Na przykład, porównując rysunki (5.1), (5.2), (5.3), oraz (5.4) zauważymy, że im dalej od Krakowa, tym udział dzieci jest coraz mniejszy i, zapewne, spada odsetek migrujących rodzin i wieloosobowych gospodarstw domowych. Jednakże, za najważniejszą konstatację, z metodologicznego punktu widzenia, uważamy bliskość krzywych prawdopodobieństw emigracji mężczyzn i kobiet w najmłodszej grupie wieku 0–4. Oznacza to, że nasza modyfikacja modelu Rogersa–Willekens na obie płcie oraz słabą ergodyczność jest poprawna. Przy dostatecznie dużych strumieniach migracyjnych udział chłopców powinien być nieco wyższy niż dziewczynek ze względu na prawo Süßmilcha, który jako pierwszy dostrzegł i uzasadniał wyższy udział wskaźnika maskulinizacji niż feminizacji noworodków, co jest widoczne na rys. (5.1).

Większe różnice między prawdopodobieństwami dla najmłodszych chłopców i dziewczynek emigrujących z regionu 2 do Krakowa można uznać za losowe, gdyż ludność dwóch okrażających Kraków powiatów jest od niego ponad trzykrotnie mniejsza, por. rys. (5.2).

Tabela (5.1) zawiera prawdopodobieństwo przeżycia dla zbiorowości II rodzaju mieszczące się pod główną przekątną zmodyfikowanej macierzy Lesliego-Rogersa.

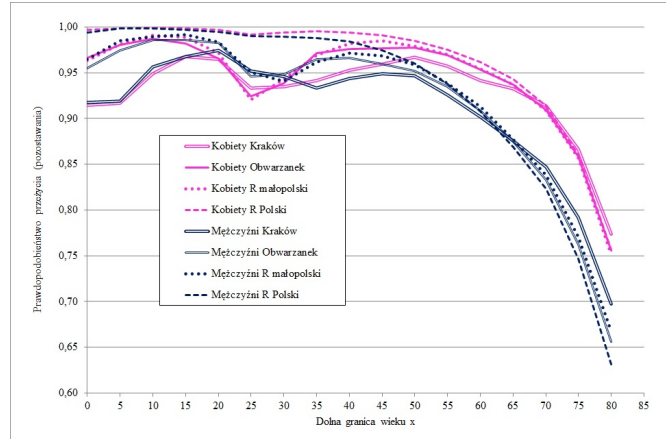
Jak widzimy, te prawdopodobieństwa oznaczają pozostanie w regionie macierzystym bez migracji do któregoś z 3 wyróżnionych regionów. Ich cechą są wysokie wartości przekraczające 0,9. Najwyższe prawdopodobieństwo widzimy w odniesieniu do regionu urodzenia określonego jako reszta Polski. Jest to konsekwencją przyjęcia założenia, że pod uwagę brane są migracje

Tabela 5.1: Prawdopodobieństwo przeżycia w regionie macierzystym

Grupa wieku	Kobiety				Mężczyźni			
	Kraków	Obwarzanek	R małopolski	R Polski	Kraków	Obwarzanek	R małopolski	R Polski
0-4	0,916	0,973	0,972	0,997	0,918	0,964	0,974	0,996
5-9	0,932	0,984	0,986	0,999	0,937	0,980	0,987	0,998
10-14	0,958	0,985	0,990	0,999	0,962	0,985	0,990	0,998
15-19	0,966	0,974	0,980	0,998	0,971	0,984	0,987	0,996
20-24	0,949	0,945	0,946	0,994	0,963	0,965	0,967	0,992
25-29	0,934	0,931	0,931	0,993	0,949	0,947	0,946	0,990
30-34	0,938	0,954	0,956	0,994	0,940	0,956	0,951	0,989
35-39	0,947	0,974	0,975	0,994	0,938	0,965	0,966	0,986
40-44	0,956	0,976	0,983	0,992	0,946	0,963	0,970	0,979
45-49	0,963	0,977	0,982	0,988	0,948	0,956	0,964	0,967
50-54	0,962	0,973	0,974	0,980	0,937	0,944	0,949	0,949
55-59	0,949	0,961	0,962	0,968	0,914	0,922	0,926	0,923
60-64	0,937	0,945	0,946	0,952	0,889	0,893	0,895	0,889
65-69	0,923	0,924	0,923	0,929	0,863	0,855	0,859	0,848
70-74	0,891	0,885	0,884	0,888	0,822	0,801	0,807	0,789
75-79	0,823	0,811	0,808	0,813	0,750	0,717	0,725	0,697
80-84	0,723	0,704	0,673	0,677	0,635	0,598	0,603	0,567
85-89	0,600	0,557	0,491	0,494	0,491	0,439	0,435	0,405
90-94	0,414	0,359	0,300	0,301	0,349	0,248	0,247	0,245
95 i więcej	0,182	0,155	0,125	0,127	0,194	0,067	0,087	0,118

Źródło: Paradyś, Butlewski, Paradyś (2020b).

międzyregionalne. Region 4–reszta Polski – jest największym regionem, kilkunastokrotnie przekraczającym region 3 oraz trzydziestokrotnie region 1 i 2. Zatem migracje do tak wyróżnionych regionów z regionu czwartego stanowią niewielką część wszystkich migracji, które zgodnie z założeniem zostały pominięte. Znacznie większe różnice obserwujemy w trzech pierwszych regionach. Przedstawia to rysunek (5.5).



Rysunek 5.5: Prawdopodobieństwo przeżycia w regionie macierzystym w układzie czteroregionalnym

Źródło: Paradysz, Butlewski, Paradysz (2020b).

Charakterystyczną cechą krzywych na rysunku (5.5) jest to, że dla dzieci (0–4lat) mamy tak dla mężczyzn, jak i dla kobiet, bardzo podobne wartości wynikające tylko ze wskaźnika feminizacji (maskulinizacji) noworodków.

5.4 Zmodyfikowany wieloregionalny model Rogersa–Willekensa

Jak zaznaczono wyżej, wieloregionalny model Rogersa–Willekensa jest o ergodyczności mocnej i dla jednej tylko płci, co utrudnia nam praktyczne jego zastosowanie w odniesieniu do konkretnej rzeczywistości, na przykład, wyróżnionych regionów, bądź dużych miast. Tradycyjnie, w takich przypadkach, wykorzystywano dany model tylko dla kobiet, albo dla kobiet i mężczyzn bez rozróżnienia płci. Istnieje jeszcze jedna możliwość tzn. wykonanie odrębnych obliczeń dla kobiet i dla mężczyzn, ale w tym przypadku projekcja rozwoju ludności nie zapewnia nam automatycznie właściwej relacji noworodków według płci. Jest to znany problem, występujący także w analizie jednoregionalnej pod nazwą dywergencji płci (por. Kurkiewicz 2010). W zmodyfikowanym modelu

Rogersa–Willekensa (ZWMRW) wprowadziliśmy, zgodnie z sugestią Kędelskiego (por. Kędelski, Pardysz 2006, str. 309), w pierwszym wierszu macierzy Lesliego–Rogersa osobne wektory dla populacji męskiej i żeńskiej, a w elementach pod główną przekątną tejże macierzy, rozróżnienie przeżywalności i migracji dla kobiet i mężczyzn. Kolejna modyfikacja modelu polegała na tym, że poszczególne elementy macierzy Lesliego–Rogersa nie są stałe w czasie jak w macierzy (5.2), ale są efektem odrębnego procesu prognozowania wieloregionalnego płodności kobiet, migracji kobiet i mężczyzn oraz zgonów kobiet i mężczyzn wg wyróżnionych regionów. Zatem zmodyfikowana macierz Rogersa–Willekensa przymnie w tej sytuacji następującą postać:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix}
 0 & 0 & \mathbf{B}_{10t} & \mathbf{B}_{15t} & \dots & \mathbf{B}_{xt} & \dots & \mathbf{B}_{50t} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \mathbf{S}_{0t} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \mathbf{S}_{5t} & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \mathbf{S}_{10t} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{15t} & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{xt} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{50t} & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{55t} & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{90t} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{S}_{95t} & 0
 \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

W konsekwencji macierze prawdopodobieństw przeżycia w poszczególnych regionach będą zmienne w czasie, w zależności od realizacji prognozy na dany okres projekcji τ :

$$\overline{\mathbf{K}}^{\tau+5} = \mathbf{G}^{\tau} \cdot \overline{\mathbf{K}}^{\tau}, \quad (5.22)$$

gdzie

$$\mathbf{K}^\tau = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^\tau(0) \\ \mathbf{K}^\tau(5) \\ \mathbf{K}^\tau(10) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \mathbf{K}^\tau(z) \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

oraz

$$\mathbf{K}^\tau(x) = \begin{bmatrix} K_1^\tau \\ K_2^\tau \\ K_3^\tau \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ K_k^\tau \end{bmatrix}, \quad (5.24)$$

z – ostatni przedział wieku,

k – liczba regionów,

w naszym przypadku $z = 100$; $k = 4$; $\tau = 2023, 2028, \dots, 2053$,

$$\mathbf{P}_\tau(x) = \left[\mathbf{I} + \frac{h}{2} \mathbf{M}_\tau(x)^{-1} \right] \cdot \left[\mathbf{I} - \frac{h}{2} \mathbf{M}_\tau(x) \right], \quad (5.25)$$

gdzie $\mathbf{P}_\tau(x)$ to prawdopodobieństwo przeżycia i przetrwania w odpowiednich regionach wg zbiorowości pierwszego rodzaju:

$$\mathbf{S}_\tau(x) = \mathbf{L}_\tau(x+1) \cdot \mathbf{L}_\tau^{-1}(x), \quad (5.26)$$

gdzie $\mathbf{S}_\tau(x)$ oznacza prawdopodobieństwo przeżycia lub przetrwania w poszczególnych regionach według zbiorowości drugiego rodzaju, zaś $\mathbf{L}_\tau(x)$ to liczba lat do przeżycia wieku x w poszczególnych regionach osoby zero-letniej. Dopuszczając możliwość wielokrotnych przejść, macierz $\mathbf{S}(x)$ może być wyrażona przy pomocy współczynników zgonów i emigracji według wieku:

$$\mathbf{S}_\tau(x) = \left[\mathbf{I} + \frac{5}{2} \mathbf{M}_\tau(x+5) \right]^{-1} \cdot \left[\mathbf{I} - \frac{5}{2} \mathbf{M}_\tau(x) \right], \quad (5.27)$$

gdzie $M_\tau(x)$ to prognozowane współczynniki zgonów bądź migracji,

$$B_\tau(x) = \frac{5}{4} \left[P_\tau(0) + I \right] \cdot \left[F_\tau(x) + F_\tau(x+5) \cdot S_\tau(x) \right], \quad (5.28)$$

a $B_\tau(x)$ to macierz płodności według zbiorowości drugiego rodzaju $F_\tau(x)$ jest diagonalną macierzą zawierającą roczne regionalne współczynniki płodności kobiet. Jeżeli dopuszcza się możliwość przejść wielokrotnych, to może być zastąpione wyrażeniem $[5M_\tau(0) + 2]$, wówczas:

$$B_\tau(x) = \frac{5}{4} \left[5M_\tau(0) + 2 \cdot I \right] \cdot \left[F_\tau(x) + F_\tau(x+5) \cdot S_\tau(x) \right], \quad (5.29)$$

i ostatecznie mamy:

$$K^{\tau+5}(0) = \frac{1}{2} \sum_{x=r_1-5}^{r_2-5} L_\tau(x) l^{-1}(0) \left[F_\tau(x) + F_\tau(x+5) S_\tau(x) \right] \cdot K^\tau(0) = \sum_{x=r_1-5}^{r_2-5} B_\tau(x) K^\tau(x), \quad (5.30)$$

$$K^{\tau+1}(x+5) = S_\tau(x+5) K^\tau(x). \quad (5.31)$$

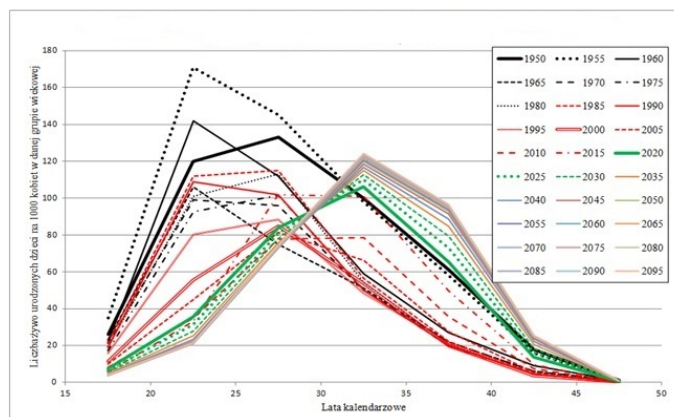
5.5 Założenia i wyniki prognozy wieloregionalnej dla Karkowskiego Obszaru Miastopolitalnego według zmodyfikowanego wieloregionalnego modelu Rogersa–Willekensa

5.5.1 Prognozy cząstkowe płodności kobiet, trwania życia i migracji

5.5.1.1 Prognoza płodności kobiet

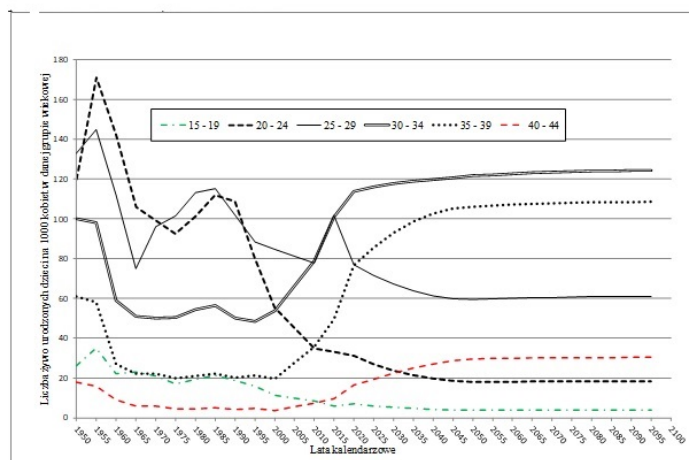
W czteroregionalnej prognozie płodności w Krakowie oraz KOM wzięto pod uwagę teorię translokacji oraz specyfikę Krakowa, jako dużego miasta. w dużych miastach polskich, w ostatnim pięcioleciu, nastąpił wyraźny wzrost płodności kobiet, średnio około 20%. Jednakże przeciętny wiek macierzyństwa jeszcze wzrasta, co świadczy o ciągle trwających przemianach w rodzinie. Stale też wzrasta odsetek urodzeń pozamałżeńskich, chociaż jego tempo wyraźnie zmalało. Spowolnienie tych przemian oraz wzrost płodności kobiet w dużych miastach można wiązać z podjęciem przez Polskę bardziej efektywnej polityki pronatalistycznej od 2016 r. Polska nie jest tutaj wyjątkiem. Niemal wszyscy nasi sąsiedzi prowadzą aktywną politykę (por. Frejka i Gietel-Basten, 2016). Prognozę płodności dla miasta Krakowa przedstawiają dwa rysunki (5.6) oraz (5.7), a dzietności kobiet w Polsce rysunek (5.8).

Rysunek (5.6) przedstawia cząstkowe współczynniki płodności kobiet w Krakowie w 5-letnich przedziałach wieku. Rzeczywistość (lata 1950–2020) pokazuje ogrom przemian zarówno co do ich poziomu, czyli pola pod krzywą, jak i jego kształtu. Z dominującego niegdyś rozkładu logarytmiczno-normalnego płodność kobiet przeszła w rozkład o asymetrii ujemnej (lewostronnie skośnej).



Rysunek 5.6: Krzywe rozkładów cząstkowych współczynników płodności w Krakowie: rzeczywistość (1950–2020) i prognoza (2020–2100) - wariant średni

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.



Rysunek 5.7: Cząstkowe współczynniki płodności kobiet w Krakowie: rzeczywistość (1950–2020) i prognoza (2020–2100)–wariant średni

Źródło: Opracowanie własne.

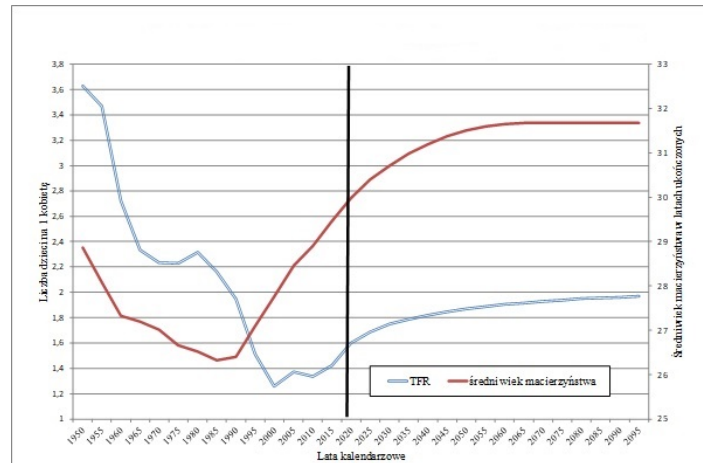
Do opracowania tych szacunków posłużyła nam prognoza ONZ dla Niemiec, którą traktujemy tutaj, jako najbardziej podobny wzorzec przebiegu płodności kobiet w latach 2020–2100 w Krakowie, por. rys. (5.7).

Wynika to z porównania trendów w Krakowie do przebiegu procesu rozrodczego w krajach Europy i Ameryki Północnej w latach 1950–2015. Rozkłady cząstkowych 5-letnich współczynników płodności w Krakowie były najbardziej podobne do rozkładów niemieckich. Jako miarę podobieństwa, przyjęliśmy sumę kwadratów różnic $F(x)$ w Krakowie i w poszczególnych krajach Europy i Ameryki Północnej.

W zasadzie, z wyjątkiem grupy wieku 25–29, wszystkie pozostałe współczynniki płodności są kontynuacją trendów, jakie zarysowały się w Krakowie w pierwszym dwudziestoleciu XXI wieku. Spadkowym trendem płodności charakteryzowały dwie najmłodsze grupy wiekowe kobiet 15–19 oraz 20–24. To odpowiada ogólnosiwiatowym trendom, które są konsekwencją coraz powszechniejszej skolaryzacji dziewcząt i ich aktywizacji zawodowej. Można sądzić, że dość dobrze objaśnia to teoria konkurencyjności trzech karier (edukacyjnej, zawodowej i rodzinnej). Małżeństwo i rodzina zdaje się wygrywać w najstarszych przedziałach wieku. Prognozy ONZ szczególnie duży wzrost płodności przewidują w Niemczech dla kobiet w wieku 30–39 lat.

W Krakowie ten wzrost mógłby być nieco większy, na co wskazuje ostatnie 5 lat, chociażby pod wpływem programu Rodzina 500+. Podobna tendencja w ostatniej pięcioletce zarysowała się także w grupie 25–29 lat. Być może należałoby przyjąć założenie o zmianie dotychczasowego trendu z lat 1990–2015, kiedy spadek cząstkowych współczynników płodności był bardzo duży. Uznaliśmy jednak, że 5 lat jest za krótkim okresem, żeby dokonać zmiany dotychczasowego trendu. Podobieństwo naszej prognozy do niemieckiej jest znaczne.

Założyliśmy, że dzietność kobiet w Krakowie ustabilizuje się na poziomie poniżej 1,8 dziecka na kobietę, a średni wiek macierzyństwa nie przekroczy 33 lat. Należy dodać, że dla Niemiec ONZ przewiduje pod koniec XXI stulecia o rok wyższy przeciętny wiek macierzyństwa (dla porównania zamieściliśmy informacje o kształtowaniu się średniego wieku macierzyństwa dla Polski ogółem rys. (5.8)). To założenie w odniesieniu do Krakowa wydawało nam się zbyt mocną zmianą zachowań prokreacyjnych kobiet i w związku z tym skonstruowaliśmy mieszaną rozkładów biorąc średnią z nierównymi wagami dla Polski (1/3) i Niemiec (2/3) cząstkowych współczynników płodności.



Rysunek 5.8: Dzietność teoretyczna i średni wiek macierzyństwa w Polsce: rzeczywistość (1950–2020) i prognoza (2020–2100)

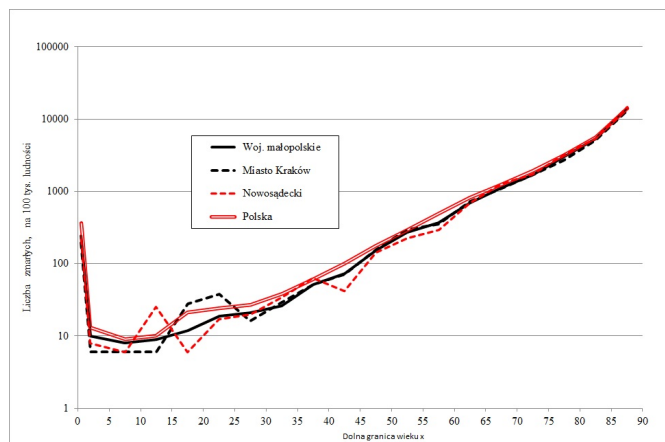
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.

5.5.1.2 Prognoza trwania życia

Prognoza trwania życia wydaje się łatwiejsza od przewidywania płodności ludzkiej. Wynika to z nastawienia ludzi wobec życia. Z niewielkimi wyjątkami, ludzie pragną żyć długo, chociaż problem translacji demograficznej trwania życia także i tutaj istnieje. Ma on jednak inny charakter. Jest on raczej liniowy i jednokierunkowy. Warto dodać, że nawet w opracowaniach ONZ dla Europy i Ameryki Północnej nigdzie nie rozważano prognoz spadku trwania życia.

Celem prognozy trwania życia dla ogólnej projekcji demograficznej jest uzyskanie wiarygodnych cząstkowych współczynników umieralności. Nie zapewniają nam tego informacje pochodzące bezpośrednio z danego obszaru, w naszym przypadku z miasta Krakowa, ani tym bardziej z Obwarzanka, co ilustruje rys. (5.9). Wszak i Kraków i podregion nowosądecki przekraczają liczbą ludności Obwarzanka a współczynniki umieralności podlegają w nich silnym wahaniom losowym. Dla ogólnej projekcji demograficznej stosunkowo małych obszarów i niewielkiej liczbie zdarzeń ludnościowych, w tym szczególnie zgonów, wykorzystywanie miejscowych tablic trwania życia nie jest właściwe z powodu dużych błędów szacunku.

Zatem konieczna jest estymacja pośrednia polegająca na „przenoszeniu siły” tych liczb z obszarów większych, albo użyciu tablic modelowych lub podejściu analogowym z wykorzystaniem informacji z krajów, które mogłyby być wzorcem dla przebiegu trwania życia w Krakowie, w Ob-



Rysunek 5.9: Zgony kobiet według wieku, płci zmarłych na 100 tys. ludności danej płci i grupy wieku, czyli współczynniki demograficzne w małych i dużych obszarach

Źródło: Tablica pl_zgo_2019_00_54_p73, Zgony według wieku, płci zmarłych, województw i 73 podregionów na 100 tys. ludności danej płci i grupy wieku, Bank danych Demografia w GUS.

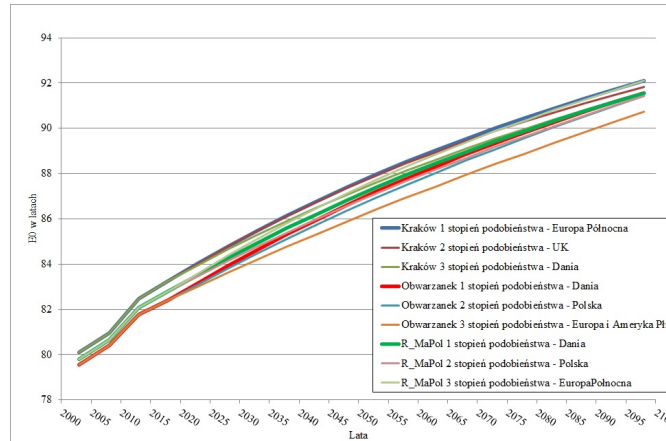
warzanku, w pozostałych powiatach województwa małopolskiego i w reszcie województw Polski. W badaniu empirycznym wykorzystaliśmy ostatnie ze wskazanych podejść, wprowadzając do niego pewne modyfikacje. Punktem wyjścia były dla nas perspektywiczne tablice trwania życia wykonywane i monitorowane przez Population Division w ONZ dla wszystkich krajów Ameryki Północnej i Europy. Ograniczając się do okresu 2002–2018 i grupując dane dla Krakowa, Obwarzanka, reszty powiatów województwa małopolskiego (dalej w pracy określanych w skrócie R_Ma_Pol) oraz reszty województw Polski (dalej określanej skrótem R_Pol) w okresy kilkuletnie (2002–2004, 2005–2009, 2010–2014, 2015–2018) policzyliśmy przeciętne dalsze trwanie życia ($e(x)$) w 5-letnich przedziałach wieku od 0 do 80 lat. Dzięki danym opublikowanym przez ONZ dysponowaliśmy analogicznymi wektorami dla wszystkich krajów Ameryki Północnej i Europy. Każdy z naszych regionów został porównany z każdym z tych krajów, a sumy kwadratów różnic w rosnącej kolejności przedstawiono w tabeli (5.2).

Tabela 5.2: Stopnie podobieństwa tablic trwania życia kobiet i mężczyzn w poszczególnych regionach

Nazwa regionu	Płeć	Nazwa kraju	Wskaźnik podobieństwa
Kraków	Kobiety	Północna Europa	10,7
		Zjednoczone Królestwo	17,7
		Dania	18,2
	Mężczyźni	Słowenia	58,3
		Europa i Ameryka Północna	62,9
		Czechy	68,8
Obwarzaniek	Kobiety	Dania	10
		Polska	14,7
		Europa i Ameryka Północna	21,5
	Mężczyźni	Polska	11,9
		Chorwacja	17
		Europa	33,7
Reszta Małopolski	Kobiety	Dania	2,9
		Polska	31,1
		Północna Europa	32,1
	Mężczyźni	Chorwacja	29,1
		Czechy	32,5
		Europa i Ameryka Północna	32,7
Reszta Polski	Kobiety	Europa i Ameryka Północna	5,6
		Polska	6
		Europa	15
	Mężczyźni	Polska	4,5
		Słowacja	33,2
		Europa	44,8

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych w bazie Demografia GUS w latach 20020–2015 oraz ONZ (2019).

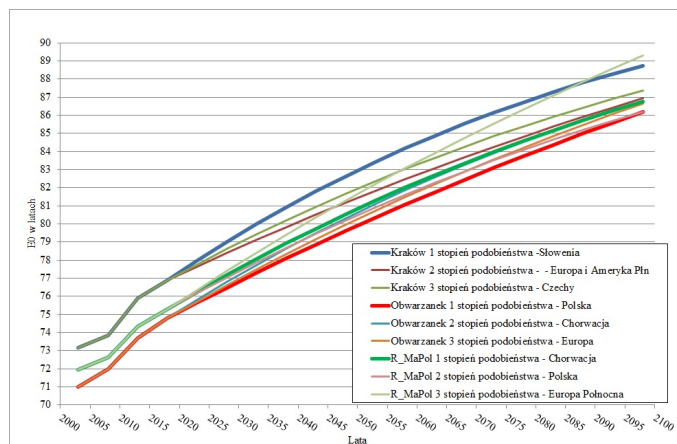
W następnym kroku, obliczaliśmy trajektorię przejścia od aktualnej struktury cząstkowych współczynników umieralności, ustalonej na koniec 2019 roku, do współczynników umieralności wyznaczonych przez Population Division ONZ dla trzech najbardziej podobnych krajów. Procedurę podejmowania decyzji przedstawiają rys. (5.10) i (5.11), gdzie zwracamy uwagę na płynność przejścia od aktualnego trwania życia do tego, które wyznacza nam trajektoria.



Rysunek 5.10: Prognoza oczekiwanej długości życia noworodka płci żeńskiej w Małopolsce w latach 2020–2100 według wariantów podobieństwa $E(x)$ w pierwszym dwudziestoleciu XXI wieku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS, tablice pl_zgo_2000_2018_00_59B.xlsx w bazie Demografia oraz prognozy ONZ według rewizji, United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). World Population Prospects 2019, Online Edition. Rev. 1.

Końcowym punktem trajektorii jest rok 2100, dla którego przyjmujemy prognozowane przez ONZ cząstkowe współczynniki umieralności tego kraju, jaki uznaliśmy za wzorcowy dla danego r-tego obszaru, czyli dla 1–Krakowa, 2–Obwarzanka, 3–*R_Ma_Pol* i 4–*R_Pol*). W przypadku kobiet dla krajów najbardziej podobnych do wyodrębnionych obszarów funkcjonalnych województwa małopolskiego prognoza ONZ przewiduje na rok 2100 oczekiwane dalsze trwania życia noworodka na poziomie 90,7–92,1 lat, por. rys. (5.10). Pierwsza z tych liczb oznacza przewidywane przez ONZ trwanie życia kobiet w wieku 0 lat w Europie i Ameryce Północnej – czyli obszaru wykazującego trzeci stopień podobieństwa z Obwarzankiem, a druga liczba dotyczy Europy Północnej, do której miasto Kraków w latach 2002–2018 wykazywało pierwszy stopień podobieństwa.



Rysunek 5.11: Prognoza oczekiwanej długości trwania życia noworodka płci męskiej w Małopolsce w latach 2020–2100 według wariantów podobieństwa $E(x)$ w pierwszym dwudziestoleciu XXI wieku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS, tablice pl_zgo_2000_2018_00_59B.xlsx w bazie Demografia oraz prognozy ONZ według rewizji 2019, United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). World Population Prospects 2019, Online Edition. Rev. 1.

Jako wzoru interpolacyjnego dla prognozowanych współczynników umieralności użyliśmy następującej formuły wyrównywania wykładniczego:

$$mr(x, T) = mr(x, T - 1) \cdot \left[\frac{monz(x, 2098)}{mr(x, 2018)} \right]^{0,0625}, \quad (5.32)$$

gdzie:

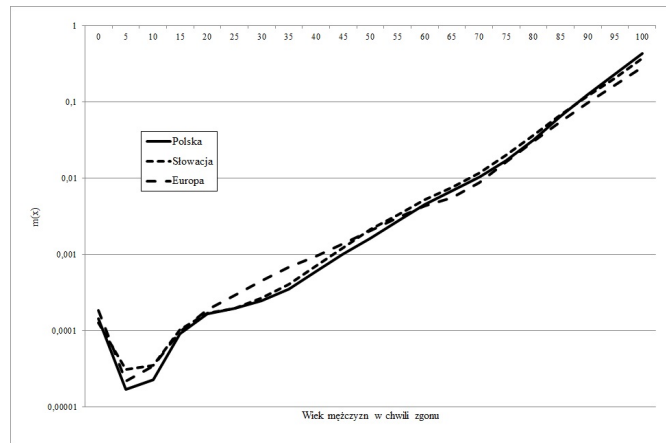
$mr(x, T)$ - prognozowany współczynnik umieralności w r – tym regionie w okresie projekcji T w wieku x ,

$monz(x, 2095)$ - przyjęte, jako wzorcowe, cząstkowe prognozowane współczynniki umieralności stanowiące horyzont prognozy. w naszym przypadku z lat 2095–2100,

0,0625 jest wykładnikiem potęgowym jako odwrotność liczby 16 oznaczającej ilość okresów prognozy 2018, 2023, 2028, ..., 2098.

Wysokie podobieństwo danego kraju-wzorca oraz płynność przebiegu trajektorii jest wielce pożądane, ale nie przesądza o ostatecznym wyborze. Ostateczną decyzję pozwala nam podjąć

analiza merytoryczna przebiegu krzywych reprezentantek na rys. (5.12). Widzimy na nim znacznie większe podobieństwa Polski i Słowacji. W Europie ONZ przewiduje całkowity zanik „siodełka”⁴.



Rysunek 5.12: Prognozowane rozkłady cząstkowych współczynników umieralności dla RPol w 2100 roku według stopnia podobieństwa trwania życia w latach 2000–2010. Mężczyźni

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych GUS, tablice pl_zgo_2000_2018_00_59B.xlsx w bazie Demografia oraz prognozy ONZ według rewizji 2019, United Nations, Department of Economic and Social Affairs, Population Division (2019). World Population Prospects 2019, Online Edition. Rev. 1

Na rysunku (5.12) mamy trzy krzywe umieralności jako reprezentantki do wieloregionalnego modelu o ergodyczności słabej. Jak widać w tabeli (5.4), najbardziej podobna do regionu 4–RPol była, co jest oczywiste, Polska. Na drugim miejscu Słowacja z sumą kwadratu różnic w latach 2002–2018, która wskazuje na większą bliskość względem Europy niż Polski. Z kolei rysunek (5.11) wskazuje na większe podobieństwo Polski i Słowacji w 2100 r., przynajmniej w prognozach trwania życia opracowanych przez ONZ.

⁴„Siodełkiem” demografowie nazywają okres znacznego spowolnienia wzrostu umieralności w wieku 20–30. Zakłada się, że jest to pozytywny wpływ instytucji małżeństwa na zdrowie i życie młodych ludzi. W Polsce i na Słowacji, mimo dużego kryzysu, ciągle instytucja małżeństwa jest na tyle silna, że prognozerzy ONZ muszą się z nią liczyć.

5.5.1.3 Prognoza migracji

Kraków⁵ wśród dużych miast w Polsce, liczących powyżej 500 tysięcy mieszkańców, zajmuje szczególne miejsce. Od wielu lat posiada dodatnie saldo migracji oraz relatywnie wysoką dzietność kobiet. Powoduje to wzrost liczby ludności jako drugiej metropolii w kolejności po naszej stolicy w Polsce. Przypomnijmy, że w podziale administracyjnym na 49 małych województw w latach 1975–1998 Kraków, podobnie jak Warszawa i Łódź, miał specjalny status. W przeciwieństwie do Łodzi, Kraków dobrze wykorzystał swoje możliwości rozwoju demograficznego. W efekcie, w pierwszej dekadzie XXI wieku, pod względem liczby ludności przegonił Łódź, zwiększając też dystans nad Wrocławiem i Poznaniem. Jak widać na rysunku (5.13), szczególnie szybko wzrastała migracja do Krakowa w latach 2017–2018.



Rysunek 5.13: Strumienie migracji na pobyt stały w liczbach bezwzględnych w układzie czteroregionalnym w latach 2002 - 2018

Uwaga: Strumienie migracji zostały uporządkowane według jego wielkości w 2018r. Największa liczba M41 oznacza migrujących z Reszty Polski (RPol) do Krakowa a najniższa M13 dotyczy strumienia z Krakowa do Reszty Małopolski (RMaPol).

Źródło: Informacje o kierunkach emigracji z Krakowa zostały opracowane przez GUS na specjalne zamówienie Wydziału Strategii Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Nie jest to efekt migracji zagranicznych, gdyż strumienie na rysunku (5.13) dotyczą wyłącznie wędrowek wewnętrznych. Posługując się liczbami absolutnymi pokazujemy jednocześnie strukturę strumieni migracyjnych wpływających na rozwój demograficzny Krakowa, co jak dalej zobaczymy, jest utrudnione jeśli analizujemy procesy zgodnie z modelami Rogersa–Willekensa.

⁵Prognozy migracji zostały oparte na podstawie danych zamówionych w GUS przez zamówienie Wydziału Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Największy strumień migrujących z *R_Pol* do Krakowa, jako miasta uniwersyteckiego, na pierwszy rzut oka, nie wydaje się zbyt duży. Należy mieć na uwadze, że studenci oraz przybywający za pracą do Krakowa rzadko meldują się na pobyt stały. Te rzadkie przypadki dotyczą tych osób, które nabywają w Krakowie mieszkanie albo zawierają związek małżeński z właścicielem lokalu mieszkalnego. Uczniowie, studenci oraz przybywający do Krakowa za pracą, którzy znajdują mieszkanie w internatach, w akademikach i na stancjach są meldowani na pobyt czasowy ponad 3 miesiące⁶.

Nasza modyfikacja modelu projekcyjnego Rogersa–Willekensa polegała na wstępnej prognozie cząstkowych współczynników emigracji według wieku, kierunku i płci— $m(x, ij, t)$, czyli:

$$m(x, ij, t) = \frac{M(x, ij, t)}{L(x, i, t)}, \quad (5.33)$$

gdzie $M(x, ij, t)$ liczba emigrujących w wieku x z regionu (miejscowości) i do j w roku kalendarzowym t , oraz $L(x, i, t)$ to stan ludności w wieku x w regionie i w połowie roku kalendarzowego t (na dzień 30 czerwca).

Odpowiednikiem precyzyjniejszej takiej miary, jak dzietność kobiet w analizie płodności, jest przy migracjach sumaryczny współczynnik migracji (ang. total migration rate (TMR)):

$$TMR = \sum_{x=0}^{100} m(x), \quad (5.34)$$

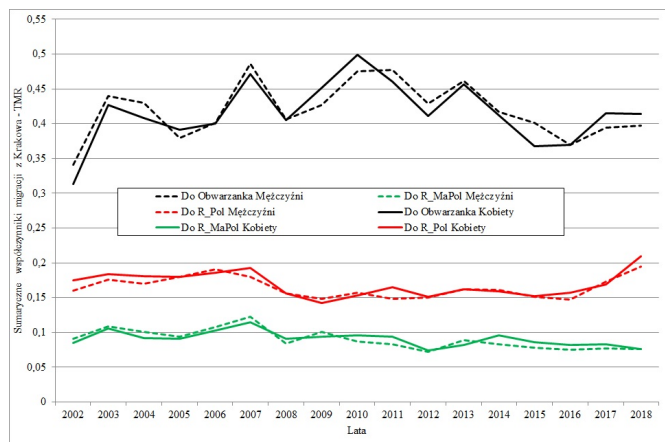
oraz uwzględniając kierunki strumieni migrujących

$$TMR_{ij} = 5 \cdot \sum_{x=0}^{100} m_{ij}, \quad (5.35)$$

gdzie i oznacza region pochodzenia a j docelowy migrantów.

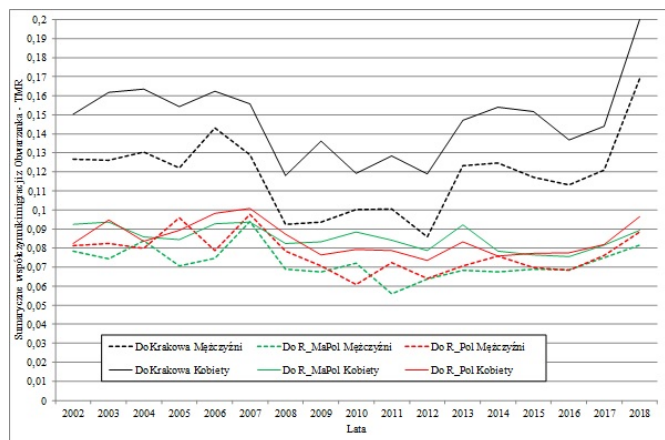
Jak wynika z rysunku (5.14), największe strumienie emigracji na pobyt stały zarejestrowano w kierunku dwóch powiatów okalających Kraków, czyli krakowskiego i wielickiego, zwanego w naszej pracy Obwarzankiem. Następnie, prawie trzykrotnie mniej niż do Obwarzanka, wędrowało do regionu 4 (reszty Polski), a najmniej do reszty Małopolski. Prawie nie ma tutaj widocznego trendu. Z Obwarzanka w minionym dwudziestoleciu najwięcej osób, w ujęciu względnym, wyemigrowało do Krakowa, chociaż wahania TMR były dużo większe niż z regionu 1 do 2. Przy porównywaniu TMR na rysunku (5.14) i (5.15) należy pamiętać o różnicy obszarów zmienności. W pierwszym przypadku obszar zmienności wynosił od 0 do 0,5, a w drugim tylko od 0 do 0,2.

⁶Jak wykazują Pędziwiatr, Stonawski, Brzozowski (2021) często w ogóle nie są meldowani ani na stałe, ani na pobyt czasowy ponad 3 miesiące.



Rysunek 5.14: Sumaryczne współczynniki migracji z Krakowa do pozostałych regionów w latach 2002–2018

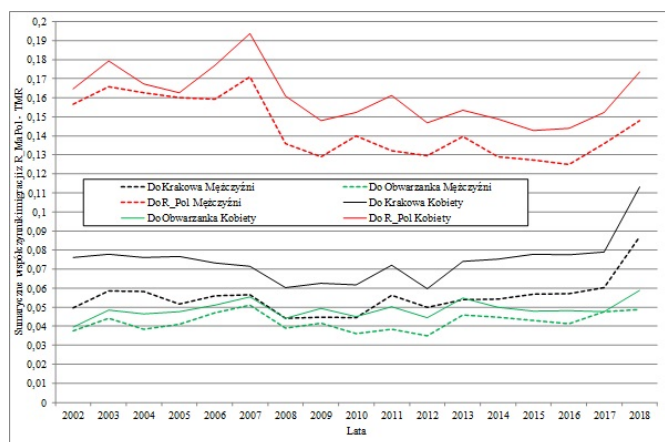
Źródło: Informacje o kierunkach emigracji z Krakowa zostały opracowane przez GUS na specjalne zamówienie Wydziału Strategii Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.



Rysunek 5.15: Sumaryczne współczynniki migracji z Obwarzanka do pozostałych regionów w latach 2002-2018

Źródło: Informacje o kierunkach emigracji z Krakowa zostały opracowane przez GUS na specjalne zamówienie Wydziału Strategii Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Specyfiką migracji z Obwarzanka do Krakowa jest przewaga liczby kobiet nad liczbą mężczyzn. Różnice nie są tak duże, jak by się pozornie wydawało, gdyż ogólny ogląd zakłóca wspomniana różnica skal na poszczególnych rysunkach. Podobnego rodzaju uwagi można odnieść do emigracji z reszty Małopolski, czyli z regionu 4, do Krakowa, Obwarzanka i reszty Polski, por. rys. (5.16).



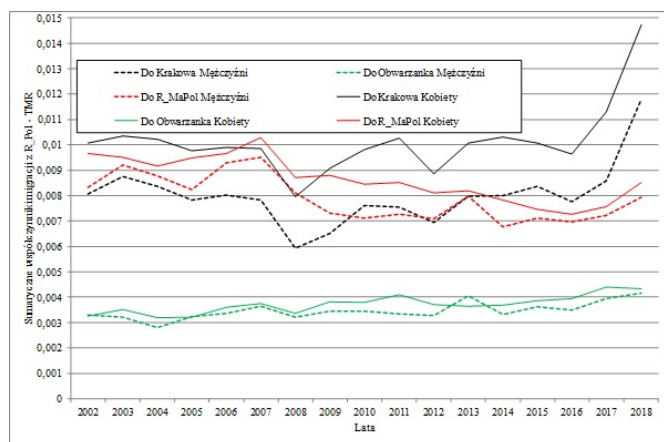
Rysunek 5.16: Sumaryczne współczynniki migracji z RMaPol do pozostałych regionów w latach 2002–2018

Źródło: Informacje o kierunkach emigracji z Krakowa zostały opracowane przez GUS na specjalne zamówienie Wydziału Strategii Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Liczby emigrujących kobiet przewyższają liczby mężczyzn we wszystkich strumieniach. Zdecydowana większość z reszty Małopolski emigruje do regionu 4, chociaż do 2016 roku trend był spadkowy. Od 2017 ten trend uległ odwróceniu.

Sumaryczne współczynniki emigracji z *R_Pol* do pozostałych regionów charakteryzowały się jeszcze mniejszym obszarem wahań niż strumienie migracyjne na wcześniejszych wykresach, por. rys. (5.17). Dopiero od 2016 do 2021 roku widzimy niemal podwojenie się migracji, szczególnie do Krakowa. Ten silny wzrost przybywających do Krakowa trwa także po 2018 roku, którego już nasza analiza nie uwzględnia. Z czterech dużych miast, pomijając Warszawę ze względu na jej stołeczną specyfikę, podobne trendy w kształtowaniu się migracji jednak o dużo mniejszym natężeniu wykazuje Wrocław.

Wieloregionalny model projekcji o słabej ergodyczności można byłoby konstruować za pomocą pełnych tablic demograficznych, dla poszczególnych roczników wieku ludności. Dla małych terytoriów, jakimi są obszary funkcjonalne dużych miast uniwersyteckich, zaszłaby konieczność estymacji rozkładów funkcji macierzyństwa, trwania życia i migracji. Wówczas widzimy konieczność wykorzystania zarówno klasycznych, uznanych i stosowanych propozycji metodycznych wyrównywania krzywych, jak i nowych wykorzystujących zbiory rozmyte i podejście bayesowskie. Wśród tych pierwszych należy wymienić tablice (Chiang, 1972a, 1972b), (Coale, Demeny, 2013), (Coale, Trussell, 1974), (Rogers, Castro, 1981), (Rogers, Planck, 1984), (Rogers, 2020), (Lee, Carter,



Rysunek 5.17: Sumaryczne współczynniki migracji z RMaPol do pozostałych regionów w latach 2002-2018

Źródło: Informacje o kierunkach emigracji z Krakowa zostały opracowane przez GUS na specjalne zamówienie Wydziału Strategii Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa

1992), (Lee 1993, 2000), (Rogers, Little, 1994). Wśród tych drugich warto uwzględnić (Raftery, Li, Ševčíková, Gerland, Heilig, 2012), (Rossa, 2011), (Rossa, Socha 2013), (Rossa, Socha, Szymański, 2018), (Bijak, 2010) oraz (Wiśniowski, Smith, Bijak, Raymer, Forster, 2015).

5.5.2 Wyniki wieloregionalnej prognozy dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego

Zbudowane powyżej wieloregionalne tablice trwania życia charakteryzują się znacznymi błędami losowymi, co jest zrozumiałe, ze względu na niedużą liczbę zdarzeń (urodzenia, zgony i migracje), przede wszystkim w Krakowie i w regionie 2. Z tego względu, w miejsce empirycznych współczynników płodności, umieralności i migracji, należy posłużyć się prognozami tych zdarzeń, włączając je do modelu holistycznego typu model Rogersa–Willekensa (MRW). Prognoza uwzględniająca modele projekcyjne o ergodyczności słabej wymaga więcej wysiłku, dodatkowych założeń metodologicznych i danych statystycznych niż w przypadku projekcji o stałych współczynnikach płodności, umieralności i migracji, czyli o ergodyczności mocnej. W prognozie o ergodyczności słabej, konieczne jest wstępne wykonanie szczegółowych prognoz wszystkich procesów demograficznych, to znaczy płodności kobiet, umieralności i migracji. W przypadku prognozy dla Krakowa oraz krakowskiego obszaru metropolitalnego, dodatkowym wymogiem było uwzględnienie jego specy-

fiki lokalnej i regionalnej, która na tle Polski wyróżnia się względnie wysokim trwaniem życia oraz wyższą dzietnością kobiet.

W oryginalnym modelu Rogersa–Willekensa (MRW) dokonano modyfikacji polegającej na uchynieniu dwóch mocno kłopotliwych założeń dla demografów o jedнопłciowości i mocnej ergodyczności, co doprowadziło do powstania zmodyfikowanego modelu Rogersa–Willekensa (ZMRW).

W prognozie demograficznej dla Krakowa zastosowano zmodyfikowany model holistyczny Rogersa–Willekensa dał wyniki zasadniczo zbieżne z analityczną metodą składnikową dla poszczególnych 18 dzielnic Krakowa. Wszystkie dane statystyczne do modeli Rogersa–Willekensa oraz zmodyfikowanego modelu Rogersa–Willekensa pochodziły z banku danych Demografia⁷ w GUS, natomiast podstawowym źródłem do prognozy dla dzielnic Krakowa był krakowski ELUD (System Ewidencji ludności obejmujący rejestr mieszkańców oraz rejestr cudzoziemców).

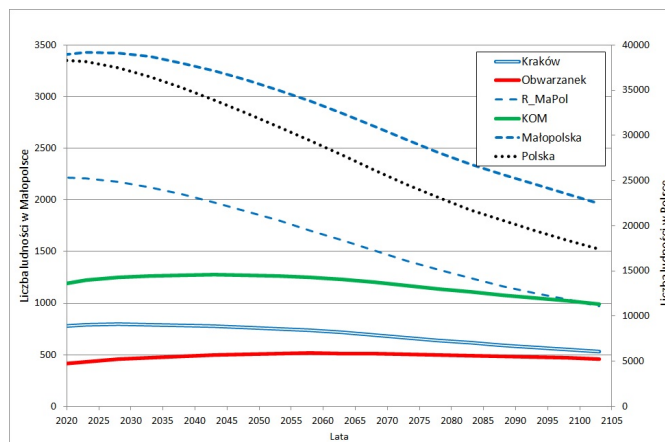
Pełna zbieżność obu metod prognozowania mogłaby być rozważana pod warunkiem identyczności źródeł statystycznych, co nie miało miejsca w naszym przypadku. W obu podejściach uwzględniono zmiany w zachowaniach reprodukcyjnych kobiet, wynikających z teorii drugiego przejścia demograficznego oraz mechanizm translacji demograficznej.

Wstępna analiza rozwoju demograficznego Krakowa i okalających go powiatów wskazuje na jego duży potencjał i, po Warszawie, najlepsze perspektywy wśród dużych miast. Na tle innych miast w ciągu ostatniego ćwierćwiecza Kraków, podobnie jak i województwo małopolskie, charakteryzował się – jak na warunki polskie – wysokim trwaniem życia, względnie wysoką dzietnością kobiet i dużą atrakcyjnością pozwalającą mu przyciągać głównie młodych ludzi.

Niepokojącym jest jednak, że ta „względnie wysoka” dzietność mieszkanki Krakowa jest daleko niewystarczająca do prostej zastępowalności pokoleń. Przeciętna dzietność Krakowianek urodzonych po 1938 r., w generacjach rzeczywistych o zakończonym okresie rozrodczym, niewiele przekraczała półtora dziecka, por. Paradysz, Butlewski, Paradysz (2020b).

Nasza czteroregionalna projekcja demograficzna wskazuje (por. rys. 5.18), że w ciągu całego okresu objętego prognozą, liczba ludności Polski będzie się systematycznie zmniejszać. Pod koniec lat dwudziestych obecnego stulecia ludność Polski zmniejszy się o 2 miliony, czyli o 2,9%. Jednakże w dwóch następnych dekadach spadki będą coraz większe – odpowiednio, 6,3 oraz 8,4%. W połowie XXI wieku najprawdopodobniej mieszkańców Polski nie będzie więcej niż 31 milionów. W XXII wiek nasze wnuki wkroczą w liczbie nie większej niż 17 milionów, na co już wcześniej wskazywały niektóre z wariantów prognozy ONZ.

⁷<https://demografia.stat.gov.pl/BazaDemografia/StartIntro.aspx>



Rysunek 5.18: Prognoza ludności w układzie czteroregionalnym

Źródło: Opracowanie własne na podstawie struktury ludności, urodzeń, zgonów i migracji Głównego Urzędu Statystycznego.

Na tle Polski przyszłość demograficzna Krakowa i jego Obwarzanka (powiaty krakowski i wielicki), który nazywamy w pracy Obwarzankiem krakowskim, wygląda całkiem dobrze. W ciągu najbliższych 10 lat ludność Krakowa zwiększy się do prawie 800 tysięcy, co oznacza wzrost o 3,7%. Na jeszcze większy wzrost ludności (7,8%) wskazuje nasza prognoza w krakowskim Obwarzanku, którego ludność też będzie wzrastała najdłużej. Do roku 2048 ludność Obwarzanka wyniesie ponad 450 tysięcy. Razem z Krakowem będzie to ponad 1 milion 225 tysięcy mieszkańców w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym. Później jednak, także w Krakowie, liczba ludności zacznie spadać.

5.6 Ocena prognozy na podstawie zmodyfikowanego modelu Rogersa–Willekensa

Ocena a priori prognozy jest możliwa poprzez porównanie jej z innymi prognozami. Przede wszystkim z prognozą GUS, a częściowo także z ONZ i Eurostatem. Porównanie naszej prognozy z prognozą GUS przedstawia tabela (5.3). W 2014 r. GUS opublikował w bazie Demografia⁸ prognozy demograficzne dla powiatów w poszczególnych latach do 2050 r. Jak wspomniano powyżej, nasza prognoza może dać wynik co 5 lat, począwszy od 2018 r. Najdalszym wspólnym rokiem dla prognoz byłby zatem rok 2048.

⁸<https://demografia.stat.gov.pl/BazaDemografia/StartIntro.aspx>

Tabela 5.3: Porównanie prognozy ludności GUS (2014) oraz PBP (2020) na rok 2048

Obszar	GUS (2015)	PBP (2020) Me	PBP (2020) Se	Różnice		
	a	b	c	a - b	a - c	b - c
Kraków	713577	774932	765529	-8,6	-7,3	1,2
Obwarzanek	480637	450492	507249	6,3	-5,5	-12,6
KOM	1194214	1225424	1272778	-2,6	-6,6	-3,9
Małopolskie	3295879	3159255	3162131	4,1	4,1	-0,1
Polska	34297846	32194927	32445609	6,1	5,4	-0,8

Źródło: GUS (2012) oraz Paradysz, Butlewski, Paradysz (2020a).

Me–mocna ergodyczność, SE–słaba ergodyczność

Nasza prognoza demograficzna była wykonywana w okresie pandemii Covid 19, kiedy umieralność w Polsce mocno wzrastała, co się odbiło na przyjęciu zbyt pesymistycznych założeń na przyszłość dla Polski ogółem. W prognozie nie uwzględniliśmy migracji zagranicznych, z uwagi na bardzo małe liczebności przemieszczeń na stałe - tabela (5.4). Dopiero w 2016 roku z kraju o ujemnym saldzie migracji, staliśmy się trochę bardziej atrakcyjni dla przybyszy z zagranicy. Pomijając lata 2018 i 2019, imigracja tylko nieznacznie wzrosła, ale emigracja spadła przeszło trzykrotnie, z ponad 30 tysięcy do poniżej 10000. W przekroju terytorialnym, w odniesieniu do Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego liczby, przytoczone w tabeli (5.3), są około 10 razy mniejsze i obecnie nie mają znaczenia dla naszej prognozy. Wojna Rosji z Ukrainą może to jednak zmienić.

Komentując tabelę (5.4), należy podkreślić migracje na stałe. Wiązą się one z pojęciem zameldowanie na pobyt stały, a więc z posiadaniem mieszkania lub domu, bądź przekonania właściciela (dysponenta) wspomnianych nieruchomości do dokonania takiego meldunku. Zatem imigranci z Ukrainy, którzy w dużej liczbie pojawili się na polskim rynku pracy, na ogół, nie są obecni w tabeli (5.4), Wyjątek stanowią ci z nich, którzy poślubią stałego mieszkańca Polski, lub kupią w naszym kraju mieszkanie albo dom.

Porównanie obu prognoz przedstawiamy w tabeli (5.3). Nasza prognoza, którą oznaczyliśmy skrótem PBP, daje większe liczby ludności dla Krakowa, Obwarzanka i Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego. Prognoza GUS z 2014 roku z kolei zapowiada wyższe stany liczbowe w województwie małopolskim i w Polsce ogółem. Dodać przy tym należy, że jeszcze większą liczbę

Tabela 5.4: Migracje zagraniczne na stałe w Polsce, w tysiącach osób

Lata	Imigracja	Emigracja	Saldo
2013	12,2	32,1	-19,9
2014	12,3	28,1	-15,8
2015	12,3	28,1	-15,8
2016	13,5	13,0	1,5
2017	13,3	11,9	1,4
2018	15,5	11,8	3,7
2019	16,9	10,7	6,2
2020	13,3	8,8	4,5

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z GUS.

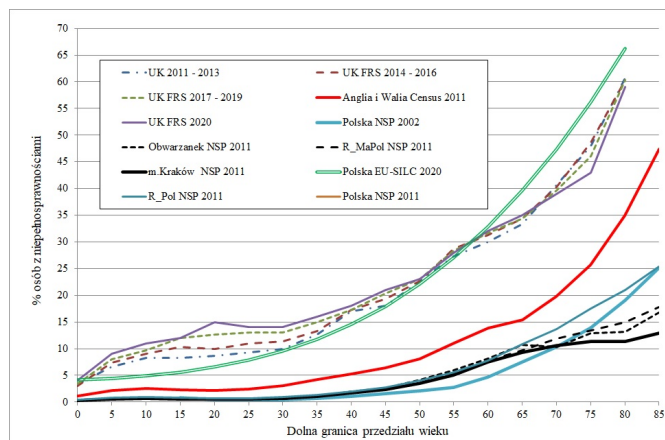
ludności dla Polski na rok 2048 przewiduje najnowsza rewizja prognozy ONZ z 2022 r. Zgodnie z tą rewizją, w 2048 roku Polska będzie liczyła 35360000, por. ONZ (2022b). Jest to o 938 tysięcy więcej, niż to przewidywała rewizja 2019, por. ONZ (2019). W ujęciu względnym, różnica między obydwoma rewizjami dla Polski w ciągu tych lat wynosi 2,7%. Pośrednio, na podstawie tej różnicy, można ocenić stopień zgodności między naszą prognozą a oficjalną GUSu.

5.7 Analogowa prognoza wskaźników i liczb osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym

Wieloregionalna analiza demograficzna stanowi dobrą podstawę nie tylko do prognoz demograficznych, ale również do projekcji osób z niepełnosprawnościami. Jak już wspomniano na początku rozdziału, w literaturze przedmiotu rozpatrywane były wielostanowe tablice uwzględniające zdrowie człowieka. Wielostanowe tablice trwania życia, w których jednym ze stanów jest długość choroby lub dysfunkcja organizmu mają jednak ten zasadniczy niedostatek, że trudno o dostępność danych statystycznych uwzględniających niezbędne informacje demograficzne (płodność, umieralność i mobilność przestrzenną) według wieku oraz różne natężenia procesu chorobowego. Tego rodzaju informacje dotyczące na przykład wielkości populacji osób z poważniejszymi niepełnosprawnościami są jednak bardzo potrzebne w celu chociażby zarządzania społecznością-

mi lokalnymi. W niniejszym podrozdziale przedstawiono wyniki analogowej prognozy wskaźników i liczb osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym.

Na rysunku (5.19) zaprezentowano wybrane wyniki badania niepełnosprawności w ramach spisów powszechnych ludności w Polsce i na Wyspach Brytyjskich.



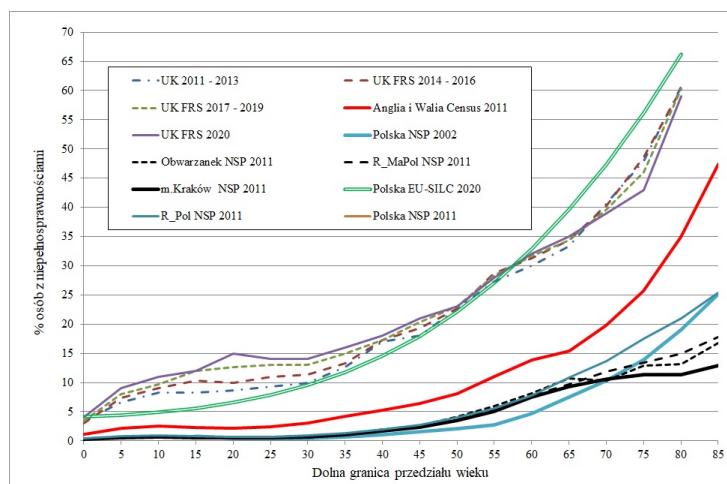
Rysunek 5.19: Udział (w %) osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym z NSP 2011 na tle Polski NSP 2002 i EU-SILC 2020, FRS UK 2011-2020 oraz Anglii i Walii. Kobiety i mężczyźni

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników NSP 2002 i NSP 2011, CT0734–Age by long-term health problem or disability by general health by sex (Anglia i Walia), Family Resources Survey (FRS) dla Zjednoczonego Królestwa z lat 2011-2020. Tabela oczekiwanego trwania życia w zdrowiu 2020 r., GUS, Baza Demografia.

Widać tu dość wyraźnie, że wyniki spisu polskiego i brytyjskiego z 2011 roku różnią się. Wynika to zapewne ze sposobu prowadzenia i rodzaju badania, ze sposobu zadawania pytań, nie jest też wykluczony wpływ braków odpowiedzi. W obu analizowanych spisach polskich (NSP 2002 i NSP 2011) dopuszczano możliwość nie odpowiadania na pytania dotyczące niepełnosprawności (por. rozdział 2). We wszystkich pytaniach w module „niepełnosprawność” uwzględniono wariant odpowiedzi „nie chcę odpowiadać na to pytanie”. W spisie brytyjskim nieco inaczej badano problem niepełnosprawności. Jak wynika z instrukcji do badania Family Resources Survey (FRS), mocno zwracano uwagę na bezpośredniość przepływu informacji, unikając efektu respondenta grupowego, por. Sullivan i inni (2012). Dużą regularnością rozkładów częstości osób z niepełnosprawnościami wykazują się badania specjalne. Alternatywnym źródłem informacji o liczbie osób z niepełnosprawnościami w Polsce jest EU-SILC, o czym wspominaliśmy w rozdziale 1. Wyko-

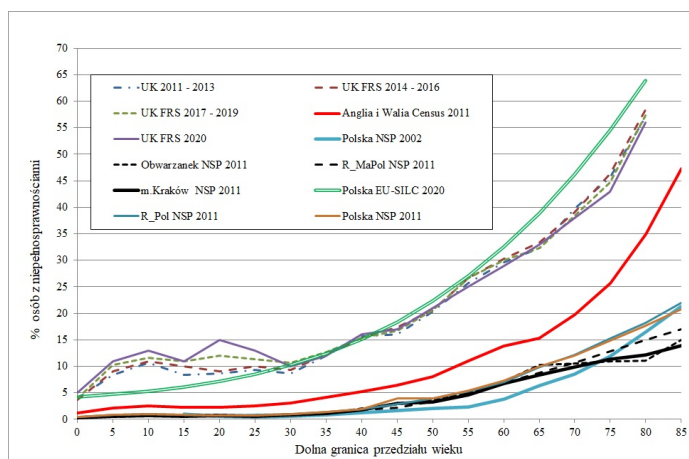
rzystywany w tablicach trwania życia w zdrowiu, wskaźnik $h(x)$ wyraża "częstość występowania niesprawności w wieku x ", por. GUS(2021, s. 13). Dużą zaletą publikowanego wskaźnika $h(x)$ jest jego gładkość poprzez wyrównanie od wahań losowych. Podobny charakter mają brytyjskie badania Family Resources Survey (FRS). Jest ono prowadzone metodą reprezentacyjną. Objęto nim ponad 25 tysięcy rodzin, por. Sullivan i inni (2012).

Jak widać na rys. (5.19) do (5.21), odsetki osób z niepełnosprawnościami w Polsce są niższe od brytyjskich w obu kategoriach: spisie powszechnym i badaniu specjalnym. Co prawda, wyrównane specjalną techniką dane z EU-SILC dotyczące późnych lat życia Polaków są wyższe, ale we wcześniejszych potwierdza się zauważona wyżej tendencja. Można zadać pytanie, czy istotnie Polacy są zdrowsi od Brytyjczyków. Odpowiedź jest raczej przecząca. Przeczy temu chociażby przeciętne dalsze trwanie życia, które ciągle jest niższe w Polsce niż Wielkiej Brytanii. Być może wyjaśnienia należy szukać w licznych rodzajach świadczeń zależnych od statusu ekonomicznego i liczby otrzymywanych świadczeń pomocy państwa związanych z niepełnosprawnością, por. coroczne raporty FRS, na przykład FRS (2020).



Rysunek 5.20: Udział w % osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym z NSP 2011 na tle Polski NSP 2002 i EU-SILC 2020, 2020, FRS UK 2011-2020 oraz Anglii i Walii. Kobiety.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników NSP 2002 i NSP 2011, CT0734–Age by long-term health problem or disability by general health by sex (Anglia i Walia), Family Resources Survey (FRS) dla Zjednoczonego Królestwa z lat 2011-2020. Tabela oczekiwanego trwania życia w zdrowiu 2020 r., GUS, Baza Demografia



Rysunek 5.21: Udział w % osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym z NSP 2011 na tle Polski NSP 2002 i EU-SILC 2020, 2020, FRS UK 2011-2020 oraz Anglii i Walii. Mężczyźni.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie wyników NSP 2002 i NSP 2011, CT0734–Age by long-term health problem or disability by general health by sex (Anglia i Walia), Family Resources Survey (FRS) dla Zjednoczonego Królestwa z lat 2011-2020. Tabela oczekiwanego trwania życia w zdrowiu 2020 r., GUS, Baza Demografia

Wyniki tych badań dostępne w Internecie od 2011 według wieku i płci zostały przedstawione na rysunkach (5.19) do (5.21). Sposób obliczania zmiennej h_x przedstawia publikacja GUS (2021). Na podstawie uwag w niniejszym opracowaniu przyjęliśmy założenie, że wskaźniki niepełnosprawności będą w Polsce wzrastać do poziomu brytyjskiego. Podstawy tego wzrostu upatrujemy w nasilaniu się chorób cywilizacyjnych oraz coraz większej świadomości ludzi ze swoich niepełnosprawności wraz z wiekiem. Nie jest też wykluczony wpływ przyszłego ustawodawstwa nastawionego na wyrównywanie szans na rynku pracy i potencjalnie zwiększająca się pomoc społeczna dla osób z niepełnosprawnościami. Krzywą z EU-SILC na rysunku (5.19)–(5.21) przyjęliśmy z tego powodu, że została ona poddana zabiegowi wyrównywania, czyniąc ją zależną jedynie od wieku, por. GUS (2021). Warto zwrócić uwagę na pewną wyraźną prawidłowość, którą można dostrzec jeśli analizuje się tzw. niepełnosprawność prawną, udokumentowaną posiadaniem jednej z trzech grup niepełnosprawności, a która dotyczy okresu przechodzenia na emeryturę. Na podstawie spisu 2011, bardzo widoczne jest odkształcenie krzywej dla wieku powyżej 55 lat. Podobne zjawisko widzimy na krzywej odsetka osób z niepełnosprawnościami na Wyspach Brytyjskich. Można postawić hipotezę, że w okresie przedemerytalnym, poniżej 55 roku życia, nasilił się proces ubiegania

się o świadczenia przedemerytalne. Zatem, nie tylko w Polsce następuje wzrost świadomości osób z niepełnosprawnościami w wieku przechodzenia na emeryturę. Na Wyspach Brytyjskich można też zauważyć w późniejszym okresie 75–80 lat, przyśpieszenia wskaźników niepełnosprawności. Nie jest wykluczony wpływ rozwiązań prawnych np. dodatków pielęgnacyjnych, o czym pisaliśmy wyżej.

Bazując na oszacowaniach wartości wskaźników osób z niepełnosprawnościami przedstawionych w rozdziale 4 dla Obszaru Funkcjonalnego Krakowa oraz regionów 3 (R_MaPol) i 4 (R_Pol), por. tabela (5.5), wyznaczono prognozę niepełnosprawnych w układzie czteroregionalnym, por. tabela (5.6).

Przyjęto następujące założenia do prognozy liczby osób z niepełnosprawnościami z wykorzystaniem wieloregionalnych tablic trwania życia dla Krakowskiego Obszaru Miejskiego, pozostałych powiatów województwa małopolskiego i reszty Polski:

1. Osobą z niepełnosprawnościami jest, zgodnie z definicjami przyjętymi w trzech ostatnich spisach ludności, osoba, która posiada odpowiednie orzeczenie wydane przez organ do tego uprawniony lub osoba, która takiego orzeczenia nie posiada, lecz odczuwa ograniczenie sprawności w wykonywaniu czynności podstawowych dla swojego wieku⁹. Zakładamy również, że w przyszłości definicja osoby z niepełnosprawnościami będzie dostosowywana do definicji używanej w badaniu EU-SILC. Bardzo niskie obecnie wskaźniki liczby osób z niepełnosprawnościami mogą być wynikiem różnic definicyjnych, co wykazywaliśmy w poprzedniej części pracy.
2. Zakładamy, że nie ma różnic pod względem podstawowych procesów demograficznych między różnymi kategoriami osób z niepełnosprawnościami. Założenie to wynika z tego, że nie dysponujemy żadnymi wiarygodnymi informacjami, by zróżnicować, na przykład, trwanie życia osób sprawnych i z niepełnosprawnościami, płodności kobiet czy migracji. W literaturze przedmiotu można znaleźć wypowiedzi wielu autorów, którzy doszukują się takich różnic. W wielu opracowaniach wskazuje się na spadek wzrostu, czy nawet spadek poziomu wskaźników niepełnosprawności z wiekiem. W tych jednak przypadkach, gdy krzywe wskaźników osób z niepełnosprawnościami opadają, na przykład po 80 roku życia, trudno jest jednoznacznie stwierdzić, wynika to z większej umieralności tych osób, a nie zostało to spowodowane brakiem odpowiedzi.

⁹<https://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/241,pojecie.html>

Tabela 5.5: Oszacowane wskaźniki osób z nieprawnościami dla kobiet i mężczyzn w układzie czteroregionalnym na rok 2018

Przedział wieku	Kobiety				Mężczyźni			
	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol
0–4	0,0018	0,0009	0,002	0,0037	0,0035	0,0045	0,0033	0,0051
5–9	0,0046	0,0059	0,0039	0,0064	0,006	0,005	0,0062	0,0087
10–14	0,0068	0,007	0,007	0,0079	0,0073	0,0069	0,0078	0,0099
15–19	0,0046	0,0064	0,0045	0,007	0,0059	0,0081	0,0059	0,0084
20–24	0,0065	0,0044	0,0037	0,0054	0,0066	0,0081	0,006	0,0079
25–29	0,0038	0,0029	0,0038	0,0056	0,0061	0,007	0,0063	0,0081
30–34	0,006	0,0041	0,0062	0,0078	0,0081	0,0076	0,0083	0,0101
35–39	0,0104	0,0108	0,0104	0,0126	0,0107	0,0111	0,0113	0,0136
40–44	0,0162	0,0186	0,0168	0,0191	0,0173	0,0211	0,018	0,0196
45–49	0,024	0,0264	0,0251	0,0275	0,0304	0,0291	0,0223	0,0283
50–54	0,0382	0,0457	0,0384	0,0421	0,0329	0,0362	0,0346	0,0393
55–59	0,0543	0,069	0,0569	0,0582	0,0468	0,0488	0,0497	0,0527
60–64	0,0834	0,0892	0,084	0,0847	0,0676	0,072	0,0697	0,0705
65–69	0,0996	0,1103	0,1052	0,1168	0,0844	0,1032	0,0874	0,0989
70–74	0,111	0,1006	0,1263	0,1481	0,0988	0,1057	0,107	0,1209
75–79	0,1156	0,1394	0,1367	0,1896	0,1138	0,1092	0,1288	0,152
80–84	0,1129	0,1408	0,1494	0,2231	0,1219	0,1112	0,1493	0,1821
85–89	0,1287	0,1717	0,1804	0,2664	0,1395	0,1496	0,1696	0,219
90–94	0,1322	0,1638	0,1691	0,2463	0,1445	0,1569	0,1728	0,2347
95–99	0,1393	0,1737	0,1818	0,2651	0,1502	0,161	0,181	0,242
100 i więcej	0,1494	0,186	0,1936	0,2772	0,1609	0,1798	0,1914	0,2611

Źródło: Obliczenia własne na podstawie NSP 2011 oraz GUS (2021)

Uwaga: wskaźniki w ostatnich trzech przedziałów wieku zostały ekstrapolowane na podstawie danych z EU-SILC 2019, por. GUS (2021), przy wykorzystaniu estymatora ilorazowo-syntetycznego

3. W odróżnieniu od brytyjskiego badania gospodarstw domowych rodzin (FRS), polscy niepełnosprawni mogą nie być zainteresowani uczestnictwem w badaniu. Można przypuszczać też, że sama świadomość niepełnosprawności przychodzi z pewnym opóźnieniem. Większą świadomość w tym względzie mogą nabywać osoby z niepełnosprawnościami w okresie

Tabela 5.6: Liczby kobiet z niepełnosprawnościami według wieku w układzie czteroregionalnym

Przedział wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM	Małopolska
	Kobiety						
0–4	3230	37	9	115	3069	46	161
5–9	6134	84	69	238	5742	153	391
10–14	7230	102	76	409	6643	178	587
15–19	6145	68	68	272	5737	136	408
20–24	5651	110	50	257	5234	160	417
25–29	6998	101	40	306	6551	141	447
30–34	11608	236	66	528	10779	302	830
35–39	19509	383	189	886	18050	572	1459
40–44	27577	506	304	1349	25418	810	2159
45–49	33628	587	356	1800	30884	944	2744
50–54	48389	819	555	2646	44369	1374	4020
55–59	76797	1316	884	4172	70426	2200	6371
60–64	124881	2507	1196	6028	115150	3703	9731
65–69	152703	2805	1253	6628	142017	4058	10686
70–74	128142	2361	784	5723	119275	3144	8868
75–79	122649	1718	786	4994	115151	2504	7498
80–84	124677	1497	719	4903	117557	2216	7119
85–89	96890	1173	597	3709	91412	1769	5478
90–94	35817	467	213	1307	33830	680	1987
95–99	7888	112	41	275	7460	153	428
100 i więcej	934	23	3	23	885	26	49
Ogółem	1047475	17011	8259	46567	975638	25270	71837

Źródło: Obliczenia własne na podstawie NSP 2011 oraz GUS (2021)

przedemerytalnym, kiedy zaistnieje możliwość wcześniejszego ubiegania się o pewnego rodzaju świadczenia rentowo-emerytalne.

4. Zakładany, że do roku 2050 nastąpi poprawa przepływu informacji i wzrostu samoświadomości u niepełnosprawnych osób i wskaźniki niepełnosprawności w polskim Narodowym Spisie

Powszechnym Ludności i Mieszkań wzrosną do poziomu obecnie obserwowanego w Wielkiej Brytanii. Może temu też sprzyjać polityka socjalna polskiego państwa.

5. W następstwie czwartego założenia, możemy przyjąć, że będzie kontynuowane w wielu krajach europejskich wyrównanie szans osób z niepełnosprawnościami. Od wielu lat obserwujemy to zjawisko także w Polsce. Już obecnie na przykład w wielu instytucjach publicznych występują rzecznicy osób niepełnosprawnych.
6. Zakładamy również, że będzie występował proces konwergencji rynków pracy i przepisów rentowo-emerytalnych w poszczególnych krajach. Zgodnie z informacjami zawartymi w FRS, brytyjskie ustawodawstwo dopiero w 1995 roku wprowadziło w życie DDA czyli Disability Discrimination Act.
7. Nastąpi wzrost świadomości osób z niepełnosprawnościami odnośnie swoich ograniczeń sprawnościowych.
8. Wzrośnie także świadomość władz lokalnych, by efektywniej zapobiegać wykluczeniu społecznemu osób niepełnosprawnych i zostanie ono potraktowane jako podstawowe zadanie polityki społecznej. Analogiem dla Polski będą pod tym względem prawne rozwiązania oraz podejmowane działania w kierunku integracji osób niepełnosprawnych. Przykładem takich działań jest BBG (niem. Behindertengleichstellungsgesetz)¹⁰.
9. Rozwój metodologii przeciwdziałającej skutkom starzenia się społeczeństw będzie, naszym zdaniem, prowadził do refleksji nad swoimi ograniczeniami.
10. Rozwój metodologii prognozowanie wieloregionalnego przyczyni się do stopniowego usuwania niektórych, co bardziej uciążliwych założeń.
11. W tym samym kierunku zapewne pójdą prace nad estymacją pośrednią i organizacją badań statystycznych, co przyczyni się do wzrostu jakości danych statystycznych w zakresie niepełnosprawności w Polsce.

Tabele (5.6) i (5.7) zawierają oszacowane liczby osób z niepełnosprawnościami na podstawie wyjściowej struktury wieku według płci i regionów. Są to te same struktury, które były punktem wyjścia do analizy demograficznej w układzie czteroregionalnym.

¹⁰<https://www.bmas.de/DE/Service/Gesetze-und-Gesetzesvorhaben/gesetz-zur-gleichstellung-behinderter-menschen.html>

Tabela 5.7: Liczby mężczyzn z niepełnosprawnościami według wieku w układzie czteroregionalnym

Przedział wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM	Małopolska
	Mężczyźni						
0–4	4855	75	51	197	4531	126	323
5–9	8842	116	63	399	8264	179	578
10–14	9456	116	80	478	8782	196	674
15–19	7773	90	89	372	7223	179	551
20–24	8541	115	95	433	7898	210	643
25–29	10678	147	96	547	9887	243	790
30–34	15448	293	121	746	14288	414	1160
35–39	21577	376	193	1002	20007	569	1570
40–44	28966	519	346	1484	26617	866	2349
45–49	34698	704	398	1619	31976	1102	2722
50–54	44274	651	435	2441	40748	1086	3527
55–59	64980	965	601	3598	59817	1565	5163
60–64	91522	1584	910	4738	84291	2494	7232
65–69	104353	1733	1015	4691	96915	2748	7439
70–74	76161	1463	640	3610	70448	2104	5713
75–79	60614	1068	402	2987	56157	1470	4457
80–84	52388	880	297	2625	48586	1177	3802
85–89	33849	590	218	1525	31516	808	2333
90–94	11036	204	67	433	10331	271	705
95–99	1922	33	11	60	1817	45	105
100 i więcej	221	5	1	3	211	7	10
Ogółem	692155	11728	6128	33988	640312	17856	51844

Źródło: Obliczenia własne na podstawie NSP 2011 oraz GUS (2021)

Uwaga: wskaźniki w ostatnich trzech przedziałów wieku zostały ekstrapolowane na podstawie danych z EU-SILC 2019, por. GUS (2021), przy wykorzystaniu estymatora ilorazowo-syntetycznego

Oszacowaną liczbę osób z niepełnosprawnościami na rok 2018 możemy porównać z wynikami spisu w 2011 roku, kiedy odnotowano 1565600 osób niepełnosprawnych biologicznie, natomiast nasz szacunek z roku 2018 wynosi 1739561 osób. Oznacza to wzrost w ciągu siedmiu lat o 11,1%, czyli średniorocznie oznacza to wzrost o 1,8%. Jak pamiętamy, w okresie od 2002 do 2011 wzrost liczby osób z biologiczną niepełnosprawnością wynosił 55,5%, por. GUS (2012 Raport z wyników). Średniorocznie był to wzrost o 5,7%. Tak znaczne zahamowanie wzrostu liczby osób z niepełnosprawnościami może budzić pewne wątpliwości, co do podstawowych założeń przy estymacji tabeli (5.6). Warto jednak przywołać pewne zastrzeżenia odnośnie jakości danych w spisie 2002 wskazywane w literaturze przedmiotu, o których pisaliśmy w rozdziale 2 (Śleszyński (2004), Paradysz (2009), Gołata (2018)). Należy też dodać, że okres kiedy odbywał się NSP 2002 był okresem przedakcesyjnym. Poszczególne obszary polskiego prawa takie jak prawo socjalne, także w odniesieniu do niepełnosprawnych, były uzgadniane z wymaganiami unijnymi. Dla przykładu w Małopolsce zaobserwowano następujące przemiany. Średnioroczny wzrost liczby osób z niepełnosprawnościami był o 1 punkt procentowy wyższy. Nieznacznie zmieniła się struktura niepełnosprawnych biologicznie według płci. W 2011 kobiety stanowiły 58,6% wszystkich niepełnosprawnych biologicznie, a mężczyźni 41,4%. W roku 2018 odsetek kobiet biologicznie niepełnosprawnych oszacowano na poziomie 58,1% a mężczyzn na poziomie 51,9%.

W tabeli (5.8) i (5.9) przedstawiamy prognozowane liczby osób z niepełnosprawnościami kobiet i mężczyzn na rok 2023. Jest to pierwszy okres naszej prognozy – dysponując pięcioletnimi przedziałami wieku, możemy prognozować na okresy oddalone od siebie tylko co pięć lat.

Wyniki prognozy wskazują na niskie liczby niepełnosprawnych, szczególnie w młodszych przedziałach wieku. Wynika to z wyjątkowo niskich wskaźników niepełnosprawności w Małopolsce, a w szczególności w Krakowie. Należy jednak pamiętać, że znaczący wpływ na poziom szacowanych zmiennych mógł mieć brak odpowiedzi (non-response). Nie można też odrzucić alternatywnej hipotezy zakładającej, że wskaźniki niepełnosprawności są niższe w KOM, niż gdzie indziej w Polsce. Wynikać może to z tego, że zarówno województwo małopolskie i samo miasto Kraków należą do obszarów o najdłuższym trwaniu życia w naszym kraju.

Na rysunku (5.23) przedstawiono piramidę wieku dla Zjednoczonego Królestwa, która jest odpowiednikiem piramidy wieku przedstawionej dla Polski na rysunku (5.22). Porównując sytuację w obu krajach można dostrzec, że piramida brytyjska jest mniej zróżnicowana od polskiej pod względem tak zwanych wyżów i niżów demograficznych - czyli przedziałów grup wiekowych o największym i najmniejszym nasileniu.

Tabela 5.8: Prognozowane liczby osób z nieprawnościami dla kobiet w układzie czteroregionalnym w roku 2023

Przedział wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM	Małopolska
	Kobiety						
0–4	3833	46	12	138	3635	59	197
5–9	6482	106	81	244	6051	187	431
10–14	8699	132	101	482	7984	233	715
15–19	7240	81	83	302	6774	163	465
20–24	5651	115	57	257	5223	172	429
25–29	6949	95	44	307	6502	139	447
30–34	11934	227	76	580	11052	303	883
35–39	21678	500	224	991	19963	724	1715
40–44	33532	672	395	1610	30855	1067	2677
45–49	44299	831	504	2238	40725	1335	3573
50–55	55921	1017	691	2986	51227	1708	4694
55–59	71540	1252	916	4165	65206	2169	6334
60–64	116937	2116	1236	6427	107158	3352	9780
65–69	175182	3093	1576	7746	162766	4670	12416
70–74	195517	3179	1198	8075	183065	4377	12452
75–79	156453	2425	1074	5960	146995	3499	9459
80–84	127522	1548	726	4845	120402	2275	7120
85–89	109942	1385	695	4355	103507	2080	6435
90–94	47764	814	362	1884	44703	1177	3061
95–99	12528	230	93	466	11740	323	789
100 i więcej	1131	25	8	41	1058	32	73
Ogółem	1220734	19890	10153	54100	1136591	30043	84143

Źródło: Obliczenia własne na podstawie NSP 2011 oraz GUS (2021)

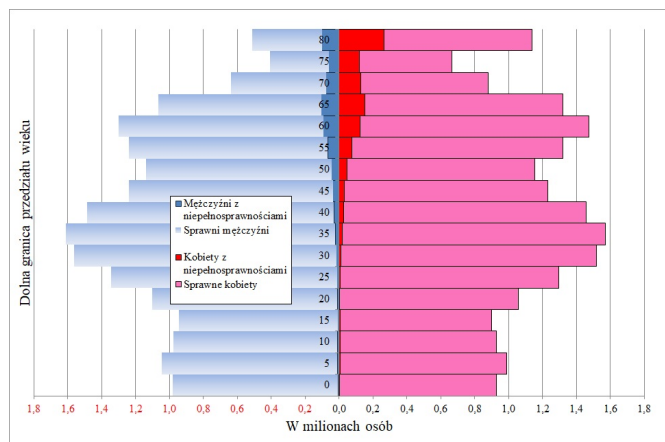
Uwaga: wskaźniki w ostatnich trzech przedziałów wieku zostały ekstrapolowane na podstawie danych z EU-SILC 2019, por. GUS (2021), przy wykorzystaniu estymatora ilorazowo-syntetycznego

Tabela 5.9: Prognozowane liczby osób z nieprawnościami dla mężczyzn w układzie czteroregionalnym w roku 2023

Przedział wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM	Małopolska
	Mężczyźni						
0–4	5446	85	62	225	5075	146	371
5–9	9428	144	72	423	8788	217	640
10–14	11409	152	106	569	10582	258	827
15–19	9030	107	109	406	8409	216	622
20–24	8305	117	103	422	7662	220	643
25–29	10088	140	100	522	9326	240	762
30–34	15396	268	132	801	14195	400	1201
35–39	23906	470	227	1127	22082	697	1824
40–44	34836	683	444	1756	31954	1127	2882
45–49	45505	983	549	2006	41967	1531	3538
50–54	51915	825	553	2722	47816	1377	4099
55–59	62626	978	638	3698	57312	1616	5314
60–64	88223	1421	932	5136	80733	2353	7489
65–69	122851	1957	1321	5793	113780	3279	9071
70–74	117940	1949	1017	5424	109550	2966	8390
75–79	82852	1534	604	3878	76836	2138	6016
80–84	56074	954	335	2795	51989	1290	4085
85–89	39347	711	272	1983	36383	982	2965
90–94	15888	335	115	742	14696	450	1192
95–99	3028	82	20	124	2802	102	226
100 i więcej	263	8	1	6	248	9	15
Ogółem	814355	13902	7712	40558	752183	21614	62172

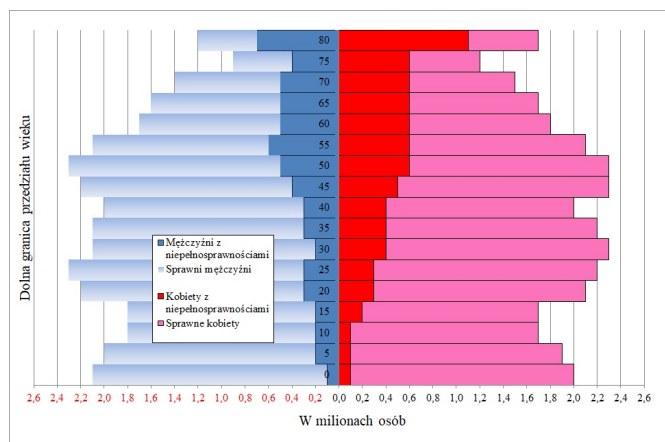
Źródło: Obliczenia własne na podstawie NSP 2011 oraz GUS (2021)

Uwaga: wskaźniki w ostatnich trzech przedziałów wieku zostały ekstrapolowane na podstawie danych z EU-SILC 2019, por. GUS (2021), przy wykorzystaniu estymatora ilorazowo-syntetycznego



Rysunek 5.22: Piramida wieku osób sprawnych i z niesprawnościami w Polsce w 2018 roku, w milionach osób danej kategorii ludności

Źródło: Obliczenia własne na podstawie NSP 2011 oraz GUS (2021).



Rysunek 5.23: Piramida wieku osób sprawnych i z niesprawnościami w Zjednoczonym Królestwie, w 2018 roku, w milionach osób danej kategorii ludności.

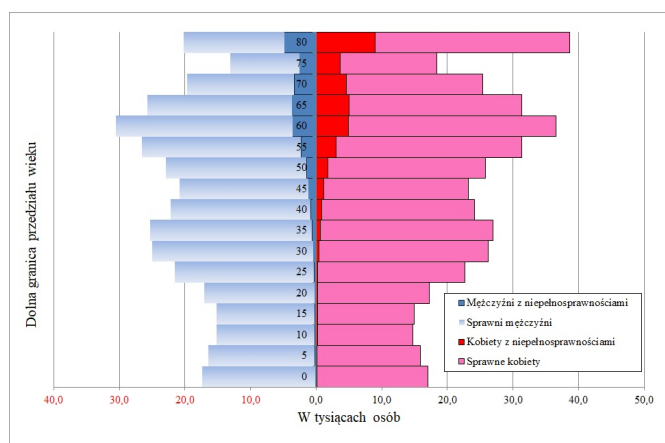
Źródło: Opracowanie własne na podstawie FRS (2021)

Uwaga: dane dla Zjednoczonego Królestwa pochodzą są średnią z lat finansowych 2016/17, 2017/18 i 2018/19.

Podstawa piramidy (pierwsze dwie grupy wieku) wyraźnie się rozrasta. Prawdopodobnie jest to efekt aktywnej polityki rodzinnej prowadzonej w Zjednoczonym królestwie. Efektem tej polityki może być także widoczny na piramidzie udział osób z niepełnosprawnościami. Porównując obie piramidy (5.22) i (5.23) brytyjska piramida wieku charakteryzuje się znacznie większą regular-

nością niż polska, na przełomie XX i XXI wieku widać tutaj niewielki kryzys urodzeń po czym, następuje wyraźny wzrost liczby ludności. Na rysunku (5.25) widać bardzo duże udziały osób z niepełnosprawnością. Dopiero tutaj widać, jak Polska różni się pod tym względem od Wielkiej Brytanii.

Na rysunku (5.24) przedstawiono z kolei piramidę wieku osób sprawnych i z niesprawnościami dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego.



Rysunek 5.24: Piramida wieku osób sprawnych i z niesprawnościami w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym w 2018 roku, w tysiącach osób danej kategorii ludności

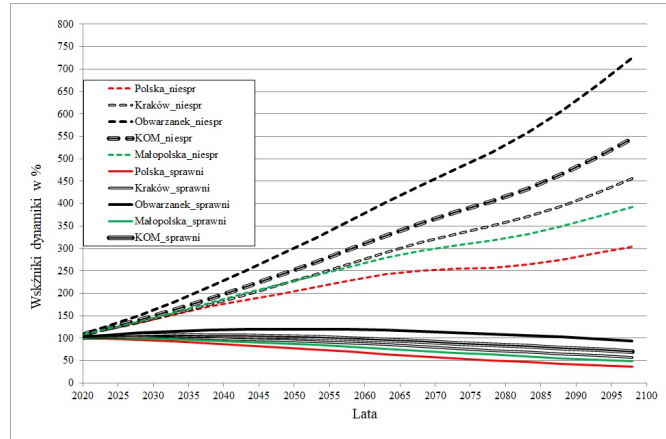
Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

Jest ona bardzo mocno nieregularna, gdyż do wspomnianych wyżej wyżów i niżów demograficznych, które widoczne były dla Polska ogółem, doszły zniekształcenia wywołane migracjami. Warto dodać, że grupa wieku od 0 do 4 lat, przypada na działanie polskiego programu prorodzinnego Rodzina 500+. Należy jednak podkreślić, że wzrost liczby urodzeń rozpoczął kilkanaście lat wcześniej, czyli w połowie pierwszej dekady XXI wieku. Oceniając obraz społeczeństwa na podstawie piramidy, dostrzec można dość wąski jej środek ukazujący niewiarygodnie niski poziom niepełnosprawności – co zostało już w pracy skomentowane wcześniej.

Kraków charakteryzuje się bardzo niskimi wskaźnikami niepełnosprawności, szczególnie po stronie mężczyzn. Natomiast solidnie wygląda podstawa piramidy, która świadczy o znacznym wzroście najmłodszych i obywateli tego miasta. W większości przypadków jest to wynikiem dużego wzrostu urodzeń w Krakowie.

Na podstawie bazowych danych można było dokonać prognozy liczby osób niepełnosprawnych oraz związanych z nią podstawowych statystyk.

Na rysunku (5.25) przedstawiliśmy wyniki naszej prognozy. Poszczególne obszary na tym rysunku, zostały oznaczone w ten sposób, że linia ciągła dotyczy rozwoju populacji sprawnych, a linia przerywana, o tym samym kolorze oznacza osoby z niepełnosprawnościami.



Rysunek 5.25: Dynamika rozwoju ludności w analizie czteroregionalnej w latach 2018 - 2198 z podziałem na osoby sprawne i z niepełnosprawnościami (rok 2018=100)

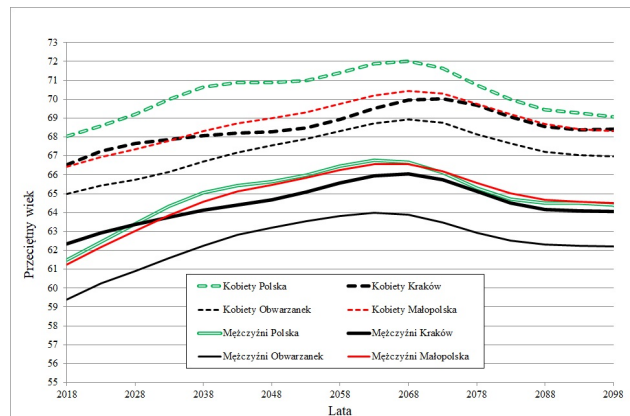
Źródło: Opracowanie własne.

Zauważmy przy tym, że duża dynamika wzrostu liczby osób z niepełnosprawnościami, nie równoważy zmian w czasie wśród sprawnych. Dysproporcja pomiędzy liczbą osób sprawnych i z niepełnosprawnością jest tak duża, że analizowanie ich dynamiki w powiązaniu ze sobą nie ma sensu. Każda z subpopulacji odnoszona jest do innej podstawy o bardzo dużej różnicy (wzrost liczby osób z niepełnosprawnościami nie wyrówna strat jakie miasto ponosi w wyniku spadku liczby ludności sprawnej). Czteroregionalna prognoza Krakowa i jego Obwarzanka pokazała nam dużą atrakcyjność tego miasta. Po stolicy Polski, jest to jedyne duże miasto z taką dynamiką rozwoju. Zawdzięcza to silnemu centrum naukowemu Polski, atrakcyjnemu położeniu i względnie wysokiemu poziomowi życia. Kraków należy do miast o najwyższym trwaniu życia w Polsce. Kraków również w najbliższym czasie odnotuje przyrost ludności głównie na skutek imigracji do Krakowa. Jak bowiem stwierdziliśmy, por. Paradysz, Butlewski, Paradysz (2020a) w całym okresie powojennym, od 1945 roku, stwierdziliśmy w generacjach rzeczywistych kobiet o zakończonym okresie rozrodczym dzietność, która nie przekraczała 1,7 dziecka.

Najwyższym przyrostem ludności charakteryzuje się Obwarzanek i jest to jednocześnie najwyższe tempo przyrostu liczby osób z niepełnosprawnościami. Tej dużej dynamice towarzyszy

niski odsetek osób z niepełnosprawnościami. Zgodnie z naszymi założeniami, tempo przyrostu ludności w Obwarzanku będzie duże.

Na rysunku (5.26) przedstawiono ważny problem współczesnego świata, jakim jest starzenie się społeczeństwa. Jak wspomnieliśmy, niepełnosprawność jest funkcją wieku. Im wyższy wiek, tym wyższy odsetek niepełnosprawnych. Najniższym wiekiem wśród osób z niepełnosprawnościami charakteryzuje się Obwarzanek. Obwarzanek jest w sporym zakresie sypialnią Krakowa. Duży przepływ ludności z Krakowa do Obwarzanka oznacza poprawę relacji demograficznych a także warunków ekonomicznych gmin podkrakowskich. W dużej mierze z Krakowa do Obwarzanka wyjeżdżają ludzie zamożni, pragnący mieszkać w wygodnych warunkach. Liniami ciągłymi oznaczono dane dotyczące mężczyzn, zaś przerywanymi dane dotyczące kobiet. Rysunek potwierdza tezę, że zjawisko niepełnosprawności dotyczy osób starszych. Ponadto zauważyć można, że dla każdej z badanych jednostek przestrzennych linie przerywane położone są wyżej niż linie ciągłe. Oznacza to, że w każdym obszarze objętym badaniem wiek kobiet w prognozowanych latach był wyższy niż wiek mężczyzn. Prognoza wskazuje również na to, że przeciętny wiek osób z niepełnosprawnościami będzie kształtował się na wyższym poziomie dla Polski ogółem niż w wyodrębnionych obszarach.

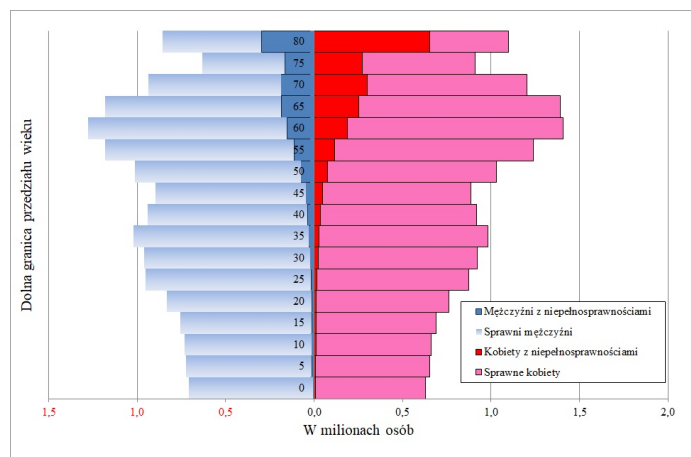


Rysunek 5.26: Prognoza przeciętnego wieku osób z niepełnosprawnościami w analizie wieloregionalnej

Źródło: Opracowanie własne.

Piramida (5.27) pokazuje wzrost osób z niepełnosprawnościami znacznie większy dla kobiet (prawa strona piramidy), niż dla mężczyzn (lewa strona). Jeśli ten obraz miałby się urzeczywistnić, oznacza to katastrofę dla Polski. Olbrzymi „nawis” ludzi w wieku emerytalnym, niesie za sobą

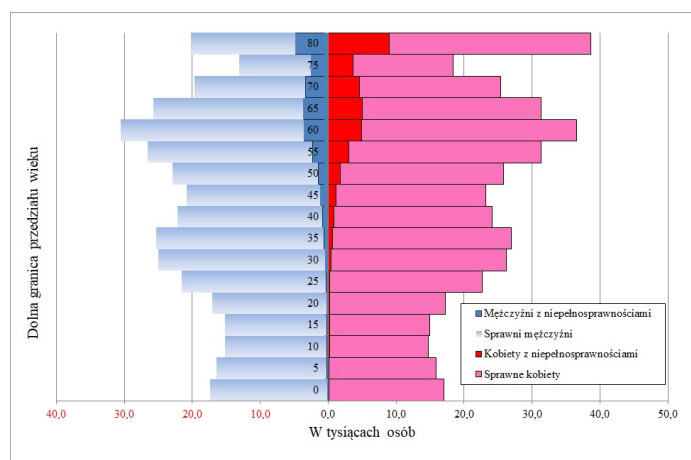
nie tylko perspektywę depopulacji naszego kraju, ale olbrzymie wyzwania dla polityki społecznej państwa.



Rysunek 5.27: Piramida wieku osób sprawnych i z niepełnosprawnościami w Polsce w 2048 roku, w milionach osób danej kategorii ludności

Źródło: Opracowanie własne.

Znacznie lepiej wygląda sytuacja demograficzna Krakowa, por. rysunek (5.28). Co prawda, także i tutaj widać duże obciążenie ludności produkcyjnej ludnością poprodukcyjną, ale rosnąca od dołu podstawa piramidy stwarza większe pole do optymizmu.



Rysunek 5.28: Piramida wieku osób sprawnych i z niepełnosprawnościami w Krakowie w 2048 roku, w tysiącach osób danej kategorii ludności

Źródło: Opracowanie własne.

Osób z niepełnosprawnościami będzie mimo wszystko niewiele, chyba, że ta grupa, zapewne mocno niedoszacowana, sama się ujawni, albo spowoduje to polityka państwa poprzez mechanizmy wyborcze.

5.8 Podsumowanie

W rozdziale piątym zajęliśmy się problemem prognozowania demograficznego w układzie cztero-regionalnym, odnoszącym się do regionu na poziomie NUTS 3 z silnym ośrodkiem akademickim, który przyciąga dużo młodzieży. W efekcie wywiera to pozytywny skutek na rozwój stolicy regionu, jego otuliny, a niekiedy także dalszych terenów. Wzorcowym miastem z takim obszarem jest Kraków, który najlepiej się rozwija pod względem demograficznym w ostatnich kilkunastu latach. Wykonując prognozę demograficzną dla Miejskiego Obszaru Funkcjonalnego Krakowa, na pierwszym etapie sięgnęliśmy do modnej niegdyś analizy wieloregionalnej. Wielkoregionalna analiza demograficzna przeżywała swój najbardziej intensywny rozwój w okresie, gdy kierownikiem departamentu Ludności i Osadnictwa w Międzynarodowym Instytucie Stosowanej Analizy Systemowej (International Institute for Applied Systems Analysis) był A. Rogers – twórca tego systemu badań. Stosowana wówczas wieloregionalna analiza demograficzna dawała interesujące wyniki na poziomie układów przestrzennych, wielkości dzisiejszego polskiego województwa. Z inicjatywy A. Rogersa przeprowadzono wówczas pogłębione analizy przestrzenne dla 16 krajów, uczestniczących poprzez swoje akademie nauk, w tym PAN. W późniejszym czasie rzadziej do tej metodologii sięgano. Wyjątkiem były podręczniki Kędelskiego i Paradysza (2006), gdzie Kędelski aż dwa rozdziały poświęcił analizie demograficznej wprowadzając doń interesujące idee. Drugim podręcznikiem była praca pod redakcją Kurkiewicz (2010). W Instytucie Geografii Polskiej Akademii Nauk powstało kilkanaście opracowań odnoszących się, w większym lub mniejszym stopniu, do metodologii analizy wieloregionalnej. Odnosimy jednak wrażenie, że pomimo wielu zalet wieloregionalnej analizy, nie znalazła ona jednak takiego miejsca, na jakie zasługiwała w badaniach demograficznych. Jej wielkimi zaletami była łatwość dostępu do danych statystycznych w postaci cząstkowych współczynników płodności, umieralności, migracji oraz odpowiednich struktur w ujęciu transwersalnym dla każdego regionu. Drugą kardynalną zaletą analizy wieloregionalnej jest jednoczesne uwzględnianie w badaniu demograficznym, płodności kobiet, umieralności i migracji. Szczególnie migracje zasługują tutaj na uwagę, ze względu na trudności uwzględniania ich w modelach matematycznych reprodukcji ludności. W odróżnieniu od pozostałych elementów

ruchu ludności migracje ludności charakteryzują się niejednoznacznością. Po pierwsze, ich rozkład według odległości jest skrajnie asymetryczny. Największą liczbę migracji obserwujemy na krótki dystans, są to najczęściej migracje międzygminne z dominującą rolą migracji między sąsiadującymi ze sobą gminami. Po drugie, migracje wewnątrz gmin, nawet tak dużych jak Kraków, Poznań czy Łódź, w ogóle nie są brane pod uwagę (w modelu Rogersa–Willekensa występują zera). W układzie przestrzennym Polski, niektóre z typów migracji międzywojewódzkich na ogół nie są rozróżniane pod względem hierarchii układu przestrzennego.

Analiza wieloregionalna posiadała, niestety, także kilka wad. Największą z nich była mocna ergodyczność modelu oraz uwzględnianie w modelu jednej tylko płci. Wykonywane analizy dla każdej płci z osobna, a następnie scalane poprzez sumowanie, nie były najlepszym rozwiązaniem, gdyż występowała wówczas dywergencja płci, która nie miała swojego uzasadnienia w biologii człowieka. W pracach nad prognozą dla Krakowa, udało nam się przezwyciężyć tę niedogodność. Zbudowany przez nas model, jak pokazujemy tutaj w rozdziale piątym, daje prognozy pozbawione tych mankamentów. Walory analizy wieloregionalnej uwidaczniają się przy odpowiedniej budowie struktury przestrzennej. W naszym przypadku, po badaniach wstępnych, stwierdziliśmy, że na użytek Miejskiego Obszaru Funkcjonalnego najlepszym rozwiązaniem jest układ czteroregionalny. Przy ocenie naszego podejścia analizy czteroregionalnej będziemy się posługiwać obok Miejskiego Obszaru Funkcjonalnego Krakowa pojęciem Krakowski Obszar Metropolitalny.

Nasza czteroregionalna projekcja demograficzna wskazuje, że w ciągu całego okresu, liczba ludności Polski będzie się systematycznie zmniejszać. Pod koniec lat dwudziestych obecnego stulecia ludność Polski zmniejszy się o 2 miliony, czyli o 2,9%. Jednakże w dwóch następnych dekadach spadki będą coraz większe - odpowiednio 6,3 oraz 8,4%. W połowie XXI wieku najprawdopodobniej Polski nie będzie liczyła więcej niż 31 milionów. W XXII wiek nasze wnuki wkroczą w liczbie nie większej niż 17 milionów, na co już wcześniej wskazywały niektóre z wariantów prognozy ONZ.

Sporządzona przez nas prognoza demograficzna w układzie czteroregionalnym pokazała także wyniki dla miasta Krakowa znacznie wyższe niż przewidywała to prognoza Głównego Urzędu Statystycznego z 2015 roku. Nasza prognoza opiera się na 5-letnich przedziałach wieku od 0 do 100 lat, w związku z tym, realizacje prognozy, jakie otrzymujemy, są oddalone od siebie co 5 lat. Prognozę sporządziliśmy do 2053 roku. Punktem wyjścia były dane z 31.12.2018 r. W związku z tym, pierwsza realizacja prognozy przypada na 31.12.2023 r. Prognozy Głównego Urzędu Statystycznego są wykonywane po każdym Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań.

Zatem, najdalej oddalonym wspólnym rokiem prognozy jest 2048. Z zestawienia w tabeli (5.3) wynika, że w 2048 roku przewidujemy w wersji mocnej ergodyczności 774,9 tys. mieszkańców, a w ergodyczności słabej (ze zmiennymi współczynnikami demograficznymi) 765,5 tys. mieszkańców. Dla Obwarzanka nasze szacunki zawierają się od 450 tys. mieszkańców w wariancie prognozy o ergodyczności mocnej do 507,2 w ergodyczności słabej. Nasza prognoza wieloregionalna daje również wyniki dla trzeciego i 4 regionu. 3 regionem, jak pamiętamy, były pozostałe powiaty województwa małopolskiego, co sumując razem z KOM otrzymamy ludność Małopolski. W GUS ma ona wynosić 3,3 mln a według naszej prognozy o ponad 100 tys. mniej co oznacza różnicę 4,5%. Nieco większą różnicę obserwujemy w regionie 4 (pozostałe województwa poza Małopolską). Prognoza GUS przewiduje 34, 3 mln a nasza 32,4 mln w wersji ergodyczności słabej lub 32,2 mln według ergodyczności mocnej. Interesujące jest z kolei to, że nasze prognozy na rok 2048 okazały się niższe niż prognoza GUS, która przewiduje wówczas 3,4 miliona mieszkańców Polski. Największe różnice między modelem o ergodyczności słabej i mocnej występują w Obwarzanku, różnica względna wynosi 12,6%. Zauważalna jest też w KOM, natomiast w innych przypadkach różnice między prognozami są nieduże.

Wykonane wieloregionalne tablice trwania życia stały się dobrym punktem wyjścia do prognozowania liczby osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym. W poszukiwaniu odpowiedniego analogu, dla określenia przyszłego wzorca rozkładu osób z niepełnosprawnościami według płci i wieku, przeanalizowaliśmy zarówno polskie doświadczenia w modelowaniu niepełnosprawności według wieku, jak i zagraniczne. Po pogłębionej analizie rozkładów wskaźników niepełnosprawności stwierdziliśmy, że polskie doświadczenia, związane głównie z badaniem niepełnosprawności w spisach ludności, wskazują na znacznie niższe wartości wskaźników niż w Niemczech i Wielkiej Brytanii. Przyczyny tego stanu mogą być różne. Można wysunąć kilka hipotez. Jest jednak znamienne, że na podstawie EU-SILC, opracowywane również w GUS, opublikowane niedawno tablice trwania życia w zdrowiu pokazują znacznie wyższy poziom niepełnosprawności, który łatwiej nam zrozumieć, gdyż ta funkcja przypomina rozkład wykładniczy z ostro rosnącym tempem w późnych przedziałach wieku. Stąd też, dla prognozowania przyszłej niepełnosprawności (w sensie społecznym) musimy się liczyć ze zjawiskami, które występują także znacznie wcześniej w krajach zachodnich. Bardzo dobrze przygotowane strony Internetowe Family Resources Survey¹¹, pokazują także ewolucję podejścia do problemów związanych z niepełnosprawnością w wymiarach ekonomicznych i społecznych. Zakładamy, że rozwój ustawodawstwa antydyskry-

¹¹<https://www.gov.uk/government/statistics/family-resources-survey-financial-year-2020-to-2021>

minacyjnego w Polsce, na wzór brytyjskiego DDA¹². Stąd krzywą niepełnosprawności według wieku, jako analog, powinniśmy przyjąć z krajów o takim poziomie rozwoju ekonomicznego, jak Wielka Brytania. Jednakże, rysunki (5.19)—(5.21) pokazują, że w polskim badaniu EU-SILC odnotowuje się bardzo podobny poziom niepełnosprawności, który jest przedstawiony w oparciu o krzywą wykładniczą starannie wyrównaną przez GUS. Ze słów autorów badania wynika, że badanie trwania życia w zdrowiu jest koordynowane i nadzorowane przez Eurostat, co dodatkowo podnosi zaufanie do tego źródła. Wykorzystanie krzywych niepełnosprawności wyodrębnionych w 4 regionach prowadziliśmy krzywą niepełnosprawności wynikającą z wyrównania wykładniczego. Sposób postępowania opisaliśmy wcześniej w założeniach odnośnie prognozy trwania życia.

Piramida (5.27) w porównaniu z wcześniejszą dla roku 2018, pokazuje wzrost osób z niepełnosprawnościami znacznie większy dla kobiet (prawa strona piramidy), niż dla mężczyzn (lewa strona). Jeśli ten obraz miałby się urzeczywistnić, oznacza to katastrofę dla Polski. Olbrzymi „nawis” ludzi w wieku emerytalnym, niesie za sobą nie tylko perspektywę depopulacji naszego kraju, ale olbrzymie wyzwania dla polityki społecznej państwa.

Znacznie lepiej wygląda sytuacja demograficzna Krakowa, por. rysunek (5.28). Co prawda, także i tutaj widać duże obciążenie ludności produkcyjnej ludnością poprodukcyjną, ale rosnąca od dołu podstawa piramidy stwarza większe pole do optymizmu. Osób z niepełnosprawnościami będzie mimo wszystko niewiele, chyba, że ta grupa, zapewne mocno niedoszacowana, sama się ujawni, albo spowoduje to polityka państwa poprzez mechanizmy wyborcze.

¹²<https://www.rnib.org.uk/living-with-sight-loss/equality-and-employment/disability-discrimination-act-dda/>

Zakończenie

Niepełnosprawność jest zagadnieniem, które nabiera coraz większego znaczenia dla funkcjonowania współczesnych społeczeństw. Dzieje się tak dlatego, że udział osób niepełnosprawnych w populacji globalnej ciągle ulega zwiększeniu. Ta wyraźna tendencja wzrostu liczby osób z niepełnosprawnościami jest pochodną tak zmian cywilizacyjnych (postępu wiedzy i technologii medycznych, wydłużania się ludzkiego życia oraz ogólnego wzrostu dobrobytu), jak i zmian kulturowych, odnoszących się do kwestii zdrowia, sprawności fizycznej i intelektualnej oraz wzorów pełnienia ról społecznych. Można zatem zaryzykować stwierdzenie, że wraz z upływem czasu każda osoba jest coraz bardziej narażona na pojawienie się pewnego rodzaju niepełnosprawności, związanej chociażby z wiekiem. Niepełnosprawność pociąga za sobą następstwa, które wyznaczają miejsce osób z niepełnosprawnościami w społeczeństwie, skutkując często ograniczeniem ich udziału w życiu tak społecznym, jak i zawodowym. Optymalizacja zdrowia i dobrego samopoczucia osób z niepełnosprawnościami, również poprzez pełne uczestnictwo we wszystkich rodzajach aktywności, jest jednym z kluczowych zadań realizowanych w ramach Celów Zrównoważonego Rozwoju określonych w Agendzie 2030 (ang. Sustainable Development Goals, SDG), por. United Nations (2022a). Elementem niezbędnym do jego zrealizowania jest dostęp do odpowiednich danych na temat niepełnosprawności nie tylko na poziomie całego kraju, ale przede wszystkim w przekroju regionalnym i lokalnym. Propozycję metodyczną pozwalającą na uzupełnienia po części luki informacyjnej może stanowić niniejsza praca, w której podjęto problem badawczy pomiaru niepełnosprawności biologicznej w Polsce na niskim poziomie agregacji przestrzenno-rzeczowej. Przeprowadzone w ramach rozprawy badanie empiryczne pozwoliło na osiągnięcie zarówno celu głównego, jak i sformułowanych we Wstępie celów szczegółowych.

Głównym celem pracy był pomiar poziomu i prognoza niepełnosprawności biologicznej na niskim poziomie agregacji przestrzennej z uwzględnieniem struktur demograficznych osób z niepełnosprawnościami. W odniesieniu do szczebli agregacji, w pracy poziom ten poszerzono, gdyż

nie ograniczono się jedynie do stopnia niskiego (powiaty) lecz zaplanowaną estymację przeprowadzono także na obszarze województw w całej Polsce. Niski poziom agregacji pełni tu podwójną rolę. Po pierwsze, pełni rolę „papierka lakmusowego” dla wybranego estymatora klasy SMO, jakim jest estymator hierarchiczno–bayesowski z benchmarkiem. Celem była ocena kształtowania się wskaźnika precyzji realizacji tego estymatora (został również oceniony ten sam typ estymatora klasy SMO (HB), ale bez nałożonego benchmarku oraz estymator bezpośredni). Precyzja realizacji estymatora zależy od liczebności próby, ta z kolei zależy od poziomu agregacji. Po drugie, uzyskane na podstawie estymacji wskaźniki niepełnosprawności stanowiły podstawę do sporządzonej w pracy czteroregionalnej prognozy demograficznej dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego.

Jednym z celów badania empirycznego było zbadanie zależności pomiędzy niepełnosprawnością, a wiekiem. Wymagało to przyjęcia założeń, co do progów starości oraz określenia przedziałów wiekowych, które powinny być uwzględnione w badaniu. W pracy przyjęto, zgodnie za Światową Organizacją Zdrowia, wśród osób starszych cztery grupy wiekowe (Gutowska, 2015):

1. wiek przedstarczy (łac. praserium) – od 45 do 59 lat,
2. wczesna starość (III wiek) – od 60 do 74 lat, w tym young elderly – od 65 do 74 lat,
3. późna starość (old elderly) – od 75 do 89 lat, w tym „sędziwa starość” (IV wiek) – powyżej 80 lat,
4. długowieczność – powyżej 90. roku życia.

Podział ten przyjęto w pracy, jako punkt odniesienia do określenia dziewięciu analizowanych, pięcioletnich przedziałów wiekowych, począwszy od przedziału „45–50 lat”, a skończywszy na przedziale „85 lat i więcej”.

Problemy związane z analizą niepełnosprawności zaczynają się już na poziomie definicji, stąd też w pierwszej kolejności w rozprawie niepełnosprawność przeanalizowano właśnie od strony definicyjnej. Dokonano przeglądu pojęć z nią związanych. Opisano problem niepełnosprawności w świetle obowiązującego w Polsce prawa oraz systemy orzekania o niepełnosprawności. Istotnym elementem wstępnego etapu prac była przeprowadzona w rozdziale drugim analiza źródeł danych. Zidentyfikowano zakres dostępnej informacji zwracając uwagę na trzy podstawowe źródła wiedzy na temat osób z niepełnosprawnościami – badania reprezentacyjne, rejestry administracyjne oraz spisy powszechne. Ze względu na cel pracy szczególnej ocenie poddano badanie niepełnosprawności prowadzone w ramach Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011.

Informacje z zakresu niepełnosprawności w Polsce dostępne są obecnie jedynie na dużym poziomie ogólności. Brakuje danych w przekroju regionalnym i lokalnym uwzględniającym strukturę demograficzną. Wykorzystanie klasycznych metod estymacji, bez uwzględnienia dodatkowych informacji zwanych zmiennymi pomocniczymi, nie pozwala na opracowanie tablic ujmujących zarówno niski poziom agregacji przestrzennej, jak i takie zmienne demograficzne jak wiek, czy płeć. Założenia przyjęte w prowadzonych badaniach uniemożliwiają zejście na niższy, od przyjętego na etapie projektowania badania, poziom analizy. Stąd też, w pracy podjęto próbę dokonania takich szacunków wykorzystując metody estymacji proponowane przez statystykę małych obszarów. Szczególną uwagę poświęcono podejściu modelowemu kładąc nacisk na jego istotę, potrzebę i zasadność zastosowania. W pracy wykorzystano popularny model regresji błędów zagnieżdżonych (NER - Nested Error Regression) zaproponowany przez Battese, Harter i Fullera (1988) w celu opracowania szacunków dla małych obszarów na podstawie danych dostępnych dla poszczególnych jednostek z próby w oparciu o zmienne pomocnicze, które zostały określone w dysertacji jako:

1. liczba osób niepełnosprawnych tylko prawnie,
2. samopoczucie w związku z niepełnosprawnością określane jako złe lub bardzo złe,
3. klasa miejscowości (dwa warianty: miasto oraz wieś).

W rozprawie podejście modelowe reprezentowane było przez estymatory hierarchiczno-bayesowskie ze względu na ich możliwości aplikacyjne przy pomiarze niepełnosprawności. Ten typ estymatora wykorzystuje zalety bayesowskiego podejścia w estymacji nieznanymi parametrów. Istnieją bowiem interesujące i potężne modele, które można konstruować i wykorzystywać w statystyce bayesowskiej, nie mające odpowiednika dla podejścia częstościowego – w szczególności modele hierarchiczne. Oszacowania były wyznaczane przy użyciu jednowymiarowej metody całkowania numerycznego w celu uśrednienia gęstości a posteriori dla ilorazu wariancji między obszarem i w obrębie danego obszaru. W ten sposób oszacowania dla małego obszaru i odpowiadającego mu *MSE* uwzględniają niepewność dotyczącą szacowanych parametrów.

W rozprawie zaproponowano podejście metodyczne polegające na wykorzystaniu hierarchicznego estymatora bayesowskiego z nałożonym benchmarkiem do estymacji parametrów dotyczących niepełnosprawności. Stanowiło to istotne novum poznawcze pracy. Tego typu estymacja nie była do tej pory, według autorki pracy, wykorzystywana w Polsce nie tylko w kontekście zjawiska niepełnosprawności, ale także w szerszym ujęciu tj. do innych obszarów badawczych.

W pracy, wyniki związane z wyżej wspomnianą estymacją zawarto w rozdziale czwartym. Ma on podwójne znaczenie. Po pierwsze, analiza wskaźników precyzji była podstawą formalnej oceny trzech różnych realizacji estymatorów:

1. estymatora bezpośredniego,
2. estymatora hierarchiczno-bayesowskiego,
3. estymatora hierarchiczno bayesowskiego z benchmarkiem.

Po drugie, uzyskane wyniki stanowiły podstawę do przeprowadzenia prognozy wieloregionalnej w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym. Należy przy tym zwrócić uwagę, że jest to prognoza czteroregionalna. Każdy zaś z poszczególnych regionów dla siebie nawzajem tworzy pewien układ:

1. Zaczynając od środka tego układu, jego jądrem jest miasto Kraków. Jest to miasto na prawach powiatu (Region 1).
2. „Obwarzanek” Krakowa stanowią tylko dwa powiaty: wielicki i krakowski (Region 2).
3. Kolejny obszar to województwo małopolskie z wyłączeniem Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego (Region 3).
4. Ostatnim, a zarazem największym obszarem w analizie czteroregionalnej, jest pozostała część Polski, co rozumie się jako obszar naszego kraju z wyłączeniem województwa małopolskiego (Region 4).

Poziom agregacji różni się od tradycyjnej, obowiązującej w Polsce, Nomenklatury Jednostek Terytorialnych do Celów Statystycznych. W przypadku wspomnianych czterech regionów jest zróżnicowany, od niskiego (miasto Kraków) do wysokiego (reszta Polski).

Układ czwartego rozdziału ma zatem istotne znaczenie dla powyższych celów. Punktem wyjścia jest analiza uzyskanych realizacji trzech wybranych estymatorów (bezpośredni, HB, BHB) na poziomie najbardziej ogólnym.

W rozdziale czwartym zostały więc zaprezentowane wyniki estymacji wraz z analizą precyzji w różnych układach:

1. w układzie wojewódzkim,
2. w układzie powiatowym,

3. w układzie Miejskich Obszarów Funkcjonalnych,

4. w układzie czteroregionalnym w odniesieniu do Krakowa i województwa małopolskiego.

W przypadku szacowania wskaźnika niepełnosprawności na poziomie województw, najlepszym okazał się estymator bezpośredni. Został on wybrany na podstawie wartości względnego błędu szacunku *CV*. W tym przypadku, wartości wskaźnika *CV* były najniższe. Przy zejściu na niższy poziom agregacji ta relacja przedstawiała się odwrotnie. Przy estymacji wartości wskaźnika niepełnosprawności na poziomie powiatów, mniejszymi wartościami względnego błędu szacunku *CV* charakteryzował się estymator hierarchiczno–bayesowski z benchmarkiem.

Trudno ograniczyć się w ocenie estymatora jedynie na podstawie wskaźnika precyzji szacunku *CV*. W grę bowiem wchodzi również inne elementy takie, jak na przykład, błędy systematyczne. Ten problem został podniesiony w publikacji Gołaty i Dehnel (2021): „Wzorem innych krajów europejskich w spisie nie wdrożono zaleceń Grupy Waszyngtońskiej. Jednak pozostawienie respondentom decyzji, czy odpowiedzieć na pytanie dotyczące niepełnosprawności, czy też nie, skutkowało wysokim odsetkiem braku odpowiedzi, co było główną przyczyną błędu systematycznego w wynikach. Szczególnie, gdy zdamy sobie sprawę, że w grupie 1,3 mln respondentów, którzy odmówili odpowiedzi na pytanie, najprawdopodobniej były osoby niepełnosprawne”. Powinno się zatem wprowadzić działania zmierzające do redukcji i przeciwdziałaniu tego rodzaju błędom. Jednym ze sposobów jest wykorzystanie danych z rejestrów administracyjnych celem przeprowadzenia kalibracji (Szymkowiak 2017).

Wyniki zamieszczone we wspomnianym rozdziale stanowiły materiał do weryfikacji hipotezy głównej.

Przed oceną realizacji hipotezy głównej w niniejszym zakończeniu wspomnieć należy o jej najistotniejszym elemencie czyli o wieloregionalnej prognozie Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego.

Wspomniana prognoza była ostatecznym celem pracy. Została sporządzona z podziałem na płeć i z założeniem słabej ergodyczności – co stanowiło novum naszej pracy. Dotychczas wieloregionalne modele demograficzne Rogersa-Willekensa (1978) były modelami o mocnej ergodyczności i uwzględniały tylko jedną grupę wyróżnioną w ramach zmiennej płeć (kobiety lub mężczyźni lub dla obojga płci razem bez podziału na kobiety i mężczyzn). A zatem nie zapewniały w pełni właściwej, zgodnej z biologią człowieka, dywergencji płci. Zaproponowany w rozdziale piątym wieloregionalny operator wzrostu, jak bywa określana macierz G , którą nazywamy tam zmo-

dyfikowaną macierzą Lesliego–Rogersa, zapewnia nam prognozy z właściwą dywergencją płci, z uwzględnieniem teorii translacji demograficznej i przebiegających obecnie procesów baby–bust. Pokazano tam też, że wykonana projekcja demograficzna z punktu widzenia całego kraju jest zgodna z tym, co przewiduje się w długookresowych scenariuszach rozwoju ludności dla Polski w GUS i w Population Division w ONZ.

Przyjęto w prognozie następujące założenia:

1. założono, że dzietność kobiet w Krakowie ustabilizuje się na poziomie poniżej 1,8 dziecka na kobietę, a średni wiek macierzyństwa nie przekroczy 33 lat,
2. skonstruowano mieszaną rozkładów biorąc średnią z nierównymi wagami dla Polski (1/3) i Niemiec (2/3) cząstkowych współczynników płodności, która stanowiła podstawę prognozy,
3. wzięto pod uwagę teorię translacji oraz specyfikę Krakowa, jako dużego miasta,
4. w przypadku prognozowania trwania życia zastosowano podejście analogowe z wykorzystaniem informacji z krajów, które mogłyby być wzorcem dla przebiegu trwania życia. Punktem wyjścia we wspomnianym podejściu były tablice trwania życia wykonywane i monitorowane przez Population Division w ONZ dla wszystkich krajów Ameryki Północnej i Europy w okresie 2002–2018,
5. przyjęto definicję osoby z niepełnosprawnościami zgodnie z definicjami przyjętymi w trzech ostatnich spisach ludności¹³,
6. założono, że do 2050 roku nastąpi poprawa przepływu informacji i wzrostu samoświadomości u niepełnosprawnych osób i wskaźniki niepełnosprawności w Polskim Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań wzrosną do poziomu obecnie obserwowanego w Wielkiej Brytanii. Może temu też sprzyjać polityka socjalna polskiego państwa,
7. założono, że nie ma różnic pod względem podstawowych procesów demograficznych między różnymi kategoriami osób z niepełnosprawnościami. Założenie to wynika z tego, że nie dysponujemy żadnymi wiarygodnymi informacjami, by zróżnicować, na przykład, trwanie życia osób sprawnych i z niepełnosprawnościami, płodności kobiet czy migracji.

¹³<https://stat.gov.pl/metainformacje/slownik-pojec/pojecia-stosowane-w-statystyce-publicznej/241,pojecie.html>

Wykonując prognozę demograficzną dla Miejskiego Obszaru Funkcjonalnego Krakowa, na pierwszym etapie sięgnęliśmy do modnej niegdyś analizy wieloregionalnej. Wieloregionalna analiza demograficzna przeżywała swój najbardziej intensywny rozwój w okresie, gdy kierownikiem departamentu Ludności i Osadnictwa w Międzynarodowym Instytucie Stosowanej Analizy Systemowej (International Institute for Applied Systems Analysis) był A. Rogers – twórca tego systemu badań. Stosowana wówczas wieloregionalna analiza demograficzna dawała interesujące wyniki na poziomie układów przestrzennych, wielkości dzisiejszego polskiego województwa. Z inicjatywy A. Rogersa przeprowadzono pogłębione analizy przestrzenne dla 16 krajów, uczestniczących poprzez swoje akademie nauk, w tym PAN. W późniejszym czasie rzadziej do tej metodologii sięgano. Wyjątkiem były podręczniki Kędelskiego i Paradysza (2006), gdzie Kędelski aż dwa rozdziały poświęcił analizie demograficznej wprowadzając doń interesujące idee. Drugim podręcznikiem była praca pod redakcją Kurkiewicza (2010). W Instytucie Geografii Polskiej Akademii Nauk powstało kilkanaście opracowań odnoszących się, w większym lub mniejszym stopniu, do metodologii analizy wieloregionalnej.

Prognoza opierała się na 5-letnich przedziałach wieku od 0 do 100 lat, w związku z tym, realizacje prognozy, jakie otrzymujemy są oddalone od siebie co 5 lat. Prognozę sporządzono do 2053 roku. Punktem wyjścia były dane z 31.12.2018 r. Były to dane zamówione w GUS przez Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Nasza czteroregionalna projekcja demograficzna wskazuje, że w ciągu całego okresu liczba ludności Polski będzie się systematycznie zmniejszać. Pod koniec lat dwudziestych obecnego stulecia ludność Polski zmniejszy się o 2 miliony, czyli o 2,9%. Jednakże w dwóch następnych dekadach spadki będą coraz większe - odpowiednio 6,3% oraz 8,4%. W połowie XXI wieku najprawdopodobniej mieszkańców Polski nie będzie więcej niż 31 milionów. W XXII wiek nasze wnuki wkroczą w liczbie nie większej niż 17 milionów, na co już wcześniej wskazywały niektóre z wariantów prognozy ONZ.

Aby prognoza spełniła swoje zadanie przy prognozowaniu liczby osób z niepełnosprawnościami, musi ona podlegać weryfikacji. Wykonana przez autorkę prognoza demograficzna w układzie czteroregionalnym pokazała wyniki dla miasta Krakowa znacznie wyższe niż przewidywała to prognoza Głównego Urzędu Statystycznego z 2015 roku. Prognoza w pracy opiera się na 5-letnich przedziałach wieku od 0 do 100 lat, w związku z tym, realizacje prognozy, jakie się otrzymuje są oddalone od siebie co 5 lat. Prognozę sporządzono do 2053 roku. Punktem wyjścia były dane z 31.12.2018 r. W związku z tym, pierwsza realizacja prognozy przypada na 31.12.2023 r. Progno-

zy Głównego Urzędu Statystycznego są wykonywane po każdym Narodowym Spisie Powszechnym Ludności i Mieszkań, zatem, najdalej oddalonym wspólnym rokiem prognozy jest 2048 rok. Na podstawie otrzymanych wyników przewiduje się, że w 2048 roku w wersji mocnej ergodyczności liczba mieszkańców wyniesie 774,9 tys., a w ergodyczności słabej (ze zmiennymi współczynnikami demograficznymi) 765,5 tys. i są to prognozy znacznie przewyższające prognozy GUS. Dla Obwarzanka szacunki zawierają się od 450 tys. mieszkańców w wariancie prognozy o ergodyczności mocnej do 507,2 tys. w ergodyczności słabej. Sformułowana prognoza wieloregionalna daje również wyniki dla trzeciego i 4 regionu. Trzecim regionem, jak pamiętamy, były pozostałe powiaty województwa małopolskiego, co sumując razem z KOM daje ludność Małopolski. W GUS ma ona wynosić 3,3 mln, a według prognozy autorki o ponad 100 tys. mniej, co oznacza różnicę 4,5%. Nieco większą różnicę obserwuje się w regionie 4 (pozostałe województwa poza Małopolską). Prognoza GUS przewiduje 34,3 mln, a autorki rozprawy 32,4 mln w wersji ergodyczności słabej lub 32,2 mln według ergodyczności mocnej. Interesujące jest z kolei to, że zbudowane prognozy na rok 2048 okazały się niższe niż prognoza GUS, która przewiduje wówczas 3,4 miliona mieszkańców Polski. Największe różnice między modelem o ergodyczności słabej i mocnej występują w Obwarzanku, różnica względna wynosi 12,6%. Zauważalna jest też w KOM, natomiast w innych przypadkach różnice między prognozami są nieduże.

Wykonane wieloregionalne tablice trwania życia stały się dobrym punktem wyjścia do prognozowania liczby osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym. W poszukiwaniu odpowiedniego analogu, dla określenia przyszłego wzorca rozkładu osób z niepełnosprawnościami według płci i wieku, przeanalizowano zarówno polskie doświadczenia w modelowaniu niepełnosprawności według wieku, jak i zagraniczne. Po pogłębionej analizie rozkładów wskaźników niepełnosprawności stwierdzono, że polskie doświadczenia, związane głównie z badaniem niepełnosprawności w spisach ludności, wskazują na znacznie niższe wartości wskaźników niż w Niemczech i Wielkiej Brytanii. Przyczyny tego stanu mogą być różne. Można wysunąć kilka hipotez. Jest jednak znamienne, że na podstawie EU-SILC, opracowywane również w GUS, opublikowane niedawno tablice trwania życia w zdrowiu pokazują znacznie wyższy poziom niepełnosprawności, który łatwiej zrozumieć, gdyż ta funkcja przypomina rozkład wykładniczy z ostro rosnącym tempem w późnych przedziałach wieku. Stąd też, dla prognozowania przyszłej niepełnosprawności (w sensie społecznym) musimy się liczyć ze zjawiskami, które występują także znacznie wcześniej w krajach zachodnich. Bardzo dobrze przygotowane strony Internetowe Family Resour-

ces Survey¹⁴ pokazują także ewolucję podejścia do problemów związanych z niepełnosprawnością w wymiarach ekonomicznych i społecznych. Stąd krzywą niepełnosprawności według wieku, jako analog, powinno się przyjąć z krajów o takim poziomie rozwoju ekonomicznego jak Wielka Brytania. Jednakże wyniki przeprowadzonej analizy pokazują, że polski EU—SILC odnotowuje bardzo podobny poziom niepełnosprawności a ma tę zaletę, że jest krzywą wykładniczą starannie przez GUS wyrównaną. Ze słów autorów badania wynika, że badanie trwania życia w zdrowiu jest kordynowane i nadzorowane w Eurostat, co dodatkowo podnosi zaufanie do niego. Wykorzystanie krzywych niepełnosprawności wyodrębnionych w czterech regionach prowadzono krzywą niepełnosprawności wynikającą z wyrównania wykładniczego. Sposób postępowania opisano wcześniej w założeniach odnośnie prognozy trwania życia.

Skonstruowana w pracy piramida, w porównaniu z wcześniejszą dla roku 2018, pokazuje wzrost osób z niepełnosprawnościami znacznie większy dla kobiet, niż dla mężczyzn. Jeśli ten obraz miałby się urzeczywistnić, oznacza to katastrofę dla Polski. Olbrzymi „nawis” ludzi w wieku emerytalnym, niesie za sobą nie tylko perspektywę depopulacji naszego kraju, ale olbrzymie wyzwania dla polityki społecznej państwa.

Znacznie lepiej wygląda sytuacja demograficzna Krakowa. Co prawda, także i tutaj widać duże obciążenie ludności produkcyjnej ludnością poprodukcyjną, ale rosnąca od dołu podstawa piramidy stwarza większe pole do optymizmu. Osób z niepełnosprawnościami będzie mimo wszystko niewiele, chyba, że ta grupa, zapewne mocno niedoszacowana, sama się ujawni, albo spowoduje to polityka państwa poprzez mechanizmy wyborcze.

Główna teza pracy zawierała się w pytaniu, czy estymacja benchmarkowa umożliwi sporządzenie na podstawie zmodyfikowanego wieloregionalnego modelu Rogersa–Willekensa (ZWMRW) wieloregionalnej prognozy dotyczącej liczby i struktur demograficznych osób z niepełnosprawnościami zarówno dla Krakowskiego Obszaru Metropolitalnego, jak i dla pozostałej części Polski. Z tej tezy wynikały następujące hipotezy badawcze:

1. Estymator benchmarkowy na poziomie powiatów jest lepszy niż stosowany dotychczas hierarchiczno–bayesowski bez benchmarku.
2. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011 prowadzony za pomocą metody mieszanej stanowi solidną bazę źródłową w badaniu osób z niepełnosprawnościami.

¹⁴<https://www.gov.uk/government/statistics/family-resources-survey-financial-year-2020-to-2021>

3. Zmodyfikowana macierz Lesliego-Rogersa może być wykorzystana przy sporządzaniu prognoz uwzględniających migracje, w hierarchicznym układzie regionalno–lokalnym.

Odnosząc się do pierwszej z nich można stwierdzić, że benchmarkowy estymator hierarchiczno–bayesowski *BHB*, nie stosowany dotychczas w praktyce badań statystycznych w Polsce, w przypadku szacunku liczby osób z niepełnosprawnościami na poziomie powiatów (nielicznie reprezentowanych w próbie) okazał się znacznie lepszym, w sensie precyzji szacunku ocenianej na podstawie wskaźnika *CV*, od estymatorów: estymatora hierarchiczno–bayesowskiego *HB* i bezpośredniego. Problemami badawczymi, które powinny być poddane dalszej analizie pozostają braki odpowiedzi oraz problem losowości próby, która może być zniekształcona na przykład efektem działania „respondenta grupowego”, por. Paradysz, Paradysz (2022).

W wyniku weryfikacji drugiej hipotezy należy wskazać, że nie jesteśmy w stanie jednoznacznie stwierdzić czy Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011 prowadzony za pomocą metody mieszanej, stanowi solidną bazę źródłową w badaniu osób z niepełnosprawnościami. Wydaje się jednak, że mielibyśmy lepsze wyniki i mniejsze koszty spisu, gdyby powrócono do pierwotnych założeń i dołożono wszelkich starań nad, na przykład, zminimalizowaniem efektu respondenta grupowego. Mocno zaniżone wydają się wskaźniki liczby osób z niepełnosprawnościami w starszych grupach wieku, czego przyczyną może być pomijanie w spisach pacjentów przebywających w szpitalach, czy chociażby ośrodkach pomocy społecznej. Do podobnego wniosku dochodzą inni badacze, jak Dehnel i Gołata (2021).

Wyniki badań przeprowadzonych w ramach rozprawy doktorskiej jednoznacznie potwierdziły prawdziwość trzeciej hipotezy badawczej. Zmodyfikowana macierz Lesliego-Rogersa może być wykorzystana przy sporządzaniu prognoz uwzględniających migracje, w hierarchicznym układzie regionalno–lokalnym. Taki sposób prowadzenia prognozy, uwzględniający podział populacji na 5-letnie przedziały wieku, powoduje, że jej realizacje określone są w 5-letnich odstępach. Ponieważ punktem wyjścia do prognozy przeprowadzonej w rozprawie był 31 grudnia 2018 r., to jej wygaszanie będzie miało miejsce w ostatnim dniu następujących lat: 2023, 2028, ..., 2053.

Niniejsza rozprawa doktorska nie wyczerpuje wszystkich zagadnień dotyczących estymacji pośredniej oraz prognozy w obszarze pomiaru niepełnosprawności biologicznej, z uwzględnieniem struktur demograficznych. Dalsze kierunki rozpoczętych przez autorkę badań upatruje się:

1. w wykorzystaniu przetestowanych metod estymacji benchmarkowej w odniesieniu do pozostałych modułów w Narodowych Spisach Powszechnych Ludności i Mieszkań, takich jak gospodarstwa domowe, rodzina, dzietność kobiet, migracje itp.,

2. w podjęciu prac nad oceną jakości spisu z punktu widzenia braków odpowiedzi (ang. nonresponse), wynikających zarówno z uwagi na całkowitą nieobecność respondentów w badaniu, jak nieobecność częściową spowodowaną odmową odpowiedzi na wrażliwe pytania,
3. w użyciu oszacowanych wskaźników niepełnosprawności w analizach i monitoringu zdrowia publicznego.

W zakresie analizy wieloregionalnej byłoby wielce pożądane podjęcie prac nad mobilnością przestrzenną osób z niepełnosprawnościami oraz nad zróżnicowaniem trwania życia w zależności od rodzaju niepełnosprawności. Poprawiłoby to statystykę zdrowia publicznego oraz przyczyniłoby się do postępu w zakresie prognozowania liczby osób z niepełnosprawnościami.

Spis tabel

1.1	Skrócona tabela trwania życia w zdrowiu, Polska 2020 – mężczyźni	31
1.2	Skrócona tabela trwania życia w zdrowiu, Polska 2020 – kobiety	32
2.1	Osoby z niepełnosprawnościami według stopnia niepełnosprawności w latach 2002 i 2011 w województwie wielkopolskim–wyniki wstępne	47
2.2	Analiza SWOT w NSP 2011 z punktu widzenia źródła badania o niepełnosprawności	52
4.1	Wskaźniki precyzji <i>CV</i> (w %) dla trzech wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności w układzie wojewódzkim	87
4.2	Ocena precyzji <i>CV</i> (w %) dla poszczególnych realizacji estymatorów w układzie powiatowym	89
4.3	Ocena precyzji <i>CV</i> (w %) realizacji estymatora bezpośredniego oraz <i>HB</i> wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w dużych miastach w Polsce	99
4.4	Ocena precyzji <i>CV</i> (w %) realizacji estymatora bezpośredniego oraz <i>HB</i> wskaźnika niepełnosprawności kobiet w dużych miastach w Polsce	99
4.5	Realizacja estymatora <i>HB</i> z benchmarkiem wskaźnika niepełnosprawności (w %) mężczyzn w dużych miastach oraz w ich „obwarzankach”	101
4.6	Wartości współczynnika <i>CV</i> realizacji trzech różnych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast . .	103
5.1	Prawdopodobieństwo przeżycia w regionie macierzystym	125
5.2	Stopnie podobieństwa tablic trwania życia kobiet i mężczyzn w poszczególnych regionach	134
5.3	Porównanie prognozy ludności GUS (2014) oraz PBP (2020) na rok 2048	145
5.4	Migracje zagraniczne na stałe w Polsce, w tysiącach osób	146

5.5	Oszacowane wskaźniki osób z nieprawnościami dla kobiet i mężczyzn w układzie czteroregionalnym na rok 2018	151
5.6	Liczby kobiet z niepełnosprawnościami według wieku w układzie czteroregionalnym	152
5.7	Liczby mężczyzn z niepełnosprawnościami według wieku w układzie czteroregionalnym	154
5.8	Prognozowane liczby osób z nieprawnościami dla kobiet w układzie czteroregionalnym w roku 2023	156
5.9	Prognozowane liczby osób z nieprawnościami dla mężczyzn w układzie czteroregionalnym w roku 2023	157
A1	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018 - kobiety, region Kraków . . .	200
A2	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018 - mężczyźni, region Kraków .	201
A3	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018, Obwarzanek -kobiety	202
A4	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018- Obwarzanek, mężczyźni . . .	203
A5	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018 - <i>R_Ma_Pol</i> , kobiety	204
A6	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci–two sex model. Rok bazowy 2018– <i>R_Ma_Pol</i> , mężczyźni	205
A7	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci–two sex model. Rok bazowy 2018– <i>R_Pol</i> , kobiety	206
A8	Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018– <i>R_Pol</i> , mężczyźni	207
A9	Liczba osób z niepełnosprawnością na rok 2018–mężczyźni	208
A10	Liczba osób z niepełnosprawnością na rok 2018–kobiety	209
A11	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2023–mężczyźni	210
A12	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2023–kobiety	211
A13	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2028–mężczyźni	212
A14	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2028–kobiety	213
A15	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2033–mężczyźni	214

A16	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2033–kobiety	215
A17	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2038–mężczyźni	216
A18	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2038–kobiety	217
A19	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2043–mężczyźni	218
A20	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2043–kobiety	219
A21	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2048–mężczyźni	220
A22	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2048–kobiety	221
A23	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2053–mężczyźni	222
A24	Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2053–kobiety	223

Spis rysunków

1.1	Fracje osób z niepełnosprawnościami (ON) biologicznymi i prawnymi w NSP 2002 według wieku i płci	21
1.2	Wybrane parametry tablic trwania życia w zdrowiu w Polsce w 2020	27
1.3	Wybrane parametry ze skróconych tablic trwania życia w zdrowiu w Polsce w 2020	33
2.1	Odsetki osób z niepełnosprawnościami według wieku i płci w Polsce na podstawie mikroskopisu na dzień 30 marca 1974, wyrównane za pomocą krzywej wykładniczej	40
2.2	Odsetki osób z niepełnosprawnościami według wieku i płci w Polsce na podstawie NSP 2002 oraz NSP 2011.	48
2.3	Porównanie badań niepełnosprawności na podstawie NSP 2011 oraz europejskiego badania ankietowego zdrowia (EHIS)	50
2.4	Porównanie względnych błędów prognozy wygasłej w latach 2007, 2009, 2016 i 2018, mężczyźni, m. Kraków	51
4.1	Osoby niepełnosprawne w wieku 65 lat i więcej w 2011 r. w odniesieniu do ludności w danym wieku według kategorii niepełnosprawności	81
4.2	Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w układzie wojewódzkim wraz z oceną ich precyzji (w %)	82
4.3	Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności kobiet w układzie wojewódzkim wraz z oceną ich precyzji (w %)	85
4.4	Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn w Polsce wraz z oceną ich precyzji w przekroju powiatów (w %)	88
4.5	Estymata wybranych estymatorów wskaźnika niepełnosprawności kobiet w Polsce wraz z oceną ich precyzji w przekroju powiatów (w %)	90

4.6	Wskaźnik niepełnosprawności mężczyzn w przedziale wieku 75–79 lat w przekroju powiatów otrzymany z wykorzystaniem estymatora <i>HB</i> z benchmarkiem	91
4.7	Wskaźnik niepełnosprawności kobiet w przedziale wieku 75–79 lat w przekroju powiatów otrzymany z wykorzystaniem estymatora <i>HB</i> z benchmarkiem	92
4.8	Realizacja estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności kobiet w czterech dużych miastach w Polsce w przedziałach wiekowych	95
4.9	Ocena precyzji <i>CV</i> (w %) realizacji estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności kobiet w dużych miastach w Polsce	96
4.10	Realizacja estymatora <i>HB</i> wskaźnika niepełnosprawności kobiet w czterech dużych miastach w Polsce w przedziałach wiekowych	97
4.11	Ocena precyzji <i>CV</i> (w %) realizacji estymatora <i>HB</i> wskaźnika niepełnosprawności kobiet w dużych miastach w Polsce	98
4.12	Realizacja estymatora <i>HB</i> z benchmarkiem wskaźnika niepełnosprawności mężczyzn dla czterech dużych miast w Polsce	100
4.13	Realizacja estymatora bezpośredniego wskaźnika niepełnosprawności dla obu płci w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast w Polsce	104
4.14	Realizacja estymatora <i>HB</i> wskaźnika niepełnosprawności dla obu płci w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast w Polsce	104
4.15	Realizacja estymatora <i>BHB</i> wskaźnika niepełnosprawności dla obu płci w obszarach funkcjonalnych czterech dużych miast w Polsce	105
4.16	Wskaźnik niepełnosprawności w grupie mężczyzn w układzie czteroregionalnym	108
4.17	Wskaźnik niepełnosprawności w grupie kobiet w układzie czteroregionalnym	109
5.1	Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w Krakowie lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w Krakowie	122
5.2	Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w Obwarzanku lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w Obwarzanku	122
5.3	Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w RMaPol lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, „urodzeni” w RMaPol	123

5.4	Prawdopodobieństwa zgonu, pozostania w RPol lub emigracji do każdego z pozostałych regionów według wieku i płci. Kohorta hipotetyczna 2018, "urodzeni" w RPol	123
5.5	Prawdopodobieństwo przeżycia w regionie macierzystym w układzie czteroregionalnym	126
5.6	Krzywe rozkładów cząstkowych współczynników płodności w Krakowie: rzeczywistość (1950–2020) i prognoza (2020–2100) - wariant średni	130
5.7	Cząstkowe współczynniki płodności kobiet w Krakowie: rzeczywistość (1950–2020) i prognoza (2020–2100)–wariant średni	130
5.8	Dzietność teoretyczna i średni wiek macierzyństwa w Polsce: rzeczywistość (1950–2020) i prognoza (2020–2100)	132
5.9	Zgony kobiet według wieku, płci zmarłych na 100 tys. ludności danej płci i grupy wieku, czyli współczynniki demograficzne w małych i dużych obszarach	133
5.10	Prognoza oczekiwanej długości życia noworodka płci żeńskiej w Małopolsce w latach 2020–2100 według wariantów podobieństwa $E(x)$ w pierwszym dwudziestoleciu <i>XXI</i> wieku	135
5.11	Prognoza oczekiwanej długości trwania życia noworodka płci męskiej w Małopolsce w latach 2020–2100 według wariantów podobieństwa $E(x)$ w pierwszym dwudziestoleciu <i>XXI</i> wieku	136
5.12	Prognozowane rozkłady cząstkowych współczynników umieralności dla RPol w 2100 roku według stopnia podobieństwa trwania życia w latach 2000–2010. Mężczyźni	137
5.13	Strumienie migracji na pobyt stały w liczbach bezwzględnych w układzie czteroregionalnym w latach 2002 - 2018	138
5.14	Sumaryczne współczynniki migracji z Krakowa do pozostałych regionów w latach 2002–2018	140
5.15	Sumaryczne współczynniki migracji z Obwarzanka do pozostałych regionów w latach 2002-2018	140
5.16	Sumaryczne współczynniki migracji z RMaPol do pozostałych regionów w latach 2002–2018	141
5.17	Sumaryczne współczynniki migracji z RMaPol do pozostałych regionów w latach 2002-2018	142
5.18	Prognoza ludności w układzie czteroregionalnym	144

5.19	Udział (w %) osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym z NSP 2011 na tle Polski NSP 2002 i EU-SILC 2020, FRS UK 2011-2020 oraz Anglii i Walii. Kobiety i mężczyźni	147
5.20	Udział w % osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym z NSP 2011 na tle Polski NSP 2002 i EU-SILC 2020, 2020, FRS UK 2011-2020 oraz Anglii i Walii. Kobiety.	148
5.21	Udział w % osób z niepełnosprawnościami w układzie czteroregionalnym z NSP 2011 na tle Polski NSP 2002 i EU-SILC 2020, 2020, FRS UK 2011-2020 oraz Anglii i Walii. Mężczyźni.	149
5.22	Piramida wieku osób sprawnych i z niesprawnościami w Polsce w 2018 roku, w milionach osób danej kategorii ludności	158
5.23	Piramida wieku osób sprawnych i z niesprawnościami w Zjednoczonym Królestwie, w 2018 roku, w milionach osób danej kategorii ludności.	158
5.24	Piramida wieku osób sprawnych i z niesprawnościami w Krakowskim Obszarze Metropolitalnym w 2018 roku, w tysiącach osób danej kategorii ludności	159
5.25	Dynamika rozwoju ludności w analizie czteroregionalnej w latach 2018 - 2198 z podziałem na osoby sprawne i z niepełnosprawnościami (rok 2018=100)	160
5.26	Prognoza przeciętnego wieku osób z niepełnosprawnościami w analizie wieloregionalnej	161
5.27	Piramida wieku osób sprawnych i z niepełnosprawnościami w Polsce w 2048 roku, w milionach osób danej kategorii ludności	162
5.28	Piramida wieku osób sprawnych i z niepełnosprawnościami w Krakowie w 2048 roku, w tysiącach osób danej kategorii ludności	162
A1	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 45–49 lat	190
A2	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 50–54 lat	191
A3	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 55–59 lat	191
A4	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 60–64 lat	192

A5	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 65–69 lat	192
A6	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 70–74 lat	193
A7	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 75–79 lat	193
A8	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 80–84 lat	194
A9	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 84 i więcej lat	194
A10	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 45–49 lat	195
A11	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 50–54 lat	195
A12	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 55–59 lat	196
A13	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 60–64 lat	196
A14	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 65–69 lat	197
A15	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 70–74 lat	197
A16	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 75–79 lat	198
A17	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 80–84 lat	198
A18	Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 85 i więcej lat	199

Wykaz skrótów

BAEL	Badanie Aktywności Ekonomicznej Ludności
BHB	estymator hierarchiczno-bayesowski z benchmarkiem
BBGD	Badanie Budżetów Gospodarstw Domowych
CV	Coefficient of Variation
DDA	Disability Discrimination Act
Dir	estymator bezpośredni
EHIS	Europejskie Ankietowe Badanie Zdrowia
ELUD	System Ewidencja ludności
EKSMOoN	Elektroniczny Krajowy System Monitorowania i Orzekania o Niepełnosprawności
ESS	Europejski Sondaż Społeczny
Estymata	wartość estymatora danej cechy statystycznej dla zadanej populacji obliczanego dla konkretnej próby
EU-SILC	Europejskie Badanie Warunków Życia Ludności
FRS	Family Resources Survey
HeaLY	utracone lata życia w zdrowiu
HB	estymator hierarchiczno - bayesowski
HLYx	dalsze trwanie życia w zdrowiu
IADL	Instrumental Activity of Daily Living
ICF	International Classification of Functioning, Disability and Health
ICIDH	International Classification of Impairments, Disabilities, and Handicaps

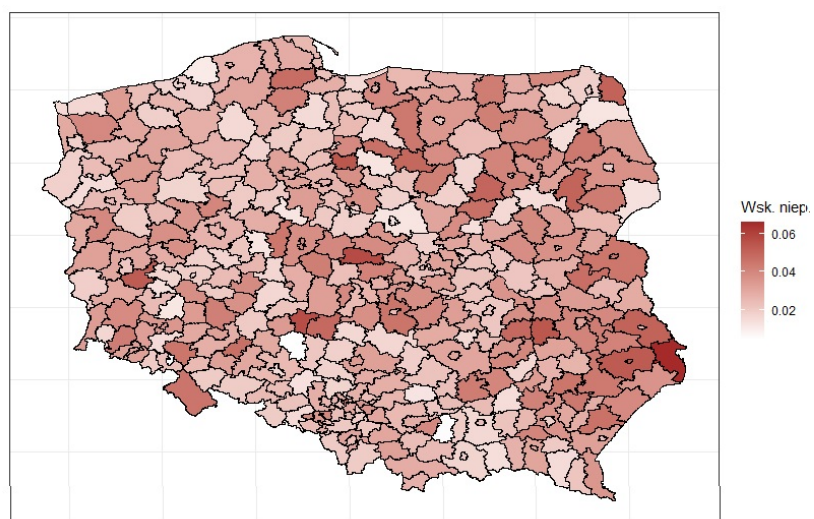
KOM	Krakowski Obszar Metropolitalny
KRUS	Kasa Rolniczego Ubezpieczenia Społecznego
NFZ	Narodowy Fundusz Zdrowia
NSP	Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań
NUTS	Nomenclature des Unités Territoriales pour des besoins Statiques
QALY	lata życia skorygowane ze względu na jakość
Obwarzanek	powiat wielicki i krakowski
PADL	Personal Activity of Daily Living
PFRON	Państwowy Fundusz Rehabilitacji Osób Niepełnosprawnych
PZOoN	Powiatowy Zespół do Spraw Orzekania o Niepełnosprawności
R_Ma_Pol	pozostała część województwa małopolskiego (bez KOM)
R_Pol	pozostała część Polski tzn. bez województwa małopolskiego
SHARE	Survey of Health, Ageing and Retirement in Europe
TSUE	Trybunał Sprawiedliwości Unii Europejskiej
USP	Urząd Statystyczny w Poznaniu
WHO	World Health Organization
WMRW	wieloregionalny model Rogersa-Willekensa
ZUS	Zakład Ubezpieczeń Społecznych
ZWMRW	zmodyfikowany wieloregionalny model Rogersa - Willekensa
R_MaPol	oznacza to samo co R_Ma_Pol , oba oznaczenia stosowane zamiennie

Wykaz ważniejszych symboli

y_{ij}	wartość zmiennej objaśniającej dla j -tej jednostki w i -tym małym obszarze
$x_{ij} = (x_{ij1}, \dots, x_{ijq})$	wektor wartości zmiennych pomocniczych
$\beta = (\beta_1, \dots, \beta_q)$	wektor współczynników regresji
<i>iid</i>	independent and identically distributed
v_i	efekt losowy na poziomie powiatu
e_{ij}	efekt losowy na poziomie wylosowanej próby j dla dla i -tego powiatu
θ	prawdziwa wartość parametru
$\hat{\theta}$	oszacowanie parametru
G	macierz Lesliego lub inaczej operator wzrostu
$M(x)$	macierz zgonów i emigracji w danym regionie
$S(x)$	wskaźniki przeżycia od wieku x do $x + 5$
$s_{ij}(x)$	prawdopodobieństwa przetrwania w regionie macierzystym bądź na emigracji w ciągu pięcioletniego okresu czasu (x oznacza dolną granicę 5-letniego przedziału klasowego)
f_x	cząstkowe współczynniki płodności przeliczone na zbiorowości drugiego rodzaju w sensie siatki Lexisa
$P(x)$	macierz prawdopodobieństw dożycia wieku x
$L(x)$	liczba lat do przeżycia w poszczególnych regionach w wieku x w przeliczeniu na osobę
$l(x)$	liczba dożywających w poszczególnych regionach

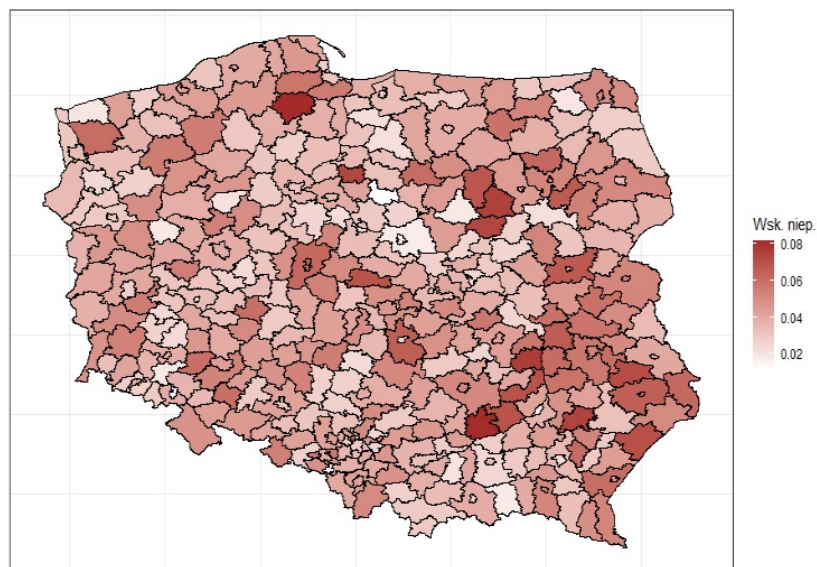
$B(x)$	macierz płodności
$F(x)$	diagonalna macierz zawierająca roczne regionalne współczynniki płodności kobiet
I	macierz jednostkowa
G^τ	macierz Lesliego lub inaczej generator wzrostu w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności
$P_\tau(x)$	prawdopodobieństwo przeżycia i przetrwania w odpowiednich regionach wg zbiorowości pierwszego rodzaju w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności
$S_\tau(x)$	prawdopodobieństwo przeżycia lub przetrwania w poszczególnych regionach według zbiorowości drugiego rodzaju w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności
$L_\tau(x)$	liczba lat do przeżycia wieku x w poszczególnych regionach osoby zero-letniej w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności
$M_\tau(x)$	prognozowane współczynniki zgonów bądź migracji w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności
$B_\tau(x)$	macierz płodności według zbiorowości drugiego rodzaju w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności
$F_\tau(x)$	diagonalna macierz zawierająca roczne regionalne współczynniki płodności kobiet w zmodyfikowanym modelu o słabej ergodyczności

Aneks



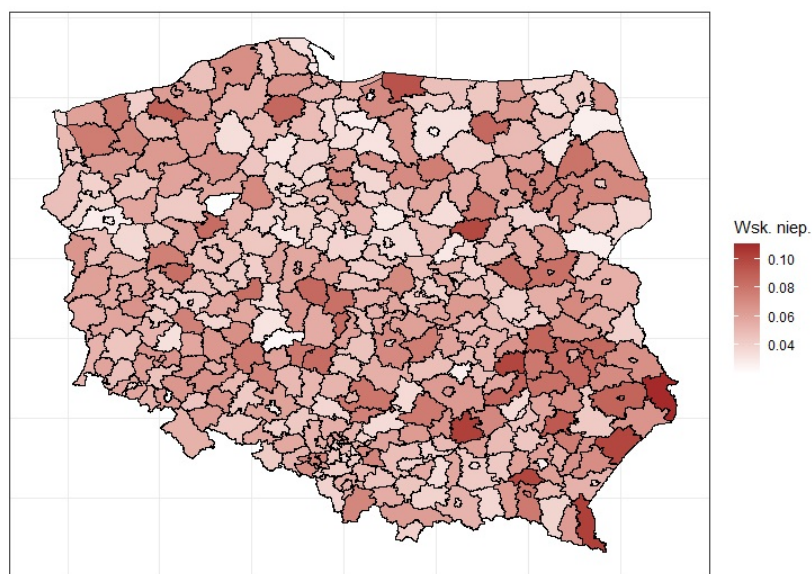
Rysunek A1: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 45–49 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



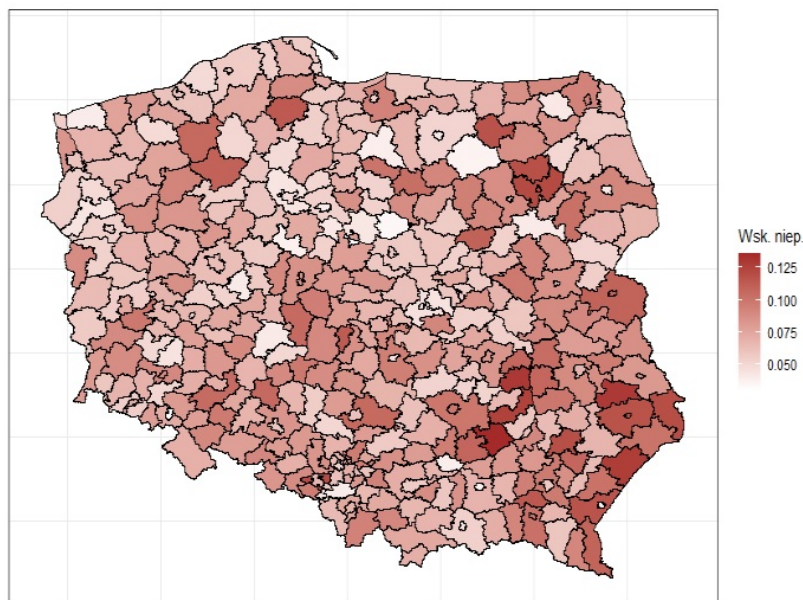
Rysunek A2: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 50–54 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



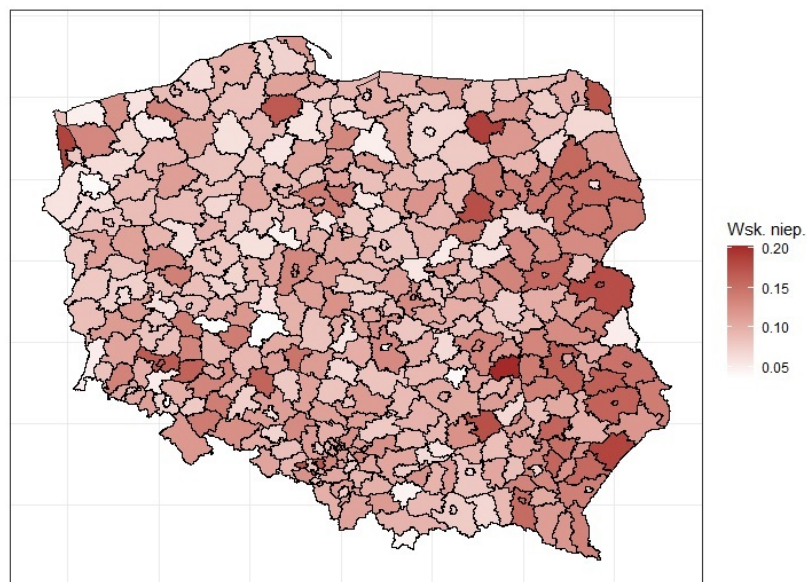
Rysunek A3: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 55–59 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



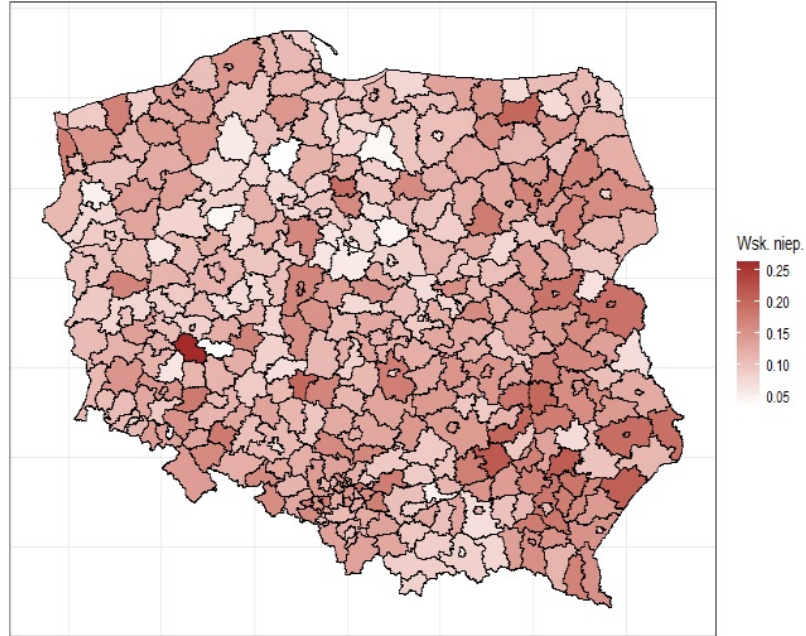
Rysunek A4: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 60–64 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



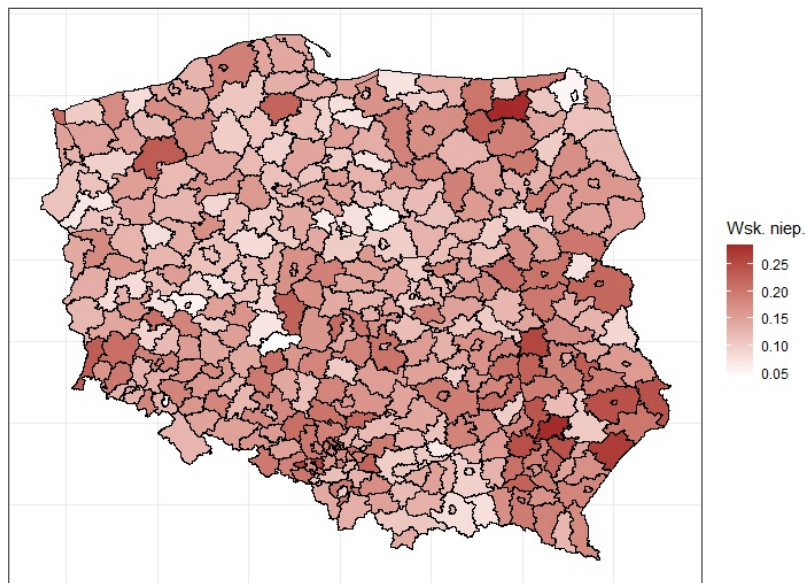
Rysunek A5: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 65–69 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



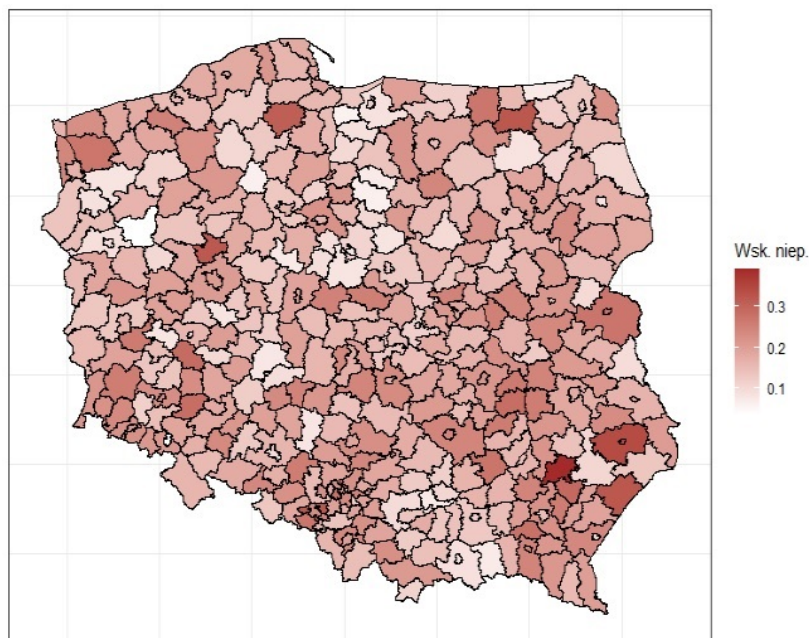
Rysunek A6: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 70–74 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



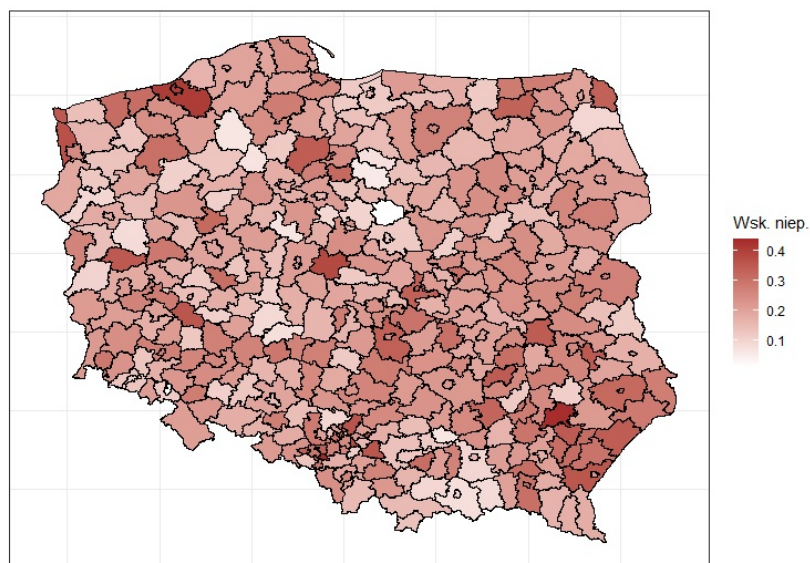
Rysunek A7: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 75–79 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



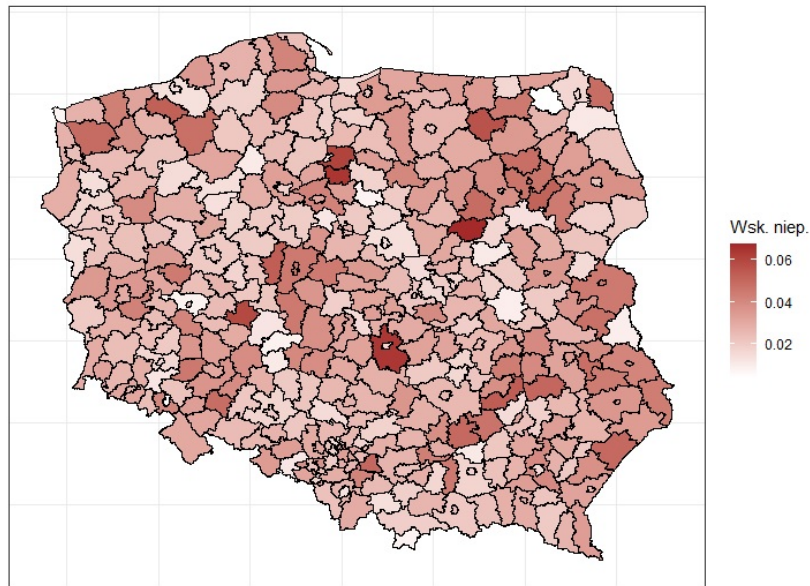
Rysunek A8: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 80–84 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



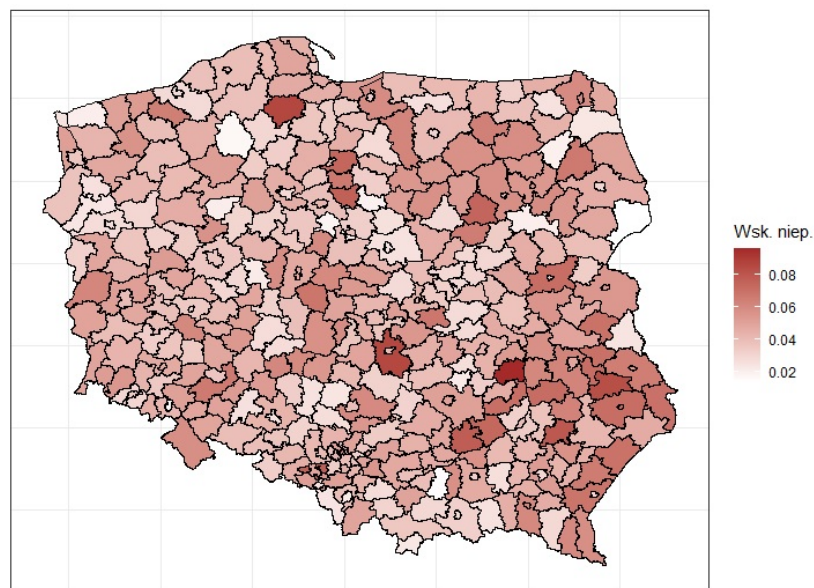
Rysunek A9: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, mężczyźni, 84 i więcej lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



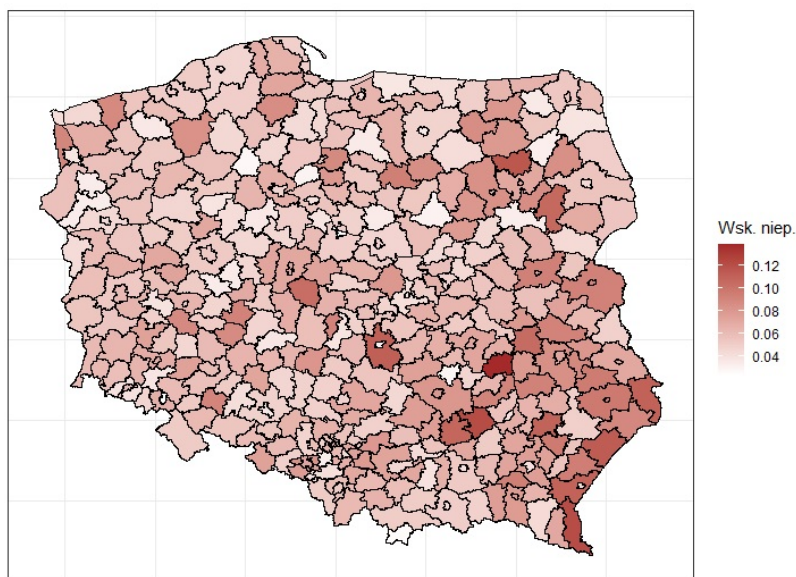
Rysunek A10: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 45–49 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



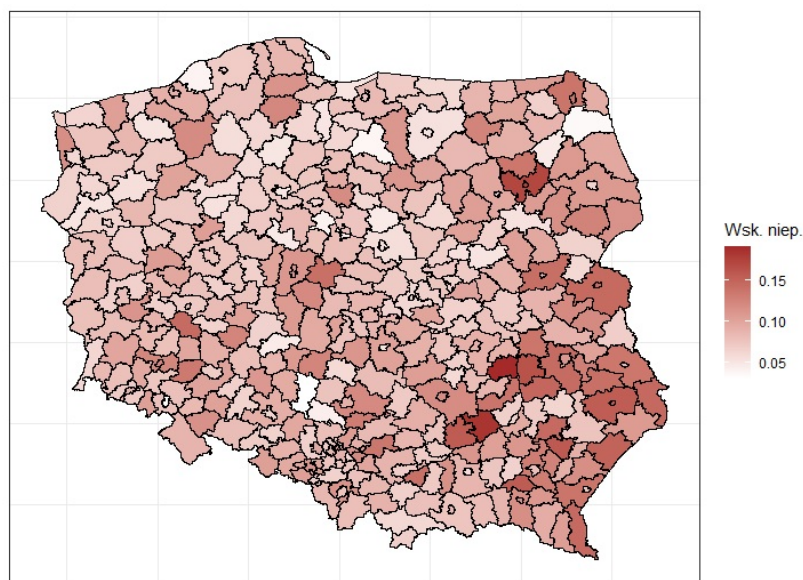
Rysunek A11: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 50–54 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



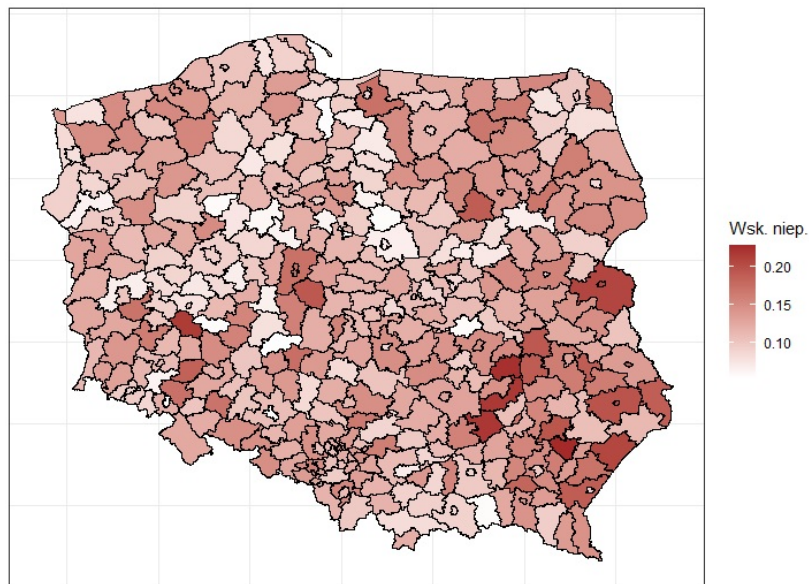
Rysunek A12: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 55–59 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



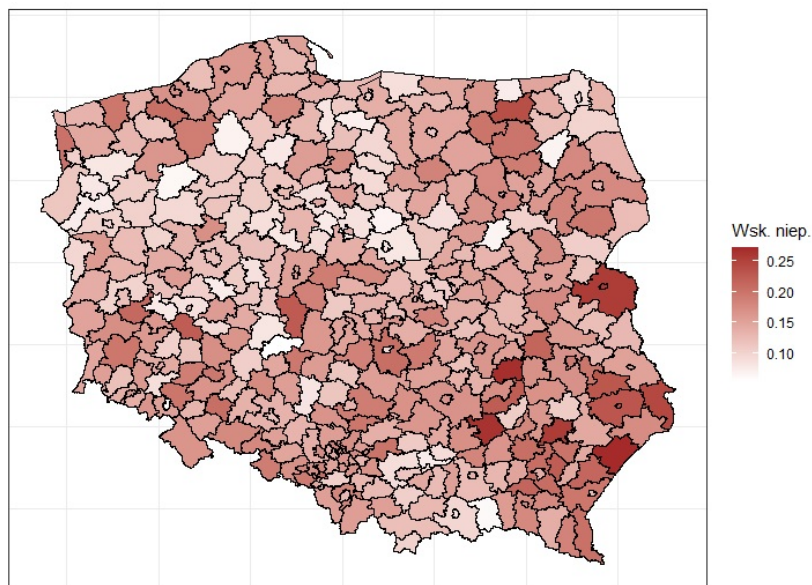
Rysunek A13: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 60–64 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



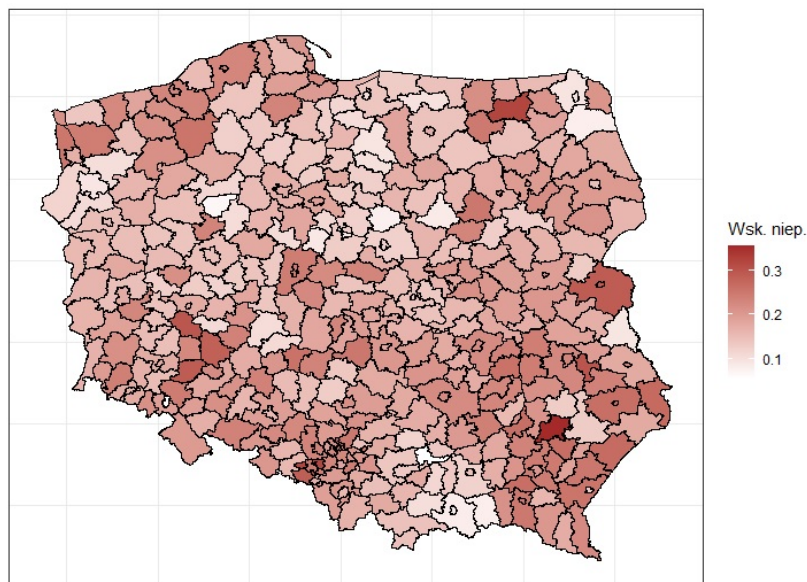
Rysunek A14: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 65–69 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



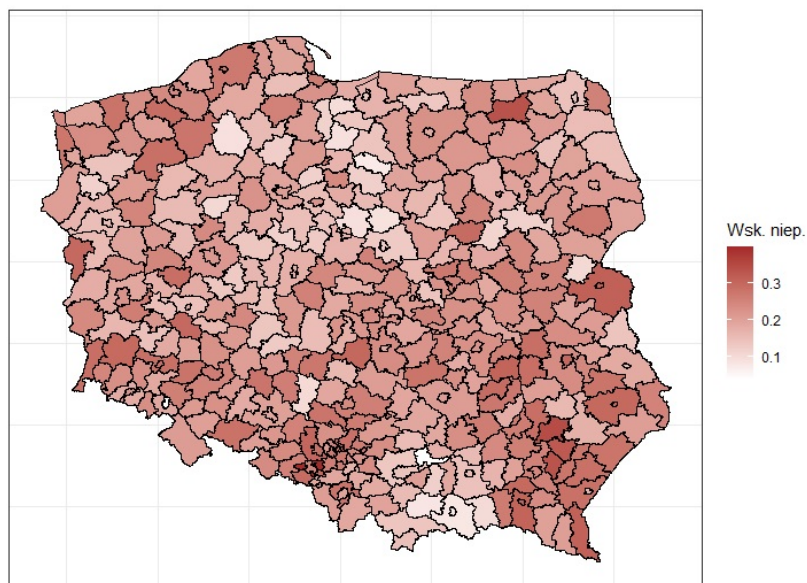
Rysunek A15: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 70–74 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



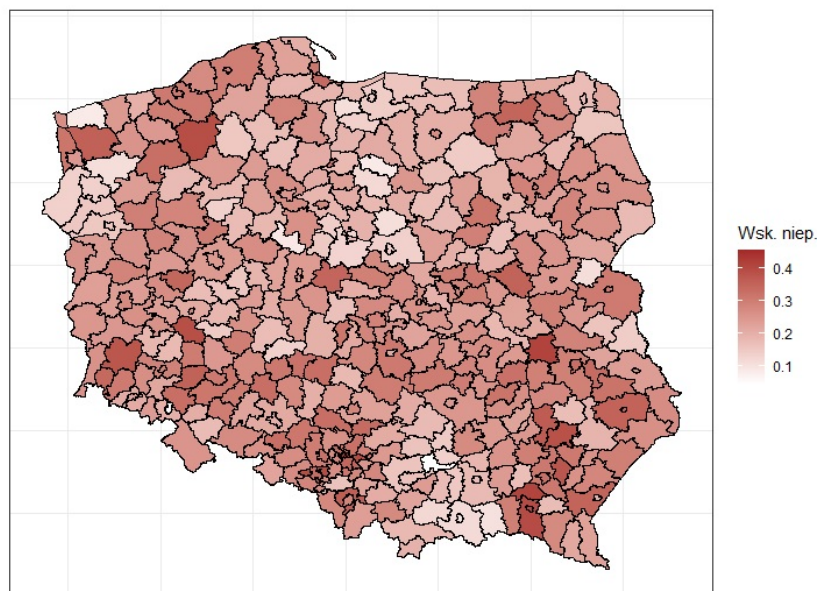
Rysunek A16: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 75–79 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



Rysunek A17: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 80–84 lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.



Rysunek A18: Ocena wskaźnika niepełnosprawności według powiatów – estymator BHB, kobiety, 85 i więcej lat

Źródło: Opracowanie własne na podstawie NSP 2011.

Tabela A1: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018 - kobiety, region Kraków

Grupa wieku	Kobiety						
	Stan na 30 VI	Urodzenia	Zgony	Migracje z Krakowa do regionu ...			
	2018			Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0-4	20671	0	8	0	203	66	96
5-9	18125	0	2	0	183	57	74
10-14	15131	0	0	0	96	26	36
15-19	14593	35	3	0	52	24	17
20-24	16842	288	5	0	55	29	35
25-29	26261	1316	5	0	95	78	188
30-34	39329	1922	9	0	251	80	194
35-39	36640	902	17	0	219	74	133
40-44	31316	151	24	0	146	51	83
45-49	24437	0	34	0	87	32	45
50-54	21433	0	61	0	50	14	24
55-59	24222	0	97	0	57	27	24
60-64	30070	0	213	0	80	45	30
65-69	28147	0	303	0	43	29	29
70-74	21259	0	359	0	17	15	13
75-79	14869	0	414	0	12	9	13
80-84	13264	0	761	0	8	7	13
85-89	9114	0	870	0	14	5	6
90-94	3534	0	606	0	3	2	5
95-99	806	0	214	0	0	1	0
100 i więcej	154	0	31	0	0	0	0

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A2: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018 - mężczyźni, region Kraków

Grupa wieku	Mężczyźni						
	Stan na 30 VI	Urodzenia	Zgony	Migracje z Krakowa do regionu ...			
	2018			Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0-4	21719	0	17	0	208	59	93
5-9	19370	0	2	0	191	64	73
10-14	15986	0	5	0	85	23	34
15-19	15103	50	2	0	60	17	16
20-24	17233	270	17	0	43	16	19
25-29	23975	1354	12	0	83	38	97
30-34	35964	2053	31	0	157	67	140
35-39	35079	915	49	0	231	72	131
40-44	29958	151	45	0	140	61	79
45-49	23170	3	83	0	89	25	40
50-54	19799	0	124	0	52	14	30
55-59	20632	0	213	0	49	25	40
60-64	23442	0	375	0	61	42	35
65-69	20544	0	474	0	45	34	26
70-74	14804	0	460	0	19	17	16
75-79	9388	0	449	0	7	10	6
80-84	7219	0	569	0	7	3	8
85-89	4231	0	539	0	5	2	6
90-94	1409	0	270	0	0	1	2
95-99	222	0	55	0	0	0	1
100 i więcej	34	0	8	0	0	0	0

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A3: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018, Obwarzanek -kobiety

wiek	Kobiety						
	Stan na 30 VI	Urodzenia	Zgony	Migracje z Obwarzanka do regionu ...			
	2018			Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0-4	10506	0	6	47	0	18	20
5-9	11712	0	3	25	0	17	11
10-14	10809	0	1	23	0	6	7
15	10695	26	0	33	0	9	4
20-24	11464	210	1	57	0	13	16
25-29	13762	713	2	123	0	37	59
30-34	15912	756	4	145	0	26	42
35-39	17468	362	7	68	0	20	22
40-44	16382	54	15	55	0	8	19
45-49	13487	3	19	33	0	9	8
50-54	12135	0	23	20	0	3	5
55-59	12804	0	58	17	0	4	3
60-64	13411	0	119	23	0	3	5
65-69	11368	0	119	16	0	2	3
70-74	7789	0	135	10	0	4	3
75-79	5638	0	150	5	0	2	5
80-84	5108	0	306	7	0	1	1
85-89	3476	0	368	2	0	1	2
90-94	1300	0	279	1	0	0	1
95-99	234	0	82	0	0	0	0
100 i więcej	17	0	8	0	0	0	0
Razem	205477	2124	1705	710	0	183	236

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A4: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018- Obwarzanek, mężczyźni

Grupa wieku	Mężczyźni						
	Stan na 30 VI 2018	Urodzenia	Zgony	Migracje z Obwarzanka do regionu ...			
				Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0-4	11370	0	16	72	0	16	26
5-9	12594	0	1	42	0	14	15
10-14	11512	0	3	23	0	6	13
15-19	10954	40	6	27	0	4	7
20-24	11794	245	11	31	0	4	5
25-29	13850	769	13	111	0	22	29
30-34	15984	792	19	100	0	29	40
35-39	17362	417	25	71	0	19	25
40-44	16393	67	46	41	0	14	13
45-49	13680	2	46	37	0	12	16
50-54	12012	0	85	20	0	5	12
55-59	12294	0	133	21	0	11	2
60-64	12633	0	230	14	0	2	4
65-69	9833	0	235	7	0	8	0
70-74	6059	0	211	6	0	2	2
75-79	3679	0	223	4	0	2	2
80-84	2668	0	229	1	0	1	2
85-89	1456	0	206	1	0	2	0
90-94	430	0	101	0	0	0	0
95-99	71	0	27	0	0	0	0
100 i więcej	6	0	4	0	0	0	0
Razem	196634	2332	1870	629	0	173	213

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A5: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018 - *R_Ma_Pol*, kobiety

Grupa wieku	Kobiety						
	Stan na 30 VI 2018	Urodzenia	Zgony	Migracje z Reszty MaPol do regionu ...			
				Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0-4	56564	0	35	128	50	0	160
5-9	61444	0	6	34	21	0	131
10-14	58458	2	8	16	10	0	55
15-19	59821	224	18	42	9	0	52
20-24	69581	1659	10	139	26	0	168
25-29	81413	4100	11	604	98	0	488
30-34	85266	3515	29	400	86	0	406
35-39	85631	1680	48	159	34	0	221
40-44	80208	320	52	63	22	0	111
45-49	71745	15	105	25	11	0	69
50-54	68938	0	174	25	4	0	58
55-59	73273	0	334	21	5	0	52
60-64	71763	0	468	31	11	0	69
65-69	62974	0	618	17	5	0	56
70-74	45325	0	788	12	3	0	35
75-79	36547	0	1080	9	2	0	23
80-84	32812	0	1812	3	1	0	40
85-89	20561	0	2301	4	1	0	25
90-94	7725	0	1566	1	1	0	2
95-99	1513	0	490	0	0	0	2
100 i więcej	118	0	60	0	0	0	0
Razem	1131680	11515	10013	1733	400	0	2223

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A6: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci–two sex model. Rok bazowy 2018–*R_Ma_Pol*, mężczyźni

Grupa wieku	Mężczyźni						
	Stan na 30 VI 2018	Urodzenia	Zgony	Migracje z Reszty MaPol do regionu ...			
				Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0–4	60551	0	47	140	39	0	155
5–9	64536	0	9	39	24	0	98
10–14	61029	3	5	14	5	0	83
15–19	62803	251	22	27	3	0	42
20–24	72725	1771	48	53	13	0	85
25–29	86237	4416	69	355	60	0	308
30–34	89764	3932	115	395	85	0	392
35–39	88707	1721	147	149	48	0	268
40–44	82433	371	221	66	26	0	151
45–49	72738	17	320	33	12	0	86
50–54	70513	1	471	20	5	0	67
55–59	72384	0	826	16	5	0	60
60–64	67943	0	1235	18	2	0	58
65–69	53672	0	1484	12	6	0	60
70–74	33727	0	1294	9	0	0	29
75–79	23182	0	1264	8	2	0	17
80–84	17580	0	1490	3	0	0	9
85–89	8992	0	1261	1	0	0	5
90–94	2509	0	592	1	0	0	2
95–99	331	0	118	0	0	0	0
100 i więcej	18	0	6	0	0	0	0
Razem	1092374	12483	11044	1359	335	0	1975

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A7: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci–two sex model. Rok bazowy 2018–*R_Pol*, kobiety

Grupa wieku	Kobiety						
	Stan na 30 VI	Urodzenia	Zgony	Migracje z Reszty Polski do regionu ...			
	2018			Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0–4	839527	0	718	189	59	142	0
5–9	899067	0	66	66	40	123	0
10–14	842558	14	111	35	18	55	0
15–19	814361	4104	188	52	10	56	0
20–24	960456	22983	246	239	26	140	0
25–29	1175150	55585	334	1181	160	351	0
30–34	1377788	56215	578	830	161	303	0
35–39	1432310	26104	885	312	92	212	0
40–44	1328889	4878	1393	132	40	121	0
45–49	1121682	216	2032	44	16	90	0
50–54	1054035	4	3165	41	16	75	0
55–59	1209541	2	6414	41	11	74	0
60–64	1358815	0	11532	51	27	123	0
65–69	1216370	0	15531	54	20	62	0
70–74	805274	0	15705	36	11	34	0
75–79	607467	0	19649	30	5	27	0
80–84	526974	0	30867	23	2	29	0
85–89	343154	0	38830	12	3	33	0
90–94	137377	0	27062	10	1	18	0
95–99	28142	0	8484	1	1	2	0
100 i więcej	3192	0	1009	0	0	0	0
Razem	18082129	170105	184799	3379	719	2070	0

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa.

Tabela A8: Dane wejściowe do analizy wieloregionalnej w modelu uwzględniającym wymóg dywergencji płci - two sex model. Rok bazowy 2018–*R_Pol*, mężczyźni

Grupa wieku	Mężczyźni						
	Stan na 30 VI 2018	Urodzenia	Zgony	Migracje z Reszty Polski do regionu			
				Kraków	Obwarzanek	Reszta MaPol	Reszta Polski
0–4	886195	0	886	215	77	158	0
5–9	948575	0	93	85	37	147	0
10–14	887136	20	132	39	16	79	0
15–19	856837	4455	434	34	11	53	0
20–24	1000172	24319	906	154	13	66	0
25–29	1220510	58955	1360	809	101	207	0
30–34	1420136	59577	2057	695	156	233	0
35–39	1469086	27445	2994	324	102	216	0
40–44	1356269	5218	4384	113	57	156	0
45–49	1128597	214	5706	65	24	107	0
50–54	1035914	4	8347	44	9	83	0
55–59	1135003	2	14818	36	16	75	0
60–64	1195889	0	23489	29	15	91	0
65–69	979847	0	28431	47	21	105	0
70–74	582775	0	22949	21	10	43	0
75–79	369347	0	21816	11	2	17	0
80–84	266831	0	24378	4	4	16	0
85–89	143899	0	21098	7	2	9	0
90–94	44012	0	10065	2	0	2	0
95–99	7508	0	2383	1	0	0	0
100 i więcej	809	0	208	0	0	0	0
Razem	16935347	180209	196934	2735	673	1863	0

Źródło: Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji Urzędu Miasta Krakowa..

Tabela A9: Liczba osób z niepełnosprawnością na rok 2018–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	4855	75	51	197	4531	126
5–9	8842	116	63	399	8264	179
10–14	9456	116	80	478	8782	196
15–19	7773	90	89	372	7223	179
20–29	8541	115	95	433	7898	210
25–29	10678	147	96	547	9887	243
30–34	15448	293	121	746	14288	414
35–39	21577	376	193	1002	20007	569
40–44	28966	519	346	1484	26617	866
45–49	34698	704	398	1619	31976	1102
50–54	44274	651	435	2441	40748	1086
55–59	64980	965	601	3598	59817	1565
60–64	91522	1584	910	4738	84291	2494
65–69	104353	1733	1015	4691	96915	2748
70–74	76161	1463	640	3610	70448	2104
75–79	60614	1068	402	2987	56157	1470
80–84	52388	880	297	2625	48586	1177
85–89	33849	590	218	1525	31516	808
90–94	11036	204	67	433	10331	271
95–99	1922	33	11	60	1817	45
100 i więcej	221	5	1	3	211	7

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A10: Liczba osób z niepełnosprawnością na rok 2018–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	3230	37	9	115	3069	46
5–9	6134	84	69	238	5742	153
10–14	7230	102	76	409	6643	178
15–19	6145	68	68	272	5737	136
20–24	5651	110	50	257	5234	160
25–29	6998	101	40	306	6551	141
30–34	11608	236	66	528	10779	302
35–39	19509	383	189	886	18050	572
40–44	27577	506	304	1349	25418	810
45–49	33628	587	356	1800	30884	944
50–54	48389	819	555	2646	44369	1374
55–59	76797	1316	884	4172	70426	2200
60–64	124881	2507	1196	6028	115150	3703
65–69	152703	2805	1253	6628	142017	4058
70–74	128142	2361	784	5723	119275	3144
75–79	122649	1718	786	4994	115151	2504
80–84	124677	1497	719	4903	117557	2216
85–84	96890	1173	597	3709	91412	1769
90–94	35817	467	213	1307	33830	680
95–96	7888	112	41	275	7460	153
100 i więcej	934	23	3	23	885	26

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A11: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2023–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	5446	85	62	225	5075	146
5–9	9428	144	72	423	8788	217
10–14	11409	152	106	569	10582	258
15–19	9030	107	109	406	8409	216
20–29	8305	117	103	422	7662	220
25–29	10088	140	100	522	9326	240
30–34	15396	268	132	801	14195	400
35–39	23906	470	227	1127	22082	697
40–44	34836	683	444	1756	31954	1127
45–49	45505	983	549	2006	41967	1531
50–54	51915	825	553	2722	47816	1377
55–59	62626	978	638	3698	57312	1616
60–64	88223	1421	932	5136	80733	2353
65–69	122851	1957	1321	5793	113780	3279
70–74	117940	1949	1017	5424	109550	2966
75–79	82852	1534	604	3878	76836	2138
80–84	56074	954	335	2795	51989	1290
85–89	39347	711	272	1983	36383	982
90–94	15888	335	115	742	14696	450
95–99	3028	82	20	124	2802	102
100 i więcej	263	8	1	6	248	9

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A12: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2023–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	3833	46	12	138	3635	59
5–9	6482	106	81	244	6051	187
10–14	8699	132	101	482	7984	233
15–19	7240	81	83	302	6774	163
20–29	5651	115	57	257	5223	172
25–29	6949	95	44	307	6502	139
30–34	11934	227	76	580	11052	303
35–39	21678	500	224	991	19963	724
40–44	33532	672	395	1610	30855	1067
45–49	44299	831	504	2238	40725	1335
50–54	55921	1017	691	2986	51227	1708
55–59	71540	1252	916	4165	65206	2169
60–64	116937	2116	1236	6427	107158	3352
65–69	175182	3093	1576	7746	162766	4670
70–74	195517	3179	1198	8075	183065	4377
75–79	156453	2425	1074	5960	146995	3499
80–84	127522	1548	726	4845	120402	2275
85–89	109942	1385	695	4355	103507	2080
90–94	47764	814	362	1884	44703	1177
95–99	12528	230	93	466	11740	323
100 i więcej	1131	25	8	41	1058	32

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A13: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2028–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	5418	85	66	227	5040	151
5–9	10577	158	87	484	9848	245
10–14	12025	187	121	597	11120	309
15–19	10889	143	144	483	10119	288
20–29	9735	140	128	465	9003	268
25–29	9993	145	109	518	9221	254
30–34	14629	254	136	768	13470	391
35–39	23566	433	242	1195	21696	675
40–44	37623	834	510	1924	34354	1345
45–49	54329	1262	697	2358	50011	1960
50–54	67958	1158	759	3369	62672	1917
55–59	72957	1226	804	4099	66827	2030
60–64	84053	1425	976	5216	76436	2401
65–69	117117	1755	1334	6207	107822	3088
70–74	140035	2206	1328	6755	129747	3534
75–79	129310	2050	963	5873	120424	3012
80–84	77269	1377	507	3660	71724	1884
85–89	41708	770	303	2090	38544	1074
90–94	18108	404	144	961	16600	547
95–99	4372	135	34	212	3991	169
100 i więcej	415	19	2	13	382	21

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A14: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2028–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	4183	49	15	153	3966	63
5–9	6933	125	97	265	6446	223
10–14	9168	165	117	493	8392	282
15–19	8833	107	111	361	8254	219
20–29	6865	135	71	295	6364	206
25–29	7181	102	51	318	6709	153
30–34	11741	213	81	577	10870	294
35–39	21320	475	244	1039	19563	718
40–44	36534	860	459	1765	33451	1319
45–49	53366	1089	648	2647	48982	1738
50–54	72168	1415	956	3639	66158	2371
55–59	81619	1539	1124	4641	74315	2663
60–64	108452	1986	1271	6388	98806	3258
65–69	163639	2618	1616	8235	151170	4234
70–74	227728	3522	1524	9585	213097	5046
75–79	236745	3294	1622	8333	223496	4916
80–84	164089	2206	1001	5835	155047	3206
85–89	111984	1432	700	4286	105567	2132
90–94	53404	965	425	2224	49789	1390
95–99	16719	399	157	671	15492	557
100 i więcej	1799	50	18	68	1663	68

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A15: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2033–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	5594	88	73	233	5200	161
5–9	10523	156	92	489	9787	248
10–14	13334	205	142	674	12312	348
15–19	11470	179	165	505	10620	345
20–29	11850	187	170	558	10935	357
25–29	11936	176	137	582	11042	313
30–34	14575	260	149	768	13399	409
35–39	22146	410	244	1133	20359	654
40–44	36147	760	525	1986	32877	1285
45–49	58241	1506	796	2565	53374	2302
50–54	81000	1496	963	3955	74587	2459
55–59	94880	1704	1097	5045	87035	2801
60–64	96762	1766	1214	5714	88068	2979
65–69	110366	1754	1378	6234	101000	3133
70–74	134664	1983	1348	7295	124038	3331
75–79	154710	2325	1263	7370	143752	3588
80–84	121601	1852	813	5591	113345	2665
85–89	56922	1110	454	2711	52648	1564
90–94	18816	439	160	1009	17207	599
95–99	4993	163	42	274	4513	206
100 i więcej	598	31	3	22	542	34

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A16: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2033–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	4733	52	18	172	4491	70
5–9	6815	126	103	263	6324	228
10–14	9784	191	140	533	8919	332
15–19	9438	137	131	374	8795	268
20–29	8640	177	98	364	8001	275
25–29	9021	125	66	378	8452	191
30–34	12021	223	92	592	11114	315
35–39	20060	439	245	987	18389	684
40–44	35235	807	485	1812	32132	1291
45–49	57611	1373	749	2875	52614	2122
50–54	85175	1823	1204	4216	77932	3026
55–59	103975	2119	1534	5584	94739	3653
60–64	123184	2404	1551	7089	112140	3955
65–69	151390	2458	1653	8165	139114	4111
70–74	215939	2999	1581	10341	201019	4580
75–79	273246	3680	2038	9798	257730	5718
80–84	250590	3032	1521	8233	237803	4554
85–89	143512	2037	959	5142	135374	2996
90–94	53582	1000	431	2202	49948	1432
95–99	18678	473	185	791	17230	657
100 i więcej	2406	87	30	98	2191	116

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A17: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2038–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	6154	100	85	252	5717	185
5–9	10863	157	101	502	10103	258
10–14	13113	201	149	672	12091	350
15–19	12708	200	194	570	11744	394
20–29	12604	234	197	590	11583	431
25–29	14802	236	185	712	13669	421
30–34	17505	312	186	868	16139	498
35–39	21824	415	261	1120	20027	677
40–44	33105	707	512	1834	30051	1220
45–49	55482	1345	808	2625	50704	2153
50–54	86688	1794	1099	4298	79498	2892
55–59	112371	2178	1381	5885	102926	3559
60–64	124348	2424	1635	6953	113336	4060
65–69	125751	2165	1693	6760	115133	3858
70–74	127990	1983	1402	7388	117217	3385
75–79	149918	2096	1290	8017	138515	3386
80–84	146686	2114	1072	7072	136428	3186
85–89	88681	1495	717	4099	82370	2212
90–94	25175	634	240	1305	22996	874
95–99	5196	178	47	288	4683	225
100 i więcej	680	37	4	28	611	41

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A18: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2038–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	5707	60	23	204	5420	83
5–9	6944	128	110	267	6439	238
10–14	9594	189	147	529	8729	336
15–19	10209	164	158	410	9476	322
20–29	9529	221	119	390	8799	340
25–29	11732	169	93	483	10987	262
30–34	14953	269	116	698	13870	385
35–39	19649	447	263	969	17970	710
40–44	32503	737	474	1688	29604	1211
45–49	55049	1275	778	2923	50074	2053
50–54	90097	2257	1364	4485	81991	3621
55–59	121156	2701	1905	6387	110162	4606
60–64	156225	3258	2105	8498	142363	5364
65–69	171599	2972	2010	9045	157572	4982
70–74	202763	2828	1638	10410	187887	4466
75–79	256572	3162	2088	10465	240857	5251
80–84	291752	3426	1923	9764	276638	5349
85–89	218234	2803	1448	7228	206754	4252
90–94	67681	1426	595	2659	63002	2021
95–99	18720	490	187	782	17260	677
100 i więcej	2686	102	34	115	2434	137

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A19: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2043–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	6955	121	104	280	6451	225
5–9	11948	173	117	542	11115	291
10–14	13378	202	160	682	12333	362
15–19	12487	200	201	568	11518	402
20–29	14095	262	232	672	12929	494
25–29	16037	293	218	767	14758	511
30–34	21832	411	251	1070	20100	662
35–39	25923	495	322	1254	23853	817
40–44	31795	705	531	1766	28793	1236
45–49	50417	1226	780	2407	46004	2006
50–54	82536	1616	1109	4389	75423	2725
55–59	119518	2585	1566	6355	109012	4151
60–64	145554	3063	2034	8017	132440	5097
65–69	159948	2962	2255	8141	146589	5217
70–74	147060	2447	1734	8085	134794	4181
75–79	143565	2099	1350	8181	131934	3449
80–84	143328	1918	1102	7753	132555	3020
85–89	105934	1707	934	5133	98161	2640
90–94	38403	857	378	1966	35202	1235
95–99	6966	257	71	372	6266	327
100 i więcej	706	40	5	29	632	45

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A20: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2043–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	7054	75	30	247	6702	105
5–9	7538	141	126	284	6987	267
10–14	9747	189	157	535	8866	346
15–19	10149	167	167	413	9402	334
20–29	10633	260	148	441	9783	408
25–29	13359	214	116	536	12494	330
30–34	19265	352	162	884	17866	515
35–39	23367	528	316	1093	21431	844
40–44	31216	740	496	1625	28356	1236
45–49	50307	1152	751	2697	45708	1903
50–54	84337	2065	1382	4464	76426	3447
55–59	126558	3308	2133	6708	114409	5440
60–64	181230	4091	2602	9683	164854	6693
65–69	217206	4024	2719	10825	199638	6743
70–74	233314	3429	2021	11715	216149	5450
75–79	238602	3005	2140	10434	223024	5145
80–84	276282	2982	1982	10514	260804	4964
85–89	253036	3169	1818	8535	239514	4987
90–94	101277	1971	903	3760	94642	2874
95–99	23640	698	258	944	21741	955
100 i więcej	2689	106	35	114	2435	141

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A21: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2048–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	7733	145	123	310	7155	268
5–9	13500	204	142	604	12550	345
10–14	14542	222	183	729	13407	406
15–19	12731	206	215	576	11734	421
20–29	13979	263	243	675	12798	506
25–29	18275	334	261	890	16790	595
30–34	23788	497	297	1160	21834	793
35–39	31977	644	427	1529	29377	1072
40–44	36788	825	634	1927	33401	1459
45–49	48050	1196	799	2301	43754	1995
50–54	74910	1484	1066	4020	68341	2550
55–59	113090	2309	1566	6446	102770	3875
60–64	153036	3592	2280	8555	138610	5871
65–69	185271	3729	2773	9290	169479	6502
70–74	188633	3346	2329	9827	173131	5675
75–79	166214	2591	1681	9027	152915	4272
80–84	138379	1931	1162	7976	127310	3093
85–89	102494	1550	949	5567	94429	2498
90–94	44970	981	492	2451	41046	1473
95–99	10622	347	111	560	9603	459
100 i więcej	945	58	7	38	842	65

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A22: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2048–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	8535	94	40	295	8106	133
5–9	8395	167	150	309	7769	317
10–14	10550	206	178	568	9598	384
15–19	10456	173	180	423	9681	353
20–29	10899	262	161	458	10017	423
25–29	15398	259	148	627	14364	408
30–34	21731	428	199	973	20131	627
35–39	28799	675	418	1323	26383	1093
40–44	36386	860	584	1797	33145	1444
45–49	47868	1142	777	2572	43377	1919
50–54	75500	1837	1304	4034	68326	3141
55–59	116986	3000	2127	6588	105271	5127
60–64	188463	4928	2904	10129	170502	7832
65–69	251427	5046	3352	12313	230716	8398
70–74	299812	4655	2774	14245	278138	7430
75–79	272087	3668	2613	11633	254173	6281
80–84	259103	2865	2046	10571	243621	4911
85–89	238636	2764	1860	9145	224867	4624
90–94	115682	2238	1138	4464	107843	3375
95–99	35302	966	390	1334	32612	1356
100 i więcej	3397	150	48	137	3062	198

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A23: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2053–mężczyźni

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	8331	165	141	336	7690	306
5–9	15005	238	168	670	13929	406
10–14	16239	260	218	803	14958	478
15–19	13831	231	246	614	12740	477
20–29	14383	271	262	691	13159	533
25–29	18470	340	278	912	16939	618
30–34	27263	564	356	1354	24989	920
35–39	34463	767	497	1640	31558	1264
40–44	44229	1055	817	2289	40069	1871
45–49	55191	1370	946	2494	50381	2316
50–54	71295	1456	1089	3837	64912	2546
55–59	101990	2100	1493	5866	92531	3593
60–64	143113	3177	2245	8569	129123	5422
65–69	192732	4356	3075	9808	175493	7431
70–74	220341	4211	2886	11315	201928	7098
75–79	214837	3546	2274	11062	197955	5820
80–84	161510	2394	1457	8876	148782	3852
85–89	98011	1559	989	5669	89794	2548
90–94	42675	894	500	2647	38634	1394
95–99	12451	398	144	699	11209	543
100 i więcej	1432	78	11	57	1287	89

Źródło: Opracowanie własne.

Tabela A24: Prognoza osób z niepełnosprawnością na rok 2053–kobiety

Grupa wieku	Polska	Kraków	Obwarzanek	R_MaPol	R_Pol	KOM
0–4	9977	111	50	345	9470	161
5–9	9157	198	176	333	8450	374
10–14	11714	240	210	617	10646	450
15–19	11479	194	207	455	10623	401
20–29	11576	268	179	485	10644	447
25–29	16318	272	166	672	15208	438
30–34	24820	506	249	1128	22937	755
35–39	31088	795	488	1393	28412	1283
40–44	43965	1083	754	2132	39996	1837
45–49	55270	1312	905	2819	50233	2217
50–54	70386	1793	1318	3769	63507	3111
55–59	103399	2645	1976	5876	92901	4621
60–64	173420	4409	2875	9902	156234	7285
65–69	260810	6067	3737	12855	238151	9803
70–74	352255	5854	3472	16458	326470	9326
75–79	346590	5013	3550	14017	324009	8563
80–84	298027	3532	2517	11891	280086	6049
85–89	222895	2656	1908	9153	209178	4564
90–94	107526	1961	1168	4804	99592	3130
95–99	40275	1096	490	1581	37108	1586
100 i więcej	5059	207	72	194	4586	279

Źródło: Opracowanie własne.

Bibliografia

- Allenby, G. M. and Rossi, P. E. (2006). Hierarchical Bayes models. *The handbook of marketing research: Uses, misuses, and future advances*, pages 418–440.
- Allenby, G. M., Rossi, P. E., and McCulloch, R. E. (2005). Hierarchical Bayes models: A practitioners guide. *Social Science Research Network, Rochester, NY*.
- Antczak, R., Grabowska, I., and Polańska, Z. (2018). Podstawy i źródła danych statystyki osób niepełnosprawnych. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, (2):21–43.
- Bartosińska, D. (2008). Analiza porównawcza gospodarstw rolnych. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 1(12):11–26.
- Battese, G. E., Harter, R. M., and Fuller, W. A. (1988). An error-components model for prediction of county crop areas using survey and satellite data. *Journal of the American Statistical Association*, 83(401):28–36.
- Bell, W. R., Datta, G. S., and Ghosh, M. (2013). Benchmarking small area estimators. *Biometrika*, 100(1):189–202.
- Beręsewicz, M. and Szymkowiak, M. (2011). Kilka uwag na temat metod ważenia w badaniach marketingowych z brakami odpowiedzi. *Zeszyty Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu*, 1(204):116–124.
- Bieszk-Stolorz, B. and Markowicz, I. (2014). Economical activity of the Polish population. *Folia Oeconomica Stetinensia*, 14(2):198–210.
- Bijak, J. (2010). *Forecasting international migration in Europe: A Bayesian view*, volume 24. Springer Science & Business Media.

- Bochkina, Natalia A and Green, P. J. (2014). The Bernstein–von Mises theorem and nonregular models.
- Bolstad, W. (2007). *Introduction to Bayesian statistics*. John Wiley & Sons.
- Boonstra, H. (2012). hbsae: Hierarchical Bayesian small area estimation. *R package version*, 1.
- Bracha, C., Lednicki, B., and Wieczorkowski, R. (2004). *Wykorzystanie złożonych metod estymacji do dezagregacji danych z Badania Aktywności Ekonomicznej Ludności w roku 2003*. GUS, ZBSE.
- Bucyibaruta, G. (2014). *Statistical Models for Small Area Estimation*. PhD thesis, Centro de Investigación en Matemáticas.
- Buelens, B., de Wolf, P.-P., and Zeelenberg, K. (2015). Model-based estimation at Statistics Netherlands. Technical report, Discussion Paper, Statistics Netherlands, The Hague.
- Burzyńska, M. and Maniecka-Bryła, I. (2015). Niepełnosprawność osób starszych jako czynnik determinujący korzystanie z usług pomocy społecznej. *Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica*, 4(315):29–41.
- Butlewski, M. (2018). *Projektowanie ergonomiczne wobec dynamiki deficytów zasobów ludzkich*. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej.
- Chiang, C. L. (1972a). A general migration process. In *Population Dynamics*, pages 333–355. Elsevier.
- Chiang, C. L. (1972b). On constructing current life tables. *Journal of the American Statistical Association*, 67(339):538–541.
- Clyde, M. and George, E. I. (2004). Model uncertainty. *Statistical Science*, 19(1):81–94.
- Coale, A. J., Demeny, P., and Vaughan, B. (2013). *Regional model life tables and stable populations: studies in population*. Elsevier.
- Coale, A. J. and Trussell, T. J. (1974). Model fertility schedules: Variations in the age structure of childbearing in human populations. *Population Index*, 40(2):185–258.
- Cowles, K., Kass, R., and O’Hagan, T. (2009). What is Bayesian analysis. *International Society for Bayesian Analysis*.

- Datta, G. S. and Ghosh, M. (1991). Bayesian Prediction in Linear Models: Applications to Small Area Estimation. *The Annals of Statistics*, 19(4):1748–1770.
- Datta, G. S., Ghosh, M., Steorts, R., and Maples, J. (2011). Bayesian benchmarking with applications to small area estimation. *Test*, 20(3):574–588.
- Dehnel, G. (2010). *Rozwój mikroprzedsiębiorczości w Polsce w świetle estymacji dla małych domen*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego.
- Dehnel, G. and Klimanek, T. (2016). Disability in the national censuses of 2002 and 2011—a comparison of information scope. 5:127–141.
- Domański, C. and Pruska, K. (2001). *Metody statystyki małych obszarów*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Doyle, A. C. (1992). *The adventures of Sherlock Holmes*. Wordsworth Editions.
- Dygaszewicz, J. (2007). Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011. Założenia metodyczne. Materiał na posiedzenie Rady Programowej Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 r. 4 września 2007. Maszynopis powielony.
- Dygaszewicz, J. (2009). Spisy powszechne XXI wieku. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 54(06):13–27.
- Dygaszewicz, J. (2017). New methodology in the field of combining administrative sources and direct data collection. Workshop on Modernization of Official Statistics in Qatar. <https://www.psa.gov.qa/en/media1/events/Pages/01dEventsLayout/sdgworkshop1.aspx>.
- Dykcik, W. (2003). Pedagogika specjalna wobec aktualnych sytuacji i problemów życiowych osób niepełnosprawnych. *Cz. II*.
- Evans, D., Clay, S., Herring, I., Sullivan, J., and Vekaria, R. (2012). Family resources survey: United Kingdom 2010/11.
- Fabrizi, E., Giusti, C., Salvati, N., and Tzavidis, N. (2014). Mapping average equivalized income using robust small area methods. *Papers in Regional Science*, 93(3):685–701.
- Fabrizi, E., Salvati, N., and Pratesi, M. (2012). Constrained small area estimators based on M-quantile methods. *Journal of Official Statistics*, 28(1):89.

- Fay III, R. E. and Herriot, R. A. (1979). Estimates of income for small places: an application of James-Stein procedures to census data. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366a):269–277.
- Feeney, G. M. (1970). Stable age by region distributions. *Demography*, 7(3):341–348.
- Frejka, T. and Gietel-Basten, S. (2016). Fertility and family policies in Central and Eastern Europe after 1990. *Comparative Population Studies* 41 (1), 3–56.
- Gałkowski, T. (1997). Wokół definicji pojęcia „osoba niepełnosprawna”–doświadczenia europejskie. *Problemy Rehabilitacji Społecznej i Zawodowej*, 3:153.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., and Rubin, D. B. (1995). *Bayesian data analysis*. Chapman and Hall/CRC.
- Ghosh, M., Kubokawa, T., and Kawakubo, Y. (2015). Benchmarked empirical Bayes methods in multiplicative area-level models with risk evaluation. *Biometrika*, 102(3):647–659.
- Ghosh, M. and Steorts, R. C. (2013). Two-stage benchmarking as applied to small area estimation. *Test*, 22(4):670–687.
- Giełda, M. (2015). Pojęcie niepełnosprawności. *Prawno-administracyjne aspekty sytuacji osób*.
- Gołata, E. (2004). Estymacja pośrednia bezrobocia na lokalnym rynku pracy. *Prace Habilitacyjne/Akademia Ekonomiczna w Poznaniu*, 1(11).
- Gołata, E. and Dehnel, G. (2021). Credibility of disability estimates from the 2011 population census in Poland. *Statistics in Transition new series*, 22(2).
- Gołata, E. et al. (2018). *Koniec ery tradycyjnych spisów ludności*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu.
- Gruszka, J. and Ulman, P. (2017). Niepełnosprawność w badaniach statystyki publicznej. wykorzystanie administracyjnych źródeł danych. *Folia Oeconomica Cracoviensia*, 1(LVIII).
- Grzenda, W. (2017). Modelling the duration of the first job using bayesian accelerated failure time models. *Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica*, 4(330).
- GUS (2003). Osoby niepełnosprawne oraz ich gospodarstwa domowe, cz. I. *Osoby niepełnosprawne*, Warszawa.

- GUS (2011a). Metodologia Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań 2011 r. notatka na posiedzenie Komisji Metodologicznej. Listopad 2011. Maszynopis powielony. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2011b). Stan zdrowia ludności Polski w 2009 r. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2012). Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań. raport z wyników. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2013). Aktywność ekonomiczna ludności. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2014a). Sytuacja demograficzna osób starszych i konsekwencje starzenia się ludności Polski w świetle prognozy na lata 2014–2050. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2014b). Wybrane aspekty aktywności ekonomicznej ludności. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2015). Obszary wiejskie. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań. *GUS, Warszawa, Olsztyn.*
- GUS (2021). Trwanie życia w zdrowiu w 2020 r. *GUS, Warszawa.*
- GUS (2022). Trwanie życia w zdrowiu w 2021 r. *GUS, Warszawa.*
- GUS, Krzeczowska, E. (1981). Narodowy Spis Powszechny z dnia 7.12.1978 r.: ludność, gospodarstwa domowe i warunki mieszkaniowe.
- Gutowska, A. (2015). (Nie) pełnosprawna starość–przyczyny, uwarunkowania, wsparcie. *Interdyscyplinarne Konteksty Pedagogiki Specjalnej*, 1(8):9–33.
- Hailperin, T. (1996). *Sentential probability logic: Origins, development, current status, and technical applications.* Lehigh University Press.
- Harrell, F. (2019). A litany of problems with p-values.
- Hoem, J. M. (1977). A Markov chain model of working life tables. *Scandinavian Actuarial Journal*, 1977(1):1–20.

- Hoem, J. M. and Fong, M. S. (1976). *A Markov chain model of working life tables: a new method for the construction of tables of working life*. University of Copenhagen, Laboratory of Actuarial Mathematics.
- Horvitz, D. G. and Thompson, D. J. (1952). A generalization of sampling without replacement from a finite universe. *Journal of the American statistical*, 260(47).
- Howson, C. (2001). The logic of Bayesian probability. *Foundations of Bayesianism*, pages 137–159.
- Hyrenius, H. (1959). Population growth and replacement.
- Inaba, H. (2009). The net reproduction rate and the type-reproduction number in multiregional demography. *Vienna Yearbook of Population Research*, pages 197–215.
- Jaynes, E. T. and Bretthorst, G. (2009). Probability theory: The logic of science. 2003. *Cambridge, UK: Cambridge University Press Google Scholar*.
- Jędrzejczak, A. and Pekasiewicz, D. (2020). Changes in income distribution for different family types in Poland. *International Advances in Economic Research*, 26(2):135–146.
- Jurkiewicz, T. and Najman, K. (2005). Proposition of applying k-means classification method and the som type neural network to improve the efficiency of small domains estimation in a representative study of small and medium-sized enterprises. *Acta Universitatis Lodzianis. Folia Oeconomica*, 194.
- Kędelski, M. and Paradysz, J. (2006). *Demografia*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej.
- Keyfitz, N. (1968). Introduction to the mathematics of population. Technical report, The Australian and New Zealand Journal of Sociology.
- Keyfitz, N. (1977). Introduction to the Mathematics of the Population with Revisions, Addition.
- Kilian, M. and Śmiechowska-Petrovskij, E. (2018). *Niepełnosprawność w okresie późnej dorosłości*. Oficyna Wydawnicza „Impuls”.
- Klimanek, T. and Szymkowiak, M. (2012). Zastosowanie estymacji pośredniej uwzględniającej korelację przestrzenną w opisie niektórych charakterystyk rynku pracy,[w:] Klasyfikacja i analiza danych-teoria i zastosowania. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 1(242):601–609.

- Kordos, J. (1987). *Dokładność danych w badaniach społecznych*, volume 35. Główny Urząd Statystyczny.
- Kordos, J. (1988). *Quality of statistical data: Jakość danych statystycznych*. Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Kordos, J. (2016). Statystyka małych obszarów, a zarządzanie jakością. *Zarządzanie. Teoria i Praktyka*, 15(1):25–34.
- Kostrubiec, S. (2002). Osoby niepełnosprawne na rynku pracy w latach 1995–2000. *Biuletyn IGS/Szkoła Główna Handlowa. Instytut Gospodarstwa Społecznego*, 1(1-4):89–129.
- Kryńska, E. (2013). Analiza sytuacji osób niepełnosprawnych w Polsce i Unii Europejskiej. *Raport przygotowany w ramach projektu „Zatrudnienie osób niepełnosprawnych-perspektywy wzrostu”*, IPiSS, Warszawa.
- Krywult-Albańska, M. et al. (2012). Spis powszechny jako źródło informacji o ludności. *Studia Socjologiczne*, 207(4):87–107.
- Kubacki, J. et al. (2014). Zastosowanie hierarchicznej estymacji bayesowskiej w szacowaniu wartości dochodów ludności w powiatach. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 59(09):21–45.
- Kupiszewski, M. (2002). *Modelowanie dynamiki przemian ludności w warunkach wzrostu znaczenia migracji międzynarodowych*, volume 181. IGiPZ PAN.
- Kurkiewicz, J. (2010). *Procesy demograficzne i metody ich analizy*. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie.
- Le-Rademacher, J. G., Therneau, T. M., and Ou, F.-S. (2022). The utility of multistate models: A flexible framework for time-to-event data. *Current Epidemiology Reports*, 9(3):183–189.
- Lee, R. (2000). The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American actuarial journal*, 4(1):80–91.
- Lee, R. D. (1993). Modeling and forecasting the time series of US fertility: Age distribution, range, and ultimate level. *International Journal of forecasting*, 9(2):187–202.
- Lee, R. D. and Carter, L. R. (1992). Modeling and forecasting US mortality. *Journal of the American statistical association*, 87(419):659–671.

- Leslie, P. H. (1945). On the use of matrices in certain population mathematics. *Biometrika*, 33(3):183–212.
- Lindley, D. V. and Smith, A. F. (1972). Bayes estimates for the linear model. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 34(1):1–18.
- Mayou, R. (1972). Sociology in medicine. *The British Journal of Psychiatry*, 121(560):110–110.
- Meira-Machado, L., de Uña-Álvarez, J., Cadarso-Suárez, C., and Andersen, P. K. (2009). Multi-state models for the analysis of time-to-event data. *Statistical methods in medical research*, 18(2):195–222.
- Morales, D., Esteban, M. D., Pérez, A., and Hobza, T. (2021). Fay–Herriot Models. In *A Course on Small Area Estimation and Mixed Models*, pages 419–459. Springer.
- Nandram, B. and Sayit, H. (2011). A Bayesian analysis of small area probabilities under a constraint. *Survey Methodology*, 37(2):137–152.
- Nations, U. (2022a). Global indicator framework for the sustainable development goals and targets of the 2030 agenda for sustainable development. <https://unstats.un.org/sdgs/indicators/indicators-list/>.
- Nations, U. (2022b). World population prospects 2022, online edition.
- Niemiro, W. and Wesolowski, J. (2012). Linear estimation and prediction under model-design approach with small area effects. *Statistics*, 46(4):523–547.
- Nordholt, E. S., Hartgers, M., and Gircour, R. (2004). The dutch virtual census of 2001. *Analysis and Methodology*.
- Nordholt, E. S. and Netherlands, S. (2015). The dutch census 2011. *Statistika*, 95(1):86–92.
- Nowak-Kapusta, Z., Franek, G., Leszczyńska, K., and Ćmiel-Giergielewicz, M. (2017). Charakterystyka wybranych elementów sytuacji społeczno-zdrowotnej mieszkańców domów pomocy społecznej z uwzględnieniem występowania u nich objawów depresji. *Gerontologia Polska*, 25:5–11.
- Paradysz, J. (2009). Ocena dobroci estymacji dla małych obszarów. *Zeszyty Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu*, (128):19–28.

- Paradysz, J. (2010). Konieczność estymacji pośredniej w spisach powszechnych. *Zeszyty Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu*, (149):45–66.
- Paradysz, J. (2019). Respondent grupowy, jako główna przyczyna błędów nielosowych w NSP 2011 i, nie daj boże, w NSP 2021. 230 lat Statystyki Publicznej w Polsce. od Spisu Ludności Rzeczypospolitej Obojga Narodów do Narodowego Spisu Powszechnego 2021. Maszynopis powielony.
- Paradysz, J., Butlewski, M., and Paradysz, K. (2020a). Hybrydowa prognoza demograficzna dla Krakowa na lata 2020–2050 według 18 pomocniczych dzielnic”–etap I. Maszynopis powielony.
- Paradysz, J., Butlewski, M., and Paradysz, K. (2020b). Hybrydowa prognoza demograficzna Krakowskiego Obszaru Funkcjonalnego (KrOF) w latach 2019–2050. Wydział Strategii, Planowania i Monitorowania Inwestycji, Urząd Miasta Krakowa. Maszynopis powielony.
- Paradysz, J. and Paradysz, K. (2022). Prognoza demograficzna dla Miejskiego Obszaru Funkcjonalnego Krakowa 2022–2050. Maszynopis powielony.
- Pędich, W. (2000). Postulaty Polskiego Towarzystwa Gerontologicznego dotyczące opieki nad ludźmi starymi w reformowanym systemie ochrony zdrowia w Polsce. *Sytuacja zdrowotna osób starych w Polsce–aspekt medyczny i społeczno-demograficzny*. Łódź: Oficyna Wydawnicza „Impuls”.
- Pędziwiatr, K., Stonawski, M., and Brzozowski, J. (2021). Imigranci w Krakowie w 2020 roku.
- Pfeffermann, D. (2013). New important developments in small area estimation. *Statistical Science*, 28(1):40–68.
- Pfeffermann, D. and Barnard, C. H. (1991). Some new estimators for small-area means with application to the assessment of farmland values. *Journal of Business & Economic Statistics*, 9(1):73–84.
- Pfeffermann, D., Sikov, A., and Tiller, R. (2014). Single-and two-stage cross-sectional and time series benchmarking procedures for small area estimation. *Test*, 23(4):631–666.
- Pfeffermann, D. and Tiller, R. (2006). Small-area estimation with state–space models subject to benchmark constraints. *Journal of the American Statistical Association*, 101(476):1387–1397.

- Piasecki, M. and Stępnia, M. (2002). *Osoby z niepełnosprawnością w polityce Organizacji Narodów Zjednoczonych*. Norbertinum.
- Pietrzak, M., Józefowski, T., Klimanek, T., and Szymkowiak, M. (2018). Niepełnosprawność w świetle estymacji pośredniej na przykładzie województwa wielkopolskiego. *Estymacja pośrednia w zakresie badania niepełnosprawności na podstawie NSP 2011*.
- Podgórska, M., Męczarski, M., and Kowalczyk, B. (1994). Statystyczne i ekonometryczne miary zróżnicowania wyników w badaniach koniunktury (etap 1), badania statutowe (opracowanie). *Kolegium Analiz Ekonomicznych SGH, Warszawa*.
- Raftery, A. E., Li, N., Ševčíková, H., Gerland, P., and Heilig, G. K. (2012). Bayesian probabilistic population projections for all countries. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(35):13915–13921.
- Ranalli, M. G., Montanari, G. E., and Vicarelli, C. (2018). Estimation of small area counts with the benchmarking property. *Metron*, 76(3):349–378.
- Rao, J. N. K. (2003). *Some new developments in small area estimation*. 3.
- Rao, J. N. K. and Molina, I. (2015). *Small area estimation*. John Wiley & Sons.
- Rogers, A. (1975). *Introduction to multiregional mathematical demography*. Krieger Publishing Company.
- Rogers, A. (1986). Parameterized multistate population dynamics and projections. *Journal of the American Statistical Association*, 81(393):48–61.
- Rogers, A. (1990). Requiem for the net migrant. *Geographical analysis*, 22(4):283–300.
- Rogers, A. (2020). Regional population projection models.
- Rogers, A. and Castro, L. J. (1981). Model migration schedules.
- Rogers, A. and Little, J. S. (1994). Parameterizing age patterns of demographic rates with the multiexponential model schedule. *Mathematical Population Studies*, 4(3):175–195.
- Rogers, A. and Planck, F. (1984). Parametrized multistate population projections.
- Rogers, A. and Willekens, F. (1978). Spatial population analysis: Methods and computer programs, IIASA, luxembourg 1978. Technical report, RR-78-18.

- Rossa, A. and Socha, L. (2013). Proposition of a hybrid stochastic Lee-Carter mortality model. *Advances in Methodology and Statistics*, 10(1):1–16.
- Rossa, A., Socha, L., and Szymański, A. (2011). Analiza i modelowanie umieralności w ujęciu dynamicznym. *Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź*.
- Rossa, A., Szymański, A., and Socha, L. (2018). *Hybrid Dynamic and Fuzzy Models of Morality*. Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego.
- Schoen, R. and Land, K. C. (1979). A general algorithm for estimating a Markov-generated increment-decrement life table with applications to marital-status patterns. *Journal of the American Statistical Association*, 74(368):761–776.
- Skóra, M. et al. (2021). Ewolucja pojęcia niepełnosprawności w unijnym i polskim prawie pracy. *Białostockie Studia Prawnicze*, 2(26):189–200.
- Slany, K. (2014). Osoby niepełnosprawne w świetle Narodowego Spisu Powszechnego Ludności i Mieszkań z 2011 r.–wybrane aspekty. *Niepełnosprawność–zagadnienia, problemy, rozwiązania*, 2(11):44–62.
- Śleszyński, P. (2004). Regionalne różnice pomiędzy liczbą ludności według Narodowego Spisu Powszechnego w 2002 r. i rejestrowaną na podstawie ewidencji bieżącej. *Studia Demograficzne*, 145(1):93–103.
- Steorts, R. C. (2014). Smoothing, clustering, and benchmarking for small area estimation. *arXiv preprint arXiv:1410.7056*.
- Strzelecki, Z. (1991). Inwalidzi w polsce w latach 1978–1988. *Seria Materiały i Opracowania Statystyczne NSP 88*.
- Strzelecki, Z., Toczyński, T., and Latuch, K. (2002). *Spisy ludności Rzeczypospolitej Polskiej, 1921–2002: wybór pism demografów*. Polskie Tow. Demograficzne.
- Sullivan, D. F. (1971). A single index of mortality and morbidity. *HSMHA health reports*, 86(4):347.
- Szreder, M. (1994). *Informacje a priori w klasycznej i bayesowskiej estymacji modeli regresji*. Number 196 in 1. Wydawn. Uniwersytetu Gdańskiego.

- Szreder, M. (2016). O niektórych nowych wyzwaniach i oczekiwaniach wobec statystyki. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, 61(06):1–9.
- Szymkowiak, M. (2017). Podejście kalibracyjne wykorzystujące analizę składowych głównych w badaniach statystycznych z brakami odpowiedzi. *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, 1(468):230–238.
- Szymkowiak, M. (2019). *Podejście kalibracyjne w badaniach społeczno-ekonomicznych*. Wydawnictwo UEP.
- Szymkowiak, M., Młodak, A., and Wawrowski, Ł. (2017). Mapping poverty at the level of sub-regions in Poland using indirect estimation. *Statistics in Transition*, 609:609–635.
- Toto, M. C. S. and Nandram, B. (2010). A bayesian predictive inference for small area means incorporating covariates and sampling weights. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 140(11):2963–2979.
- Trębicka-Postrzygacz, B. (2017). About disability in definitions and regulations in the perspective of social inclusion. *Student Niepełnosprawny, Szkice i rozprawy*, 1(17(10)).
- UK, G. (2021). Family resources survey: financial year 2019 to 2020. URL: <https://www.gov.uk/government/statistics/family-resources-survey-financial-year-2019-to-2020/family-resources-survey-financial-year-2019-to-2020>.
- United Nations (2019). World population prospects 2019, online edition. rev. 1. *United Nations*.
- USP (2012). Raport z wyników w województwie wielkopolskim. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011. *USP, Poznań*.
- USP (2014). Ludność i gospodarstwa domowe w województwie wielkopolskim. stan i struktura społeczno-ekonomiczna. Narodowy Spis Powszechny Ludności i Mieszkań 2011. *USP, Poznań*.
- Van der Gaag, N., Bijwaard, G., de Beer, J., and Bonneux, L. (2015). A multistate model to project elderly disability in case of limited data. *Demographic Research*, 32:75–106.
- Waal, T. d. (2016). Obtaining numerically consistent estimates from a mix of administrative data and surveys. *Statistical Journal of the IAOS*, 32(2):231–243.

- Wang, B., Eliason, R. W., Richards, S. M., Hertzler, L. W., and Koenigshof, S. (2008). Clinical engineering benchmarking: An analysis of American acute care hospitals. *Journal of Clinical Engineering*, 33(1):24–27.
- Waszczak, S. (2000). Stosunek społeczeństwa do osób niepełnosprawnych. *Problemy Polityki Społecznej. Studia i Dyskusje*, 2:89–99.
- Wesołowski, J. (2004). Problemy estymacji dla małych obszarów. *Wiadomości Statystyczne. The Polish Statistician*, pages 9–14.
- WHO (2011). World report on disability. *World Health Organization, The World Bank, Geneva*.
- WHO (2022). *Global report on health equity for persons with disabilities*. World Health Organization, Geneva.
- Wieczorowska-Tobis, K. and Stogowski, A. (2014). Związek starzenia z niesprawnością – Aging and disability. *Gerontologia Polska*, page 3.
- Wilak, K. (2013). Wykorzystanie dynamicznych modeli liniowych w estymacji pośredniej. *Ekonomometria*, 1(40):126–138.
- Willekens, F. and Putter, H. (2014). Software for multistate analysis. *Demographic Research*, 31:381–420.
- Willekens, F. and Rogers, A. (1978). Spatial population analysis: methods and computer programs.
- Willekens, F. and Willekens, F. (2014). Statistical packages for multistate life history analysis. *Multistate Analysis of Life Histories with R*, pages 135–203.
- Willekens, F. J., Shah, I., Shah, J. M., and Ramachandran, P. (1982). Multi-state analysis of marital status life tables: Theory and application. *Population Studies*, 36(1):129–144.
- Wilson, T. (2010). Model migration schedules incorporating student migration peaks. *Demographic research*, 23:191–222.
- Wilson, T. and Rees, P. (2005). Recent developments in population projection methodology: A review. *Population, Space and Place*, 11(5):337–360.

- Wiśniowski, A., Smith, P. W., Bijak, J., Raymer, J., and Forster, J. J. (2015). Bayesian population forecasting: extending the Lee-Carter method. *Demography*, 52(3):1035–1059.
- Wróblewska, W. (2008). Sumaryczne miary stanu zdrowia populacji. *Studia Demograficzne*, 1(153-154):3–53.
- Wywił, J. L. (1992). Statystyczna metoda reprezentacyjna w badaniach ekonomicznych: (optymalizacja badań próbkowych). *Prace Naukowe/Akademia Ekonomiczna w Katowicach*.
- You, Y., Rao, J., and Dick, J. (2002). Benchmarking hierarchical bayes small area estimators with application in census undercoverage estimation. In *Proceedings of the Survey Methods Section*, pages 86–90. Citeseer.
- You, Y., Rao, J., and Dick, P. (2004). Benchmarking hierarchical Bayes small area estimators in the Canadian census undercoverage estimation. *Statistics in Transition*, 6(5):631–640.
- Żądło, T. (2012). O predykcji wartości globalnej w domenie z wykorzystaniem informacji o zmiennych dodatkowych przy założeniu modelu Faya-Herriota. *Acta Universitatis Lodziensis. Folia Oeconomica*, 271.
- Żądło, T. (2015). Statystyka małych obszarów w badaniach ekonomicznych: Podejście modelowe i mieszane. *Prace Naukowe/Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach*.
- Zhang, J. L. and Bryant, J. (2020). Fully bayesian benchmarking of small area estimation models. *Journal of Official Statistics*, 36(1):197–223.