UNIWERSYTET EKONOMICZNY
W POZNANIU

WYDZIAŁ INFORMATYKI I GOSPODARKI ELEKTRONICZNEJ

Waldemar Stronka

OPTYMALIZACJA KOJARZENIA W PARY UCZESTNIKÓW FAZY PUCHAROWEJ ROZGRYWEK SPORTOWYCH

Praca doktorska

Promotor:
Dr hab. Marcin Anholcer, prof. nadzw. UEP

Poznań 2018

Spis Treści

WSTĘP....4

ROZDZIAŁ I. EKONOMIA SPORTU....10

1.1. Historia ekonomii sportu....10

1.2. Obszary tematyczne literatury z zakresu ekonomii sportu....11

1.2.1. Amerykański i europejski model lig sportowych....12

1.2.2. Popyt na sport....15

1.2.3. Sportowy rynek pracy....21

1.2.4. Ekonomiczne aspekty organizacji wydarzeń sportowych i budowy infrastruktury sportowej....27

1.2.5. Patologie w sporcie....28

1.3. Rola badań operacyjnych we wspomaganiu decyzji dotyczących rozgrywek sportowych....34

ROZDZIAŁ II. METODY KOJARZENIA W PARY UCZESTNIKÓW FAZY PUCHAROWEJ ROZGRYWEK SPORTOWYCH....50

2.1. Rozstawienie drużyn w systemie pucharowym....50

2.1.1. Idea rozstawiania....50

2.1.2. Dowolna macierz prawdopodobieństw zwycięstw....51

2.1.3. Macierz prawdopodobieństw zwycięstw o silnej stochastycznej przechodniości....55

2.1.4. Analiza najpopularniejszej metody rozstawień....57

2.1.5. Metody rozstawień spełniające oba postulaty....65

2.1.6. Metoda Hwanga, gdy oficjalny ranking może nie odzwierciedlać poziomu gry uczestników....68

2.2. Rozgrywki dwufazowe....70

2.2.1. Porównanie rozgrywek jednofazowych i dwufazowych....70

2.2.2. Pokusy do celowych porażek w rozgrywkach dwufazowych....73

2.3. Metody kojarzenia w pary w fazie pucharowej rozgrywek dwufazowych....77

2.3.1. Metoda standardowa (Standard)....78

2.3.2. Metoda samodzielnego wyboru oponenta (SWO)....82

2.3.3. Metody skandynawskie dotyczące awansu ośmiu uczestników do fazy pucharowej....88

2.4. Metoda „Ostatni Bez Prawa Odmowy” (OBPO)....90

ROZDZIAŁ III. ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD Z WYKORZYSTANIEM MODELU ANALITYCZNEGO....100

3.1. Format typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” 100
3.2. Format typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch” 119
3.3. Format typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu” 123
3.4. Ograniczenia modelu analitycznego 127
ROZDZIAŁ IV. ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD Z WYKORZYSTANIEM MODELU SYMULACYJNEGO 128
4.1. Miara ważności meczu 128
4.2. Miara pokus do celowych porażek 136
4.3. Przykłady dodatnich pokus do celowych porażek 137
4.4. Wybór metody kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej 143
4.5. Modele symulacyjne..144
4.5.1. Główne założenia 144
4.5.2. Model symulacyjny dla niewielkich rozgrywek 149
4.5.3. Model symulacyjny dla większych rozgrywek 149
4.5.4. Ograniczenia modelu symulacyjnego..152
4.6. Hipotezy badawcze..154
4.7. Szczegóły eksperymentów symulacyjnych 157
4.8. Wyniki eksperymentów symulacyjnych 170
4.8.1. Format „2-4-2” 170
4.8.2. Format „1-6-4” 172
4.8.3. Format „1-12-8” 174
PODSUMOWANIE 179
SPIS TABEL 187
SPIS PRZYKŁADÓW 189
SPIS SCHEMATÓW 189
BIBLIOGRAFIA 191

WSTĘP

Sport od dawna stanowił integralną część życia społecznego. Jako przykłady można wspomnieć między innymi wagę przywiązywaną przez starożytnych Greków do igrzysk olimpijskich czy popularność walk gladiatorów w starożytnym Rzymie. Również w średniowieczu zawody sportowe w postaci turniejów rycerskich odgrywały istotną rolę. Nie ulega jednak wątpliwości, iż okres dynamicznego rozwoju sportu wiązał się z procesami industrializacji i urbanizacji, które nasiliły się w XIX wieku. Zdecydowana większość najpopularniejszych aktualnie dyscyplin sportowych wykształciła się w nowoczesnej postaci właśnie w tym stuleciu. Bardzo ważnym dla dalszego rozwoju sportu wydarzeniem końca XIX wieku były też Pierwsze Letnie Igrzyska Olimpijskie, które odbyły się w Atenach w roku 1896. Rozwojowi sportu w XX wieku sprzyjało zwłaszcza dynamiczne upowszechnianie się kolejnych środków masowego przekazu. W drugiej połowie ubiegłego stulecia ogromny wpływ na sport wywarła telewizja. To właśnie ona przyczyniła się do wykreowania istotnej roli sportu w całości gospodarki. Oczywiście, nie można tu pominąć ogólnych zmian zachodzących w rozwiniętych gospodarkach w drugiej połowie XX wieku, takich jak powszechne bogacenie się społeczeństw i zmniejszenie liczby godzin pracy w tygodniu.

Aktualnie, szeroko pojęta gospodarcza działalność sportowa obejmująca nie tylko środki bezpośrednio związane z wydarzeniami sportowymi (tj. wpływy z biletów, opłaty za prawa do transmisji i używanie znaków towarowych oraz kontrakty sponsorskie i reklamowe), ale również sprzedaż dóbr sportowych (gł. ubrań) oraz budowę infrastruktury stanowi około 1% światowego PKB, a jej wartość wynosi ok. 0,6 biliona dolarów amerykańskich [A.T. Kearney, Inc. 2011][1]. Inne opracowanie wskazuje, na wartość przekraczającą 0,6 biliona euro, z czego ok. 150 miliardów generują dobra sportowe, 60 miliardów prawa do transmisji, a 18 miliardów kontrakty sponsorskie [Andreff 2008]. Z uwagi na poważne trudności metodyczne, nie mogą dziwić duże różnice w szacunkach. Na przykład, istnieją badania wskazujące, że zarówno kontrakty sponsorskie jak i prawa do transmisji mają wartość ok. 30-40 miliardów dolarów amerykańskich [PricewaterhouseCoopers 2011].

Rosnące znaczenie sportu dla gospodarki oraz atrakcyjne cechy sportu jako obszaru badawczego (w tym m.in. dostępność danych) sprzyja rozwojowi ekonomii sportu jako odrębnej specjalizacji w ramach nauk ekonomicznych. Część literatury z tego zakresu stara się

[1] Dla ścisłości warto zaznaczyć, że w stosowanym tu znaczeniu 1 bilion = 10^{12}.

bezpośrednio służyć praktykom (głównie organizatorom rozgrywek) dostarczając naukowych analiz różnych rozwiązań organizacyjnych. Często tego rodzaju prace wykorzystują metodykę typową dla badań operacyjnych, w tym symulacje komputerowe. Właśnie w ten nurt literatury wpisuje się niniejsza dysertacja.

W głównej mierze rozprawa ukierunkowana jest na rozwiązanie problemu praktycznego i stara się odpowiedzieć na zapotrzebowanie zgłaszane przez organizatorów rozgrywek sportowych. Zakres przedmiotowy dysertacji obejmuje metody kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej w dwufazowych rozgrywkach sportowych. Rozgrywki tego rodzaju są bardzo popularne w praktyce i często dotyczą najważniejszych, z finansowego punktu widzenia, zawodów. Można tu wymienić takie przykłady jak między innymi, Mistrzostwa Świata/Europy i Liga Mistrzów w piłce nożnej, turnieje olimpijskie i mistrzowskie w innych dyscyplinach zespołowych, wszystkie główne rozgrywki ligowe w Ameryce Północnej oraz zdecydowana większość europejskich rozgrywek ligowych poza piłką nożną. Przez długi okres właściwie jedynym sposobem kojarzenia w pary w drugiej fazie była tzw. metoda standardowa, która występuje w dwóch wariantach.

Nie są znane opracowania naukowe, które pomagałyby praktykom w wyborze wariantu lepiej spełniającego ich oczekiwania. Wciąż metoda standardowa stosowana jest w przytłaczającej większości przypadków, choć w ostatnich latach pojawiły się w rzeczywistych rozgrywkach nowe rozwiązania. Fakt poszukiwania i wprowadzania do praktyki nowych metod przez organizatorów stanowi swoiste zaproszenie naukowców zajmujących się ekonomią sportu do zajęcia się tym zagadnieniem. Zastosowanie podejścia naukowego powinno doprowadzić do możliwie zobiektywizowanego porównania metod i sformułowania cennych praktycznych wskazówek. Obserwując dotychczasową praktykę, trudno oprzeć się wrażeniu, iż wprowadzanie zmian do regulaminu rozgrywek odbywa się bez głębszych analiz. Zwraca też uwagę wolne tempo rozprzestrzeniania się powyższych metod jako innowacji wprowadzanych do praktyki. Wydaje się, że brak przekonujących argumentów o ich wyższości może być ważnym czynnikiem wyjaśniającym ten fakt. Organizatorzy mogą obawiać się wprowadzenia reform, które potencjalnie pogorszą stan obecny. Rozsądne wydaje się przypuszczenie, iż przy podejmowaniu decyzji o ewentualnych zmianach cechuje ich wysoka awersja do ryzyka.

Ogólną myśl przewodnią niniejszej dysertacji można wyrazić w ten sposób, że należy spróbować zidentyfikować taką metodę doboru w pary uczestników drugiej fazy rozgrywek, która stanowiłaby atrakcyjną alternatywę wobec metody standardowej we wszelkich rozgrywkach dwufazowych i dla wszystkich decydentów, w tym tych o bardzo silnej awersji wobec zmian na gorsze. Naturalnie, najpierw musi istnieć metoda, która potencjalnie spełni stawiane przed nią wymogi. Takim obiecującym sposobem doboru w pary jest zaproponowana w niniejszej pracy autorska metoda OBPO (skrót od: „Ostatni Bez Prawa Odmowy"). Uznano, że problem wyboru metody kojarzenia w pary uczestników drugiej fazy rozgrywek ma charakter wielokryterialny, a wiedza organizatora o względnym znaczeniu poszczególnych kryteriów jest bardzo niedokładna. Tym samym, zdecydowano się na przyjęcie restrykcyjnego wymogu wobec nowej metody w postaci dominowania w sensie Pareta metody standardowej. W prostym języku fakt dominowania w sensie Pareta można wyrazić jako bycie „jednoznacznie lepszym". Głównym celem rozprawy jest wykazanie, że metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która w dowolnych rozgrywkach spełniających pewne założenia dominuje w sensie Pareta metodę standardową.

Niemożliwe jest skonstruowanie powszechnie akceptowanego i wysoce wiarygodnego modelu probabilistycznego wszelkich rozgrywek dwufazowych. W niniejszej pracy kierowano się ogólną wytyczną, iż w problemach o znaczeniu praktycznym szczególnie ważne jest łączenie naukowego rygoru z pragmatyzmem [Schultz 2010]. Mając świadomość braku możliwości skonstruowania jednego powszechnie akceptowanego modelu, zdecydowano się zbudować dwa różne modele. Pierwszy z nich to model analityczny. Wnioskowanie na podstawie tego modelu ma charakter dedukcyjny. Oznacza to, że przyjęcie określonych założeń pozwala ustalić w sposób pewny prawdziwość pewnych konkluzji. Drugi model jest modelem symulacyjnym. Wnioskowanie z jego wykorzystaniem ma charakter indukcyjny, czyli typowy dla badań empirycznych. Podstawą formułowania wniosków jest nie sam model, ale wyniki uzyskanych z jego pomocą eksperymentów symulacyjnych. Każdy z modeli ma swe zalety i wady. Zastosowanie dwóch różnych modeli do badania tego samego problemu jest przejawem podejścia metodycznego znanego jako triangulacja [Denzin 2006] lub multimetodologia [Mingers 2010]. Jeśli uzyskane zostaną zbliżone wyniki, to można je uznać za wiarygodniejsze niż rezultaty pochodzące z pojedynczego modelu.

Przeprowadzenie wnioskowania z użyciem każdego z modeli to dwa zasadnicze cele szczegółowe niniejszej pracy. Łączną realizację ich obu można utożsamić z osiągnięciem głównego celu rozprawy. Oczywiście realizacja każdego z celów szczegółowych wymagała osiągnięcia celów pomocniczych o bardziej elementarnym charakterze. W obydwu przypadkach należało najpierw zbudować model, w tym dokładnie określić kryteria oceny metod kojarzenia w pary. Szczególne znaczenie miało opracowanie liczbowej miary pokus do celowych porażek, gdyż wielkość ta może znaleźć zastosowanie również w wielu innych badaniach. W literaturze przedmiotu brakowało tego rodzaju wielkości. Drugim ważnym celem pomocniczym, którego realizacja była niezbędna dla prowadzenia eksperymentów było zaimplementowanie w postaci programu komputerowego symulacyjnego modelu rozgrywek[2]. Również w tym przypadku, powyższe dokonanie może znaleźć zastosowanie także przy rozwiązywaniu odmiennych - od analizowanych w niniejszej pracy - problemów dotyczących innych charakterystyk zawodów. Wśród przykładowych cech rozgrywek sportowych, które warto poddać analizie według proponowanej wielkości przy użyciu napisanego programu komputerowego warto wspomnieć między innymi kolejność i liczbę meczów czy ilość uczestniczących drużyn.

Poza celem głównym oraz służącymi jego realizacji celami szczegółowymi i pomocniczymi, wyznaczono również dwa zasadnicze cele poboczne. Pierwszym z nich jest dokonanie zwięzłego przeglądu podstawowych zagadnień literatury poświęconej ekonomii sportu. Znaczenie powyższego przedsięwzięcia związane jest z prawie całkowitym brakiem polskojęzycznych opracowań w tym zakresie. Szczególną uwagę zwrócono na opracowania korzystające z dorobku badań operacyjnych. Drugim celem pobocznym jest wykazanie braku możliwości opracowania metody doboru w pary uczestników fazy pucharowej, która całkowicie wyeliminowałaby pokusy do celowych porażek. Realizacja tego celu pozwala zrozumieć naturalne ograniczenia analizowanego zagadnienia, które skłaniają do porzucenia poszukiwań metod eliminujących pokusy do celowych porażek na rzecz prób ich minimalizacji.

Celom pracy podporządkowano jej strukturę.

Rozdział I poświęcono wprowadzeniu w tematykę ekonomii sportu. Ta część pracy stanowi zatem realizację pierwszego z wyszczególnionych celów pobocznych. W podrozdziale pierwszym zaprezentowano krótki rys historyczny. Podrozdział drugi zawiera zwięzłe przedstawienie głównych obszarów tematycznych literatury z zakresu ekonomii sportu. Wyodrębniono tu takie nurty jak: amerykański i europejski model lig sportowych, popyt na

[2] Wszelkie programy komputerowe powstałe na potrzeby niniejszej dysertacji zostały napisane przez jej autora w języku Visual Basic for Applications (VBA) w środowisku MS Excel.

sport, sportowy rynek pracy, ekonomiczne aspekty wydarzeń sportowych i infrastruktury sportowej oraz patologie w sporcie. Kontynuacją przeglądu literatury z zakresu ekonomii sportu jest też podrozdział trzeci. Jednakże w tej części skupiono się na nurcie bliżej związanym z niniejszą rozprawą. Skoncentrowano się na opracowaniach wykorzystujących metodykę badań operacyjnych do wspomagania decyzji organizatorów. Podzielono te opracowania na poświęcone zasadom organizacyjnym pojedynczych meczów oraz takie, które dotyczą regulacji na poziomie całych rozgrywek.

Rozdział II stanowi prezentację metod kojarzenia uczestników w pary w fazie pucharowej rozgrywek. Podrozdział pierwszy dotyczy rozgrywek, gdzie faza pucharowa jest jedyną. Zagadnienia przedstawione w tym fragmencie pracy mają ważne znaczenie dla jej dalszej części. Chodzi tu zwłaszcza o kwestie związane z wyższością jednego wariantu metody Standard nad innym, metodą Hwanga oraz założeniem o stałości w czasie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw posiadającej cechę silnej stochastycznej przechodniości. W podrozdziale drugim przedstawiono istotę organizacji rozgrywek w formie dwufazowej. Dokonano krótkiego porównania tego typu rozgrywek do rozgrywek jednofazowych. Szczególną uwagę zwrócono na możliwość wystąpienia w rozgrywkach dwufazowych pokus do celowych porażek. Najważniejszym dokonaniem tej części pracy jest realizacja celu pobocznego w postaci wykazania, iż nie ma możliwości opracowania metody kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej, która całkowicie wyeliminowałaby pokusy do celowych porażek. Podrozdział trzeci stanowi prezentację analizowanych w pracy metod kojarzenia w pary w rozgrywkach dwufazowych. W tej części pracy przedstawiono autorską metodę OBPO.

Kolejne dwa rozdziały poświęcono bezpośredniej realizacji celu głównego poprzez osiągnięcie obu składających się na niego celów szczegółowych.

W rozdziale III wykorzystano model analityczny dla wykazania, że metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która w dowolnych rozgrywkach spełniających pewne założenia dominuje w sensie Pareta metodę standardową. Szczegółowej analizie poddano metody w dwóch typach formatów rozgrywek: „z pojedynczej grupy awansuje czterech" oraz „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch". Dla formatu typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu" wskazano przykład, w którym względem jednego z kryteriów metody Standard wykazują przewagę nad każdą z metod poza OBPO. Zwrócono uwagę, że niepraktyczne byłoby poddanie tego typu formatu pełnej analizie analogicznej do zastosowanej dla pozostałych dwóch typów. W ostatnim podrozdziale rozdziału III zidentyfikowano ograniczenia modelu analitycznego.

Rozdział IV stanowi realizację celu szczegółowego odwołującego się do modelu symulacyjnego. W pierwszych podrozdziałach omówiono miary liczbowe wykorzystywane w kryteriach decyzyjnych. Jak już podkreślano, szczególne znaczenie miało zaproponowanie autorskiej wielkości służącej pomiarowi pokus do celowych porażek. Dla pełniejszego przedstawienia tej miary, podrozdział trzeci poświęcono prezentacji przykładów, gdy przyjmuje ona wartość dodatnią. Następnie zaprezentowano wszystkie kryteria oceny, które będą wykorzystywane w analizie metod. Podrozdział piąty stanowi dokładne omówienie modeli symulacyjnych. Przede wszystkim wyszczególniono przyjmowane założenia. Opisano również różnice między modelowaniem przebiegu rozgrywek w zależności od ich wielkości. Ponadto odniesiono się do ograniczeń podejścia symulacyjnego. Podrozdział szósty stanowi przedstawienie przyjętych hipotez badawczych i relacji między nimi. W kolejnej części rozdziału szczegółowo wyjaśniono przyjęty plan eksperymentów symulacyjnych, w tym sposób generacji instancji testowych. Ostatni podrozdział pracy poświęcono przytoczeniu wyników eksperymentów symulacyjnych wraz z ich omówieniem.

ROZDZIAŁ I. EKONOMIA SPORTU

1.1. Historia ekonomii sportu

Spoglądając wstecz, można zauważyć, że pierwsze prace poświęcone ekonomicznym analizom działalności sportowej pojawiły się na początku drugiej połowy XX wieku. Szczególnie dużą popularność zyskał artykuł S. Rottenberga [1956][3]. Praca ta poświęcona była głównie rynkowi pracy dla profesjonalnych graczy w baseball. Kolejne przełomowe opracowanie to analiza W. Neala [1964]. Zwracała on uwagę na różnice między zawodowymi drużynami sportowymi a firmami działającymi w warunkach wolnorynkowych. Oba powyższe opracowania przyczyniły się do powstania głównego zagadnienia badawczego w ramach ekonomii sportu, jakim jest tzw. hipoteza niepewności wyniku (ang. *uncertainty of outcome hypothesis*). Uznać ją należy za podstawę analiz rozwiązań organizacyjnych kształtujących popyt na wydarzenia sportowe. W dużej mierze tej właśnie tematyki dotyczył też znany artykuł [El–Hodiri i Quirk 1971] poświęcony pierwszemu matematycznemu modelowi profesjonalnej ligi. Mniej ogólną, lecz tym samym głębszą, analizę pojedynczej ligi przeprowadził Jones [1969]. Zwrócił on między innymi uwagę na konflikt interesów między pojedynczymi klubami a ligą jako całością, podkreślił rolę gwiazd w zespole nie tylko dla zwycięstw, ale również dla dochodów finansowych oraz odniósł się do związku między zasięgiem geograficznym ligi a wpływami z transmisji telewizyjnych.

Pierwsza praca europejskiego autora z zakresu ekonomii sportu była autorstwa P. Sloana [1969]. Poświęcono ją rynkowi pracy w angielskiej lidze piłki nożnej. Autor między innymi wskazuje, że wartość nowego zawodnika dla zespołu odzwierciedla wartość obecną przyszłych dodatkowych przepływów pieniężnych, które przyniesie obecność tego piłkarza w drużynie. W pierwszej fazie rozwoju ekonomii sportu pojawił się też inny artykuł tego samego autora. Chodzi o pracę [Sloan 1971]. Rozpoczęła ona trwającą do dziś dyskusję nad celami klubów sportowych i ich konsekwencjami. W szczególności chodzi o to, czy maksymalizują one korzyści finansowe, czy też raczej cele sportowe. Generalnie uważa się, że maksymalizacja zysków jest uprawnionym założeniem dla profesjonalnych zespołów z Ameryki Północnej, lecz niekoniecznie dla drużyn - głównie piłkarskich - z Europy. Jedną z implikacji koncentracji na celach sportowych są, *ceteris paribus*, wyższe wynagrodzenia graczy.

---

[3] Istnieje powszechna zgoda, iż powyższy artykuł S. Rottenberga stanowi symboliczny początek ekonomii sportu. Znalazło to wyraz m.in. w specjalnej publikacji książkowej [Rodríguez, Késenne, i García 2006].

Jako umowny koniec pierwszej fazy rozwoju ekonomii sportu można uznać pionierską konferencję poświęconą tej dziedzinie zorganizowaną w grudniu 1971 roku. Owocem tej konferencji jest publikacja pod redakcją R. Nolla [1974]. Z perspektywy czasu wydaje się, że powyższe pierwsze publikacje w znacznej mierze wyznaczyły kierunek kolejnych badań. Większość z nich odnosiło się do rynku pracy, popytu na sport (gł. z perspektywy hipotezy niepewności wyniku) oraz zagadnień związanych z organizacyjnymi aspektami lig sportowych.

Liczba publikacji pojawiających się w kolejnych latach może być liczona w setkach, a zatem bardzo trudno dokonać w niniejszej pracy ich przeglądu. Zainteresowanym można polecić np. pracę [Santos i García 2011]. Jasne jest też, iż zakres prowadzonych badań stopniowo się rozszerzał i obejmował nowe obszary. Przełom w popularności ekonomii sportu nastąpił w roku 2000, gdy zapoczątkowano wydawanie profesjonalnego periodyku dedykowanego wyłącznie tej tematyce – Journal of Sports Economics. Można uznać, że od tego momentu ekonomia sportu przestała być dziedziną peryferyjną i stała się uznaną specjalnością w ramach nauk ekonomicznych. W ogólnoekonomicznych czasopismach zaczęły się pojawiać specjalne wydania poświęcone analizom zagadnień sportowych – np. The Scottish Journal of Political Economy (2000, 2007, 2015), The Economic Journal (2001), The Oxford Review of Economic Policy (2003), National Institute Economic Review (2015), Intangible Capital (2016). Naturalną koleją rzeczy, ukazywało się też coraz więcej opracowań zbiorczych o charakterze podręczników takich jak np. [Andreff i Nys 1986; Bourg i Gouget 1998; Buch i Schellhaas 2005; Downward i Dawson 2001; Fizel 2017; Fort 2003; Heinemann 1995; Leeds i von Allmen 2016; Li, Hofacre i Mahoney 2001; Sandy, Sloan i Rosentraub 2004; Trosien 2003]. Rośnie też popularność ekonomii sportu jako elementu programów nauczania na kierunkach ekonomicznych. Ponadto tworzone są profesjonalne stowarzyszenia takie jak North American Association of Sports Economists, International Association of Sports Economists, European Sport Economics Association.

1.2. Obszary tematyczne literatury z zakresu ekonomii sportu

Celem niniejszej pracy nie jest dokonanie obszernego przeglądu dorobku ekonomii sportu. Tym niemniej, biorąc pod uwagę prawie całkowity brak polskojęzycznych opracowań, warto wykorzystać niniejszą dysertację do przedstawienia choćby zarysu badań prowadzonych w głównych obszarach tematycznych z tego zakresu.

1.2.1. Amerykański i europejski model lig sportowych

Zagadnieniem przewijającym się w wielu różnorodnych analizach z zakresu ekonomii sportu jest fundamentalnie odmienna organizacja profesjonalnych lig sportowych po obu stronach Atlantyku. Charakterystycznymi przykładami obu modeli są z jednej strony cztery największe ligi Ameryki Północnej, a z drugiej ligi piłki nożnej w państwach europejskich.

Zestawienie głównych cech obu modeli zawarto w poniższej tabeli:

Tabela 1. Zestawienie cech lig typu amerykańskiego i europejskiego

Model amerykański („ligi zamkniętej”)	Model europejski („ligi otwartej”)
1. Organizacyjna niezależność głównych lig krajowych.	1. Zintegrowana struktura zarządcza z globalną hierarchią i ligami krajowymi podporządkowanymi narodowym federacjom, które z kolei uczestniczą w rozgrywkach międzynarodowych korzystając z graczy ligowych.
2. Ustalona liczba drużyn.	2. Mobilność zespołów między klasami rozgrywek poprzez system awansów i spadków.
3. Wejście nowych drużyn do ligi poprzez zakup licencji franczyzowej.	3. Wolny dostęp nowych zespołów do najniższych klas rozgrywkowych, a awanse zależne tylko od wyników sportowych.
4. Wyłączność terytorialna drużyn i możliwość terytorialnego przemieszczania zespołów.	4. Brak wyłączności terytorialnej.
5. Reguły draftu dające zespołom prawa monopsonu w nabywaniu zawodników.	5. Konkurencyjny rynek pracy dla nowych zawodników (brak draftu).
6. Ograniczenia liczby graczy, z którymi zespół może mieć podpisaną umowę.	6. Brak ograniczenia liczby graczy, z którymi zespół może mieć podpisaną umowę.

Źródło: [Szymanski 2003]

Tabela 1. Zestawienie cech lig typu amerykańskiego i europejskiego- c.d.

7. Niska mobilność graczy i ograniczone transakcje wymiany zawodników za gotówkę.	7. Wysoka mobilność graczy i częste transakcje wymiany zawodników za gotówkę.
8. Negocjacje między pracodawcami a związkami zawodowymi na temat warunków zatrudnienia.	8. Ograniczone uzwiązkowienie zawodników i zbiorowych negocjacji o warunkach pracy.
9. Zbiorowa sprzedaż ogólnokrajowych praw do transmisji (wyłączenie z postępowania antymonopolowego).	9. Ograniczona zbiorowa sprzedaż ogólnokrajowych praw do transmisji (brak wyłączenia z postępowania antymonopolowego).
10. Zbiorowa sprzedaż materiałów ze znakami towarowymi ligi.	10. Brak zbiorowej sprzedaży materiałów ze znakami towarowymi ligi.
11. Regulacje zapobiegające notowaniu zespołów na giełdzie papierów wartościowych.	11. Brak regulacji zapobiegających notowaniu zespołów na giełdzie papierów wartościowych.

Źródło: [Szymanski 2003]

W dalszej części niniejszego rozdziału będą czynione nawiązania do cech poszczególnych modeli. W tym miejscu warto zauważyć, że istniejące różnice są w głównej mierze spowodowane odmienną historią i głęboko wpisane w tradycję. Jedną z zasadniczych cech leżących u podłoża różnic wydaje się fakt, iż w USA od samego początku najwyższy poziom rozgrywek sportowych wiązał się z podejściem biznesowym ukierunkowanym na korzyści finansowe. W Europie sport profesjonalny jest natomiast rezultatem ewolucji sportu amatorskiego uprawianego jako hobby. Na przykład powstanie w 1888 roku ligi angielskiej (Football League) – pierwszej na świecie ligi w piłce nożnej – wiąże się bezpośrednio z zaakceptowaniem przez angielskie władze piłkarskie zawodowstwa graczy w roku 1885. Powyższe fakty historyczne wyjaśniają też, dlaczego wraz z rosnącą komercjalizacją sportu w Europie, nasilają się na tym kontynencie dążenia do wprowadzenia pewnych cech modelu amerykańskiego[4]. Z drugiej strony nie obserwuje się praktycznie propozycji zmierzających w przeciwnym kierunku.

[4] Wśród przykładów można wymienić m.in. udane częściowe rozdzielenie najwyższej klasy rozgrywek piłkarskich w Anglii od reszty, czyli utworzenie w 1992 roku Premier League. Ponadto koszykarską Euroligę

Jednym z problemów charakterystycznych dla lig amerykańskich jest ustalanie optymalnej liczby zespołów. Władze lig zamkniętych często stają przed decyzją czy dopuścić nowe zespoły do rozgrywek. W literaturze proponowano różne podejścia metodyczne do ustalania optymalnej liczby zespołów. Jedno z nich zaproponowane przez J. Vroomana [1997] oparto bezpośrednio na teorii klubów zapoczątkowanej przez noblistę J. Buchanana [1965]. Zgodnie z tym podejściem drużyny dzielą się sumą zysku generowaną przez wszystkie zespoły z ligi, czyli działają jak typowy kartel. Jednocześnie ekspansja ligi nie wpływa na zmianę poziomu zysków generowanych przez dotychczasowych uczestników. W naturalny sposób, ekspansja ligi będzie dokonywana na lokalizacje o coraz gorszym potencjale finansowym. Kolejne zespoły należy przyjmować do ligi aż do poziomu maksymalizującego średni zysk pojedynczej drużyny. Warto ten wniosek zestawić z sytuacją, gdy liga nie jest zamknięta i każdy kto ma ochotę może do niej przystąpić. Wtedy kolejne drużyny przystępowałyby do ligi aż do poziomu, gdy zyski marginalne zrównałyby się z zerem. Oczywiście, ograniczanie dostępu do ligi powoduje, że jest ona mniej liczna.

Inna praca [Bae i Choi 2007] opiera się na spostrzeżeniu, iż ligi amerykańskie działają jak częściowy kartel, gdyż ustalają liczbę firm (zespołów), jednak nie narzucają cen biletów stosowanych przez zespoły. Jednocześnie autorzy powyższego artykułu podkreślają, że mecze drużyn z bliskich geograficznie miejsc stanowią dla kibiców substytut.

Jeszcze inne podejście proponuje się w [Kahn 2007]. Autor zwraca uwagę na konsekwencje rozszerzania ligi na atrakcyjność rozgrywek (tj. jakość produktu przez nią oferowanego). Jako kluczowy czynnik decydujący o atrakcyjności identyfikowany jest średni poziom talentu graczy. Siłą rzeczy, ekspansja ligi prowadzi do obniżenia talentu przeciętnego gracza w lidze. Ogólnie zatem w analizowanym modelu wraz ze wzrostem liczby zespołów występują dwa przeciwstawne zjawiska. Z jednej strony, każdy nowy zespół zwiększa przychody całej ligi poprzez generowanie dochodów ze sprzedaży biletów i praw do transmisji telewizyjnych na rynku lokalnym. Z drugiej strony, maleją przychody generowane przez dotychczasowych uczestników ligi, gdyż spada jakość rozgrywek. Biorąc pod uwagę całość literatury z zakresu ekonomii sportu, do modelu przedstawionego w cytowanej pracy należy podchodzić dość krytycznie. Centralne miejsce w tej literaturze zajmuje hipoteza niepewności wyniku i związana z nią równowaga konkurencyjna uczestników rozgrywek. Chociaż popyt na mecze

można uznać za rozgrywki posiadające zarówno cechy ligi zamkniętej jak i otwartej (ang. *semi–closed*) i rozważa się dalsze zbliżenie jej do modelu amerykańskiego.

związany jest z bezwzględnym poziomem sportowym rywalizujących drużyn, to jednak wydaje się, iż większe znaczenie ma względna różnica umiejętności oponentów. Trudno jest zapewnić wysoki poziom równowagi konkurencyjnej, gdy poszczególne rynki lokalne, na których funkcjonują różne zespoły, mają mocno zróżnicowany potencjał do generowania strumieni pieniężnych. Ponadto, w przypadku głównych lig sportowych raczej nie należy oczekiwać znaczącego spadku średniego talentu graczy wraz z niewielkim (w ujęciu procentowym) zwiększeniem liczby zespołów w lidze. W nawiązaniu do powyższej pracy warto również wspomnieć o modelu zbudowanym w [Cyrenne 2001]. Autor rozważa między innymi problem optymalnej liczby meczów w sezonie. Bierze pod uwagę, że kibice preferują zarówno jak najwyższy absolutny poziom rywalizacji, jak też możliwie wysoką równowagę konkurencyjną.

Podsumowując powyższe prace odnoszące się do lig zamkniętych można zauważyć ich cechy wspólne. Po pierwsze, wszystkie opierają się na modelach analitycznych. Po drugie, charakteryzują się one wysokim poziomem abstrakcji. Nie są dedykowane rozwiązywaniu konkretnych problemów decyzyjnych występujących w praktyce gospodarczej. Nie próbują one na przykład szacować optymalnej liczby zespołów dla faktycznie istniejących lig. Powyższe prace stanowią raczej propozycje ram teoretycznych, które – po przyjęciu określonych wartości parametrów odnoszących się do danej sytuacji – mogą stanowić pomoc decyzyjną w sytuacjach praktycznych. Z całą pewnością, zobiektywizowane oszacowanie wartości parametrów funkcji popytu napotka w praktyce poważne trudności. Bez względu na przyjętą metodę wspomagania decyzji, dużą rolę w dokonywanym wyborze będą zatem miały subiektywne przekonania decydentów, o tym co i w jakim stopniu ważne jest dla kibiców (konsumentów produktu rozrywkowego oferowanego przez ligę).

1.2.2. Popyt na sport

Jak wspominano powyżej, kluczową rolę w analizie popytu na sport odgrywa hipoteza niepewności wyniku. Jej ogólną myśl można wyrazić w ten sposób, iż atrakcyjność zawodów sportowych wymaga, by ich rezultat był stosunkowo trudny do przewidzenia. Z uwagi na miejsce zajmowane przez nią w literaturze przedmiotu, powyższą hipotezę należy przedstawić bardziej szczegółowo. Przede wszystkim warto wyodrębnić dwie płaszczyzny, w których może być rozpatrywana niepewność, a mianowicie [Szymanski 2003][5]:

a) meczowa,

b) sezonowa.

W ujęciu meczowym niepewność odnosi się do trudności wskazania zwycięzcy meczu. W skrajnym przypadku, gdy na przykład z dużym prawdopodobieństwem wiadomo, który zespół wygra dany mecz, trudno się z powyższą hipotezą nie zgodzić. Jednostronne spotkanie jest ewidentnym zaprzeczeniem emocjonującego widowiska. Niepewność sezonowa odnosi się do zaciętej rywalizacji w ramach pojedynczego sezonu. Może tu chodzić zarówno o konkurowanie o tytuł mistrzowski, kwalifikacje do fazy *playoff*, udział w europejskich pucharach lub o utrzymanie się w tej samej klasie rozgrywek. Intuicyjnie zatem, im trudniej wytypować na przykład mistrza lub uczestników *playoff*, tym dane rozgrywki ligowe charakteryzują się wyższą niepewnością sezonową. Nie chodzi przy tym jedynie o przewidywania przed rozpoczęciem sezonu, ale przede wszystkim o prognozy czynione w trakcie jego trwania. Wpływ skrajnych postaci niepewności sezonowego wyniku na popyt na mecz również jest bezdyskusyjny. Z jednej strony można podać przykład meczu zespołu, który na pewno zajmie miejsce w środku tabeli i nie ma już szans na awans do *playoff* (czy europejskich pucharów) ani też nie jest w żaden sposób zagrożony spadkiem do niższej klasy rozgrywek. Dla kontrastu warto zestawić powyższe spotkanie z meczem, gdzie na przykład zwycięstwo danej drużyny zapewni jej tytuł mistrzowski, a przegrana definitywnie pozbawi ją szans na ten sukces.

Z hipotezą niepewności wyniku wiąże się nierozerwalnie pojęcie równowagi konkurencyjnej (ang. *competitive balance*). Konkretne interpretacje tego pojęcia powiązane są zazwyczaj z różnymi miarami liczbowymi przyjmowanymi przy pomiarze. W ogólnym znaczeniu równowaga konkurencyjna oznacza wyrównany poziom gry reprezentowany przez

---

[5] Dla ścisłości, trzeba zauważyć, że cytowana praca wyodrębnia też płaszczyznę niepewności mistrzowskiej („między-sezonowej"). Jest ona rozumiana jako duża liczba różnych zwycięzców rozgrywek na przestrzeni lat zamiast dominacji niewielkiej liczby zespołów. Tym niemniej, odrębne ujmowanie tej wersji hipotezy niepewności wyniku wydaje się nie do końca uzasadnione. Mało prawdopodobne wydaje się być wyraźne rozdzielenie koncepcji niepewności sezonowej od niepewności „między-sezonowej". Naturalne jest oczekiwanie, że dominacja przez jeden lub dwa zespoły tytułów ligowych na przestrzeni lat przełoży się bezpośrednio na niewielkie prawdopodobieństwo zdobycia mistrzostwa przez jakąkolwiek inną drużynę w poszczególnych pojedynczych sezonach. Tym samym sądzić należy, że wysoka niepewność sezonowa musi znaleźć swe odbicie na poziomie niepewności między-sezonowej.

uczestników rozgrywek. Wzrost równowagi konkurencyjnej prowadzi zatem do wyższej niepewności rezultatów sportowych w obu powyższych płaszczyznach. Wiele różnych rozwiązań organizacyjnych – zwłaszcza w ligach zamkniętych – ukierunkowanych jest na poprawę równowagi konkurencyjnej.

Warto w tym miejscu odwołać się do badań empirycznych w zakresie hipotezy niepewności wyniku. Przede wszystkim same ogólne sformułowania obu wersji hipotezy niepewności wyniku są na tyle niedoprecyzowane, że bezpośrednio nie poddają się empirycznej weryfikacji. Różni badacze stosują odmienne operacjonalizacje tej hipotezy. W praktyce, oznacza to konkretną definicję zmiennych oraz przyjęcie ogólnej postaci równania regresji (zazwyczaj liniowej). Najczęściej interpretacja wyników opiera się na statystycznej istotności zmiennej wyrażającej stopień niepewności wyniku. Stwierdzenie tej istotności traktuje się jako wsparcie dla hipotezy, a jej brak jako sugestię braku związku przyczynowo–skutkowego. Oczywiście tego rodzaju podejście badawcze napotyka na typowe problemy analizy regresji. Na przykład nie ma teoretycznych przesłanek do preferowania w badaniach związku liniowego między niepewnością wyniku a popytem. Teoria nie sugeruje natomiast żadnej zależności funkcyjnej innej niż liniowa. Naturalnym podejściem badawczym jest w takiej sytuacji założenie najprostszej, czyli właśnie liniowej, formy zależności. Innym poważnym problemem jest kontrolowanie wpływu wszystkich pozostałych czynników oddziałujących na atrakcyjność meczu. Najważniejsze z tych czynników wspomniano w dalszej części niniejszego opracowania. Generalnym wnioskiem płynącym z całokształtu badań empirycznych jest to, iż choć generalnie w większości dostarczają argumentów na rzecz prawdziwości – poszczególnych operacjonalizacji – hipotezy niepewności wyniku, to jednak ostateczne wnioski są dalekie od jednoznacznych [Szymanski 2003].

Większość badań [Garcia i Rodriguez 2006; Paul i Weinbach 2007; Alavy i in. 2006; Forrest, Simmons i Buraimo 2005] sugeruje, że popyt na oglądanie meczu w telewizji faktycznie wzrasta wraz z rosnącą niepewnością jego wyniku. W zakresie popytu na bilety meczowe wiele prac wskazuje na to, iż najwyższa niepewność wyniku (czyli możliwie najbardziej wyrównane prawdopodobieństwo zwycięstwa) wcale nie jest poziomem optymalnym. Często uznaje się, że popyt na bilety osiąga maksimum, gdy prawdopodobieństwo zwycięstwa gospodarzy nad gośćmi wynosi ok. 0,67 [Knowles, Sherony i Haupert 1992; Forrest i Simmons 2002; Peel i Thomas 1988, 1992 i 1997; Rascher 1999]. Wartości prawdopodobieństw szacowane są na podstawie danych o zakładach bukmacherskich. Nasuwającym się wyjaśnieniem różnic w obu funkcjach popytu wydaje się być mniejsza stronniczość widowni telewizyjnej niż tej na stadionie. Generalnie kibice przychodzący na stadion to najbardziej zadeklarowani fani gospodarzy i zwycięstwo ich ulubionego zespołu wywołuje u nich uczucie przyjemności. Decyzja o przyjściu na mecz wiąże się natomiast z pewnym kosztem (finansowym i czasowym). Bardziej są skłonni do ponoszenia tych nakładów, gdy jest większa szansa, że doprowadzą ich one do odczuwania przyjemności ze zwycięstwa swej drużyny. Oczywiście, bardzo jednostronny mecz jest sam z siebie nieatrakcyjny. Sama informacja o poziomie niepewności maksymalizującym popyt na pojedyncze mecze niewiele jednak mówi o optymalnej równowadze konkurencyjnej całej ligi.

Prace dotyczące niepewności sezonowej również dostarczają zróżnicowanego wsparcia hipotezie niepewności wyniku. Zdaje się z nich wyłaniać ogólny wniosek, że niepewność sezonowa jest ważniejszą determinantą popytu niż niepewność meczowa – [Borland i Macdonald 2003; King, Owen i Audas 2012; Lee i Fort 2008]. Jak wspomniano wcześniej, niepewność sezonowa sama może być rozpatrywana w różnych wymiarach. Dotyczą one wielu możliwych ujęć sukcesu. Dla jednej drużyny sukcesem jest mistrzostwo, dla drugiej – awans do *playoff* lub europejskich pucharów, a dla jeszcze innej – samo utrzymanie się w danej klasie rozgrywek. Z niepewnością sezonową – poza jej zróżnicowanym ujęciem – wiążą się również dodatkowe trudności niespotykane przy okazji niepewności meczowej. Dotyczą one przyjęcia właściwej miary (wielkości). Nie ma tu tak łatwo dostępnej i wiarygodnej danej, jaką są notowania bukmacherskie w przypadku niepewności meczowej. W literaturze opierano się na wielu różnorodnych wielkościach mających odzwierciedlać niepewność sezonową. Opisana w rozdziale II miara ważności Schillinga wydaje się atrakcyjną miarą. Jednak ma ona też swe ograniczenia. W szczególności dotyczą one wpływu subiektywnego oszacowania prawdopodobieństw na jej wartość oraz samych wymogów obliczeniowych związanych z jej – przybliżoną – kalkulacją.

Warto zwrócić uwagę, iż wiele propozycji ligowych rozwiązań organizacyjnych motywowanych jest dążeniem do zwiększenia niepewności wyniku. Część z nich dotyczy rynku pracy i dlatego zostały one omówione poniżej. Tu warto nadmienić rozwiązania oparte na tzw. podziale przychodów (ang. *revenue sharing*). W ligach amerykańskich takich jak NFL i MLB realizacja podziału przychodów polega na tym, iż środki pieniężne ze sprzedaży biletów na mecz dzielone są w określony sposób między gospodarzy i gości (np. w NFL goście uzyskują aż 40% całkowitej sumy). Ogólną ideą tego rozwiązania było wspieranie słabszych klubów kosztem silniejszych. Zakłada się, że silniejsze zespoły cieszą się wyższym popytem na bilety na swe mecze niż słabsze. Korzystając z wyższego popytu dysponują większymi środkami finansowymi, które mogą przeznaczyć na umacnianie swej przewagi nad słabszymi drużynami. Wprowadzenie podziału przychodów ze sprzedaży biletów miało – w zamyśle pomysłodawców – pozwolić słabszym klubom korzystać z wysokiego popytu na mecze zespołów silniejszych. Od dawna jednak zwracano uwagę na wątpliwości czy wprowadzenie proponowanego rozwiązania faktycznie prowadzi do osiągnięcia zamierzonego celu. Na przykład model analizowany w pracy [El–Hodiri i Quirk 1971] pokazuje, że podział przychodów ze sprzedaży biletów jest całkowicie neutralny dla równowagi konkurencyjnej. Jak wskazuje praca [Szymanski i Kesenne 2004] drobna zmiana założeń powyższego modelu prowadzi do wniosku, że analizowane rozwiązanie organizacyjne odnosi nawet efekt odwrotny do zamierzonego, czyli powiększa nierównowagę konkurencyjną. Według tej interpretacji, podział przychodów ze sprzedaży biletów zniechęca zarówno słabsze jak i lepsze zespoły do inwestowania. Tym niemniej, słabszy zespół może więcej zyskać na popycie na mecze silniejszego zespołu niż odwrotnie, a tym samym słabsza drużyna jest zniechęcona do poprawy swego poziomu gry bardziej niż silna. W efekcie, różnica poziomu gry między zespołami powiększa się. Do przeciwnych wniosków prowadzą natomiast założenia poczynione w modelu zbudowanym w pracy [Kesenne 2000]. Autor pokazuje, że jeśli kibice przykładają odpowiednio wysoką wagę do absolutnego poziomu meczu (średniej siły gry obu rywalizujących drużyn), to rzeczywiście podział przychodów ze sprzedaży biletów prowadzi do poprawy równowagi konkurencyjnej. Naturalna konkluzja płynąca z cytowanych powyżej prac jest taka, że w praktyce – przy oczywistej niepewności związanej ze szczegółową postacią funkcji popytu – bardzo trudno przewidzieć rzeczywiste efekty wprowadzenia podziału przychodów dla równowagi konkurencyjnej. To z kolei sugeruje organizatorom, by próbowali poszukiwać innych rozwiązań organizacyjnych realizujących powyższy cel w sposób bardziej jednoznaczny.

Oczywiście poza niepewnością wyniku istnieje bardzo wiele innych czynników kształtujących popyt na sport. Powyżej wspominano już o takich jak: prawdopodobieństwo zwycięstwa gospodarzy czy ogólny poziom sportowy meczu. W literaturze podejmowano próby oszacowania pełnej funkcji popytu, jak też badania zależności popytu od różnych zmiennych. Ciekawą próbę estymacji pełnego równania popytu podjęto na przykład w pracy [García i Rodríguez 2002]. Autorzy prowadzili analizę w odniesieniu do najwyższej piłkarskiej ligi hiszpańskiej w latach dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku. Jako zmienną zależną przyjęto logarytm liczby sprzedanych biletów. Wyróżniono następujące grupy zmiennych wyjaśniających:

a) ekonomiczne

  – cena najtańszego biletu,

  – dochód realny na osobę w prowincji,

  – wielkość rynku mierzona populacją,

b) przybliżające długoterminową jakość meczu

  – budżety obu drużyn,

  – liczba reprezentantów drużyn narodowych,

  – zmienna binarna określająca, czy przeciwnikiem jest Real Madryt lub FC Barcelona,

  – zmienna binarna określająca czy mecz jest derbowy,

  – zmienna binarna określająca czy posiadacze biletów sezonowych muszą dodatkowo płacić za wstęp na dany mecz,

c) przybliżające krótkoterminową jakość meczu

  – liczba zwycięstw w ostatnich 3 meczach jako gospodarz,

  – wynik ostatniego meczu,

  – pozycja gospodarzy w tabeli,

  – liczba zwycięstw gości w ostatnich 4 meczach,

d) mierzące niepewność wyniku

  – kwadrat z różnicy pozycji w lidze obu zespołów,

  – zmienna binarna określająca czy gospodarz jest od trzech pozycji przed do pięciu pozycji za zespołem gości w tabeli,

  – miara sezonowej niepewności wyniku powiązana z różnicą punktową między gospodarzem a liderem w tabeli oraz liczbą meczów pozostających do rozegrania,

e) szacujące koszt alternatywny

– zmienne wyrażające trzy stany pogodowe,

– zmienna binarna określająca czy mecz jest transmitowany w telewizji ogólnodostępnej, płatnej czy wcale,

– zmienna binarna określająca czy mecz rozgrywany w weekend czy nie,

– odległość między miastami, z których pochodzą obaj oponenci.

Autorzy zbudowali 6 zbliżonych do siebie specyfikacji modelu. W najlepiej dopasowanym, współczynnik determinacji przyjął wartość około 0,73. Wszystkie zmienne były statystycznie istotne. Wyniki badań wskazują, że największą moc wyjaśniającą mają zmienne z grupy przybliżającej długoterminową jakość meczu. Model wskazuje też, iż popyt charakteryzuje się stosunkowo małą elastycznością cenową. Powyższe badanie dobrze ilustruje złożoność problemu i bardzo poważne trudności, na jakie napotykają badacze. Stosunkowo łatwo można podważać poszczególne założenia teoretyczne. Jak wynika z cytowanej pracy, liczba potencjalnych zmiennych wyjaśniających może być bardzo długa. Na przykład w powyższym opracowaniu nie uwzględniono, wzmiankowanych wcześniej, zmiennych wyrażających prawdopodobieństwo zwycięstwa gospodarza. Przy okazji warto zauważyć, że fakt istnienia bardzo wielu potencjalnych czynników kształtujących popyt ma znaczenie nie tylko wtedy, gdy próbuje się oszacować pełne równanie popytu, ale także wtedy, gdy głównym celem badania jest określenie wpływu na popyt pojedynczej zmiennej. W tym drugim przypadku konieczne jest kontrolowanie wpływu innych zmiennych kształtujących zmienną zależną.

1.2.3. Sportowy rynek pracy

Sport zawodowy charakteryzuje się jawnością danych dotyczących wynagrodzeń pracowników (graczy). Czyni to ten obszar działalności gospodarczej dostępnym badaniom empirycznym na temat rynku pracy. Jedną z oczywistych implikacji teorii ekonomicznej jest zależność między wysokością nagród a wynikami danych zawodów. Naturalne jest oczekiwanie, że wraz ze wzrostem nagród rośnie wysiłek uczestników i tym samym poprawiają się uzyskiwane przez nich wyniki. Wiele prac potwierdza powyższą zależność. Wśród nich warto szczególnie wymienić często cytowane artykuły Ehrenberga i Bognanno [1990a, b] dotyczące turniejów golfowych. Inne prace dające empiryczne wsparcie zależności wyniku od wysokości płac dotyczą m.in. kręgli [Abrevaya 2002], tenisa [Sunde, 2003], sportów motorowych [Becker i Huselid 1992] czy biegów maratońskich [Frick, Prinz i Dilger 2007]. Często podkreśla się jednak, że powyższe badania napotykają na poważny problem metodyczny związany z rozdzieleniem wpływu samo–selekcji uczestników od siły bodźców motywacyjnych w postaci nagród finansowych. Łatwo wyobrazić sobie sytuację, gdy za lepsze wyniki w zawodach o wyższych nagrodach wcale nie odpowiadają silniejsze bodźce motywacyjne skłaniające do wyższego wysiłku, a raczej fakt, że do tych zawodów przystępują po prostu lepsi uczestnicy. Oczywiście, poza powyższą trudnością występują też typowe dla analizy regresji problemy z kontrolowaniem wpływu wszelkich innych czynników (jak np. warunków pogodowych) rzutujących na osiągane wyniki sportowe.

Jak wspominano wcześniej, mechanizmy rynku pracy wykorzystywane są również w celu zwiększania równowagi konkurencyjnej. Jednym z takich mechanizmów jest pułap wynagrodzeń (ang. *salary cap*). Polega on na ustaleniu limitu wydatków na pensje zawodników zatrudnionych przez jeden klub w danym sezonie. Zasadniczym celem jest uniemożliwienie bogatym klubom zdominowania rozgrywek poprzez pozyskanie wszystkich najlepszych graczy. Inna korzyść płynąca z powyższego rozwiązania odnosi się bezpośrednio do właścicieli zespołów. Unikają oni ograniczającej zyski konkurencji o najlepszych graczy, która przybiera postać wzajemnego przebijania swych ofert płacowych. Generalnie modele teoretyczne zgodnie wskazują, że pułap wynagrodzeń powinien zwiększać równowagę konkurencyjną – np. [Dietl, Lang, i Rathke 2009]. Konkretne uregulowania różnią się pomiędzy ligami. W szczególności wyróżnia się twardy (ang. *hard*) i miękki (ang. *soft*) pułap wynagrodzeń. O ile ten pierwszy ustanawia surowe sankcje za jakiekolwiek przekroczenie ustalonej maksymalnej sumy wydatków na płace dla graczy, o tyle ten drugi zawiera szczegółowe wyliczenie przypadków, kiedy takie przekroczenie jest możliwe. Naturalnie, bogate kluby odczuwają silne pokusy, by poszukiwać sposobów obejścia maksymalnych kwot przeznaczanych na wynagrodzenia. Badania dowodzą, że w rzeczywistości często im się to udaje [Fort i Quirk 1995]. Ponadto, z praktycznego punktu widzenia, ważne jest ustalenie pułapu wynagrodzeń na takim poziomie, by mógł on zostać osiągnięty przez biedniejsze zespoły. Mechanizm powyższy spełni swą rolę, gdy wszystkie zespoły będą wydawać zbliżone środki na wynagrodzenia. Inną kwestią praktyczną rzutującą na skuteczność pułapu wynagrodzeń jest kwestia udziału wynagrodzenia otrzymywanego od zespołu w całości uposażenia graczy. W przypadku, gdy udział ten jest mały, wprowadzony mechanizm ma stosunkowo mniejsze znaczenie. W szczególności chodzi o to, że najlepsi gracze dużą część swych całkowitych korzyści finansowych czerpią z kontraktów reklamowych. Wybierając klub, w którym chcą grać, kierują się oni również wpływem tej decyzji na ich wartość na rynku reklamowym. Mogą na przykład preferować grę w zespole, który ma większe szanse na zdobycie mistrzostwa ligi. Tym samym również względy pozapłacowe mogą wspierać silniejsze drużyny w pozyskiwaniu najzdolniejszych graczy. Badania empiryczne odnoszą się zatem zawsze do wpływu specyficznej postaci pułapu wynagrodzeń (tj. szczegółowych zapisów oraz sposobów dbania o ich przestrzeganie) na równowagę konkurencyjną. Wsparcie dla hipotezy o pozytywnym wpływie pułapu wynagrodzeń na wzrost równowagi konkurencyjnej dostarczają prace [Larsen i Fenn 2006] (dot. NFL) oraz [Howarth i Robinson 2008] (dot. europejskiej Superligi rugby). Natomiast w pracy [Totty i Owens 2011] nie znaleziono wsparcia dla hipotezy o zachodzeniu powyższej zależności w czterech głównych ligach amerykańskich.

Zbliżonym do pułapu wynagrodzeń mechanizmem jest tzw. podatek od luksusu (ang. *luxury tax*). Mechanizm ten polega na tym, iż klub przekraczający ustalony próg wydatków na pensje zawodników musi pewien procent od nadwyżki odprowadzić na rachunek ligi. W [Dietl, Lang i Werner 2010] zwraca się uwagę na dwie względne przewagi podatku od luksusu nad pułapem wynagrodzeń. Po pierwsze, podatek generuje wymierną pulę środków finansowych. Władze ligi mogą je rozdystrybuować między słabsze zespoły podnosząc ich konkurencyjność, ale też przeznaczyć na inne potrzeby ligowe. Po drugie, autorzy cytowanej pracy wskazują, że podatek prowadzi do bardziej efektywnej alokacji talentu między zespołami. Zwracają oni uwagę, że zespoły różniąc się wielkością rynku lokalnego są również odmienne w zakresie potencjału do generowania przychodów. Jednocześnie drużyny o największym potencjale działają w warunkach większej konkurencji o konsumenta spędzającego swój wolny czas. Zespoły takie działają zazwyczaj w największych aglomeracjach miejskich, gdzie liczba i jakość możliwych opcji spędzenia czasu wolnego jest stosunkowo najwyższa. Muszą one zatem zapewniać rozrywkę sportową stosunkowo najbardziej atrakcyjną, ale też efekty z podniesienia jakości produktu są relatywnie najwyższe. Z perspektywy ekonomicznej, można stwierdzić, iż zespoły na dużych rynkach charakteryzują się wyższą produktywnością wykorzystania talentu. Pułap wynagrodzeń (szczególnie twardy) nie pozwala brać powyższych aspektów pod uwagę. Przy podatku od luksusu zespoły z dużych aglomeracji mogą dokonać kalkulacji finansowej czy lepiej zapłacić tę daninę, ale podnieść atrakcyjność widowiska dla kibiców, czy też nie.

Odmiennym od powyższych mechanizmem rynku pracy służącym zwiększaniu równowagi konkurencyjnej jest tzw. draft, stosowany między innymi we wszystkich czterech najważniejszych amerykańskich ligach. Intencją jest dążenie do wyrównania siły gry zespołów i tym samym zwiększenia atrakcyjności rozgrywek. Drużyna, która w ostatnim sezonie okazała się najsłabsza jest tą, która najbardziej potrzebuje wsparcia. Draft jest procedurą przyporządkowania nowych graczy (pracowników) do drużyn (pracodawców). Najpierw tworzona jest lista kandydatów na nowych graczy ligi. Sama procedura – w podstawowej postaci – przebiega w taki sposób, że [Straffin 2004, s. 185]: „najsłabszy w ostatnim sezonie zespół wybiera jednego zawodnika jako pierwszy. Po nim wybiera zawodnika drugi zespół od końca itd., a gdy wszystkie zespoły wybiorą po jednym zawodniku – procedurę powtarza się, w tej samej kolejności, tak długo aż nie będzie już kogo wybierać". Badania empiryczne stanowią stosunkowo silne wsparcie dla hipotezy pozytywnego wpływu draftu. Można tu wymienić między innymi takie prace jak [Daly i Moore 1981], [La Croix i Kawaura 1999] czy [Grier i Tollison 1994]. Z drugiej strony badania [Coenen 2005] sugerują brak pozytywnej zależności. Podobnie jak w przypadku pułapu wynagrodzeń, ciężko znaleźć racjonalne argumenty na rzecz tezy, że draft obniża równowagę konkurencyjną. Raczej należy zakładać, iż czasem pozytywny wpływ draftu jest na tyle niewielki, iż nie jest on wykrywalny za pomocą analizy statystycznej. Nietrudno zauważyć, iż skala wpływu draftu jest silnie uzależniona od danej ligi i dyscypliny, którą reprezentuje. Po jednej stronie jest koszykarska liga NBA, gdzie dane historyczne wyraźnie wskazują, że pozyskanie najlepszego gracza z draftu przynosi silną korzyść drużynie [Taylor i Trogdon 2002; Price i in. 2010; Walters i Williams 2012]. Na przeciwnym krańcu spektrum jest baseballowa liga MLB, gdzie zdecydowana większość graczy z draftu w ogóle ostatecznie nie trafia do głównej ligi, a swą karierę kontynuują w tzw. niższych ligach (ang. *minor leagues*). Profesjonalny baseball posiada bardzo rozbudowaną strukturę niższych lig, która jest niespotykana w innych sportach. Głównym źródłem graczy do drużyn głównej ligi (MLB) są zatem inne zespoły zawodowe, a nie amatorskie (gł. uniwersyteckie) jak w pozostałych trzech najważniejszych dyscyplinach drużynowych Ameryki Północnej.

Poza mechanizmami ukierunkowanymi na zwiększanie równowagi konkurencyjnej wiele innych aspektów sportowego rynku pracy doczekało się naukowych opracowań. Jednym z takich aspektów jest istnienie na rynku pracy w czterech największych ligach amerykańskich sytuacji zbliżonej do dwustronnego monopolu.

Z jednej strony występuje faktyczny monopson po stronie pracodawców. Właściwie dla graczy nie ma żadnej porównywalnej względem atrakcyjności opcji poza grą w danej lidze zawodowej. Wybór innej ligi w Ameryce Północnej lub na innym kontynencie wiąże się z o wiele niższymi zarobkami. Sam mechanizm draftu też wzmacnia istnienie monopsonu. Nie ma możliwości prowadzenia przez właścicieli zespołów indywidualnych negocjacji ukierunkowanych na pozyskiwanie nowych zawodników do drużyny. Wszystko odbywa się w drodze scentralizowanej procedury draftu. Płace, które można przyznać nowym graczom są ściśle określone. Z perspektywy kandydatów do gry w danej lidze, udział w drafcie jest zbliżony do ubiegania się o pracę u pojedynczego pracodawcy. Z punktu widzenia graczy już występujących w lidze, poważnym ograniczeniem przy negocjowaniu ich własnych kontraktów z zespołem, w którym występują są wspomniane wcześniej mechanizmy pułapu wynagrodzeń i podatku od luksusu.

Z drugiej strony, gracze zrzeszają się w związkach zawodowych, które mają bardzo silną pozycję. Obserwowaną wielokrotnie w praktyce sytuacją były czasowe przerwy w funkcjonowaniu każdej z czterech głównych lig amerykańskich[6]. Nazewnictwo stosowane w takich przypadkach zależy od tego, która ze stron ostatecznie uniemożliwia normalną działalność. Jeśli odpowiedzialni są pracownicy (gracze) mówi się o strajku, a gdy pracodawcy (właściciele) stosuje się termin lokaut (ang. *lockout*). W trakcie przerwy w funkcjonowaniu lig prowadzone są intensywne negocjacje nad nową umową zbiorową (ang. *collective bargaining agreement*). Część prac dedykowanych analizie takich sytuacji odwołuje się do modelu medianowego wyborcy – [White 1986; Bishop, Finch i Formby 1990; Hill i Groothuis 2001], który postuluje, że negocjatorzy ze strony związku zawodowego muszą kierować się głównie interesami medianowego członka. W kontekście lig sportowych medianowego członka związku zawodowego można utożsamić z graczem zarabiającym medianowe wynagrodzenie. Dane historyczne wskazują, że nowe umowy zbiorowe doprowadzały do wzrostu zarobków zwłaszcza w okolicy mediany, często kosztem najwyższych pensji (płaconych największym gwiazdom ligi). Innym ciekawym problemem negocjacji jest dokonana w [Haber 2006] ich analiza w kontekście dwóch znanych modeli: dylematu więźnia oraz „gry w cykora" (ang. *chicken game*). Niektóre prace wskazują na podobieństwa związków zawodowych profesjonalnych graczy do tradycyjnych związków zawodowych [Hill i Taylor 2008]. Praca ta

[6] Opisy poszczególnych przypadków znaleźć można m.in. w [Wikipedia 2018a].

sugeruje, iż działalność związków zawodowych jest głównym powodem stosunkowo niskiego udziału składników zmiennych uzależnionych od wyników (ang. *performance pay*) w całości wynagrodzenia. Jak dowodzą analizy z artykułów takich jak [Kaplan i O'Reilly 2008; Mondello i Maxcy 2009; Clayton i Yermack 2001; Heubeck i Scheuer 2003] najwyższy udział składników zmiennych wynosi 25%, zazwyczaj nie przekracza kilku procent, a często zdarzają się kontrakty w całości oparte o składniki stałe.

Pośrednie wsparcie dla hipotezy o roli związków zawodowych w promowaniu wynagrodzeń o składnikach stałych dostarcza też praca [Frick 2007] poświęcona najwyższej piłkarskiej klasie rozgrywkowej w Niemczech. Jak wskazywano powyżej, brak umów zbiorowych z graczami jest jedną z podstawowych cech odróżniających ligi europejskie od amerykańskich. Autor wskazuje na ważną rolę zmiennych składników wynagrodzenia. Stwierdzono też pozytywną zależność między udziałem składników zmiennych w wynagrodzeniu a miejscem w tabeli końcowej rozgrywek. Tym niemniej zauważono tu pewien wyjątek od ogólnej tendencji ujawniający się w najsilniejszych zespołach. W ich przypadku udział stałych części wynagrodzenia był wyjątkowo wysoki. Jednym z możliwych wyjaśnień tego faktu wydaje się być spostrzeżenie, iż najsilniejsze drużyny zatrudniają stosunkowo najwięcej piłkarzy światowego formatu. Tym samym konkurencja między klubami z różnych krajów o tych pracowników jest wyjątkowo zacięta. Biorąc pod uwagę naturalną awersję do ryzyka samych graczy, jak też ich bardzo silną pozycję negocjacyjną nie dziwi, iż są oni w stanie wymusić na swych pracodawcach wyjątkowo korzystne warunki wynagrodzenia.

Omawiając kształtowanie kontraktów między zespołami a zawodnikami warto też wspomnieć o badaniach nad wpływem długości okresu pozostałego do wygaśnięcia kontraktu na wysiłek wkładany przez graczy. Teoria sugeruje, że wysiłek powinien być szczególnie wysoki w ostatnim roku obowiązywania umowy (żeby jak najbardziej zwiększyć swą pozycję negocjacyjną) oraz, iż należy się spodziewać spadku wkładanego wysiłku w sezonie rozpoczynającym się bezpośrednio po podpisaniu długoterminowego kontraktu. Badania empiryczne z [Papps 2010] potwierdzają pierwszą powyższą zależność, a praca [Holden i Sommers 2005] stanowi wsparcie dla drugiej. Tym niemniej prace takie jak na przykład [Krautmann 1990; Maxcy 1997; Maxcy, Krautmann i Fort 2002] nie znajdują empirycznego wsparcia dla hipotez o strategicznym alokowaniu wysiłku przez graczy. Ponadto opracowania takie jak [Berri i Krautmann 2006; Krautmann i Donley 2009] wskazują jak łatwo można dojść do odmiennych wniosków w zależności od przyjętej metodyki. Ciekawe podejście zastosowano w pracy [Krautmann i Solow 2009], gdzie wyodrębniono grupę zawodników podpisujących kilkuletnie kontrakty o stałym wynagrodzeniu, którzy w momencie zawierania tej umowy mogą zakładać, że jest to ich ostatni kontrakt w karierze. Opracowanie powyższe znajduje wsparcie dla hipotezy o ograniczaniu przez tych graczy swego wysiłku. Jednakże – jak zauważają sami autorzy – również wnioski z tego badania powinny być interpretowane ze świadomością istniejących ograniczeń metodycznych.

1.2.4. Ekonomiczne aspekty organizacji wydarzeń sportowych i budowy infrastruktury sportowej

Literatura ekonomii sportu zajmuje się analizą inwestycji w budowę infrastruktury sportowej (tj. stadionów, hal, itp.) oraz w organizację najważniejszych wydarzeń, w tym zwłaszcza igrzysk olimpijskich i mistrzostw świata w piłce nożnej. Zainteresowanie tym obszarem wynika z samej wysokości środków przeznaczanych na te cele. Ponadto temat ten jest ważny w kontekście dominującego udziału finansowania ze środków publicznych. Ogólne przesłanie płynące z analiz jest takie, że korzyści finansowe są zazwyczaj znacznie przeszacowane. Wydaje się, że istnieją dwa fundamentalne powody tego stanu rzeczy. Pierwszym z nich jest konieczność czynienia wielu – siłą rzeczy – mocno niedokładnych szacunków dotyczących wpływu wydarzeń sportowych czy nowej infrastruktury na lokalną gospodarkę. Drugim natomiast powodem jest istnienie wielu wpływowych grup interesu, które mogą osiągnąć bardzo duże korzyści wpływając na decyzje o organizacji danej imprezy sportowej czy budowie danego obiektu. Pomimo oczywistych zainteresowanych po stronie środowisk biznesowych i kibiców sportowych, warto tu również wspomnieć samych polityków. Zdają sobie oni sprawę, że organizowanie ważnych wydarzeń czy powstanie nowych obiektów sportowych przynosi zadowolenie wielu mieszkańcom [Owen 2006]. Tym samym, może ono korzystnie wpłynąć na ich reelekcję. Politycy nie chcą jednak przyznawać wprost, że ich celem jest zwiększenie korzyści w wymiarze psychicznym odczuwanych przez (część) mieszkańców, lecz wolą swoje decyzje o publicznym wsparciu finansowym uzasadniać pozytywnymi efektami finansowymi dla lokalnej gospodarki [Streicher, Schmidt, Schreyer i Torgler 2017]. Motywacja dla tego rodzaju działań jest jasna. Korzyści niematerialne z wydarzenia lub obiektu sportowego nie dotyczą znacznej grupy społeczeństwa niezainteresowanej sportem, podczas gdy łatwo argumentować, że wyższy wzrost gospodarczy w danym regionie jest korzyścią dla wszystkich. Wsparcie dla hipotezy, że publiczne finansowanie sportu stanowi sukces zorganizowanej mniejszości, która jest w stanie wymóc wsparcie ze strony większości można znaleźć na przykład w pracy [Groothuis, Johnson i Whitehead 2004].

Z punktu widzenia szczegółowej krytyki analiz pokazujących bardzo korzystny wpływ wydarzeń i obiektów sportowych na wzrost lokalnej gospodarki, warto wspomnieć o powszechnym zawyżaniu mnożników ekonomicznych rozumianych jako stosunek korzyści całkowitych do korzyści bezpośrednich [Matheson 2009; Siegfried i Zimbalist 2000].

1.2.5. Patologie w sporcie

Doping

W literaturze ekonomii sportu sporo miejsca poświęcono analizom patologii i dysfunkcji związanych z tą dziedziną działalności ludzkiej. Jedną z niepożądanych sytuacji jest używanie przez sportowców niedozwolonych środków dopingujących. Analizy ekonomiczne tego problemu opierają się przede wszystkim na klasycznym modelu dylematu więźnia[7] [Breivik 1987]. W najprostszym ujęciu zakłada się dwóch sportowców, z których każdy może podjąć decyzję o tym czy wziąć środki dopingujące czy nie. Branie środków dopingujących jest dla każdego strategią dominującą, choć obydwaj gracze zyskaliby, gdyby każdy z nich powstrzymał się od ich używania. W kontekście rozszerzeń podstawowego (dwuosobowego) dylematu więźnia na wariant wieloosobowy warto wspomnieć wyniki z pracy [Ryvkin 2012], które wskazują, że wraz ze wzrostem liczby graczy rośnie prawdopodobieństwo brania przez nich dopingu. Teoretycznie można zmienić wypłaty w powyższym modelu teorii gier w taki sposób, aby przestał on być przykładem dylematu więźnia. Wśród zmian, które dałyby takie efekt należy wymienić: obniżenie nagród za zwycięstwo, zwiększenie prawdopodobieństwa wykrycia niedozwolonych substancji, wzmocnienie percepcji negatywnych efektów zdrowotnych i moralnych związanych z używaniem środków dopingujących oraz podwyższenie kar za korzystanie z dopingu. Obniżenie nagród za zwycięstwo wydaje się być rozwiązaniem mało prawdopodobnym. Na przykład organizatorzy poszczególnych

[7] Model dylematu więźnia, choć najpopularniejszy, nie jest jednak jedynym modelem zaczerpniętym z teorii gier wykorzystywanym do analiz zjawiska dopingu w sporcie. Interesujący, niedawny artykuł [Cartwright i Leadbetter 2018] odwołuje się do modelu aukcji „wszyscy płacą" (ang. all-pay auction).

zawodów sportowych rywalizują między sobą o pozyskanie do uczestnictwa najlepszych zawodników. W zakresie zwiększenia prawdopodobieństwa wykrycia niedozwolonych substancji, z jednej strony można odwołać się do częstszych testów przeprowadzanych na zawodnikach, a z drugiej do prac nad lepszymi metodami identyfikacji niedozwolonych substancji w organizmach sportowców. Oba te rozwiązania są kosztowne. Wiadomo ponadto, że zawsze należy oczekiwać, iż w wyścigu między tymi, którzy wymyślają nowe substancje i sposoby ich maskowania, a tymi którzy przeprowadzają kontrole, ci pierwsi zawsze będą „o krok z przodu”. Z całą pewnością, postrzeganie negatywnych efektów zdrowotnych używania dopingu i traktowanie tych środków jako nieuczciwych elementów rywalizacji ma pewien wpływ zniechęcający sportowców do ich używania. Tym niemniej wydaje się, iż dla elity sportowców tego rodzaju argumenty nie są zbyt przekonujące. Warto tu przywołać wyniki badań ankietowych przeprowadzonych przez B. Goldmana [za: Bird i Wagner 1997, s. 751]. Respondenci (w liczbie 198) byli pytani między innymi o to, czy przyjmowaliby niewykrywalny dla kontroli środek dopingujący, który pozwoliłby im być niepokonanymi przez pięć lat, lecz mający działanie uboczne prowadzące do ich śmierci zaraz po upływie tego okresu. Ponad połowa badanych wyraziła chęć przyjmowania takiego specyfiku.

Stosunkowo najbardziej obiecującym środkiem odstraszającym od brania niedozwolonych środków wydaje się być podwyższenie kar za korzystanie z dopingu. Należy podkreślić, iż od września 2017 roku, sankcje za przewinienia na igrzyskach olimpijskich mogą zostać nałożone przez Międzynarodowy Komitet Olimpijski nie tylko na uczestników zawodów, lecz również na całe podmioty, jak na przykład krajowe związki sportowe [Międzynarodowy Komitet Olimpijski, Karta Olimpijska 2017].

Aktualnie najczęściej stosowaną wobec uczestników karą jest ich kilkuletnia lub dożywotnia dyskwalifikacja, która uniemożliwia im branie udziału w oficjalnych zawodach. Jej oczywistą wadą jest stosunkowo niska dotkliwość w odniesieniu do sportowców będących u schyłku swej kariery, na co zwraca uwagę m.in. Eber [2012]. Skoro starsi zawodnicy z dużą dozą prawdopodobieństwa ulegną pokusie do brania dopingu, to młodsi, aby pozostawać konkurencyjni również muszą sięgnąć po zakazane środki. Obiecująco wyglądają propozycje zwiększenia zakresu stosowania kar pieniężnych za używanie dopingu [Maennig i Wolfgang 2009]. W praktyce tego rodzaju rozwiązanie na pewno spotkałoby się z trudnościami natury prawnej. Zawody sportowe na najwyższym szczeblu są rozproszone po całym świecie i ci, którzy łamią prawo w jednym kraju, mogliby próbować chronić się przed konsekwencjami unikając pojawiania się w danym państwie w przyszłości. W rzeczywistości brak możliwości lub niechęć do zapłacenia kary mogłaby być tożsama w konsekwencjach do dożywotniej dyskwalifikacji. W zakresie ustalania wysokości kary, ciekawą rekomendację zawiera praca [Berentsen 2002], która sugeruje uzależnianie wysokości kary od miejsca w rankingu (lepsi płaciliby więcej).

Ciekawą analizę zjawiska dopingu w sporcie zawarto w [Buechel, Emrichi i Pohlkamp 2013]. Autorzy podkreślają rolę preferencji konsumentów (kibiców). Wielu kibiców wydaje się postępować tak, jakby spadek zainteresowania danym wydarzeniem sportowym był u nich wywołany ujawnieniem skandalu dopingowego[8]. Mając tego świadomość, organizatorzy wiedzą, iż w ich interesie nie jest generowanie takich skandali. Nie mając bezpośredniego wpływu na decyzje sportowców o zażywaniu niedozwolonych substancji, mogą oni ograniczyć liczbę skandali przeprowadzając testy antydopingowe w taki sposób, by niewiele osób będących pod wpływem dopingu zostało wykrytych. Jeżeli jednak nikt nie zostanie wykryty, to organizatorzy ryzykują swą wiarygodność jako osoby faktycznie zainteresowane zwalczaniem dopingu. Ujawnienie przypadków dopingu, ale bardzo niewielu, może być stosunkowo najlepszym rozwiązaniem dla utwierdzenia opinii publicznej w przekonaniu, że dane zawody są prawie wolne od zakazanych środków. Przy okazji warto też przypomnieć, że ogólny poziom sportowy jest uznawany za ważny czynnik kształtujący popyt. Oczywiste jest, że sportowcy korzystający ze środków dopingujących prezentują wyższy poziom. Z powyższego jasno wynika, iż pozostawienie działań antydopingowych w gestii organizatorów raczej nie doprowadzi do znacznego ograniczenia tego procederu. Pewnym rozwiązaniem możliwym w tym zakresie jest stworzenie jak najlepszych warunków do działania organizacji takiej jak Światowa Agencja Antydopingowa, która jest niezależna od poszczególnych federacji sportowych. Jeszcze bardziej zdecydowanym działaniem jest zwiększenie roli państwa. W niektórych krajach, takich jak Włochy, Hiszpania czy Belgia zażywanie środków dopingujących, a nawet pomoc w tym procederze jest złamaniem przepisów prawa karnego, za które można nawet trafić do więzienia [McKenzie 2007]. W praktyce oznacza to, że wyspecjalizowany aparat policyjny, prokuratorski i sądowniczy zostaje skierowany do walki z dopingiem w sporcie.

---

[8] Dobrym przykładem z ostatnich kilkunastu lat są liczne powtarzające się przypadki ujawniania dopingu na największym światowym wyścigu kolarskim Tour de France.

Korupcja

Poza dopingiem, innym powszechnienie znanym zjawiskiem negatywnie oddziałującym na działalność sportową jest korupcja. Jej podstawową formą jest łapówkarstwo. Najczęściej przekupywani są sami zawodnicy lub sędziowie. Tym niemniej, jak zauważono między innymi w [Maennig 2008], do korupcji w sporcie można zaliczyć też łapówkarstwo dotyczące takich decyzji jak: wybór gospodarza ważnych wydarzeń sportowych (głównie igrzysk olimpijskich i piłkarskich mistrzostw świata), przyznawanie praw do transmisji telewizyjnych czy zlecanie prac przy budowie obiektów sportowych.

Korumpującymi zawodników lub sędziów są zazwyczaj przedstawiciele innych drużyn uczestniczących w rozgrywkach[9] lub też osoby związane z obstawianiem zakładów bukmacherskich[10]. Rzeczywistość sportowa pokazuje również, że korzyści odnoszone przez „oddającego mecz" mogą być czasem dalece odmienne od świadczeń pieniężnych. Na przykład wydaje się, iż w japońskich zapasach sumo część zawodników dobrowolnie przegrywających pojedynki kierowała się zasadą wzajemności, którą można wyrazić słowami „dziś ja pomagam tobie, a w przyszłości ty pomożesz mi" [Duggan i Levitt 2002].

W odniesieniu do sportu w dużej mierze analiza pokrywa się z badaniem korupcji w ogóle. Ekonomiczne podejście do przestępczości, w tym korupcji zapoczątkowały prace noblisty G. Beckera, a zwłaszcza [Becker 1968]. Generalna idea powyższego podejścia polega na analizie decyzji o popełnieniu czynu zabronionego poprzez porównanie oczekiwanych korzyści i kosztów. Podstawowy model w odniesieniu do łapówkarstwa prowadzi do zależności omówionych między innymi w [Bowles 2000].

Warto zwrócić uwagę, że skuteczna walka z korupcją leży w ekonomicznym interesie organizatorów rozgrywek. Jak wynika między innymi z [Buraimo, Migali i Simmons 2016] skandale korupcyjne wpływają negatywnie na popyt za strony kibiców.

W praktyce próby przeciwdziałania korupcji skupiały się w przeważającej mierze raczej na wprowadzaniu nowych rozwiązań organizacyjnych niż na bezpośrednim zwiększaniu wartości kar. Należy zauważyć, iż w dużej mierze wynika to z uwarunkowań prawnych. Jak

[9] Przykłady tej formy korupcji zilustrowano w polskiej kulturze popularnej w filmie „Piłkarski poker" (reż. J. Zaorski).

[10] Kilka lat temu duży odzew medialny wywołała informacja na temat operacji o kryptonimie „VETO" prowadzonej przez Europol. Jak poinformowano, aż 680 meczów piłkarskich w latach 2008-2011 zostało ustawionych przez tzw. „mafię bukmacherską", która była kierowana najprawdopodobniej z terytorium Singapuru. Patrz np. [Szczepłek 2013].

wspominano wcześniej, można wprowadzać kary umowne w kontraktach zawieranych przez organizatorów ze sportowcami czy z sędziami. Jednak problemem w sporcie międzynarodowym jest egzekwowanie nałożonych sankcji w sytuacji przebywania przez ukaranych na terenie obowiązywania różnych krajowych systemów prawnych. Mimo wszystko wydaje się, że w niektórych okolicznościach – jak np. w krajowych rozgrywkach ligowych – skuteczne egzekwowanie kar finansowych byłoby możliwe. Rekomenduje się zatem zdecydowane zwiększenie zakresu ich stosowania w praktyce [Maennig 2008]. Innym rozwiązaniem, które wprost wynika z analiz ekonomicznych, a wydaje się być niedoceniane w praktyce, jest zwiększenie kosztów utraconych korzyści związanych z wykryciem korupcji. W szczególności chodzi tu o zapewnienie sędziom stosunkowo wysokich płac. Sędzia, który z uwagi na niski poziom jakości swej pracy (spowodowany na przykład korupcją) zostanie pozbawiony dalszej możliwości zarobkowania w ten sposób, powinien odczuć to jako istotną dolegliwość finansową.

Spośród stosowanych w praktyce rozwiązań organizacyjnych mających ograniczyć korupcję wśród sędziów warto jako przykład wspomnieć o zwiększeniu liczby sędziów oceniających występ sportowców. Na przykład w łyżwiarstwie figurowym po skandalach w roku 2002 zwiększono liczbę sędziów z 9 do 14 [Zitzewitz 2006]. Idea tego działania jest oczywista. Chodzi o wzrost liczby osób, które trzeba przekupić, aby odnieść zamierzony efekt. W bezpośredni sposób wpływa to na zwiększenie kosztów łapówek ponoszonych przez korumpującego.

Innym naturalnym rozwiązaniem antykorupcyjnym jest zwiększenie monitoringu nad działalnością sędziów. Z jednej strony, chodzi tu o odpowiednie komisje sędziowskie oceniające prace arbitrów i ewentualnie zawieszające ich w wykonywaniu obowiązków. Z drugiej strony, ważną rolę we współczesnym świecie mają do odegrania środki techniczne (głównie w postaci kamer), które pozwalają dokonać zobiektywizowanej identyfikacji liczby i skali nieprawidłowych decyzji sędziujących. Na przykład wprowadzenie systemu wideo nagrywającego walki bokserskie z czterech stron ringu było jednym z rozwiązań wdrożonych w ramach walki z korupcją w amatorskim boksie po skandalach na Igrzyskach w roku 1988 [Maennig 2008]. Oczywiście silniejszy monitoring pracy sędziowskiej sprzyja nie tylko przeciwdziałaniu korupcji, ale też selekcji sędziów o najwyższych umiejętnościach.

Odmienną regulacją wprowadzaną przez organizatorów zawodów sportowych jest zakaz uczestnictwa przez zawodników, trenerów i sędziów w bukmacherskich zakładach sportowych. Intencją tego przepisu jest unikanie oczywistych przypadków konfliktu interesów. Można zauważyć tu bliską analogię do regulacji z zakresu rynku kapitałowego, gdzie funkcjonuje zakaz dokonywania transakcji przez osoby mające dostęp do informacji poufnych (ang. *insider trading*). W praktyce jednak wydaje się, że egzekwowanie przestrzegania powyższej regulacji w sporcie napotyka na poważne problemy. Po pierwsze, władzom sportowym trudno zdobyć dane o zaangażowaniu poszczególnych osób w hazard. W przypadku „*insider trading*" zebranie dowodów jest łatwiejsze, gdyż zajmują się tym instytucje takie jak policja i prokuratura, które mają znacznie większe uprawnienia do działania. Nawet jednak w odniesieniu do rynku kapitałowego ściąganie takich przestępstw jest bardzo trudne. Jednym z czynników mocno komplikujących sytuację jest występowanie takich porozumień, gdy osoba mająca dostęp do informacji poufnych sama nie dokonuje transakcji, lecz dzieli się informacjami z inną osobą (ang. *tippee*), która to bezpośrednio wystawia zlecenia na rynku finansowym i czerpie z tego zyski. Na przykład w głośnym skandalu dotyczącym sędziego w lidze NBA wyszło na jaw, iż przekazywał on dwóm kolegom informacje o tym jaką drużynę zamierza faworyzować w prowadzonym przez siebie spotkaniu [Yaniv 2007].

Jako rozwiązanie organizacyjne zmniejszające ryzyko korupcji można też traktować zastąpienie rozgrywek jednofazowych rozgrywkami z fazą *playoff*[11]. Jak zauważono w [Preston i Szymanski 2003, s. 618] : "Przekupywanie oponentów zazwyczaj występuje ponieważ stawki zwycięstwa są wysoce asymetryczne". W szczególności chodzi tu o mecze, gdy pod koniec sezonu jeden z oponentów jest w środku tabeli, a drugi zagrożony jest spadkiem do niższej klasy rozgrywkowej. Dla pierwszego oponenta mecz ten jest praktycznie bez znaczenia, a dla drugiego wart jest całego sezonu [Caruso 2007]. W przypadku fazy *playoff* decydującej o ewentualnym spadku do niższej klasy rozgrywek, tak ekstremalna asymetria stawek meczu jest niemożliwa. Po niepowodzeniach w fazie grupowej, zespół może znaleźć się w strefie zagrożonej spadkiem, ale o ostatecznych rozstrzygnięciach decydują mecze *playoff*. Tym samym najwyższą stawką meczu dla zespołu niżej w tabeli jest nie „być albo nie być w danej klasie rozgrywek w następnym sezonie", ale raczej „być albo nie być w *playoff* o prawo pozostania w danej klasie".

---

[11] Trzeba jednak zauważyć, że zazwyczaj ograniczanie korupcji nie jest głównym celem takiej reformy.

1.3. Rola badań operacyjnych we wspomaganiu decyzji dotyczących rozgrywek sportowych

Podejmowanie decyzji jest integralnym elementem działalności sportowej. Ten prosty fakt jest zasadniczą przesłanką wskazującą na użyteczność badań operacyjnych również w tym obszarze aktywności ludzkiej. Jednocześnie komercyjny charakter współczesnego sportu zawodowego nadaje powyższym decyzjom charakter finansowy. Korzystanie z dorobku badań operacyjnych może bezpośrednio przełożyć się na wymierne efekty pieniężne. W praktyce czasem trudne jest rozgraniczenie badań operacyjnych od pokrewnych dziedzin stosujących metody ilościowe. Choć takie jednoznaczne oddzielenie nie jest możliwe, na potrzeby niniejszego podrozdziału, autor wskazuje na dwie zasadnicze cechy wyróżniające prace mające charakter badań operacyjnych:

a) bezpośrednie powiązanie z decyzjami,

b) metodyka badawcza oparta na zastosowaniu modelowania ilościowego problemów decyzyjnych, a zwłaszcza programowania matematycznego, modeli teorii gier oraz symulacji komputerowych.

Pierwszy z powyższych wyróżników eliminuje z rozważań bardzo liczne prace z zakresu ekonomii sportu, których celem jest wyjaśnienie i zrozumienie mechanizmu występowania różnych zjawisk w rzeczywistości. Chociaż zazwyczaj tego rodzaju dorobek teoretyczny ma kluczowe znaczenie dla późniejszych konkretnych propozycji zmian i reform, to jednak powiązanie to ma charakter pośredni.

Druga cecha wskazuje na odmienny charakter od badań operacyjnych między innymi podejść opartych na narzędziach ekonometrycznych. W szczególności chodzi tu o analizę regresji, która stanowi metodykę wykorzystywaną w większości prac z zakresu ekonomii sportu [Mulok 2012].

W ramach prac o charakterze badań operacyjnych zasadne wydaje się też dokonanie podziału według grupy decydentów. W szczególności można wyodrębnić wśród nich:

a) uczestników rozgrywek (tj. samych graczy, ich trenerów czy menedżerów drużyn),

b) organizatorów rozgrywek.

Typowym problemem z zakresu ekonomii sportu, gdzie badania operacyjne oferują pomoc pierwszej z powyższych grup decydentów jest ocena siły gry (wartości) poszczególnych graczy w zespole. Takie oszacowania pełnią kluczową rolę przy rekrutacji oraz wynagradzaniu pracowników (zawodowych graczy), a zatem związane są ściśle z zagadnieniami typowymi dla rynku pracy. Ciekawymi artykułami wykorzystującymi w powyższym celu metodykę DEA są [Cooper, Ruiz i Sirvent 2009; Tiedemann, Francksen i Latacz–Lohmann 2011]. Z uwagi na ważne znaczenie tzw. draftu typowego dla amerykańskich zawodowych lig sportowych, warto też zwrócić uwagę na opracowania dotyczące strategii, które powinny być stosowane przez uczestników tego procesu [Gibson i in. 2010; Fry, Lundberg i Ohlmann 2007].

Innym typem problemów decyzyjnych pojedynczych uczestników rozgrywek są kwestie bezpośrednio związane z rywalizacją sportową. Naturalnie, sukces sportowy generalnie przekłada się w zawodowym sporcie na korzyści finansowe. Profesjonalni zawodnicy i trenerzy są pracownikami zatrudnionymi w ramach przemysłu rozrywkowego[12]. Ich sukces finansowy zależy często od jakości świadomie podejmowanych decyzji. Należy jednak podkreślić, iż badania operacyjne zastosowane do powyższego typu problemów wspierają trenerów (lub samych zawodników) w zakresie samej istoty ich pracy. Tym samym z przedmiotowego punktu widzenia są to zastosowania charakterystyczne dla dyscypliny nauk o sporcie (ang. *sports science*). Jako – analizowane w literaturze – przykłady omawianego typu problemów decyzyjnych można wymienić między innymi takie jak:

a) kiedy w hokeju na lodzie należy zamienić bramkarza na gracza z pola? [Beaudoini i Swartz 2010],

b) kiedy należy skorzystać z prawa do weryfikacji video decyzji sędziego w tenisie ziemnym? [Clarke i Norman 2012],

c) czy w curlingu lepiej prowadzić jednym punktem przed ostatnią rundą, ale bez prawa ostatniego kamienia czy też przegrywać jednym punktem, ale z prawem ostatniego kamienia? [Kostuk i Willoughby 2006],

d) w które miejsce tarczy do rzutek należy w danym momencie celować [Tibshirani, Price i Taylor 2011],

e) jaka jest optymalna strategia w końcówkach meczów koszykarskich? w szczególności rozważano takie problemy szczegółowe mogące pojawić się w ostatnich sekundach meczu jak: czy przegrywając dwoma punktami lepiej spróbować wykonać rzut za dwa

[12] Coraz częściej też zdarza się, że profesjonalne drużyny sportowe zgłaszają zapotrzebowanie na rynku pracy na ekspertów z zakresu metod ilościowych. Pełnią oni role doradcze dla trenerów. Patrz np. [Albert 2012]

czy za trzy punkty [Winston 2012], czy prowadząc trzema punktami przy posiadaniu piłki przez oponentów należy faulować czy jedynie bronić? [Annis 2006] czy przegrywając czteroma punktami na minutę przed końcem lepiej rzucać za trzy czy za dwa punkty? [Parker 2010].

W obszarze ekonomii sportu pojawiają się liczne prace o finansowych konsekwencjach zmian dokonywanych w różnych aspektach organizacji i zasad prowadzenia rozgrywek. W zamierzeniu, wnioski z tych opracowań mają służyć wspomaganiu decyzji organizatorów. Tym samym uwaga skupiona jest na maksymalizacji nadwyżki ekonomicznej generowanej przez wszystkich uczestników rozgrywek. Dotyczy to zarówno zwiększania popytu na sport, jak też racjonalizacji kosztów. Część prac proponuje możliwe usprawnienia, a inne starają się dokonać zobiektywizowanej oceny zmian rzeczywiście dokonanych. W kolejnych podrozdziałach bardziej szczegółowo omówiono te prace, które mają bezpośredni związek z twórczą częścią niniejszej dysertacji. Poniżej zaprezentowano natomiast inne przykładowe problemy decyzyjne związane z zawodami sportowymi, którym poświęcono opracowania wykorzystujące metodykę badań operacyjnych. Autorzy niektórych opracowań, rozważając dany problem, odwołują się również do analizy danych historycznych za pomocą regresji. Prace podzielono na trzy grupy tematyczne: harmonogramy, zasady odnoszące się do pojedynczych meczów oraz regulacje dotyczące rozgrywek. Niniejszy podział nawiązuje do artykułu M. Wrighta [2012].

Harmonogramy

Zagadnienie układania harmonogramów wielomeczowych rozgrywek sportowych stanowi szeroki nurt literatury. Poświęcono mu wiele prac, zwłaszcza dotyczących profesjonalnych lig. Bezcelowe jest w tym miejscu przytaczanie obszernej bibliografii z tego zakresu. Warto natomiast zwrócić uwagę na – zawierające liczne odwołania literaturowe – opracowania przeglądowe, jak np. [Rasmussen i Trick 2008; Kendall i in. 2010]. Typowe dla problemów harmonogramowania jest występowanie wielu różnych ograniczeń i kryteriów. Wśród najczęściej przytaczanych wymienić można m.in.:

a) postulat minimalizacji liczby przypadków, gdy zespół rozgrywa dwa mecze z rzędu na wyjeździe lub oba spotkania pod rząd jako gospodarz,

b) postulat minimalizacji kosztów przejazdu dla zespołów (ważne, gdy uczestnicy przemieszczają się bezpośrednio pomiędzy lokalizacjami kolejnych spotkań „na wyjeździe” bez powrotu do domu),

c) preferencje dotyczące meczów klubów najlepszych i najsłabszych – np. odnośnie do:

   – równomiernego rozłożenia w czasie meczów między najlepszymi zespołami, które też są generalnie najatrakcyjniejsze dla kibiców i stacji TV,

   – unikania sytuacji, w której dany zespół spotyka się kilka kolejek z rzędu z drużynami tylko z grupy najsłabszych lub najlepszych uczestników,

d) przyporządkowanie konkretnych meczów do z góry ustalonych dat,

e) zasady przydziału sędziów do meczów.

Zasady odnoszące się do pojedynczych meczów

Ten nurt literatury koncentruje się na wpływie zmian poszczególnych reguł rozgrywania meczów na atrakcyjność widowiska sportowego. Punktem wyjścia dla budowy modelu matematycznego jest wiedza na temat tego, co jest pożądane przez kibiców lub stacje telewizyjne.

Dążenie do zwiększenia atrakcyjności dla stacji telewizyjnych stanowiło powód zmian w takich dyscyplinach jak siatkówka, badminton czy squash. Zniesiono w nich zasadę, że punkt można zdobyć tylko przy własnym serwisie, na rzecz reguły, że każde wygrane podanie kończy się punktem. Jednocześnie zwiększono liczbę punktów koniecznych do wygrania seta. Główną intencją było uczynienie czasu trwania meczów bardziej przewidywalnym. Tym samym ułatwiono układanie dziennych programów stacjom telewizyjnym. Choć wydaje się, że same zmiany wprowadzono głównie kierując się intuicją, to jednak stały się one przedmiotem późniejszych analiz. Potwierdzają one osiągnięcie zasadniczego celu wprowadzonych zmian. Oczywiście tego rodzaju badania naturalnie jest przeprowadzać za pomocą analizy regresji. Wyrażane przez stacje telewizyjne zainteresowanie wyższą przewidywalnością czasu trwania meczów interpretowane jest jako preferowanie niższej wariancji (odchylenia standardowego) tej zmiennej losowej. Typowa dla badań operacyjnych metodyka symulacji komputerowych pomaga natomiast ustalić, jaki wpływ wywołują zmiany reguł z perspektywy hipotezy niepewności wyniku. Przedmiotem zainteresowania jest to, czy wprowadzone przepisy zwiększają prawdopodobieństwo wygrania meczu raczej przez słabszego czy silniejszego gracza. Przykładowe prace analizujące powyższe zmiany organizacyjne z wykorzystaniem metody Monte Carlo to np. [Kovacs 2009; Percy 2009; Paindaveine i Swan 2011]. Przy okazji warto też wspomnieć o zbliżonej co do charakteru, lecz nieco odmiennej reformie zasad rozgrywania meczów w tenisie stołowym. Według starego systemu gracze serwujący zmieniali się co 5 podań, a set trwał do momentu osiągnięcia przez jednego z zawodników 21 punktów. W nowym systemie serwis zmienia się co 2 podania, a set trwa do 11 punktów. Probabilistyczną analizę konsekwencji zmian systemu zawiera praca [Dominicy, Ley i Swan 2013].

Biorąc pod uwagę status piłki nożnej jako najpopularniejszej dyscypliny na świecie, nie może dziwić, że zmianom organizacyjnym w jej ramach również poświęcono naukowe publikacje. Jedną ze zmian było wprowadzenie w roku 1993 reguły tzw. „złotego gola" („nagłej śmierci") w dogrywkach. Stanowiła ona, że mecz kończy się natychmiast po strzeleniu przez jedną z drużyn bramki w dogrywce. Intencją zmiany było uczynienie dogrywek bardziej emocjonującymi widowiskami. W czasie obowiązywania poprzednich reguł – gdy zawsze mecz toczył się do końca regulaminowego czasu dogrywki (tj. 30 minut) – obserwowano, że zazwyczaj obie drużyny grają bardzo defensywnie sprawiając wrażenie jakby tylko chciały dotrwać do serii rzutów karnych. „Złoty gol" miał na celu skłonienie zespołów do bardziej ofensywnej postawy. Jednocześnie, większa koncentracja sił na ataku miała doprowadzić do zmniejszenia liczby meczów rozstrzyganych w rzutach karnych. Znana jest powszechna niechęć kibiców do tej „loteryjnej" formy ustalania ostatecznego wyniku meczu. Zdecydowanie artykułowane są preferencje, by o wynikach meczu decydowały raczej aspekty typowe dla standardowego przebiegu meczów piłkarskich [Billsberry i Nelson 2009]. Analiz powyższej zmiany zasad gry dokonywano z użyciem narzędzi teorii gier. W jednej z prac [Brocas i Carrillo 2004] skonstruowano model, z którego wynika, iż poziom ofensywności strategii obu zespołów w dogrywce powinien być taki sam zarówno przy obowiązywaniu reguły „złotego gola", jak i bez niej. Jednocześnie oznacza to, że faktycznie należy oczekiwać – niewielkiego – zmniejszenia liczby meczów rozstrzyganych w rzutach karnych. Jednakże inny artykuł [Banerjee i Swinnen 2004] wskazywał, że w zależności od dodatkowych założeń, nowe regulacje mogą skłaniać zarówno do bardziej ofensywnej jak i defensywnej postawy. Innymi słowy, autorzy sugerują, że w części meczów wprowadzona zmiana mogła mieć skutek zamierzony przez organizatorów, ale w innych wprost przeciwny. Warto dodać, iż możliwość stosowania reguły „złotego gola" w piłce nożnej ostatecznie zniesiono na początku 2004 roku. Trudno wyrokować jak wprowadzona zmiana wpłynęła na rzeczywistość, gdyż została ona zastosowana w zbyt małej liczbie meczów, aby można było przeprowadzić wiarygodne wnioskowanie statystyczne. Bezsporne wydaje się, że wszelkie konsekwencje zmiany reguł były stosunkowo niewielkie i trudne do zaobserwowania. Jednocześnie autorzy ostatniej z cytowanych prac wskazują, że „złoty gol" z pewnością pozbawił kibiców doświadczania tych bardzo emocjonujących i spektakularnych fragmentów meczów, gdy zespół przegrywając jedną bramką w dogrywce musi zaangażować wszystkie swe siły w próbę doprowadzenia do wyrównania. Kwestia ta jest jednym z wielu przykładów, gdy wprowadzane przez organizatora zmiany wywołują tzw. konsekwencje niezamierzone (ang. *unintended consequences*), których negatywne oddziaływanie może przewyższyć zamierzone pozytywne efekty dokonanych reform.

Z dążeniem do podniesienia ofensywności meczów piłkarskich wiąże się również oryginalna propozycja J. D. Carrillo [2007], aby rzuty karne rozgrywać przed rozpoczęciem każdego meczu zamiast, jak dotychczas, jedynie po dogrywce zakończonej remisowo. W takim przypadku wynik konkursu rzutów karnych miałby znaczenie jedynie wtedy, gdyby zarówno regulaminowy czas gry (tj. 90 minut) jak i dogrywka zakończyły się remisowo. Dla zrozumienia mechanizmu generującego bodźce do defensywnej strategii przyjmowanej przez zespoły piłkarskie, należy przytoczyć pewne fakty związane z grą w piłkę nożną. Cechą strategii bardziej ofensywnej jest to, iż zwiększa ona prawdopodobieństwo zdobycia bramki przez zespół ją przyjmujący, ale jednocześnie powoduje też wzrost prawdopodobieństwa utraty gola. Chodzi o to, że zwiększona alokacja środków i wysiłku na atak jest tożsama z jej zmniejszeniem na działania obronne. W szczególności, większe zaangażowanie ofensywne danego zespołu naraża go na szybki kontratak ze strony przeciwników. Warto też zauważyć, że generalnie przyjmuje się, że konkurs rzutów karnych ma charakter loteryjny, a więc szanse obu drużyn w nim uczestniczących są prawie równe. Zalety proponowanej zmiany reguł są szczególnie wyraźne przy meczu dwóch wyrównanych zespołów, czyli gdy prawdopodobieństwo początkowe zwycięstwa w meczu każdej z drużyn wynosi 0,5. W takiej sytuacji obie drużyny mogą skłaniać się do mocno defensywnej strategii, która najbardziej prawdopodobnym czyni wynik 0-0. Z punktu widzenia szans na zwycięstwo, takie podejście jest zachowywaniem *status quo*, aż do momentu rozpoczęcia konkursu rzutów karnych. Jednocześnie, jak zauważa autor omawianej propozycji, przegrana w rzutach karnych jest zazwyczaj mniej dotkliwa niż przegrana wcześniejsza. Kibice mają tendencję większego obwiniania swego zespołu, a w szczególności jego trenera, gdy porażka meczowa nastąpiła w czasie regulaminowym lub w dogrywce. Fani przypisują przegraną w rzutach karnych bardziej efektowi braku szczęścia niż niewystarczających umiejętności lub złych decyzji.

W kontekście powyższych faktów, idea proponowanej zmiany jest łatwa do intuicyjnego uchwycenia. Przedmeczowy konkurs rzutów karnych zawsze będzie miał swego przegranego. Dla tego pokonanego zespołu zwycięstwo w czasie regulaminowych 90 minut lub w dogrywce będzie jedynym sposobem na uniknięcie wyeliminowania z turnieju. Wraz z upływem czasu przy remisowym rezultacie, drużyna ta musi zwiększać ofensywność swej strategii. Nie ma zatem możliwości, by obie drużyny przyjmowały przez cały mecz strategie defensywne, jak to często obserwuje się obecnie. O ile oczywiste są konsekwencje proponowanej zmiany dla zmniejszenia prawdopodobieństw rezultatów bezbramkowych jako końcowych wyników meczów, to jak zauważa sam autor omawianej propozycji, efekt dla maksymalizacji sumy ofensywności strategii dla obu uczestników meczu wcale nie jest jasny. Chodzi o to, że wzrostowi ofensywności strategii zespołu pokonanego w rzutach karnych towarzyszy jednoczesne zwiększenie defensywności strategii drużyny zwycięskiej. W tym miejscu należy wspomnieć o pracy wykorzystującej analizę regresji do weryfikacji efektu wprowadzenia przedmeczowych rzutów karnych [Lenten, Libich i Stehlík 2013]. Autorzy skorzystali z sugestii J. D. Carillo, że wpływ praktyczny jego metody jest zbliżony do konsekwencji sytuacji, gdy jedna z drużyn szybko strzela bramkę w dogrywce. Powyższa praca empiryczna silnie wskazuje na ogólne zwiększenie ofensywności meczów, które mierzone jest wzrostem liczby strzelonych bramek przez oba zespoły[13].

Analizie poddano również zmianę systemu punktacji meczów piłkarskich. W nowym systemie zwycięstwo premiowane jest trzema, a nie jak wcześniej dwoma punktami. W obu systemach (tj. nowym i starym) remis wiąże się ze zdobyciem pojedynczego punktu, a porażka przynosi zero punktów. Intencją zmian było skłonienie zespołów do bardziej ofensywnej postawy. W szczególności oczekiwano, że zmiana zwiększy średnią liczbę bramek na mecz oraz zredukuje liczbę meczów kończących się wynikiem bezbramkowym. Jak wspominano powyżej, konsekwencją zwiększenia ofensywności strategii przez dany zespół jest podniesienie prawdopodobieństw zarówno zdobycia jak i utraty bramki. Uzasadnienie zmiany punktacji opierało się na wprowadzeniu asymetrii nagród i kar. Nagroda jest tu rozumiana jako

---

[13] Powstaje oczywiście pytanie, na ile liczba bramek jest właściwą miarą ofensywności. Na przykład strzelenie gola po szybkim kontrataku, może być ściśle związane z przyjęciem przez zespół zdobywający bramkę strategii mocno defensywnej. Sam J. D. Carillo sugeruje raczej przyjęcie takiej miary jak liczba strzałów na bramkę.

przyrost punktów między remisem a zwycięstwem, a kara jako spadek punktacji między remisem a porażką. Mecz rozpoczyna się od stanu 0-0. Jeśli tak się skończy, to obie drużyny zdobędą po jednym punkcie. W starym systemie zwiększenie ofensywności podnosiło szanse na nagrodę w wysokości jednego punktu, ale też zwiększało ryzyko poniesienia kary w tym samym wymiarze. Nowy system nie wpływa oczywiście na prawdopodobieństwa, ale skłania do ofensywniejszej postawy czyniąc nagrodę cenniejszą niż kara.

Trudno odmówić powyższemu rozumowaniu poprawności. Problem powyższego uproszczonego uzasadnienia polega jednakże na koncentrowaniu się na jednej konsekwencji przy pomijaniu pozostałych. Przede wszystkim, podstawowa argumentacja odnosi się do sytuacji, w której wynik jest remisowy. Trzeba natomiast prześledzić też bodźce motywacyjne, gdy jedna z drużyn objęła prowadzenie w meczu. Utrata prowadzenia (na rzecz remisu) w nowym systemie oznacza stratę dwóch punktów, a w starym tylko jednego. Oznacza to, iż po reformie systemu punktacji, zespoły będące na prowadzeniu skłaniane są do bardziej defensywnej postawy niż wcześniej. Badania empiryczne zdają się potwierdzać, że o ile faktycznie dokonana reforma przyczyniła się do zmniejszenia liczby meczów o bezbramkowych wynikach, to nie widać jej wpływu na wzrost średniej liczby goli na mecz [Shepotylo 2010]. Jeszcze inne efekty wywołała omawiana zmiana w meczach dwóch drużyn o zróżnicowanych umiejętnościach. Faworyt mogący zyskać trzy punkty zamiast dwóch, faktycznie przyjmie bardziej ofensywną strategię. Tym niemniej, mając tego świadomość, trener zespołu słabszego zaleci swojej drużynie postawę jeszcze bardziej defensywną. Efekt netto obu zmian strategii zespołów nie jest jednoznaczny. Kolejne kryterium, względem którego należałoby ocenić reformę punktacji w piłce nożnej, to równowaga konkurencyjna. Chodzi o to, czy wprowadzenie nowego systemu nie zmniejszy niepewności wyników w ujęciu sezonowym, czyli czy różnice w tabeli między zespołami nie powiększą się. Troska zwłaszcza dotyczy tego, czy nowy system nie prowadzi do sytuacji, że średnio rzecz biorąc drużyny szybciej zapewniają sobie zwycięstwo lub miejsce w tabeli gwarantujące udział w europejskich pucharach. Przeprowadzone badania wskazują, że wprowadzając nowy system należy oczekiwać negatywnych konsekwencji w postaci powiększenia nierównowagi konkurencyjnej [Halicioglu 2009; Haugen 2008]. Tego rodzaju prace przywodzą na myśl spostrzeżenie wyrażone w pracy [Palomino i Rigotti 2000], iż występuje naturalna sprzeczność między dążeniem do jak największej równowagi konkurencyjnej, a maksymalizacją zachęt do wygrywania.

Reformy punktacji wyników meczów hokejowej ligi NHL również spotkały się z reakcją środowiska naukowego. Zmiany dotyczyły liczby punktów zdobywanych przez zespół przegrywający w dogrywce. Przed sezonem 1999-2000 obowiązywał system, gdzie porażka zawsze (tj. zarówno odniesiona w czasie podstawowym jak i w dogrywce) wiązała się z zerową liczbą punktów. W roku 2000 wprowadzono regulację przyznającą zespołowi przegrywającemu w dogrywce jeden punkt. Zwycięstwo w obu systemach nagradzano dwoma punktami. Jednocześnie, nie zmieniono zasady „złotego gola" („nagłej śmierci") w dogrywce oraz regulacji, że brak bramek w tym dodatkowym czasie gry kończy mecz wynikiem remisowym z obydwoma zespołami uzyskującymi po jednym punkcie. Intencją zmian było skłonienie zespołów w dogrywce do bardziej ofensywnej postawy. Zasadnicza argumentacja była zbliżona do tej przytaczanej przy okazji wspominanych powyżej zmian w punktacji meczów piłkarskich. Odnosząc się do przyjętej wcześniej terminologii, warto zauważyć, że kara rozumiana tu jako spadek punktacji między remisem a porażką w dogrywce jest zerowa. Tym samym należy się spodziewać bardziej wyraźnego efektu w hokeju niż w piłce nożnej. Obserwowanym efektem wzrostu ofensywności powinno być zwiększenie prawdopodobieństwa bramki w dogrywce. Model teorii gier pozwalający na analizę konsekwencji dokonanych zmian zaprezentowano w pracy [Banerjee, Swinnen i Weersink 2007]. Wyraźnie wskazuje on, że reforma powinna osiągnąć zamierzony skutek.

Tym niemniej cytowana praca jasno pokazuje, że należy się też spodziewać innego efektu w postaci wzrostu defensywności strategii przyjmowanych przez zespoły w końcowych fragmentach podstawowego czasu gry. Intuicja leżąca u podłoża tego wniosku jest prosta. Dla każdego z zespołów lepiej zaczekać z wprowadzeniem bardziej ofensywnej strategii do dogrywki, gdy nagroda pozostaje taka jak wcześniej, ale kara spada do zera. Inaczej na ten problem można też spojrzeć jako na wzrost łącznej stawki meczu między czasem podstawowym a dogrywką. O ile przed dogrywką suma punktów do zdobycia za mecz to dwa punkty, to potem pula wzrasta do trzech. Większa defensywność gry obu zespołów w końcówce podstawowego czasu meczów implikuje wzrost oczekiwanej liczby dogrywek po wprowadzeniu nowego systemu. Wydaje się, iż ta nieoczekiwana przez organizatorów konsekwencja dokonanej zmiany ma raczej charakter pozytywny. Ze swej istoty, dogrywki są wyjątkowo emocjonującymi częściami meczów. Dostarczają zatem wielu atrakcji kibicom, zwłaszcza że dokonane zmiany regulaminu skłoniły zespoły do otwartej, ofensywnej gry. Jednocześnie z czysto finansowego punktu widzenia należy wziąć pod uwagę fakt, że przerwa reklamowa po regulaminowym czasie zakończonym wynikiem remisowym (tj. przed dogrywką) będzie miała dużo wyższą oglądalność niż analogiczna przerwa po całkowicie skończonym meczu. Z drugiej strony, stacje telewizyjne doświadczają związanej z dogrywką niedogodności polegającej na przesunięciach w dziennym rozkładzie programu[14]. W sumie jednak wydaje się, że ta pojedyncza wada nie jest w stanie przeważyć powyższych zalet dogrywek. Prowadzone rozważania nawiązujące do pracy z teorii gier warto poprzeć wynikami badań empirycznych z opracowania [Abrevaya 2004]. Zmiana systemu punktacji doprowadziła do wzrostu odsetka meczów z dogrywką z 18,5% do 20,4% wszystkich spotkań. Jednocześnie nastąpił spadek udziału dogrywek bezbramkowych w całości dogrywek z 68,2% do 59,2%.

Przy okazji warto też wspomnieć inne prace poświęcone omawianej reformie w lidze NHL. Teoretyczny charakter ma praca [Longley i Sankaran 2007], w której autorzy rozważają wpływ zróżnicowanych umiejętności zespołów na przyjmowane strategie. Z kolei pracą wykorzystującą analizę regresji jest [Shmanske i Lowenthal 2007], gdzie wskazuje się na zróżnicowanie bodźców motywacyjnych w zależności od tego czy przeciwnik jest z tej samej czy z innej konferencji. Chodzi o to, że założenie o maksymalizacji jedynie własnej liczby punktów za mecz przy jednoczesnej obojętności w zakresie punktów zdobytych przez przeciwnika jest bardziej uprawnione w meczach między rywalami z różnych konferencji. Podsumowując powyższe rozważania, warto wspomnieć o najnowszej zmianie organizacyjnej obowiązującej od sezonu 2004-2005, która całkowicie zniosła możliwość remisu jako ostatecznego wyniku meczu. Jeżeli dogrywka skończy się remisem to rozgrywana jest seria rzutów karnych. Rozstrzygnięcie w czasie podstawowym wiąże się zatem z wynikiem 2-0, a późniejsze zawsze z rezultatem 2-1[15].

---

[14] Ta niedogodność była podstawą opisanych wcześniej reform w siatkówce, badmintonie i squashu.

[15] Na marginesie warto zauważyć, iż prezentowane analizy dotyczące NHL łatwo przenieść na inne ligi, w tym np. koszykarską NBA. Można byłoby pozostawić obowiązującą zasadę, że kolejne dogrywki rozgrywa się tak długo, aż jedna z nich zakończy się wskazaniem zwycięzcy. W nowym systemie, zwycięstwo w meczu zawsze wiązałoby się ze zdobyciem 2 punktów, porażka w którejkolwiek dogrywce oznaczałaby zdobycie 1 punktu, a przegranie w podstawowym czasie – 0 punktów. Celem reformy byłoby zwiększenie liczby dogrywek. Typowym przykładem, gdy nowe reguły wpłynęłyby na strategię jest sytuacja, gdy w ostatnich sekundach meczu zespół przegrywający dwoma punktami i posiadający piłkę musi zdecydować czy wykonać rzut za dwa czy za trzy punkty. Powyższe regulacje zwiększyłyby atrakcyjność strategii rzutu za dwa punkty. Należy tu zwrócić uwagę na dwie ważne z finansowego punktu widzenia różnice między NHL a NBA. Z jednej strony, nowe regulacje znajdowałyby zastosowanie w stosunkowo niewielkim odsetku meczów koszykarskich, gdyż remisy w koszykówce zdarzają się dużo rzadziej niż w hokeju. Aktualnie ok. 6-7% meczów sezonu zasadniczego NBA kończy się dogrywką(–ami). Z drugiej strony, subtelna różnica w przepisach między NHL a NBA powoduje, że zwiększenie liczby dogrywek w lidze koszykarskiej byłoby przyjęte przez stacje telewizyjne z większym entuzjazmem niż w hokejowej. Chodzi o to, iż w dogrywkach NHL nie ma przerw reklamowych, a występują one w dodatkowym czasie gry w NBA.

Omawiając zastosowania badań operacyjnych do reguł rozgrywania pojedynczych meczów, warto też wspomnieć o pracach dotyczących najdroższej profesjonalnej ligi świata – NFL. Problem dotyczył zasad przeprowadzania dogrywek i został przeanalizowany przede wszystkim w [Che i Hendershott 2008]. W dogrywce obowiązywała zasada „nagłej śmierci". Regulacje stanowiły, że drużyna wygrywająca rzut monetą ma prawo wybrać, czy będzie wykopywać piłkę, czy ją odbierać. Właściwie zawsze zespoły wybierały odbieranie, gdyż dawało im ono znacząco wyższe prawdopodobieństwo zwycięstwa w meczu (ok. 0,6 zamiast ok. 0,4). Powszechne były zatem skargi kibiców, że o wyniku meczu w zbyt dużym stopniu decyduje „czysty przypadek". Unikając w tym miejscu przytaczania szczegółowych zasad futbolu amerykańskiego, warto zwrócić uwagę na podstawowe fakty. Drużyna odbierająca wykop staje się drużyną atakującą. Atak rozpoczyna serię akcji w kierunku pola punktowego przeciwnika. Generalnie, punkty zdobywa drużyna atakująca. Dwie główne formy zdobycia punktów to tzw. przyłożenie oraz kop na bramkę. Wykonanie każdej z tych akcji jest tym łatwiejsze, im bliżej pola punktowego przeciwników rozpoczyna się akcja. Jednocześnie rozpoczynanie ataku zbyt blisko własnego pola punktowego (tj. zbyt daleko od pola przeciwnika) pociąga wysokie ryzyko utraty punktów. Po pierwsze, cztery nieudane próby przesunięcia akcji przez drużynę atakującą o co najmniej 10 jardów kończą się zmianą zespołu atakującego. Atak wykonywany jest z miejsca, gdzie rozpoczynała się poprzednia akcja. Po drugie, zawodnik drużyny broniącej może przejąć piłkę podawaną do przodu lub upuszczoną przez atakującego, co zapewnia jego zespołowi status drużyny atakującej lub nawet bezpośrednio zdobycie punktów. Należy jeszcze tylko wspomnieć, że standardowo przyjmowanie wykopu prowadzi do rozpoczynania ataku z miejsca oddalonego o ok. 20-30 jardów od własnego pola punktowego (tj. ok. 70-80 jardów od pola przeciwnika).

Powyższe fakty skłaniają do wniosku, że rozpoczynanie ataku ok. 20-30 jardów od własnego pola punktowego jest dużą przewagą dla atakujących. Jednocześnie istnieje taki punkt położony bliżej własnego pola punktowego, gdzie danej drużynie byłoby obojętne, czy przyjmuje rolę obrońców czy atakujących. Jedną z możliwości jest przyjęcie, znanej z teorii sprawiedliwego podziału, procedury „jeden dzieli, drugi wybiera" (ang. *divide and choose*; *cut and choose*). W kontekście dogrywek w NFL, przeprowadzana byłaby ona w taki sposób, że wygrywający rzut monetą zespół proponowałby punkt w pewnym oddaleniu od pola punktowego drużyny broniącej (w praktyce podawałby pojedynczą liczbę wyrażającą ilość jardów). Drugi z zespołów decydowałby czy przy takiej propozycji woli być drużyną atakującą czy broniącą. Nietrudno wykazać, że zespół proponujący powinien podać taką odległość, dla której jest indyferentny pomiędzy swym atakiem a obroną. Jeśli uczyni inaczej, zespół decydujący wykorzysta to, przypisując proponującemu mniej korzystną dla niego (a bardziej korzystną dla siebie) rolę. Mecz jest typowym przypadkiem gry o sumie zero, gdy wzrost prawdopodobieństwa zwycięstwa jednego z zespołów jest tożsamy z dokładnie takim samym spadkiem prawdopodobieństwa wygrania przez zespół przeciwny. Pewne komplikacje związane z metodą „jeden dzieli, drugi wybiera" pojawiają się przy uwzględnieniu faktu, że w rzeczywistości trenerzy obu drużyn mogą odmiennie postrzegać prawdopodobieństwa zwycięstwa w meczu związane z tymi samymi rozstrzygnięciami. Z perspektywy terminologii stosowanej w teorii gier, występuje wtedy sytuacja znana jako „niepełna informacja" (ang. *incomplete information*). Jak wynika z cytowanej pracy, w modelu powyższej futbolowej procedury jako gry o niepełnej informacji występuje sytuacja, w której zespół decydujący, czy chce atakować, czy się bronić, ma przewagę nad tym, który składa propozycję ilości jardów. Oznacza to, że „czysty przypadek" w postaci wyniku rzutu monetą wciąż wpływa na wynik dogrywki, choć efekt ten jest znacznie mniejszy niż przy pierwotnej regulacji. Autorzy powyższego artykułu wykazują, że można całkowicie wyeliminować efekt faworyzowania jednego z uczestników przez zdarzenie losowe. Wskazują oni na propozycję aukcji. Każdy z zespołów podaje liczbę jardów od pola punktowego drużyny przeciwnej, gdzie skłonny byłby rozpoczynać swój atak. Zwycięzcą aukcji zostaje ten z zespołów, który zadeklarował wyższą liczbę. Ta drużyna zaczyna jako atakująca. Tylko w wyjątkowym przypadku, gdy obie drużyny podały tą samą wartość, rozstrzygający byłby rzut monetą. Jednak wtedy, jego wynik nikogo by nie faworyzował.

Regulacje dotyczące rozgrywek

W literaturze ekonomii sportu sporo miejsca poświęcono również kwestiom organizacyjnym i strukturalnym profesjonalnych lig i turniejów sportowych. Część tych opracowań ma cechy charakterystyczne dla badań operacyjnych. Ważną cechą omawianych poniżej prac jest wykorzystywanie w nich symulacji komputerowych. Są one zatem zarówno tematycznie, jak i metodycznie, bardzo zbliżone do drugiej części niniejszej dysertacji.

Praca [Puterman i Wang 2011] nawiązuje do lig otwartych typu europejskiego. Opisano w niej procedurę ustalania liczebności poszczególnych klas rozgrywkowych oraz liczby zespołów awansujących do wyższych klas i spadających do niższych po każdym sezonie. Autorzy przyjęli, że każdy z zespołów charakteryzuje się określonym tzw. wewnętrznym poziomem umiejętności (*intrinsic skill level* ISL), który zmienia się z sezonu na sezon. Za kryterium decyzyjne odzwierciedlające atrakcyjność rozgrywek uznano miarę równowagi konkurencyjnej. Zdefiniowano ją jako średnie dla wielu sezonów odchylenie standardowe ISL dla pojedynczych klas. Im niższa wartość tej miary, tym mecze w danej klasie rozgrywkowej są bardziej wyrównane. Bazując na danych pochodzących z ligi NBA dokonano oszacowania mierników ISL dla poszczególnych zespołów wraz z ich roczną zmiennością. Następnie, stosując podejście symulacyjne, testowano różne warianty liczności klas oraz liczby zespołów awansujących/spadających. Okazało się, iż najwyższą równowagą konkurencyjną charakteryzowałby się podział na trzy klasy rozgrywkowe po dziesięć zespołów każda. Jednocześnie po trzy zespoły powinny awansować do wyższej i spadać do niższej klasy po każdym sezonie. Dokonując krytycznej oceny powyższych badań, nasuwa się spostrzeżenie, że z całą pewnością w żadnej praktycznej sytuacji, równowaga konkurencyjna nie byłaby jedynym kryterium decyzyjnym. Nadmierne ograniczenie liczebności najwyższej klasy rozgrywek mogłoby wywołać inne niepożądane konsekwencje. Na przykład, można zwrócić uwagę na spadek popularności całej danej klasy rozgrywek u kibiców, którzy nie mają w niej swego ulubionego zespołu. Ponadto przynależność zespołów do najwyższej klasy rozgrywkowej podnosi prestiż ich meczów. Na przykład kibice mogliby być bardziej skłonni do oglądania meczów zespołów X i Y w ramach najwyższej klasy niż w ramach ligi niższej.

Aspekt wielokryterialności uwzględniony jest w pracy [Goossens, Beliën i Spieksma 2012], którą poświęcono organizacji rozgrywek w najwyższej klasie piłkarskiej w Belgii. Rozważano cztery warianty formatu rozgrywek:

a) aktualny – 18 zespołów rozgrywa typowy turniej dwukołowy (każda z drużyn spotyka się z każdą inną raz u siebie i raz na wyjeździe), pierwsze miejsce to tytuł mistrza, dwa pierwsze miejsca dają awans do kwalifikacji do Ligi Mistrzów, a pozycje 3 i 4 to prawo rywalizacji w europejskich pucharach o mniejszym prestiżu (w Lidze Europy),

b) z *playoff* – 16 zespołów rozgrywa typowy turniej dwukołowy, zespół z pierwszego miejsca w tabeli uzyskuje tytuł mistrzowski, zespół z ostatniego – spada do niższej klasy rozgrywek, drużyny z miejsc od 2 do 5 rywalizują ze sobą w turnieju rozgrywanym systemem pucharowym o pozostałe miejsca w pucharach europejskich, zaś drużyny z miejsca 14 i 15 rywalizują z czterema najlepszymi drużynami z niższej klasy rozgrywek o dwa miejsca w najwyższej klasie w nowym sezonie,

c) Wijnantsa – 20 zespołów dzielonych jest na dwie równoliczne grupy: A i B, w każdej części rozgrywany jest turniej dwukołowy, osobny jesienią i wiosną, po każdym turnieju pięciu najsłabszych z A jest zastępowanych pięcioma najlepszymi z B, tytuł mistrza ligi zdobywa zwycięzca wiosennych rozgrywek A, choć także zwycięzca jesiennego turnieju uzyskuje prawo gry w kwalifikacjach do najbardziej lukratywnych europejskich rozgrywek piłkarskich (Ligi Mistrzów), o pozostałe miejsca w europejskich pucharach rywalizacja przebiega w formie turnieju pucharowego, spadek do niższej klasy rozgrywkowej jest rezultatem znalezienia się na dwóch najniższych pozycjach w części B zarówno jesienią jak i wiosną,

d) przyszły[16] – najpierw 16 zespołów rozgrywa typowy turniej dwukołowy, ostatnia drużyna spada do niższej klasy, pozostałe zespoły przechodzą do rywalizacji w kolejnym turnieju dwukołowym:

– zespół z piętnastego miejsca rywalizuje z trzema najlepszymi z niższych rozgrywek o prawo pozostania w najwyższej klasie,

– zespoły z miejsc 1-6 grają o trzy miejsca dające automatyczne prawo do gry w europejskich pucharach i o jedno miejsce dające prawo do pojedynku o ostatnie uprawnienie do tych pucharów, uczestnicy zaczynają ten turniej mając połowę punktów z pierwszego turnieju,

– zespoły z miejsc 7-12 grają o prawo do pojedynku z drużyną z miejsca czwartego z powyższego turnieju o grę w europejskich pucharach, również uczestnicy tego turnieju zachowują połowę punktów z pierwszego turnieju.

Metodyka badań opiera się na przeprowadzeniu symulacji stochastycznych (Monte Carlo) przebiegu różnych formatów rozgrywek. Autorzy analizują poszczególne propozycje z perspektywy kryteriów takich jak:

a) ważność meczów mierzona wielkością nawiązującą do ważności Schillinga,

b) proporcja meczów o zerowej ważności w całkowitej liczbie meczów,

c) średnia liczba meczów w sezonie dla czterech grup drużyn o zbliżonej sile gry,

[16] Wariant ostatecznie wybrany przez władze piłkarskie w Belgii.

d) liczba konfrontacji z najlepszymi drużynami zespołów należących do poszczególnych (czterech) grup o zbliżonej sile gry,

e) zdobywanie tytułu mistrza przez zespoły należące do poszczególnych grup o zbliżonej sile gry,

f) awans do europejskich pucharów przez zespoły należące do poszczególnych grup o zbliżonej sile gry.

Jak można się spodziewać, żadna z propozycji nie dominuje w sensie Pareta wszystkich pozostałych. Główną wadą aktualnego formatu rozgrywek okazała się niska średnia ważność meczów. Jednocześnie pokazano, że faktycznie ta metoda najbardziej faworyzuje najsilniejsze zespoły, co można uznać jako niekorzystne z perspektywy hipotezy niepewności wyniku. Wariant Wijnantsa stwarza stosunkowo najwyższe szanse zespołom spoza czołowej czwórki na zdobycie mistrzostwa oraz awans do europejskich pucharów. *Playoff* stwarza względnie najwyższe szanse słabszym zespołom na udział w Lidze Mistrzów. Podstawową zaletą wariantu przyszłego jest stosunkowo najwięcej meczów na najwyższym piłkarskim poziomie, czyli wzajemnych spotkań czterech najlepszych zespołów.

Bardzo ciekawa praca wykorzystująca metodykę symulacji Monte Carlo to [Scarf, Yusof i Bilbao 2009]. Autorzy odnoszą się zwłaszcza do turniejów dwufazowych, czyli takich, gdzie występuje zarówno faza grupowa z systemem „każdy z każdym" (ang. *round robin*), jak i faza pucharowa charakteryzująca się zasadą „przegrywający odpada". Opracowania powyższe bezpośrednio nawiązują do takich turniejów jak piłkarskie mistrzostwa świata czy Liga Mistrzów. Tym niemniej, wiele wniosków da się bez problemu odnieść do typowych rozgrywek ligowych. Jedną z takich ogólnych konkluzji jest stwierdzenie, iż im większy udział fazy pucharowej w rozgrywkach, tym wyższa niepewność wyniku turnieju oraz większa średnia ważność meczów. Ponadto zwrócono uwagę między innymi na zaletę fazy grupowej w postaci zapewnienia wszystkim uczestnikom rozegrania pewnej minimalnej liczby meczów[17].

Tradycyjny system rozgrywek europejskich, powszechny zwłaszcza w ligach piłki nożnej, to system dwukołowy. Analizę wpływu zastąpienia systemu tradycyjnego przez format

[17] W szczególności w typowym turnieju pucharowym (tj., gdzie faza pucharowa jest jedyną), połowa uczestników gra tylko jeden mecz.

z *playoff* zawiera praca [Lahvicka 2013]. Autor odwołuje się do symulacji stochastycznych (Monte Carlo) badając wpływ zmiany na prawdopodobieństwo zdobycia tytułu mistrza przez poszczególnych uczestników rozgrywek. Analizowanym turniejem są rozgrywki ligowe w najwyższej klasie hokeja na lodzie w Czechach, w której uczestniczy 14 zespołów. Badania prowadzą do wniosku, że na zmianie zdecydowanie traci najsilniejszy uczestnik. Dla drugiego w kolejności siły gry reforma miała niejednoznaczny wpływ, gdyż ocena była mocno wrażliwa na stosunkowo niewielkie zmiany oszacowania jego siły gry. Im drugi najsilniejszy zespół bardziej odstaje od poziomu lidera, tym bardziej zyskuje na zmianie. Najwięcej na zmianie zyskali uczestnicy od trzeciego do szóstego miejsca według rankingu poziomu gry. Generalnie, cytowana praca wyraźnie wskazuje, że rozgrywki z *playoff* są korzystniejsze z perspektywy hipotezy niepewności sezonowego wyniku.

ROZDZIAŁ II. METODY KOJARZENIA W PARY UCZESTNIKÓW FAZY PUCHAROWEJ ROZGRYWEK SPORTOWYCH

2.1. Rozstawienie drużyn w systemie pucharowym

2.1.1. Idea rozstawiania

W wielu rozgrywkach sportowych ważną kwestią wymagającą ustalenia jest to, którzy uczestnicy będą rozgrywali ze sobą bezpośrednie pojedynki[18]. Klasycznym przykładem zawodów, gdzie kwestia ta ma kluczowe znaczenie są turnieje rozgrywane systemem pucharowym (zwanym też *playoff* lub „przegrywający odpada”). W tego rodzaju turniejach, liczba uczestników w kolejnej rundzie stanowi połowę liczby uczestników w rundzie poprzedniej. Najczęściej stosowanym rozwiązaniem jest ustalenie początkowej liczby uczestników na poziomie 2^n, gdzie n jest liczbą naturalną. Warto również wspomnieć o typowym nazewnictwie. Ostatnia runda turnieju pucharowego (2 uczestników) nazywana jest finałem, przedostania (4 uczestników) – półfinałem, zaś jeszcze wcześniejsza (8 uczestników) – ćwierćfinałem.

Najprostszym sposobem kojarzenia w pary uczestników danej rundy byłby dobór całkowicie losowy o równym prawdopodobieństwie utworzenia każdej możliwej pary. Okazuje się jednak, że powyższa metoda jest rzadko wykorzystywana w praktyce. E. Marchand [2002] wspomina, iż spotyka się to podejście na niektórych turniejach brydżowych. Jednakże stwierdza, że nie są to najbardziej prestiżowe rozgrywki w tej dyscyplinie sportu. Wydaje się, iż turnieje o losowym doborze w pary mają charakter raczej amatorski, a rankingi posiadane przez uczestników stosunkowo często znacząco odbiegają od ich rzeczywistej siły gry. Przyjętą praktyką w zdecydowanej większości turniejów pucharowych jest stosowanie tzw. rozstawienia (ang. *seeding*). Zasadniczym celem tego rozwiązania jest odraczanie bezpośredniej konfrontacji najsilniejszych uczestników turnieju. Powstaje naturalne pytanie: dlaczego to odkładanie w czasie jest ważne w praktyce? Istnieją dwa powiązane ze sobą powody. Po pierwsze, najsilniejsze drużyny generują zazwyczaj najwyższe zainteresowanie kibiców. Fani sportu domagają się gry na najwyższym poziomie,

[18] Formatem turnieju, którego powyższy problem nie dotyczy jest turniej rozgrywany systemem „każdy z każdym”.

a ten zapewnia udział uczestników o możliwie najwyższych umiejętnościach. Ponadto powszechnie znanym faktem jest rola gwiazd w zwiększaniu oglądalności rozgrywek sportowych. Zazwyczaj status gwiazdy ściśle wiąże się z poziomem sportowym. Z istoty rzeczy, długi udział gwiazd w turnieju pucharowym wiąże się z unikaniem meczów między nimi we wczesnych rundach. Drugim ważnym powodem odraczania bezpośredniej konfrontacji najsilniejszych drużyn jest dążenie do zapewnienia kibicom „poczucia sprawiedliwości”. Najogólniej rzecz ujmując, chodzi o to, aby ostateczne miejsca zajęte przez poszczególne zespoły na turnieju były możliwie mocno skorelowane z rankingiem drużyn według siły gry. Dla zilustrowania potencjalnych problemów warto odwołać się do sytuacji, gdy w dużym turnieju rozgrywanym systemem pucharowym bierze udział na przykład 128 lub 64 uczestników, lecz dwaj z nich są wyraźnie silniejsi od pozostałych. Sprawiedliwy turniej powinien zapewniać wysokie prawdopodobieństwo tego, że obaj najsilniejsi uczestnicy zajmą dwa pierwsze miejsca. Oznacza to, że pożądane byłoby zwiększanie prawdopodobieństwa, iż bezpośredni pojedynek między nimi odbędzie się dopiero w finale. Warto jednakże zwrócić uwagę, że całkowicie losowy dobór w pary mógłby skojarzyć najsilniejszych uczestników już w pierwszej rundzie. Tym samym jeden z głównych faworytów byłby z pewnością sklasyfikowany w turnieju na miejscu w drugiej połowie stawki, a jednocześnie jeden z wyraźnie słabszych zespołów zająłby drugie miejsce. Tego rodzaju organizacja turnieju byłaby zapewne silnie krytykowana przez opinię publiczną za ewidentnie decydującą rolę czynników pozasportowych (losowy dobór w pary) na klasyfikację końcową. W dalszej perspektywie, tego rodzaju krytyka pośrednio wpłynęłaby zapewne również na czysto finansowy interes organizatora rozgrywek – np. poprzez większą niechęć firm do sponsorowania wydarzenia powszechnie krytykowanego.

2.1.2. Dowolna macierz prawdopodobieństw zwycięstw

Potrzebą decydentów (organizatorów) jest porównanie różnych metod rozstawiania względem poszczególnych kryteriów decyzyjnych. Pojawiają się tu naturalne problemy metodyczne, jak taką analizę porównawczą należałoby przeprowadzić. Zasadniczą kwestią jest przyjęcie pewnego probabilistycznego modelu wyników meczów.

Należy wyznaczyć wartości $q_{t,i,j}$ rozumiane jako oceniane w momencie t prawdopodobieństwo zwycięstwa uczestnika i nad j. Wszystkie wartości $q_{t,i,j}$ dla ustalonego t tworzą macierz prawdopodobieństw zwycięstw dla danych rozgrywek w określonym momencie czasu. Dysponując wszystkimi wartościami $q_{t,i,j}$ zawsze można odwołać się do metodyki symulacyjnej, aby porównać różne możliwe metody rozstawień. W tym ogólnym przypadku, elementy macierzy nie muszą być stałe w trakcie trwania całych rozgrywek, lecz mogą się zmieniać (na przykład po każdym rozegranym meczu). Oczywiście tego rodzaju dynamiczny model probabilistyczny rodziłby istotne problemy praktyczne. Wiązałyby się one przede wszystkim z nieuniknionym wysokim poziomem subiektywizmu. Przekładałoby się to na trudności akceptacji założeń przez praktyków. Należałoby przyjąć zarówno pewną początkową postać macierzy, jak i określić szczegółowe prawa jej ewolucji w czasie. Jedną z możliwości konstrukcji takich praw jest oparcie się na pewnym modelu zmian w czasie poziomu gry poszczególnych uczestników, które mogą mieć związek na przykład z kontuzjami kluczowych graczy w zespole. Mało prawdopodobne jest uzyskanie względnej jednomyślności w zakresie założeń powyższego modelu w kolektywnym gremium podejmującym decyzje o organizacji rozgrywek.

Inną alternatywą jest uczynienie $q_{t,i,j}$ funkcją poziomów wysiłku świadomie wybieranych przez obu rywali w meczu. Rozsądne jest przypuszczenie, że dany zespół będzie wkładał tym większy wysiłek w grę, im większe znaczenie ma dla niego dany mecz. W szczególności, za uzasadnione uznać należy przypuszczenie, iż w obliczu pokus do celowej porażki (tj. przy ujemnej ważności meczu wg Schillinga) czasem niektórzy uczestnicy rozgrywek by im ulegali. W praktyce jednak niezwykle trudno byłoby skwantyfikować zarówno miarę wzrostu wysiłku jak i wpływ tego przyrostu na zwiększenie prawdopodobieństwa zwycięstwa. Rozstrzygnięcie kwestii ulegania pokusom wymagałoby z kolei uwzględnienia dodatkowych elementów funkcji użyteczności uczestnika rozgrywek, takich jak na przykład straty wizerunkowe związane z celowymi porażkami. Ponadto już samo określenie ważności meczu w sensie Schillinga napotkałoby na spore trudności. Całą pierwszą fazę rozgrywek należałoby wtedy modelować w formie dużego drzewa gry. Wyniki wcześniejszych meczów miałyby wpływ na decyzje o określonym poziomie wysiłku angażowanym w mecze późniejsze. Model przyjąłby wtedy postać modelu teorii gier, a problem organizatora rozgrywek byłby zagadnieniem z zakresu projektowania mechanizmów (ang. *mechanism design*). W literaturze podejmowano próby modelowania turniejów sportowych za pomocą takich modeli – np. [Groh i in. 2012]. Pamiętać jednak należy o nieodłącznych problemach związanych z nadaniem konkretnych wartości liczbowych poszczególnym parametrom modelu, jak też z typowym dla teorii gier a mocno kontrowersyjnym założeniem tzw. wspólnej wiedzy (ang. *common knowledge*)[19]. Konsekwencją powyższego mogłoby być znane metodologii nauk zjawisko, gdy konkretyzacja (faktualizacja) modelu poprzez uchylanie założeń idealizacyjnych prowadzi w rezultacie do bardziej niedokładnych prognoz niż przy ich zachowaniu w mocy[20]. Ponadto nie ulega wątpliwości, że przejście do metodyki teorii gier znacznie skomplikowałoby model w aspekcie obliczeniowym. Jego praktyczne wykorzystanie wiązałoby się zatem z większym nakładem czasu i kosztów. Ogólnie, relacja potencjalnych korzyści do kosztów świadczy na rzecz zachowania w mocy założenia stałości w czasie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw.

Przy stałości w czasie wciąż pozostaje problem założenia konkretnej postaci macierzy prawdopodobieństw zwycięstw – tj. nadania wartości liczbowych elementom $q_{i,j}$. W pracy [Scarf i Yusof 2011] zastosowano podejście oparte na założeniu oszacowania parametrów siły gry poszczególnych zespołów (tj. faktycznych 32 uczestników piłkarskich mistrzostw świata w roku 2010) na podstawie danych historycznych (pochodzących z ostatnich 15 lat przed turniejem). Przyjęto tzw. model Mahera [Maher 1982], gdzie każdy zespół charakteryzowany jest przez dwa parametry: siły gry defensywnej i siły gry ofensywnej. Badano za pomocą metodyki symulacyjnej wpływ metod kojarzenia w pary w turnieju pucharowym na niepewność wyniku turnieju[21]. Wśród miar tej niepewności brano pod uwagę m.in.: współczynnik korelacji Spearmana między pozycją rankingową a końcowym miejscem w turnieju, średni ranking zwycięzcy turnieju czy prawdopodobieństwo tego, że główny faworyt zostanie zwycięzcą. Cytowana praca może stanowić przykład ciekawego podejścia metodycznego pomagającego podejmować ważne decyzje organizacyjne dotyczące konkretnego turnieju sportowego. Chodzi tu w szczególności o sytuacje, gdy organizatorzy znają stosunkowo dokładnie rozkład siły gry poszczególnych uczestników. Nawet jednak w takim przypadku występuje ograniczenie powyższego podejścia. Macierz została stworzona w sposób, który zawsze będzie pozostawiał wątpliwości i może być łatwo podważany przez

---

[19] W kontekście analizowanego problemu założenie wspólnej wiedzy oznaczałoby, że cały proces ewolucji w czasie wszystkich prawdopodobieństw zwycięstw jest wspólną wiedzą. Musielibyśmy przyjąć, iż wszyscy zgadzają się co do tego, jak wraz z napływem informacji o poszczególnych wynikach meczów w trakcie trwania sezonu zmieniają się powyższe prawdopodobieństwa.

[20] A. Grobler [2006, s. 171] użył w tym kontekście sformułowania „zwodniczość faktualizacji”. Ogólną ideę tego zjawiska można zrozumieć jako kumulację błędów oszacowania poszczególnych parametrów modelu. Im więcej tych parametrów, tym większy potencjalny błąd.

[21] Warto też dodać, iż w pracy tej testowano również różne sposoby doboru zespołów do grup w ramach fazy grupowej.

różnych ekspertów. Po pierwsze, spośród wielu możliwych modeli wyniku pojedynczego meczu – takich jak np. z prac [Dixon i Coles 1997; Rue i Salvesen 2000; Koning i in. 2003; McHale i Scarf 2011] – zdecydowano się akurat na model Mahera. Po drugie, arbitralnie przyjęto, by szacować parametry modelu na podstawie ostatnich 15 lat i nie stosować żadnego systemu przypisującego wyższą wagę wynikom późniejszym niż wcześniejszym. Wiadomo na przykład, że w reprezentacjach w tym okresie nastąpiła „zmiana pokoleniowa" i trudno racjonalnie uzasadnić, że można zakładać, iż parametry siły gry defensywnej i ofensywnej były w całym przedziale czasu niezmienne. W symulacji opierano się na pojedynczej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw, która między innymi charakteryzowała się naruszeniem postulatu silnej stochastycznej przechodniości[22]. Jeżeli organizatorzy uważają przyjętą macierz za dość wiernie odzwierciadlającą rzeczywistość, a ich celem jest optymalizacja pojedynczego turnieju, to zastosowanie podejścia opisanego w cytowanej pracy może być silnie rekomendowane. W rzeczywistości trudno jednak oczekiwać wysokiej zgodności opinii różnych ekspertów w kwestii wartości liczbowych wszystkich elementów $q_{i,j}$. Mało prawdopodobne, by grupa ekspertów miała silne przekonanie, że dana pojedyncza macierz wiarygodnie odzwierciedla ich własne subiektywne oszacowania prawdopodobieństw zwycięstw.

W literaturze podkreśla się, iż jednym z najważniejszych czynników sprzyjających wdrożeniu danej innowacji jest jej zrozumienie przez decydentów. Na przykład w bardzo popularnym modelu dyfuzji innowacji, jednym z pięciu kluczowych czynników decydujących o przyjęciu lub odrzuceniu danej innowacji jest złożoność. Pojęcie to jest rozumiane jako „stopień z jakim innowacja jest postrzegana jako trudna do zrozumienia i użycia" [Rogers 1995, s. 242]. Niełatwo jest zrozumieć zalety danej innowacji organizacyjnej, której wyższość nad metodą aktualną wykazywana jest za pomocą skomplikowanego modelu wymagającego przyjęcia bardzo niepewnych założeń liczbowych. Ponadto, w omawianym podejściu z pracy [Scarf i Yusof 2011], rezultaty oceny poszczególnych metod mogą być uzależnione od danych wejściowych i nie podlegać łatwym uogólnieniom na inne rozgrywki. Widać to wyraźnie porównując prawdopodobieństwo zwycięstwa głównego faworyta w dwóch wariantach turnieju pucharowego. Dla przyjętych danych wejściowych, czysto losowy dobór w pary daje

[22] Na przykład w bezpośrednim spotkaniu dwóch głównych faworytów, wyższe szanse na zwycięstwo przypisano temu drugiemu. Sam ranking siły gry przyjęto na podstawie wyników symulacji turnieju z danymi uczestnikami przy systemie „każdy z każdym". Założenie silnej stochastycznej przechodniości opisano szczegółowo w dalszej części niniejszego rozdziału.

głównemu faworytowi wyższe szanse na zwycięstwo niż standardowa metoda rozstawiania. Prawidłowość taka – jak wskazuje m.in. opracowanie [Marchand 2002] – jest wyjątkowa i przeczy podstawowej idei rozstawiania jaką jest zwiększenie szans na zwycięstwo głównych faworytów. Problem generalizacji wniosków wydaje się mieć w praktyce poważne znaczenie. Wszystkie najważniejsze rozgrywki sportowe rozgrywane są cyklicznie – najczęściej co roku lub co cztery lata. Organizatorzy zazwyczaj nie są skłonni do częstych zmian regulaminu rozgrywek. Wynika to choćby z chęci uniknięcia posądzeń o stronniczość, czyli sprzyjanie pewnej grupie uczestników. Wysoce pożądaną cechą metody kojarzenia w pary jest zatem jej uniwersalność. Postuluje się, by dawała ona dobre wyniki w możliwie jak najszerszym zakresie sytuacji rzeczywistych. Tym samym można byłoby rekomendować jej umieszczenie na stałe w regulaminach bardzo różnorodnych rozgrywek sportowych. Pojawia się naturalne pytanie: do jakich macierzy prawdopodobieństw zwycięstw ograniczyć się w dalszych analizach, by odzwierciedlały one szeroki zakres praktycznych rozgrywek, ale jednocześnie pozwalały oczekiwać sformułowania jednoznacznych wniosków? Autor niniejszej pracy zdecydował się na udzielenie następującej odpowiedzi: do stałych w czasie macierzy spełniających postulat silnej stochastycznej przechodniości. Bardzo ważną cechą proponowanego podejścia jest to, że unika się konieczności nadania konkretnych wartości liczbowych elementom $q_{i,j}$. Chodzi o to, by sformułować wnioski, które zachodzą dla wszelkich macierzy spełniających powyższy postulat.

2.1.3. Macierz prawdopodobieństw zwycięstw o silnej stochastycznej przechodniości

Naturalnym terminem funkcjonującym wśród kibiców sportowych jest pojęcie „faworyta meczu”. W meczach bez możliwości remisu, faworyta można utożsamić z takim uczestnikiem meczu, dla którego prawdopodobieństwo zwycięstwa w danym spotkaniu jest większe lub równe 0,5. Zazwyczaj fani sportu przyjmują intuicyjną interpretację dwuargumentowej relacji „bycia faworytem w konfrontacji z”[23] jako relacji przechodniej. Ponadto, jeśli i jest faworytem w rywalizacji z j, zaś j jest faworytem w konfrontacji z k, to powszechna jest intuicja, że prawdopodobieństwo zwycięstwa i nad k w bezpośredniej rywalizacji powinno być

[23] Precyzyjne znaczenie terminu „konfrontacja” zależne jest od kontekstu. Czasem jest to pojedynczy mecz, a czasem – jak na przykład w fazie *playoff* rozgrywek ligowych – wygranie pewnej liczby meczów.

niemniejsze niż wyższa z dwóch wielkości: prawdopodobieństwo wygrania i z j oraz prawdopodobieństwo wygrania j z k.

Powyższe intuicje warto sformalizować odwołując się do pracy [De Meyer, De Baets i Jenei 2001]. Zakłada się zbiór uczestników rozgrywek – $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$. Między elementami tego zbioru zachodzi pewna relacja wzajemności $-Q : X^2 \to [0,1]$. Relację tą można wyrazić w formie macierzy Q z elementami $q_{i,j} = Q(x_i, x_j)$. Elementy macierzy spełniają warunek wzajemności (ang. *reciprocity*) wyrażony jako: $\forall i, j = \{1,2, \cdots, n\} \qquad (q_{i,j} + q_{j,i} = 1)$.

Na bazie powyższych oznaczeń można sformułować definicję macierzy posiadającej cechę silnej stochastycznej przechodniości. Jest to taka macierz Q, która spełnia następujący warunek:

$$\forall i, j, k = \{1,2, \cdots, n\} \qquad q_{i,j}, q_{j,k} \geq 0{,}5 \Rightarrow q_{i,k} \geq max\left(q_{i,j}, q_{j,k}\right).$$

Warto zauważyć, że macierz o silnej stochastycznej przechodniości charakteryzuje się tym, iż jej elementy $q_{i,j}$ można uporządkować w taki sposób, by były niemalejące względem j i nierosnące względem i.

Jeżeli przyjmie się interpretację każdego elementu $q_{i,j}$ jako prawdopodobieństwa zwycięstwa uczestnika i nad j, to uzyska się sformalizowane wyrażenie powszechnej intuicji kibiców wzmiankowanej w pierwszym akapicie tego podrozdziału.

Stała w czasie macierz prawdopodobieństw zwycięstw o silnej stochastycznej przechodniości była zakładana w większości prac poświęconych metodom rozstawień w turniejach pucharowych, jak np. [Hwang 1982], [Horen i Riezman 1985], [Schwenk 2000]. Przy takim założeniu prawdopodobieństwa zwycięstw w poszczególnych meczach są niezależne. Oznacza to między innymi, że dotychczasowy przebieg rozgrywek nie ma wpływu na prawdopodobieństwa zwycięstw w meczach pozostałych do rozegrania.

Macierz o silnej stochastycznej przechodniości jest najbardziej naturalną interpretacją rankingu uczestników. Spotyka się również dwa inne popularne warianty założenia o stochastycznej przechodniości[24]. W wariancie średnim przyjmuje się zależność:

---

[24] Istnieją też generalizacje standardowych wariantów stochastycznej przechodniości. Na przykład w pracy [De Baets i Fodor 2010] jako takie uogólnienie traktuje się koncepcję Z. Świtalskiego [2003] nazwaną FG–przechodniością. Jej istotą jest ograniczenie wartości $q_{i,k}$ zarówno z dołu jak i z góry. Symbolicznie można to zapisać następująco:

$$\forall i,j,k = \{1,2,\cdots,n\} \qquad q_{i,j}, q_{j,k} \geq 0{,}5 \Rightarrow q_{i,k} \geq min(q_{i,j}, q_{j,k})$$

Wariant słaby charakteryzuje natomiast postulat:

$$\forall i,j,k = \{1,2,\cdots,n\} \qquad q_{i,j}, q_{j,k} \geq 0{,}5 \Rightarrow q_{i,k} \geq 0{,}5$$

Założenie o silnej stochastycznej przechodniości nie jest tak restrykcyjne jak mogłoby się pozornie wydawać. We względnej ocenie restrykcyjności może pomóc nawiązanie do badań modeli o bardziej ograniczających założeniach. W szczególności chodzi tu o tzw. liniowe modele porównań parami, których najbardziej znanymi reprezentantami są modele Bradley'a–Terry'ego [Bradley i Terry 1952] oraz Thurstone'a–Mosteller'a [Thurstone 1927; Mosteller 1951]. Macierze budowane za pomocą powyższych modeli są szczególnymi przypadkami macierzy spełniających postulat silnej stochastycznej przechodniości. Prace empiryczne takie jak [Stern 1992; Sire i Redner 2009; Gabel i Redner 2012] wskazują, że takie modele dają dobre dopasowanie do danych historycznych. Niniejsze opracowania stanowią wyraźną sugestię, że w praktyce nie da się odrzucić hipotezy o tym, że macierz jest stała w czasie i spełnia postulat silnej stochastycznej przechodniości. W rzeczywistości zawsze istnieje sporo niepewność związanej z oszacowaniami poszczególnych wartości $q_{i,j}$. Przy realistycznym poziomie powyższej niepewności, każdy ekspert musi przypisywać stosunkowo wysokie prawdopodobieństwo temu, że możliwie najwierniejsza macierz jest stała w czasie i spełnia postulat silnej stochastycznej przechodniości. Oznacza to, że poczynienie w modelu proponowanych założeń jest w pełni uprawnioną idealizacją.

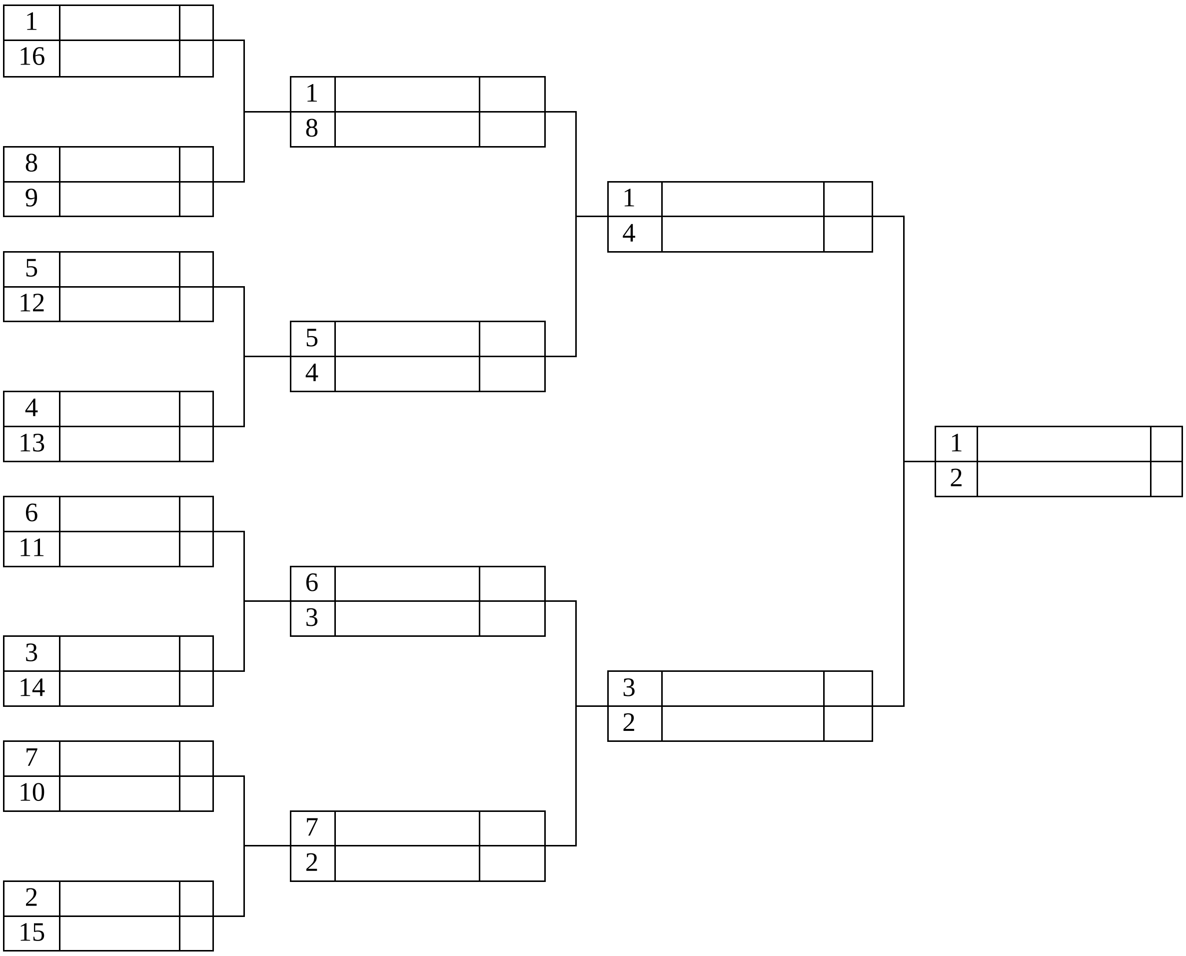
2.1.4. Analiza najpopularniejszej metody rozstawień

W praktyce rozgrywek prowadzonych systemem pucharowym jedna metoda jest zdecydowanie najpopularniejsza. Dalej metoda ta będzie nazywana standardową bez ponownego rozstawiania (ang. *reseeding*)[25] – w skrócie $\text{Standard}_{\text{bez}}$. Korzysta ona z rankingu siły gry drużyn sporządzonego przed danym turniejem. Dobór w pary uczestników za pomocą tej metody standardowej ilustruje graficznie poniższy schemat.

$\forall i,j,k = \{1,2,\cdots,n\} \qquad q_{i,j}, q_{j,k} \geq 0{,}5 \Rightarrow F(q_{i,j}, q_{j,k}) \leq q_{i,k} \leq G(q_{i,j}, q_{j,k})$. Łatwo zauważyć, że jeśli przyjmie się, że funkcja G jest funkcją stałą zawsze przyjmującą wartość 1, zaś funkcja F jest funkcją maksimum, to uzyska się interpretację silnej stochastycznej przechodniości jako szczególnego przypadku FG-przechodniości. Dla ścisłości należy podkreślić, że oryginalna koncepcja Z. Świtalskiego odnosi się do relacji rozmytych (ang. *fuzzy*), w stosunku do których nie wymaga się posiadania interpretacji probabilistycznej.

[25] Pojęcie ponownego rozstawiania (ang. *reseeding*) opisano w dalszej części pracy.

Schemat 1. Tzw. „drabinka turniejowa" obrazująca kojarzenie w pary przy zastosowaniu metody Standard$_{bez}$ w zawodach rozgrywanych systemem pucharowym o szesnastu uczestnikach



Źródło: opracowanie własne

Liczby występujące na schemacie oznaczają miejsca uczestników w rankingu. W pierwszej rundzie dobór uczestników odbywa się zgodnie z zasadą, iż pierwsze miejsce spotyka się z pierwszym od końca, drugie – z drugim od końca, itd. Zaprezentowano tzw. drabinkę turniejową (ang. *tournament bracket*). Definiuje ona potencjalnych bezpośrednich oponentów danego uczestnika w każdej rundzie turnieju. Przedstawiona graficznie metoda rozstawiania opiera się na założeniu, że jeśli konfrontacja w każdej parze zakończy się awansem zespołu teoretycznie lepszego, to w każdej rundzie rywalizujący uczestnicy w liczbie 2^j będą jednocześnie uczestnikami z pierwszych 2^j miejsc w rankingu. Ponadto przy zwycięstwie we wszystkich parach faworyta, w każdej rundzie zachodzić będzie taka sama prawidłowość dotycząca miejsc rankingowych jak w rundzie pierwszej, czyli pierwsze miejsce spotyka się z pierwszym od końca, drugie – z drugim od końca, itd.

Przede wszystkim warto porównać metodę Standard$_{bez}$ do jej najbardziej naturalnej alternatywy jaką jest losowy dobór w pary. Cel taki postawił sobie autor pracy [Marchand 2002]. Wykazano na przykład, że budując macierz prawdopodobieństw zwycięstw za pomocą modelu Jacksona [Jackson 1993] zawsze (tj. dla każdej wartości parametru alfa) rozstawienie według Standard$_{bez}$ jest dla głównego faworyta korzystniejsze niż czysto losowy dobór w pary[26]. Pod pojęciem „korzystniejsze" rozumie tu się, że daje ono wyższe prawdopodobieństwo zwycięstwa w całym turnieju. Jednocześnie dowiedziono, że możliwe są takie wartości parametru, że na przykład trzeci najlepszy uczestnik turnieju o 16 uczestnikach oraz szesnasty najlepszy w rozgrywkach o 64 uczestnikach mają wyższe szanse na zwycięstwo przy kojarzeniu losowym niż rozstawieniu Standard$_{bez}$.

Powszechną w praktyce standardową metodę rozstawień należy poddać szczegółowej analizie z perspektywy realizacji stawianych przed nią zadań. Chociaż zasadniczy cel rozstawiania – tj. odraczanie bezpośredniej konfrontacji najsilniejszych uczestników turnieju – jest oczywisty, to jednak jego uszczegółowienie nie jest już zupełnie jednoznaczne. Jedną z propozycji takiego doprecyzowania sformułowano poniżej[27].

Postulat 1: dwaj uczestnicy znajdujący się na pierwszych 2^j miejscach w rankingu według siły gry nigdy nie powinny się spotkać w bezpośrednim pojedynku wcześniej aniżeli wtedy, gdy w turnieju pozostanie 2^j lub mniej uczestników [Schwenk 2000].

Poza odraczaniem bezpośredniej konfrontacji najsilniejszych uczestników turnieju, powszechnie formułowanym postulatem względem metody rozstawień jest też posiadanie własności nazwanej w niniejszej pracy postulatem 2.

---

[26] Model Jacksona prowadzi zawsze do macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniających postulat silnej stochastycznej przechodniości. W szczególności, stanowi on połączenie modelu Bradley'a-Terry'ego z dodatkowym założeniem, że wartości obrazujące siły gry poszczególnych uczestników turnieju pochodzą z „cienkiego ogona" pewnego rozkładu prawdopodobieństwa. Jako „cienkie ogony" uznaje się takie, które można ograniczyć funkcją wykładniczą. W modelu Jacksona prawdopodobieństwo zwycięstwa uczestnika *i* nad *j* w bezpośrednim meczu wyraża wzór: $P(i, j) = \frac{1}{1+(i/j)^{\alpha}}$, gdzie $i<j$; i, j – miejsca w rankingu uczestników danego turnieju.

[27] Inną propozycją jest następujący postulat: maksymalizuj prawdopodobieństwo finału między dwoma najsilniejszymi uczestnikami turnieju (np. [Horen, Riezman, 1985], [Groh i in. 2012]). Główny zarzut możliwy wobec takiego sformułowania polega na ograniczeniu się wyłącznie do dwóch najsilniejszych uczestników. Zupełnie pomija się np. tych z trzeciego i czwartego miejsca w rankingu.

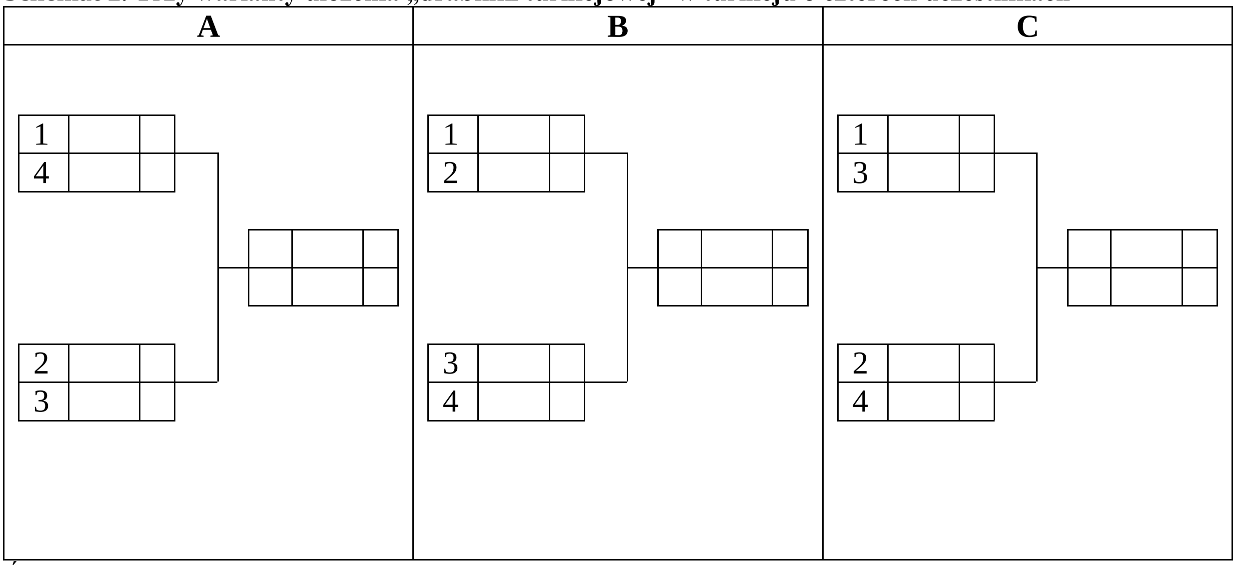
Postulat 2: każdy uczestnik o wyższym miejscu w rankingu według siły gry ma niemniejsze prawdopodobieństwo zwycięstwa w turnieju niż dowolny uczestnik z miejsca niższego [Hwang 1982], [Schwenk 2000].

Znaczenie postulatu 2 wiąże się z dwoma istotnymi argumentami. Pierwszy z nich można byłoby nazwać „poczuciem sprawiedliwości". Przede wszystkim, należy zauważyć, że cechą dokonywania rozstawień jest faworyzowanie pewnych uczestników kosztem innych. W szczególności chodzi o faworyzowanie najsilniejszych kosztem słabszych. Brak rozstawienia najlepszych zespołów, czyli pozwolenie na to, aby mogły się wzajemnie eliminować byłoby niekorzystne dla faworytów, ale pożądane przez słabsze zespoły. Faworyzowanie najsilniejszych uczestników turnieju można przekonująco usprawiedliwić odwołując się do faktu, że ranking tworzony jest na podstawie osiągniętych przez nich sukcesów. Innymi słowy, swoimi sportowymi wynikami zasłużyli oni sobie na swą uprzywilejowaną pozycję. Trudno byłoby jednak przekonać kibiców do tego, że większe uprzywilejowanie należy się za słabsze rezultaty. Ze stwierdzeniem tym koresponduje drugi – bardziej pragmatyczny – argument. Skoro miejsce w rankingu wyznaczane jest na podstawie rezultatów wcześniej rozgrywanych meczów i jednocześnie wiadomo, że niższe miejsce w rankingu przyniesie bardziej uprzywilejowaną pozycję w danym turnieju, to rodzi się naturalne zagrożenie pokusami do „celowych porażek" w spotkaniach poprzedzających docelowy turniej. Unikanie zagrożeń „celowymi porażkami" stanowi przedmiot rozważań w twórczej części niniejszej rozprawy.

Oceniając możliwość spełnienia sformułowanych postulatów w praktyce, w pierwszej kolejności przeanalizowany zostanie najprostszy przypadek, gdy w turnieju rywalizuje jedynie czterech uczestników. Istnieją trzy warianty ułożenia drabinki turniejowej[28], które zilustrowano poniżej.

[28] Liczbę wariantów ułożenia drabinki turniejowej w zależności od liczby uczestników turnieju (2^N) wyraża następująca formuła: $\frac{(2^N)!}{2^{2^N-1}}$ [Groh i in. 2012].

Schemat 2. Trzy warianty ułożenia „drabinki turniejowej” w turnieju o czterech uczestnikach



Źródło: opracowanie własne

Oczywiście w praktyce występuje prawie wyłącznie wariant A. Nietrudno zauważyć, że wariant B w oczywisty sposób jest sprzeczny z postulatem 1. Są z nim natomiast zgodne warianty A oraz C.

Oznaczmy prawdopodobieństwo zwycięstwa w turnieju przez zespół *o* pod warunkiem rozstawienia *R* jako $w_o(R)$. Zatem, na przykład prawdopodobieństwo zwycięstwa w turnieju przez zespół 1 w przypadku zastosowania wariantu A wyraża następująca formuła:

$$w_1(A) = q_{14}\,(q_{12}q_{23} + q_{13}q_{32}).$$

Można wykazać, iż spośród powyższych trzech wariantów jedynie A zgodny jest zawsze z postulatem 2 [Horen i Riezman 1985]. Oznacza to, że dla każdej możliwej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw o silnej stochastycznej przechodniości zachodzi:

$$w_1(A) \geq w_2(A) \geq w_3(A) \geq w_4(A).$$

Tym samym tylko wariant A spełnia jednocześnie obydwa postulaty[29].

Niestety samo założenie o silnej stochastycznej przechodniości macierzy prawdopodobieństw zwycięstw nie pozwala na wskazanie optymalnej metody rozstawienia dla turnieju o 2^n uczestnikach, gdy $n \geq 3$. Można dowieść, że żaden z 315 wariantów ułożenia drabinki turniejowej przy ośmiu uczestnikach nie spełnia nawet samego postulatu 2 [Horen

[29] W ogólnym przypadku wariant A nie zawsze maksymalizuje prawdopodobieństwo finału między dwoma najsilniejszymi uczestnikami turnieju. Okazuje się, iż optymalizuje tą wielkość wtedy i tylko wtedy, gdy $q_{14}/q_{13} \geq q_{24}/q_{23}$ [Horen i Riezman 1985].

i Riezman 1985]. W celu zilustrowania istoty problemów leżących u podłoża powyższego wniosku, poniżej zaprezentowano przykład niespełnienia postulatu 2 przez standardową metodę rozstawień.

Przykład 1. Naruszenie postulatu 2 przez metodę Standard$_{bez}$

Poniższy przykład pochodzi z pracy [Hwang 1982]. Przyjmijmy następującą macierz prawdopodobieństw zwycięstw:

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,50	*p*	*p*	*p*	*p*	1	1	1
2	*1–p*	0,50	*p*	*p*	*p*	1	1	1
3	*1–p*	*1–p*	0,50	*p*	*p*	*p*	1	1
4	*1–p*	*1–p*	*1–p*	0,50	*p*	*p*	1	1
5	*1–p*	*1–p*	*1–p*	*1–p*	0,50	*p*	1	1
6	0	0	*1–p*	*1–p*	*1–p*	0,50	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0,50	1
8	0	0	0	0	0	0	0	0,50

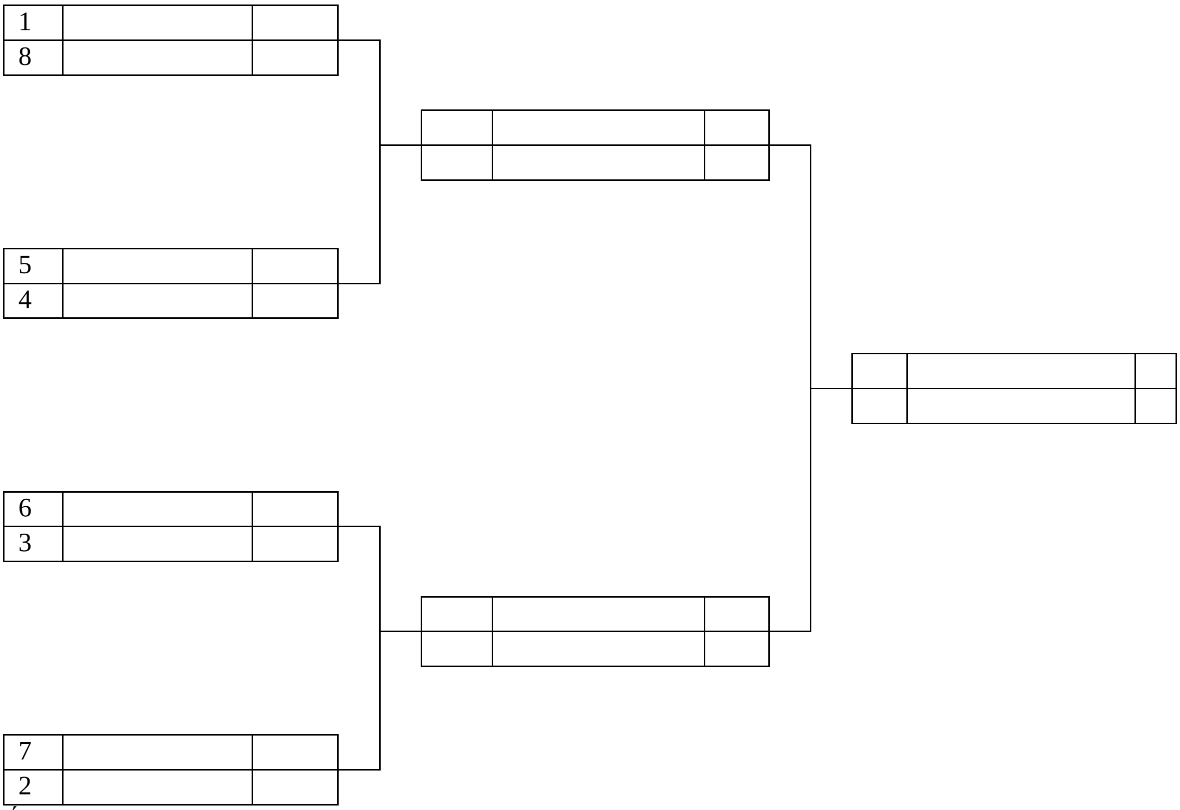
gdzie:

$p = 0{,}5 + \varepsilon$

Warto jeszcze raz zamieścić „drabinkę turniejową” przy zastosowaniu metody Standard$_{bez}$, tym razem w odniesieniu do turnieju o ośmiu uczestnikach – Schemat 3.

Z macierzy wprost wynika, że zwycięstwa drużyn 1 i 2 w ćwierćfinale są pewne (tzn. nastąpią z prawdopodobieństwem równym jeden). Wiadomo, że przeciwnikiem zespołu 1 w półfinale będzie albo drużyna 4 albo 5. Nie ma to praktycznego znaczenia, gdyż prawdopodobieństwo zwycięstwa z każdą z nich przez 1 wynoszą ok. 0,5. Tyle też wynosi prawdopodobieństwo dotarcia przez 1 do finału. Rozważmy teraz sytuację drużyny 2 w półfinale. Jej przeciwnikiem w tej rundzie będzie z prawdopodobieństwem ok. 0,5 zespół 3, a wtedy prawdopodobieństwo awansu do finału wyniesie ok. 0,5. Tym niemniej istnieje około 50 procent szans, że przeciwnikiem 2 w półfinale będzie bardzo łatwy do pokonania zespół 6, gdyż $q_{6,3}=1-p$. To właśnie ten czynnik jest decydujący dla niniejszego przykładu. Prawdopodobieństwo wygrania 2 w meczu z 6 wynosi 1.

Schemat 3. Tzw. „drabinka turniejowa" obrazująca kojarzenie w pary przy zastosowaniu metody Standard$_{bez}$ w zawodach rozgrywanych systemem pucharowym o ośmiu uczestnikach[30]



Źródło: opracowanie własne

W sumie zatem, na początku turnieju prawdopodobieństwo dotarcia przez 2 do finału wynosi aż ok. 0,75 (tj. ok. 0,5 · 0,5 + 0,5 · 1). Nietrudno zauważyć, że bez względu na przebieg rozgrywek w drugiej połowie tabeli, zarówno dla 1 jak i 2 prawdopodobieństwo zwycięstwa w finale pod warunkiem dotarcia do niego wynosi ok. 0,5. Tym samym zgodnie z powyższymi oznaczeniami:

a) w_1(Standard$_{bez}$) ≈ 0,25

b) w_2(Standard$_{bez}$) ≈ 0,375

Wykazano zatem, że w_1(Standard$_{bez}$) <w_2(Standard$_{bez}$), a to przeczy postulatowi 2.

Wobec powyższego przykładu można byłoby sformułować zarzut braku realizmu. Tym samym powstaje pytanie czy anomalie związane ze standardową metodą rozstawień powstają tylko w ekstremalnych przypadkach czy też mogą pojawić się w sytuacjach faktycznie spotykanych na turniejach. Dla rozwiania tych wątpliwości poniżej zaprezentowano kolejny przykład. W jego konstrukcji dodatkowo zaostrzono jeden z warunków silnej stochastycznej przechodniości do postaci „$p_{i,j}$ jest rosnące względem j”.

Przyjmijmy następującą macierz prawdopodobieństw zwycięstw.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,91	0,98	0,99
2	0,49	0,50	0,51	0,52	0,53	0,90	0,97	0,98
3	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,80	0,96	0,97
4	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,78	0,95	0,96
5	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50	0,77	0,94	0,95
6	0,09	0,10	0,20	0,22	0,23	0,50	0,65	0,70
7	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,35	0,50	0,60
8	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,30	0,40	0,50

Powyższa macierz może reprezentować turniej, w który pięć pierwszych zespołów prezentuje wyrównany wysoki poziom. Dwa zespoły z końcowych miejsc w rankingu (tj. 7 i 8) są bardzo słabe względem pierwszej piątki. Drużyna z miejsca 6 w rankingu jest natomiast wyraźnie słabsza od najlepszych, ale też istotnie lepsza od dwóch najsłabszych. Jednocześnie prawdopodobieństwa zwycięstw nad drużyną 6 są wyraźnie zróżnicowane między pięcioma faworytami turnieju.

Od razu widać, że prawdopodobieństwo zwycięstwa w ćwierćfinale dla zespołu 1 wynosi 0,99, a dla 2 – 0,98. Po dokonaniu prostych obliczeń stwierdzić można, że prawdopodobieństwo dotarcia do finału to dla lidera rankingu niecałe 0,53, a dla zespołu 2 – ponad 0,57. Ostatecznie $w_1(\text{Standard}_{\text{bez}}) \approx 0,28$, a $w_2(\text{Standard}_{\text{bez}}) \approx 0,29$.

Powyższy przykład stanowi przekonujący argument dla uznania, iż podważenie postulatu 2 nie występuje jedynie przy „sztucznych”, specjalnie skonstruowanych macierzach prawdopodobieństw zwycięstw.

Źródło: opracowanie własne

[30] Warto przypomnieć, że numery odpowiadające uczestnikom półfinałów i finału umieszczono przy założeniu, iż mecze będą wygrywane przez faworytów.

2.1.5. Metody rozstawień spełniające oba postulaty

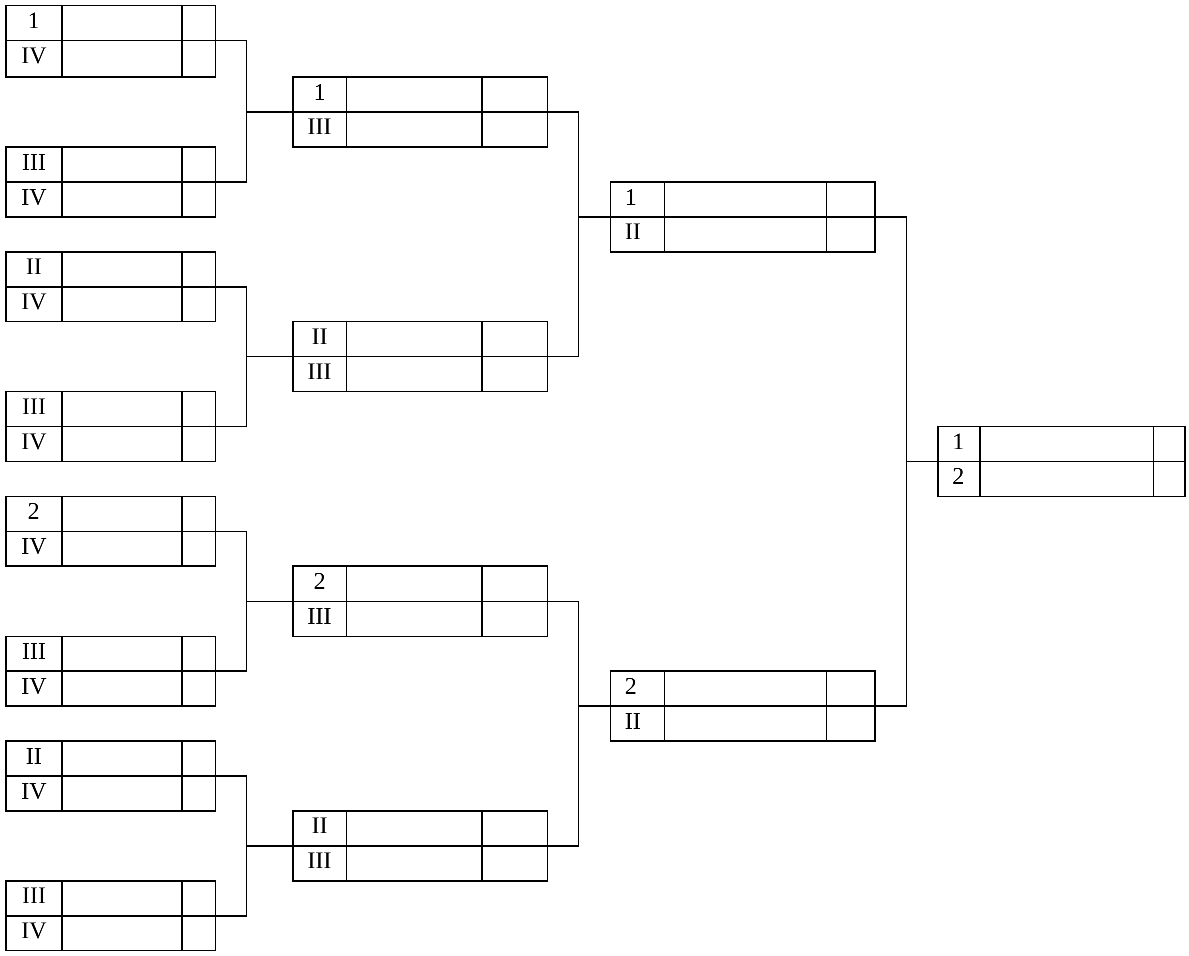
Analiza przeprowadzona powyżej wskazała na trudności w budowie metody spełniającej zidentyfikowane postulaty. Warto zauważyć, że analizowane metody posiadały dwie cechy. Pierwszą z nich była deterministyczność rozumiana jako niewykorzystywanie w metodzie elementów losowości. Drugą było tworzenie na początku rozgrywek pełnej drabinki. Okazuje się, że rezygnacja z każdej z tych cech z osobna prowadzi do możliwości zbudowania metody spełniającej postulaty. Poniżej zaprezentowane zostaną następujące dwie metody:

a) Schwenka – zawierająca elementy losowości [Schwenk 2000],

b) standardowa z ponownym rozstawianiem (dalej: Standard$_Z$) – uchylająca wymóg konstruowania od razu pełnej drabinki turniejowej na rzecz ograniczenia się do tworzenia par meczowych w najbliższej rundzie [Hwang 1982].

Metoda Schwenka nazwana przez swego autora kohortowym rozstawieniem losowym (ang. *cohort randomized seeding*) opiera się na podziale zbioru wszystkich uczestników turnieju na podzbiory. Oznaczmy kolejne kohorty jako C_k, gdzie k – numer kolejnej kohorty. Kohortę pierwszą stanowią dwaj najlepsi uczestnicy turnieju, czyli $C_{\mathrm{I}} = \{1, 2\}$. Następną tworzą kolejni dwaj, tj. $C_{\mathrm{II}} = \{3, 4\}$. Kohorta trzecia składa się z zespołów zajmujących cztery kolejne miejsca w rankingu, więc $C_{\mathrm{III}} = \{5, 6, 7, 8\}$. Każda kolejna kohorta jest dwukrotnie liczniejsza od poprzedniej. Tworząc drabinkę turniejową w jej dwóch różnych połowach umieszczamy zespoły 1 oraz 2 (tj. postępujemy tak jak w metodzie standardowej). Następnie budujemy resztę drabinki zgodnie z ideą, którą najprościej wyrazić graficznie. Dokonano tego na poniższym schemacie, gdzie reprezentanta z kohorty o danym numerze oznaczono odpowiednią liczbą rzymską. Podobnie jak poprzednie schematy, również liczby na poniższej ilustracji naniesiono przy założeniu, iż zwycięstwo w każdym pojedynku odnosi faworyt.

Schemat 4. Graficzna prezentacja idei metody Schwenka w turnieju pucharowym o szesnastu uczestnikach



Źródło: opracowanie własne na podstawie [Schwenk 2000]

Wszystko, co pozostaje do wykonania, gdy już dysponuje się powyższą drabinką, to przydzielić konkretne zespoły do pozycji, na których występują dane numery kohort w pierwszej rundzie turnieju. Zasadą jest stosowanie rozkładu jednostajnego, czyli jeśli dana kohorta ma liczność *n*, to każda z drużyn do niej należąca z prawdopodobieństwem wynoszącym dokładnie *1/n* trafia do dowolnie wybranej pozycji oznaczonej daną liczbą rzymską. Przy okazji warto zauważyć, że konieczność przeprowadzenia powyższej procedury losowania stwarza okazję do zorganizowania dodatkowej transmisji telewizyjnej. To z kolei oznacza zwiększenie ogólnej oglądalności rozgrywek, a w konsekwencji zwiększenie wpływów finansowych od sponsorów i innych reklamodawców.

Można wykazać, że metoda Schwenka spełnia postulat 1 oraz 2 [Schwenk 2000]. Ważna uwaga dotyczy faktu, że zgodność z postulatem 2 zachodzi „ex ante" dotycząc sytuacji przed turniejem, czyli zanim zostanie dokonany losowy przydział poszczególnych drużyn do numerów odpowiadających poszczególnym kohortom. Zapewnia to, iż przed turniejem żaden z uczestników nie będzie odczuwał bodźców motywacyjnych do „celowych porażek". Ostatecznie uzyskana – po losowym przydziale – pełna drabinka turniejowa może jednak już nie spełniać postulatu 2. Pozostawia to nierozwiązany problem potencjalnego „poczucia niesprawiedliwości". Jest możliwe, że konkretny przydział zespołów do numerów kohort wywoła zarzuty kibiców o istotny wpływ czynników pozasportowych (tj. losowania) na ostateczny wynik turnieju. Z pewnością należałoby wziąć pod uwagę tego rodzaju krytykę rozwiązania Schwenka i przed ewentualnym dokonaniem reformy regulaminu zebrać opinie kibiców.

Inna metoda rozstawień spełniająca oba postulaty to metoda nazywana dalej standardową z ponownym rozstawianiem (Standard$_z$), przeanalizowana w pracy [Hwang 1982]. „Ponowne rozstawianie" wymaga tworzenia przed każdą kolejną rundą rankingu uczestników wciąż pozostających w turnieju. Pary meczowe wyznaczane są wyłącznie w oparciu o miejsca w rankingu, niezależnie od rozstawienia w rundzie poprzedniej. Przy ustalaniu par obowiązuje standardowa zasada: uczestnik o najwyższym miejscu w rankingu spośród uczestników pozostałych w turnieju spotyka się z uczestnikiem o miejscu najniższym, uczestnik o drugim najwyższym miejscu – z aktualnie drugim od końca, itd. W metodzie Standard$_z$ pojęcie drabinki turniejowej zupełni traci zatem swój sens.

Przykład 2. Kojarzenie par półfinałowych w metodzie Standard$_z$

Dla przykładu, odwołajmy się do turnieju o ośmiu uczestnikach i załóżmy, że zwycięzcami meczów ćwierćfinałowych zostały drużyny z następujących miejsc początkowego rankingu: 8, 4, 6 i 2. Dokonajmy teraz przyporządkowania $i' = i$, gdzie i – miejsce w „starym" rankingu, zaś i' – miejsce w rankingu „prim". Mamy zatem: 4' = 8, 2' = 4, 3' = 6, 1' = 2. Jeśli potraktujemy miejsce w „starym" rankingu jako nazwę danego zespołu to pary meczów półfinałowych zapisać można następująco: 2 z 8, 4 z 6.

Źródło: opracowanie własne

Należy wyraźnie podkreślić, że „ponowne rozstawianie" wymaga co najmniej trzech rund, czyli minimum ośmiu uczestników w turnieju. Rozstawienie przed pierwszą rundą jest takie samo w Standard$_z$ i Standard$_{bez}$. Oczywiste jest także, że każda metoda rozstawień prowadzi do tej samej pary, gdy w turnieju zostanie jedynie dwóch uczestników.

Naturalne jest, że metoda Standard$_z$ spełnia postulat 1. Istnieje też dowód spełniania przez metodę Standard$_z$ postulatu 2 [Hwang 1982]. Zaletą prezentowanej metody jest to, iż nie tylko

– podobnie jak metoda Schwenka – eliminuje zagrożenie „celowymi porażkami" przed turniejem, ale też dodatkowo wyklucza możliwość „poczucia niesprawiedliwości". Przed każdą rundą najwyższe prawdopodobieństwo awansu do rundy kolejnej oraz wygrania całego turnieju ma zawsze drużyna o najwyższym miejscu w początkowym rankingu spośród zespołów pozostających jeszcze w rywalizacji. Jednocześnie, drugie najwyższe prawdopodobieństwo posiada drużyna o drugim najwyższym miejscu, trzecie – o trzecim, itd.

2.1.6. Metoda Hwanga, gdy oficjalny ranking może nie odzwierciedlać poziomu gry uczestników

Powyższe analizy opierały się na założeniu istnienia wiarygodnego oficjalnego rankingu drużyn według poziomu ich gry. Sformułowane powyżej wnioski są wrażliwe na uchylenie tego założenia. W praktyce, oficjalny ranking może z różnych względów nawet znacząco odbiegać od teoretycznie możliwego najlepszego uszeregowania uczestników według ich siły gry. Bardzo często problemy wynikają ze ściśle „mechanicznego" sposobu kalkulacji punktów rankingowych na podstawie historycznych wyników meczów. Z jednej strony, podejście takie zapewnia argumenty na odparcie krytyki o stronniczości przy tworzeniu rankingu. Z drugiej jednak, pomija się wiele ważnych informacji pozwalających wnioskować o rzeczywistym poziomie gry. W konsekwencji, potencjalnie generuje się bodźce skłaniające do manipulacji.

Przykład 3. Bodźce skłaniające do „celowych porażek" występujące przed turniejem rozgrywanym systemem pucharowym przy zastosowaniu metod Standard

Ma odbyć się najważniejszy w sezonie turniej. Będzie miał ośmiu uczestników. Wiadomo, iż rozstawienie w tym turnieju będzie dokonywane metodą $\text{Standard}_{\text{Z}}$. Przed turniejem będzie rozegrany tylko jeszcze jeden mecz. Będą w nim bezpośrednio rywalizować zawodnicy zajmujący aktualnie pierwsze dwa miejsca w rankingu. Przegrany zajmie ostatecznie drugie miejsce w rankingu, a zwycięzca pierwsze. Załóżmy też, że obydwaj zgadzają się co do tego, że gracz z siódmego miejsca w rankingu jest łatwiejszy dla nich do pokonania niż zawodnik z ósmego. Przyjmijmy ponadto, że występuje powszechna jednomyślność, iż poziom gry uczestników z miejsc rankingowych od 3 do 6 jest praktycznie identyczny. W takiej sytuacji, dla obu uczestników ostatniego meczu przed najważniejszym turniejem występują bodźce skłaniające do „celowych porażek".

Źródło: opracowanie własne

Powyższy przykład ilustruje znaczenie znalezienia takiej metody rozstawień, która ograniczy wpływ braku obiektywności rankingu na występowanie niepożądanych sytuacji. Oczywiście przykładów powyższego typu można przytaczać wiele. W celu prowadzenia dalszej analizy czyni się założenie, iż poza (niedoskonałym) rankingiem oficjalnym istnieje jeszcze ranking nieoficjalny, który dokładnie odzwierciedla poziom gry uczestników. Okazuje się, że atrakcyjnym rozwiązaniem przeciwdziałającym niepożądanym sytuacjom jest metoda zaproponowana w [Hwang 1982], dalej nazywana metodą Hwanga. Polega ona na tym, iż uczestnicy sami wybierają sobie swego oponenta w najbliższej rundzie. Oficjalny ranking służy tylko do wskazania drużyny, która ma prawo jako kolejna dokonać wyboru. Zawsze prawo wyboru posiada uczestnik o najwyższym miejscu w rankingu spośród niemających jeszcze pary. Może on sobie wybrać na oponenta dowolnego z pozostałych uczestników. Jasne jest zatem, że przy pełnej zgodności rankingu oficjalnego z nieoficjalnym, metoda Hwanga doprowadzi do dokładnie takich samych par ćwierćfinałowych jak metody Standard.

Nietrudno zauważyć, że metoda Hwanga nigdy „nie karze" za zajmowanie wyższego miejsca w rankingu oficjalnym. Każdy dąży do tego, by być wybierającym i aby dokonywać wyboru jak najwcześniej, czyli wtedy, gdy zbiór możliwych do wybrania oponentów jest możliwie najliczniejszy. Jeśli ktoś nie ma szans na bycie wybierającym, to konkretne miejsce w rankingu oficjalnym nie ma dla niego wpływu na korzystność przebiegu procesu kojarzenia w pary.

Jeśli liczba uczestników turnieju wynosi 2^N, to wystarczy, by oba wspomniane rankingi były zgodne w zakresie $2^{N-1}-1$ pierwszych miejsc, aby metoda Hwanga bazująca na rankingu oficjalnym prowadziła do tych samych par w pierwszej rundzie turnieju co metody Standard oparte na możliwie najdokładniejszym rankingu nieoficjalnym. Podana liczba ($2^{N-1}-1$) odnosi się do liczby aktów wyboru przy kojarzeniu par pierwszej rundy. Na przykład w turnieju o czterech uczestnikach wyboru dokonuje tylko uczestnik o najwyższym miejscu w oficjalnym rankingu. Jasne jest, iż uczestnik z pierwszego miejsca wybierze sobie jako oponenta możliwie najsłabszego uczestnika, bez względu na miejsce zajmowane przez niego w oficjalnym rankingu. Po dokonanym wyborze zostaje już tylko dwóch uczestników, którzy muszą utworzyć parę. To samo rozumowanie można rozszerzyć na turnieje o większej liczbie uczestników. Na przykład w turnieju o ośmiu uczestnikach będą dokonywane trzy wybory oponenta, po których dokonaniu zostanie jedynie dwóch uczestników bez pary.

Metoda Hwanga ma jeszcze jedną istotną z finansowego punktu widzenia zaletę. Pozwala ona na zorganizowanie dodatkowego wydarzenia medialnego. Chodzi o transmisję publicznego deklarowania wybranych przez siebie oponentów przez uprawnionych uczestników. Wydarzenie to z pewnością wywoływałoby zaciekawienie kibiców, gdyż w jego wyniku dokonywany byłby dobór zespołów w pary meczowe danej kolejki *playoff* (z wyjątkiem finału). W konsekwencji pojawiłyby się dodatkowe transmisje telewizyjne generujące wymierne korzyści dla reklamodawców i sponsorów.

2.2. Rozgrywki dwufazowe

2.2.1. Porównanie rozgrywek jednofazowych i dwufazowych

Niniejsza dysertacja dotyczy pokus do celowych porażek generowanych przez zasady organizacyjne rozgrywek dwufazowych. Ten problem był już przedmiotem rozważań w literaturze. Zanim jednak prace te zostaną dokładniej przedstawione, warto – z uwagi na znaczenie dla niniejszej pracy – przybliżyć zagadnienie dwufazowej formuły rozgrywek. W pierwszej fazie (zwanej grupową lub sezonem zasadniczym) uczestnicy rozgrywają mecze systemem „każdy z każdym”. W tej fazie uczestnicy gromadzą punkty. W najprostszym wariancie, zwycięstwo w meczu jest premiowane uzyskaniem jednego punktu, a porażka wiąże się z brakiem punktów. Po zakończeniu pierwszej fazy rozgrywek, pewna z góry określona liczba uczestników o najwyższej punktacji w tabeli końcowej uzyskuje awans do fazy drugiej. Pozostali uczestnicy kończą swój udział w rozrywkach. Druga faza rozgrywek (nazywana fazą pucharową lub *playoff*) toczy się zgodnie z zasadą „przegrywający odpada”. Z każdej dwustronnej rywalizacji, jeden uczestnik uzyskuje awans do kolejnej rundy, a drugi kończy swój udział w rozgrywkach. Ostatecznie pozostaje dwóch uczestników rozgrywających między sobą finał. Zwycięzca tej rywalizacji uzyskuje tytuł mistrza.

Do najistotniejszych z komercyjnego punktu widzenia rozgrywek dwufazowych należy zaliczyć mistrzostwa świata oraz mistrzostwa Europy w piłce nożnej jak też cztery najważniejsze ligi Ameryki Północnej, czyli NFL (futbol amerykański), MLB (baseball), NBA (koszykówka) i NHL (hokej na lodzie). Wiele dyscyplin podczas igrzysk również organizuje zawody o mistrzostwo olimpijskie w formie turniejów dwufazowych. Poza wymienionymi powyżej, na świecie toczą się tysiące różnorodnych rozgrywek dwufazowych o łącznej wartości środków finansowych w nich zaangażowanych liczonej w miliardach dolarów.

O ile format dwufazowy jest rozwiązaniem zdecydowanie dominującym w ligach Ameryki Północnej, to tradycyjną formą organizacji europejskich lig sportowych (zwłaszcza piłkarskich) jest format jednofazowy złożony wyłącznie z fazy grupowej. W jego ramach każdy z uczestników spotyka się z każdym innym raz jako gospodarz („u siebie") a raz jako gość („na wyjeździe"). Tworzona jest pojedyncza tabela końcowa i to ona decyduje o tytule mistrza, o uczestnikach europejskich pucharów oraz o tych, którzy w kolejnym sezonie zagrają w niższej klasie rozgrywkowej. Coraz częściej spotykane są jednak w europejskim futbolu elementy systemu *playoff*, choć autorowi niniejszej pracy nie jest znany żaden przypadek ligi w Europie, gdzie mistrz wyłaniany byłby w ten sposób[31]. Najpowszechniejsze są przypadki wprowadzania rywalizacji pucharowej przy rozstrzygnięciach dotyczących awansu do wyższej klasy rozgrywkowej i spadku do niższej.

Można przytaczać wiele argumentów o względnych zaletach oraz słabościach obu wariantów. Wśród najczęściej wymienianych względnych przewag rozgrywek jednofazowych złożonych wyłącznie z fazy grupowej spotyka się takie jak:

a) wymuszenie długookresowego utrzymywania wysokiego poziomu – wygranie rozgrywek jednofazowych wymaga prezentowania wysokiej formy w wielu meczach przez cały czas trwania sezonu, a w rozgrywkach dwufazowych możliwe jest, że zespół, który ledwo zakwalifikował się do fazy drugiej, może nawet zostać mistrzem,

b) wyższa stawka większości meczów – w obu wariantach rozgrywek większość meczów toczy się w fazie rywalizacji o punkty w tabeli; w rozgrywkach jednofazowych każdy punkt może mieć decydujące znaczenie dla osiągnięcia bądź nie tytułu mistrza lub innego sukcesu w ramach sezonu (np. utrzymania się w lidze, czy awansu do europejskich pucharów), zaś w rozgrywkach dwufazowych zbyt mała liczba punktów może co najwyżej przekreślić szanse na mistrzostwo (brak awansu do *playoff*), żadna liczba punktów nie jest w stanie zapewnić tytułu, a korzyścią z większej liczby punktów

[31] Ciekawym źródłem informacji na ten temat jest [Wikipedia 2018b].

– tj. wyższego miejsca w tabeli wśród awansujących – jest jedynie wyższe prawdopodobieństwo słabszych przeciwników w pierwszych rundach drugiej fazy rozgrywek,

c) brak pokus do celowych porażek ukierunkowanych na korzyści w *playoff* – wynika to bezpośrednio z braku fazy pucharowej.

Spośród argumentów o wyższości formatu dwufazowego nad jednofazowym wymienić można między innymi następujące:

a) pewność emocjonującej końcówki rozgrywek – w rozgrywkach jednofazowych może się zdarzyć, że jeden z uczestników osiągnie przewagę punktową zapewniającą mu mistrzostwo na wiele kolejek przed końcem,

b) wyeliminowanie meczów o skrajnej asymetrii stawek dla obu uczestników pojedynczego meczu, a tym samym ograniczenie korupcji – w końcowych kolejkach rozgrywek jednofazowych zdarza się, że jednemu z rywalizujących oponentów bardzo zależy na zwycięstwie (np. uczestniczy w zaciętej walce o mistrzostwo lub utrzymanie się w lidze), podczas gdy drugi nie ma właściwie już nic do zyskania ani do stracenia (np. jego miejsce w tabeli końcowej nie może już ulec zmianie),

c) większa niepewności wyniku – w pewnym uproszeniu ten argument można podsumować w następujący sposób: im mniej meczów decyduje o mistrzostwie tym łatwiej o niespodzianki.

Dla pełnego obrazu należy również odnieść się do jednofazowych rozgrywek prowadzonych od początku do końca systemem pucharowym. Tu można wyróżnić odmiany tego formatu w zależności od tego czy pojedyncza konfrontacja dwóch oponentów przyjmuje formę jedno– czy wielomeczową. Główne ogólne zalety takiego formatu to:

a) brak pokus do celowych porażek – każda porażka zmniejsza szanse na awans do kolejnego etapu rozgrywek,

b) wysoka stawka każdego meczu – poza brakiem pokus do celowych porażek wynika ona również z faktu, iż każde meczowe zwycięstwo zwiększa prawdopodobieństwo awansu do kolejnego etapu rozgrywek,

c) pewność emocjonującej końcówki rozgrywek – z tego samego powodu, co w rozgrywkach dwufazowych,

d) stosunkowo najniższa asymetria stawek dla obu uczestników pojedynczego meczu – z perspektywy awansu do kolejnego etapu rozgrywek występuje pełna symetria stawek, gdyż po każdym meczu wzrost prawdopodobieństwa awansu dla jednego uczestnika jest dokładnie równy spadkowi tego prawdopodobieństwa u drugiego uczestnika.

Rozgrywki prowadzone wyłącznie systemem pucharowym mają jedną bardzo poważną wadę. Dotyczy ona tego, że zdecydowana większość uczestników nie bierze udziału w większości etapów. Każdy etap kończy się eliminacją połowy uczestników, którzy do niego przystępują. Po zaledwie dwóch etapach w rozgrywkach pozostaje już jedynie 25% początkowej liczby uczestników. Z pespektywy zadeklarowanych kibiców konkretnych uczestników oznacza to bardzo duży spadek atrakcyjności rozgrywek po odpadnięciu ich uczestnika z dalszej rywalizacji. Z tego względu bardzo rzadko w praktyce rozgrywki w sportach zespołowych przyjmują postać formatu jednofazowego o wyłącznie fazie pucharowej. Występowanie dużych grup zadeklarowanych kibiców konkretnych uczestników jest typowe właśnie dla sportów zespołowych. W sportach indywidualnych duża identyfikacja wielu fanów z pojedynczym uczestnikiem zdarza się rzadziej, a jeśli już występuje to dotyczy głównie największych gwiazd, które rzadko odpadają z rozgrywek w początkowych rundach. Fakt ten może częściowo tłumaczyć wysoką popularność jednofazowych rozgrywek pucharowych w tych dyscyplinach. Najważniejszym z komercyjnego punktu widzenia przykładem jest tu z pewnością tenis ziemny.

Na koniec porównania względnych wad i zalet rozgrywek jedno– oraz dwufazowych warto podkreślić niebagatelną rolę tradycji. Wiele lat organizacji danych rozgrywek w określony sposób buduje u jej kibiców pewien rodzaj przywiązania. Generalnie zatem kibice są niechętni zmianom. W proponowanych reformach dużo łatwiej przychodzi im zauważać potencjalne wady niż zalety.

2.2.2. Pokusy do celowych porażek w rozgrywkach dwufazowych

Z perspektywy niniejszej pracy ważne znaczenie ma pewna charakterystyczna cecha rozgrywek dwufazowych polegająca na możliwości wystąpienia tzw. perwersyjnych zachęt (ang. *perverse incentives*). Polegają one na tym, że dla danej drużyny własna porażka może być najkorzystniejszym wynikiem meczu biorąc pod uwagę szerszą perspektywę sukcesu w całym turnieju. Istnieje zatem ryzyko pokus do „celowych porażek". Problem ten ma istotny wpływ na atrakcyjność danego meczu dla kibiców, na wizerunek turnieju, a nawet na postrzeganie całej dyscypliny sportowej. Mecz, w którym jeden z uczestników podejmuje działania, by raczej przegrać niż wygrać jest ewidentnym zaprzeczeniem istoty rywalizacji sportowej. Powyższe bezpośrednio oddziałuje zarówno na wskaźniki oglądalności pojedynczego spotkania jak też na redukcję korzyści ze sponsoringu danego wydarzenia sportowego. Warto podkreślić, że problemem jest już samo występowanie pokus, a nie tylko uleganie im. Nawet, jeśli uczestnik zachowa się zgodnie z „duchem sportu" i będzie wkładał w grę wiele wysiłku dążąc do zwycięstwa w meczu, to i tak kibice będą doznawać negatywnych emocji związanych z zaistniałą sytuacją. Najprawdopodobniej wystąpi poczucie niesprawiedliwości w związku z tym, że przegrana jest bardziej nagradzana niż zwycięstwo. Sądzić należy, że w wielu przypadkach kibice po prostu zrezygnują z obejrzenia widowiska wiążącego się z powyższymi negatywnymi emocjami. Bardzo możliwa jest także złość na organizatora rozgrywek, iż nie zapobiegł wystąpieniu takiej niepożądanej sytuacji. Zatem poza bezpośrednim związkiem z kształtowaniem oglądalności, wprowadzanie pożądanych zmian w regulaminie rozgrywek jest też elementem długofalowego kształtowania wizerunku instytucji zarządzającej rozgrywkami[32]. Z całą pewnością w interesie finansowym organizatora byłoby wyeliminowanie możliwości zaistnienia powyższych patologicznych bodźców motywacyjnych.

W celu możliwie najprzystępniejszego przedstawienia zjawiska pokus do celowych porażek najlepiej odwołać się do znanych przykładów historycznych.

---

[32] W celu przybliżenia finansowego wymiaru dbania o wizerunek warto odnieść się do profesjonalnych lig w Ameryce Północnej. Dużą część przychodów czerpią one ze sprzedaży praw do używania swego znaku handlowego (logo). Według firmy konsultingowej Brand Finance wartości marek dla czterech głównych lig amerykańskich kształtują się następująco: NFL – 9,13 mld $, MLB – 4,41 mld $, NBA – 2,73 mld $, NHL – 1,56 mld $ [Friend 2013]. Jakkolwiek do konkretnych oszacowań tego typu należy podchodzić ze sporą dozą sceptycyzmu, to jednak w miarę bezpiecznie można przyjąć, iż chodzi tu o rząd wielkości kilku miliardów dolarów. Tym samym nawet drobne zmiany wizerunkowe mogą się łatwo przełożyć na efekty liczone w milionach dolarów. Świadome tego faktu, ligi angażują się w aktywność również dalece odbiegającą od ich podstawowej działalności polegającej na organizacji rozgrywek sportowych. Na przykład NBA działa na rzecz m.in. ochrony środowiska (NBA GREEN) czy też rozbudzania zamiłowania dzieci do czytelnictwa (Read to Achieve).

Przykład 4. Przykład ulegnięcia pokusom do celowych porażek, gdzie celem bezpośrednim było dążenie do uzyskania słabszego przeciwnika w pierwszym meczu fazy *playoff*

W ostatnim meczu fazy grupowej turnieju piłkarskiego Tiger Cup 1998 spotkały się zespoły Tajlandii oraz Indonezji. Oba zespoły już przed tym spotkaniem miały zagwarantowany awans do fazy pucharowej. Jednocześnie wiadomo było, iż zwycięzca bezpośredniego pojedynku zajmie pierwsze miejsce w grupie i w konsekwencji trafi w pierwszym meczu *playoff* na Wietnam (zaskakująco kończący rozgrywki w swej grupie na drugim miejscu). Wietnam był powszechnie uważany za zdecydowanego faworyta do wygrania całego turnieju. Porażka w spotkaniu Tajlandia–Indonezja oznaczała dla przegranego uplasowanie się na drugiej pozycji w końcowej tabeli grupy i rywalizację w kolejnym meczu z teoretycznie znacznie słabszym od Wietnamu Singapurem. Remis dawał zwycięstwo w grupie Indonezji. Pierwsza połowa meczu charakteryzowała się praktycznym brakiem jakichkolwiek akcji ofensywnych ze strony obu drużyn i zakończyła się wynikiem bezbramkowym. W drugiej połowie przy dość pasywnej postawie obydwu formacji obronnych, każda z drużyn strzeliła dwie bramki. Po upływie regulaminowych 90 minut wynikiem był rezultat 2-2. W doliczonym przez sędziego czasie gry kapitan zespołu Indonezji (Mursyid Effendi) całkowicie świadomie strzelił samobójczą bramkę.

Źródło: opracowanie własne

Przykład 5. Przykład ulegnięcia pokusom do celowych porażek, gdzie celem bezpośrednim było dążenie do wyeliminowania groźnego rywala z dalszych rozgrywek

W roku 1988 przed ostatnim meczem sezonu regularnego NFL drużyna San Francisco 49ers miała zapewnione pierwsze miejsce w tabeli. Ostatnie spotkanie rozgrywała z zespołem Los Angeles Rams. Zwycięstwo zespołu z Los Angeles nad drużyną z San Francisco eliminowało z gry w *playoff* zespół New York Giants. Zespół z Nowego Jorku znany był z tego, że dwa razy z rzędu (w roku 1985 i 1986) pokonał w fazie *playoff* San Francisco 49ers. W ostatnim meczu sezonu zasadniczego zespół San Francisco zdawał się całkowicie nie przykładać do gry i przegrał najwyższą różnicą punktową w ciągu 8 ostatnich lat.

Źródło: opracowanie własne

Drugi z zaprezentowanych przykładów może posłużyć do sformułowania ważnego wyniku negatywnego. Opiera się on na trzech prostych przesłankach. Po pierwsze, do fazy drugiej kwalifikuje się tylko pewna część uczestników fazy pierwszej. Po drugie, przegrana danego zespołu z innym generalnie ma wpływ na prawdopodobieństwo wyeliminowania jakiejś trzeciej drużyny z uczestnictwa w drugiej fazie rozgrywek. Po trzecie, danemu uczestnikowi nie jest obojętne kto oprócz niego będzie rywalizował w drugiej fazie. Innymi słowy, korzystne jest dla niego wyeliminowanie pewnych uczestników z dalszej części rywalizacji. Naturalną konkluzją z powyższych przesłanek jest ważna obserwacja.

Obserwacja: Nie jest możliwe pełne wyeliminowanie pokus do celowych porażek w pierwszej fazie rozgrywek dwufazowych. Cel przy projektowaniu rozgrywek powinien zatem zostać sformułowany jako minimalizacja ryzyka celowych porażek, a nie jako ich eliminacja.

Problem pokus do celowych porażek w rozgrywkach dwufazowych pojawiał się już w literaturze naukowej. Warto wspomnieć między innymi o pracy naukowców z Uniwersytetu w Innsbrucku [Höchtl, Kerschbamer i Walde 2006]. Rozważali oni sytuację dwufazowego turnieju, w którym bierze udział czterech uczestników o zróżnicowanej sile gry. Uczestnicy rozgrywają ze sobą mecze systemem „każdy z każdym". Zwycięstwo w meczu jest premiowane uzyskaniem jednego punktu, a porażka wiąże się z brakiem punktów. Wszyscy mają zapewniony udział w *playoff*, a zatem nikt nie odpada z rozgrywek po pierwszej fazie. W powyższej pracy rozważano dwie metody kojarzenia w pary, które w tej dysertacji nazywane są Standard oraz SWO[33]. Generalnym wnioskiem z badań było to, że każda z metod ma swe wady i zalety, a zatem nie można mówić o zdecydowanej wyższości jednej nad drugą.

Poza cytowanymi powyżej materiałami konferencyjnymi autorstwa ekonomistów z Innsbrucku, autorowi znane jest jeszcze jedno opracowanie naukowe dotyczące problemu pokus do celowych porażek w rozgrywkach dwufazowych. Chodzi tu o pracę [Kräkel 2014]. Artykuł ten poświęcony jest budowie i analizie modelu teorii gier turnieju dwufazowego, choć modelowany turniej nie ma bezpośredniej analogii w sportowej rzeczywistości. Tym niemniej sam autor zauważa, że jego praca może udzielić wskazówek organizatorom mistrzostw świata

[33] Obie metody opisano szczegółowo poniżej.

w piłce nożnej. Pierwsza faza tego turnieju prowadzona jest w ośmiu grupach po czterech uczestników każda. Awans do fazy pucharowej zyskuje dwóch uczestników z najwyższych miejsc tabeli końcowej każdej grupy. Regulamin stanowi, że zwycięzca grupy spotyka się w pierwszym meczu drugiej fazy zawodów z uczestnikiem zajmującym drugie miejsce w grupie sąsiedniej. Z uwagi na negatywne zjawiska już w latach siedemdziesiątych wprowadzono przepis nakazujący równoczesne rozgrywanie dwóch ostatnich meczów w każdej grupie. M. Kräkel zauważa, iż dodatkowym ograniczeniem pokus do celowych porażek byłoby jednoczesne rozgrywanie ostatnich meczów dla każdej pary grup sąsiednich. Jednakże stwierdza także, że takie rozwiązanie przyniosłoby duże koszty. Rozgrywanie po cztery zamiast po dwa mecze jednocześnie powodowałoby ogólny spadek oglądalności mistrzostw i dlatego miałoby negatywne konsekwencje dla reklamodawców. Autorskie rozwiązanie proponowane w niniejszej rozprawie (tj. metoda OBPO) nie generuje takich kosztów a skala redukcji pokus do celowych porażek może być nawet większa niż przy wprowadzeniu zasady rozgrywania jednoczesnych meczów dla pary grup.

2.3. Metody kojarzenia w pary w fazie pucharowej rozgrywek dwufazowych

W prowadzonych analizach przyjmuje się założenie o modelowaniu wyników poszczególnych meczów fazy *playoff* za pomocą stałej w czasie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej postulat silnej stochastycznej przechodniości. Zaznaczyć jednak należy, że prawdziwość wysuwanych tu wniosków nie wymaga zgodności uczestników w zakresie konkretnych wartości liczbowych elementów macierzy prawdopodobieństw zwycięstw. Wymaga się jedynie, by wszyscy zgadzali się co do rankingu siły gry implikowanego przez tą macierz oraz akceptowali sam fakt posiadania przez macierz własności stałości w czasie i silnej stochastycznej przechodniości.

Przy wymienianiu par kojarzonych w wyniku zastosowania poszczególnych metod stosowana będzie konwencja nazewnicza, zgodnie z którą nazwa uczestnika (wyrażona cyframi arabskimi) odpowiada miejscu w rankingu siły gry uczestników danej grupy. Ranking właściwie odzwierciedla poziomy gry i jest wspólną wiedzą uczestników. Jednocześnie, przyjmuje się, iż miejsca w tabeli końcowej oznaczane są liczbami rzymskimi. W obu przypadkach indeksy dolne określają przynależność grupową.

2.3.1. Metoda standardowa (Standard)

Metoda Standard stosowana w jednogrupowych rozgrywkach dwufazowych jest prostym przeniesieniem metody standardowej wykorzystywanej w rozgrywkach pucharowych. Jedyną różnicą jest to, iż zamiast na miejscach w oficjalnym rankingu bazuje się na miejscach w tabeli końcowej fazy grupowej.

Metoda standardowa jest w przytłaczającej większości przypadków wykorzystywana w praktyce dwufazowych rozgrywek sportowych. Autorowi niniejszej pracy znanych jest zaledwie kilka przypadków stosowania metod odmiennych.

Format typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech"

Najprostszymi formatami, gdzie stosuje się metodę standardową są te, w których do fazy pucharowej awansuje czterech uczestników z pojedynczej grupy. Jedną z par półfinałowych tworzy uczestnik z pierwszego miejsca z uczestnikiem z miejsca czwartego, a drugą parę pozostali dwaj uczestnicy. Zwycięzcy obu rywalizacji spotykają się ze sobą w finale.

Warto prześledzić kojarzenie w pary w odniesieniu do różnych układów siły gry uczestników awansujących do fazy pucharowej. Przyjmuje się tzw. „ranking prim". Jego konstrukcja opiera się na uszeregowaniu uczestników fazy *playoff* według siły gry. Miejsca w „rankingu prim" oznaczane będą: 1', 2', 3' oraz 4'. Na przykład załóżmy, iż do drugiej fazy rozgrywek awansowali uczestnicy o następujących miejscach w rankingu siły gry: 1, 3, 4, 6. Na tej podstawie dokonuje się następującego przyporządkowania: 1' = 1, 2' = 3, 3' = 4; 4' = 6. Wiadomo, że w drugiej fazie zawsze znajdzie się czterech uczestników o zróżnicowanej sile gry. Enumeracja wszystkich możliwych przypadków polega zatem na wymienieniu 24 permutacji 4 elementów (tj. 1', 2', 3' oraz 4').

Tabela 2. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" przy zastosowaniu metody Standard

Numer przypadku	Sytuacja w tabeli końcowej	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody Standard
1	I = 1'; II = 2'; III = 3'; IV = 4'	1' z 4' i 2' z 3'
2	I = 1'; II = 2'; III = 4'; IV = 3'	1' z 3' i 2' z 4'
3	I = 1'; II = 3'; III = 2'; IV = 4'	1' z 4' i 2' z 3'
4	I = 1'; II = 3'; III = 4'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'
5	I = 1'; II = 4'; III = 2'; IV = 3'	1' z 3' i 2' z 4'
6	I = 1'; II = 4'; III = 3'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'
7	I = 2'; II = 1'; III = 3'; IV = 4'	1' z 3' i 2' z 4'
8	I = 2'; II = 1'; III = 4'; IV = 3'	1' z 4' i 2' z 3'
9	I = 2'; II = 3'; III = 1'; IV = 4'	1' z 3' i 2' z 4'
10	I = 2'; II = 3'; III = 4'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'
11	I = 2'; II = 4'; III = 1'; IV = 3'	1' z 4' i 2' z 3'
12	I = 2'; II = 4'; III = 3'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'
13	I = 3'; II = 1'; III = 2'; IV = 4'	1' z 2' i 3' z 4'
14	I = 3'; II = 1'; III = 4'; IV = 2'	1' z 4' i 2' z 3'
15	I = 3'; II = 2'; III = 1'; IV = 4'	1' z 2' i 3' z 4'

Źródło: opracowanie własne

Tabela 2. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" przy zastosowaniu metody Standard - c.d.

Numer przypadku	Sytuacja w tabeli końcowej	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody Standard
16	I = 3'; II = 2'; III = 4'; IV = 1'	1' z 3' i 2' z 4'
17	I = 3'; II = 4'; III = 1'; IV = 2'	1' z 4' i 2' z 3'
18	I = 3'; II = 4'; III = 2'; IV = 1'	1' z 3' i 2' z 4'
19	I = 4'; II = 1'; III = 2'; IV = 3'	1' z 2' i 3' z 4'
20	I = 4'; II = 1'; III = 3'; IV = 2'	1' z 3' i 2' z 4'
21	I = 4'; II = 2'; III = 1'; IV = 3'	1' z 2' i 3' z 4'
22	I = 4'; II = 2'; III = 3'; IV = 1'	1' z 4' i 2' z 3'
23	I = 4'; II = 3'; III = 1'; IV = 2'	1' z 3' i 2' z 4'
24	I = 4'; II = 3'; III = 2'; IV = 1'	1' z 4' i 2' z 3'

Źródło: opracowanie własne

Format typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu"

Formaty typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu" charakteryzują się trzema rundami rywalizacji w fazie *playoff*: ćwierćfinały, półfinały oraz finał. W praktyce tego rodzaju formaty dla jednogrupowych rozgrywek dwufazowych są częstsze niż te obejmujące jedynie półfinały i finał.

Jak wyjaśniano przy okazji omawiania metody standardowej w rozgrywkach pucharowych, gdy występują co najmniej trzy rundy pucharowe, mamy do czynienia z jej dwoma możliwymi wariantami: $\text{Standard}_{\text{bez}}$ oraz $\text{Standard}_{\text{z}}$.

Format typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch"

W rozgrywkach sportowych stosunkowo często spotykana jest sytuacja, gdy w pierwszej fazie turnieju rywalizacja prowadzona jest w kilku grupach oddzielnie systemem „każdy z każdym" w ramach wszystkich pojedynczych grup. Bardzo często grupy takie łączone są w pary. Wymogiem jest, aby w pierwszej rundzie fazy pucharowej spotkało się po jednym uczestniku z każdej grupy sąsiedniej, czyli innymi słowy niedopuszczalne jest spotkanie między były członkami tej samej grupy. Jako klasyczny przykład powyższego formatu rozgrywek podać można mistrzostwa świata i Europy w piłce nożnej. Na potrzeby niniejszej rozprawy analizowany będzie przypadek rozgrywek, gdy w turnieju uczestniczy pojedyncza para grup.

W formatach typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch" można mówić o dwóch uczestnikach awansujących z pierwszych miejsc i dwóch z drugich. Do ogólnej zasady metody standardowej – uczestnik zajmujący pierwsze miejsce w tabeli spotyka się z uczestnikiem z miejsca pierwszego od końca spośród awansujących – należy dodać jeszcze wymóg, iż tworzący parę w pierwszej rundzie fazy *playoff* muszą pochodzić z różnych grup. Oznacza się zwycięzcę grupy A jako I_A, zaś uczestnika z drugiego miejsca w tabeli w tej grupie jako II_A. Analogicznych uczestników z grupy B oznaczono I_B oraz II_B. Zgodnie z metodą standardową pary półfinałowe to: I_A z II_B oraz I_B z II_A.

Dla ułatwienia wprowadzono następujące oznaczenia symboliczne:

– M_A – mocniejszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy A,

– M_B – mocniejszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy B,

– S_A – słabszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy A,

– S_B – słabszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy B.

Należy zaznaczyć, że nie jest tu konieczne dokonywanie międzygrupowych porównań siły gry uczestników, gdyż nie mają one znaczenia dla doboru par.

Tabela 3. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch" przy zastosowaniu metody Standard

Numer przypadku	**Sytuacja w tabelach końcowych**	**Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody Standard**
1	$I_A = M_A$ $I_B = M_B$ $II_A = S_A$ $II_B = S_B$	M_A z S_B S_A z M_B
2	$I_A = M_A$ $I_B = S_B$ $II_A = S_A$ $II_B = M_B$	M_A z M_B S_A z S_B
3	$I_A = S_A$ $I_B = M_B$ $II_A = M_A$ $II_B = S_B$	M_A z M_B S_A z S_B
4	$I_A = S_A$ $I_B = S_B$ $II_A = M_A$ $II_B = M_B$	S_A z M_B M_A z S_B

Źródło: opracowanie własne

2.3.2. Metoda samodzielnego wyboru oponenta (SWO)

Metoda samodzielnego wyboru oponenta (SWO) stanowi przeniesienie metody Hwanga na rozgrywki dwufazowe. Metoda SWO polega na tym, że zawsze prawo wyboru posiada uczestnik o najwyższym miejscu w tabeli końcowej spośród niemających jeszcze pary. W formatach jednogrupowych może on sobie wybrać na oponenta dowolnego z pozostałych uczestników.

Format typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech"

W formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" następuje tylko jeden wybór oponenta. Po jego dokonaniu przez uczestnika z miejsca I, zostaje już tylko dwójka uczestników, która automatycznie tworzy drugą parę półfinałową.

Tabela 4. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" przy zastosowaniu metody SWO

Numer przypadku	Sytuacja w tabeli końcowej	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody SWO
1	I = 1'; II = 2'; III = 3'; IV = 4'	1' z 4' i 2' z 3'
2	I = 1'; II = 2'; III = 4'; IV = 3'	1' z 4' i 2' z 3'
3	I = 1'; II = 3'; III = 2'; IV = 4'	1' z 4' i 2' z 3'
4	I = 1'; II = 3'; III = 4'; IV = 2'	1' z 4' i 2' z 3'
5	I = 1'; II = 4'; III = 2'; IV = 3'	1' z 4' i 2' z 3'
6	I = 1'; II = 4'; III = 3'; IV = 2'	1' z 4' i 2' z 3'
7	I = 2'; II = 1'; III = 3'; IV = 4'	1' z 3' i 2' z 4'
8	I = 2'; II = 1'; III = 4'; IV = 3'	1' z 3' i 2' z 4'
9	I = 2'; II = 3'; III = 1'; IV = 4'	1' z 3' i 2' z 4'
10	I = 2'; II = 3'; III = 4'; IV = 1'	1' z 3' i 2' z 4'
11	I = 2'; II = 4'; III = 1'; IV = 3'	1' z 3' i 2' z 4'
12	I = 2'; II = 4'; III = 3'; IV = 1'	1' z 3' i 2' z 4'
13	I = 3'; II = 1'; III = 2'; IV = 4'	1' z 2' i 3' z 4'
14	I = 3'; II = 1'; III = 4'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" przy zastosowaniu metody SWO - c.d.

Numer przypadku	Sytuacja w tabeli końcowej	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody SWO
15	I = 3'; II = 2'; III = 1'; IV = 4'	1' z 2' i 3' z 4'
16	I = 3'; II = 2'; III = 4'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'
17	I = 3'; II = 4'; III = 1'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'
18	I = 3'; II = 4'; III = 2'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'
19	I = 4'; II = 1'; III = 2'; IV = 3'	1' z 2' i 3' z 4'
20	I = 4'; II = 1'; III = 3'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'
21	I = 4'; II = 2'; III = 1'; IV = 3'	1' z 2' i 3' z 4'
22	I = 4'; II = 2'; III = 3'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'
23	I = 4'; II = 3'; III = 1'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'
24	I = 4'; II = 3'; III = 2'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'

Źródło: opracowanie własne

Wyjaśnienie par półfinałowych utworzonych przy stosowaniu metody SWO jest bardzo proste. Uczestnik z miejsca I zawsze dobiera sobie jako oponenta najsłabszego możliwego uczestnika. Oznacza to, że jeśli pierwsze miejsce zajmie uczestnik 1', 2' lub 3' to zawsze wybierze uczestnika 4' jako oponenta. Jeśli zaś zwycięzcą fazy grupowej zostanie 4' to jako oponenta wybierze 3'.

Format typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu”

W sytuacji, gdy do fazy pucharowej awansuje ośmiu uczestników, kojarzenie w pary pierwszej rundy *playoff* przebiega w formie trzech wyborów oponenta. Kojarzenie par drugiej rundy przebiega tak samo jak dobór par rundy pierwszej w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech”, czyli składa się na ten proces pojedynczy akt wyboru. Prawo wyboru w drugiej rundzie przysługuje uczestnikowi o najwyższym miejscu w tabeli końcowej spośród wszystkich uczestników pozostałych w turnieju.

Wszystkich możliwych przypadków zakończenia fazy grupowej w rozważanym typie formatu jest aż 40320 (tj. 8!). Trudno byłoby zaprezentować tabelę zawierającą tak wiele wierszy. Warto jednak przytoczyć kilka przykładów kojarzenia par półfinałowych.

Przykład 6. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu” przy zastosowaniu metody SWO

Sytuacja w tabeli końcowej: I = 2’, II = 1’, III = 4’, IV = 3’, V = 6’, VI = 7’, VII = 5’, VIII = 8’. Jako pierwszy wybiera 2’ i oczywiście dobierze sobie jako oponenta 8’. Kolejne pary to: 1’ z 7’, 4’ z 6’ oraz 3’ z 5’. Wyboru dokonywali uczestnicy z pierwszych trzech miejsc w tabeli.
Sytuacja w tabeli końcowej: I = 3’, II = 1’, III = 7’, IV = 2’, V = 6’, VI = 8’, VII = 5’, VIII = 4’. Pary ćwierćfinałowe: 3’ z 8’, 1’ z 7’, 2’ z 6’, 5’ z 4’. W tym przypadku wyboru dokonują zatem uczestnicy z miejsc I, II oraz IV.
Sytuacja w tabeli końcowej: I = 7’, II = 8’, III = 5’, IV = 6’, V = 1’, VI = 2’, VII = 3’, VIII = 4’. Pary ćwierćfinałowe: 7’ z 8’, 5’ z 6’, 1’ z 4’, 2’ z 3’. Wyborów dokonują uczestnicy z miejsc I, III oraz V.

Źródło: opracowanie własne

Z powyższych przykładów jasno wynika, że tylko zajęcie pierwszego miejsca gwarantuje otrzymanie prawa wyboru w procesie kojarzenia par ćwierćfinałowych. Jednocześnie okazuje się, że w pewnych przypadkach nawet zajęcie miejsca V może prowadzić do stania się wybierającym. W każdym jednak przypadku zajęcie miejsca dalszego niż V eliminuje możliwość otrzymania prawa wyboru.

Format typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch"

Dla rozgrywek prowadzonych w dwóch grupach należy zastosować pewną modyfikację metody SWO. Po pierwsze, należy respektować wymóg, by w pierwszej rundzie w parze nie spotkali się uczestnicy z tej samej grupy. Oznacza to, iż wybierający ma tylko dwa warianty decyzyjne: wybrać uczestnika z miejsca I lub II w grupie sąsiedniej. Po drugie, uczestników, którzy zajęli miejsce I jest dwóch. Trzeba zatem rozstrzygnąć, który z dwóch uczestników będących zwycięzcą grupy ma prawo wyboru. Proponuje się następujące reguły służące rozstrzyganiu tej kwestii:

a) jeżeli obaj zwycięzcy grup uzyskali w fazie grupowej tą samą liczbę punktów to obaj zwycięzcy grup (tj. I_A i I_B) mają po 50% szans, że zostaną – w wyniku przeprowadzonego losowania (w formie np. rzutu monetą) – wskazani jako wybierający,

b) jeżeli jeden ze zwycięzców grup zanotował więcej zwycięstw, to automatycznie on zyskuje prawo do samodzielnego wyboru oponenta[34].

Poniżej tabela prezentująca pary półfinałowe powstałe przy stosowaniu metody SWO w każdym możliwym przypadku formatu typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch".

Wyjaśnienia wymagają oznaczenia $p_{A,2}$ oraz $p_{B,3}$. Przyjmuje się następujące definicje:

$p_{A,2}$ – prawdopodobieństwo warunkowe tego, że wybierającym będzie zwycięzca grupy A (I_A), gdy faza grupowa zakończy się stanem tabeli charakteryzowanym przez przypadek 2,

$p_{B,3}$ – prawdopodobieństwo warunkowe tego, że wybierającym będzie zwycięzca grupy B (I_B), gdy faza grupowa zakończy się stanem tabeli charakteryzowanym przez przypadek 3.

W ogólnym przypadku przyjmuje się tylko, że $0 < p_{A,2} < 1$ oraz $0 < p_{B,3} < 1$.

[34] W ramach symulacji – opisanych w dalszej części pracy – testowano także inną wersję metody samodzielnego wyboru oponenta. Nawet w przypadku, gdy jeden ze zwycięzców grup miał więcej zwycięstw niż drugi, przewidywała ona przeprowadzenie loterii o prawo wyboru oponenta z równymi szansami na jej wygranie dla obu uczestników. Taka metoda okazała się jednak być zawsze zdominowana w sensie Pareta przez wersję proponowaną w tekście. Z tego względu uznano za bezcelowe prezentowanie wyników symulacji tego wariantu metody w rozprawie.

Tabela 5. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch" przy zastosowaniu metody SWO

Numer przypadku	Sytuacja w tabelach końcowych	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody SWO
1	$I_A = M_A$ $I_B = M_B$ $II_A = S_A$ $II_B = S_B$	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z S_B S_A z M_B
2	$I_A = M_A$ $I_B = S_B$ $II_A = S_A$ $II_B = M_B$	Z prawdopodobieństwem równym $p_{A,2}$: M_A z S_B S_A z M_B i z prawdopodobieństwem równym $1–p_{A,2}$: M_A z M_B S_A z S_B
3	$I_A = S_A$ $I_B = M_B$ $II_A = M_A$ $II_B = S_B$	Z prawdopodobieństwem równym $p_{B,3}$: M_A z S_B S_A z M_B i z prawdopodobieństwem równym $1–p_{B,3}$: M_A z M_B S_A z S_B
4	$I_A = S_A$ $I_B = S_B$ $II_A = M_A$ $II_B = M_B$	Z prawdopodobieństwem równym1: S_A z S_B M_A z M_B

Źródło: opracowanie własne

Konieczność wprowadzenia powyższych symboli wynika z tego, w jaki sposób definiowany jest przypadek. Zaklasyfikowanie danego stanu tabeli grupy końcowej opiera się tylko na porównaniach względnej siły gry obu awansujących uczestników odrębnie dla każdej z dwóch grup. Nie zawiera natomiast informacji o tym ile punktów zdobyli w grupowej fazie rozgrywek zwycięzcy poszczególnych grup. Bez tych informacji nie można stwierdzić, która z dwóch możliwych sytuacji zaistnieje. Chodzi o to, czy wybierający zostanie wskazany w drodze losowania, czy też zostanie nim automatycznie jeden ze zwycięzców grup. Innymi słowy, każdy przypadek może wystąpić w dwóch wariantach. W pierwszym z nich obaj zwycięzcy grup mają tą samą liczbę punktów, a w drugim – różną. Ponadto drugi z tych wariantów można dodatkowo podzielić na dwa podwarianty w zależności od tego, zwycięzca której grupy zdobył więcej punktów.

2.3.3. Metody skandynawskie dotyczące awansu ośmiu uczestników do fazy pucharowej

Świadomość wad metody standardowej doprowadziła praktyków do zaproponowania alternatyw. Zakładają one samodzielny wybór oponenta spośród pewnego podzbioru wszystkich pozostałych uczestników awansujących do danej rundy *playoff*[35]. Z uwagi na fakt, że geneza wszystkich tego rodzaju metod wiąże się z krajami skandynawskimi w niniejszej pracy nazywane są one zbiorczym terminem „metody skandynawskie".

W przeciwieństwie do metod Standard i SWO, które charakteryzują się ogólną ideą możliwą do zaadaptowania na potrzeby poszczególnych formatów rozgrywek, metody opisywane w tym podrozdziale zostały zaproponowane w odniesieniu do pojedynczego typu formatu, w którym do fazy pucharowej awansuje dokładnie ośmiu uczestników.

Metoda duńska

Według wiedzy autora niniejszej pracy, pierwszą metodę alternatywną do standardowej wdrożono w życie w duńskiej lidze hokeja na lodzie na początku bieżącego wieku[36]. Osiem zespołów awansujących do *playoff* dzielono na dwie połowy. Kolejne trzy drużyny z pierwszej połowy począwszy od zwycięzcy sezonu zasadniczego miały prawo wybierać swego oponenta w ćwierćfinale spośród zespołów pozostałych z drugiej połowy. Racjonalne wybory uczestników prowadzą do tego, że: uczestnik z I miejsca spotyka się z najsłabszym uczestnikiem z drugiej połowy, uczestnik z II miejsca spotyka się z drugim najsłabszym uczestnikiem z drugiej połowy, uczestnik z III miejsca spotyka się z trzecim najsłabszym uczestnikiem z drugiej połowy, uczestnik z IV miejsca spotyka się z najsilniejszym uczestnikiem z drugiej połowy.

Po fazie ćwierćfinałowej, gdy zostaje już tylko czterech uczestników, drużyna o najwyższym miejscu w tabeli końcowej spośród wciąż niewyeliminowanych zyskiwała prawo wyboru dowolnego półfinałowego oponenta spośród pozostałych trzech. Można zatem stwierdzić, że w drugiej rundzie *playoff* metody SWO i duńska są identyczne.

---

[35] Przedstawioną wcześniej metodę SWO można traktować jako pewien przypadek graniczny metod skandynawskich, gdy wybierający jest stosunkowo najmniej ograniczony w swym wyborze. W formatach jednogrupowych podzbiór uczestników, z którego może on dokonać wyboru obejmuje wszystkich uczestników awansujących do *playoff* poza nim samym.

[36] Z uwagi na problemy finansowe aktualnie najwyższa klasa rozgrywkowa hokeja na lodzie w Danii składa się jedynie z 8 zespołów. Wywołało to konieczność zmiany całego formatu rozgrywek. Aktualnie sześciu uczestników drugiej fazy rozgrywa mecze „każdy z każdym". W bieżącym formacie nie stosuje się żadnej wersji samodzielnego wyboru oponenta.

Warto podkreślić, iż metoda duńska funkcjonuje od roku 2009 w amerykańskiej koszykarskiej lidze NBA D–League[37]. Pojawia się zatem realna szansa, że wkrótce trafi do jednej z najpopularniejszych i tym samym najbogatszych na świecie lig sportowych, jaką jest NBA. To z kolei mogłoby stanowić bardzo poważny impuls do szerokiego upowszechnienia się tej metody w rozgrywkach w różnych dyscyplinach na całym świecie.

Można poczynić ogólne spostrzeżenia dotyczące par utworzonych przy stosowaniu metody duńskiej. W sytuacji, gdy miejsca w tabeli końcowej w pełni odpowiadają pozycjom w rankingu siły gry, metoda duńska prowadzi do tych samych par, co metody Standard i SWO. Co więcej, łatwo zauważyć, że identyczne pary jak w powyższym przypadku zostaną utworzone, jeśli zmiany w tabeli końcowej ograniczać się będą wyłącznie do zmiany permutacji uczestników znajdujących się w drugiej połowie w tabeli. Nigdy zmiana uporządkowania uczestników na miejscach w drugiej połowie tabeli nie wpływa na zmianę tworzonych par ćwierćfinałowych. Natomiast, dowolna zmiana na miejscach w pierwszej połowie tabeli prowadzi do utworzenia odmiennego zestawu par ćwierćfinałowych.

Metoda norweska

W norweskiej lidze hokeja na lodzie zaproponowano kolejną alternatywę dla metod Standard. Tak samo jak w metodzie duńskiej, prawo wyboru zyskują uczestnicy zajmujący kolejne miejsca w tabeli końcowej sezonu zasadniczego. Tu jednak wybierający zawsze może wybrać oponenta jedynie spośród uczestników z dwóch najniższych niewybranych jeszcze miejsc w tabeli.

Po zakończonych ćwierćfinałach dokonywane jest ponowne rozstawienie. Drużyna o najwyższym miejscu w tabeli końcowej spośród wciąż niewyeliminowanych ma prawo wyboru oponenta spośród dwóch uczestniczących w rozgrywkach zespołów o najniższych miejscach w tabeli.

Naturalne jest porównywanie metod duńskiej i norweskiej. Oczywiste jest, iż metoda norweska stawia w mniej uprzywilejowanej pozycji wybierającego poprzez ograniczenie jego

---

[37] Sam dobór par w *playoff* na podstawie tabeli końcowej sezonu zasadniczego przebiega w NBA D–league dokładnie według metody duńskiej. Warto jednakże nadmienić, iż sama tabela końcowa w powyższej lidze koszykarskiej tworzona jest w dość specyficzny sposób. Zespoły rywalizujące w sezonie zasadniczym podzielone są na trzy tzw. dywizje. Z tego względu przy tworzeniu ostatecznej tabeli końcowej pierwszej fazy rozgrywek, trzy pierwsze miejsca zarezerwowane są zawsze dla zwycięzców poszczególnych dywizji. O kolejności na miejscach I-III jak też IV-VIII decyduje liczba wygranych meczów w sezonie zasadniczym, czyli jest to rozwiązanie standardowe. Może się jednak zdarzyć, że drużyna z dalszego miejsca w tabeli (np. IV) ma więcej zwycięstw niż drużyna będąca przed nią (np. III).

zakresu wyboru. W pierwszej rundzie *playoff* uczestnik z I miejsca może w metodzie norweskiej dokonać wyboru jedynie spośród dwóch uczestników zamiast spośród czterech w metodzie duńskiej. Uczestnik z miejsca II, wybiera spośród dwóch zamiast spośród trzech. Liczność podzbioru, z którego oponenta wybiera uczestnik z III miejsca nie zmienia się. W drugiej rundzie *playoff*, jedyny wybierający ma dwa warianty wyboru w metodzie norweskiej zamiast trzech w duńskiej.

W metodzie norweskiej w przeciwieństwie do duńskiej zmiany kolejności uczestników znajdujących się na miejscach V-VIII często mają wpływ na tworzone pary ćwierćfinałowe. W metodzie norweskiej na zestaw par ćwierćfinałowych nie wpływa ewentualna zmiana kolejności uczestników na miejscach VII i VIII.

Metoda szwedzka

Nieco odmienne rozwiązanie od metody norweskiej jest stosowane w szwedzkiej lidze hokeja na lodzie. Metoda szwedzka jest właściwie połączeniem metody norweskiej oraz Standard$_Z$. Pary ćwierćfinałowe dobierane są identycznie jak w metodzie norweskiej, zaś półfinałowe według metody Standard$_Z$.

2.4. Metoda „Ostatni Bez Prawa Odmowy" (OBPO)

Metoda „Ostatni Bez Prawa Odmowy" jest autorską propozycją prezentowaną w niniejszej rozprawie. Propozycja ta wykazuje podobieństwo do metody SWO, gdyż również mamy w niej do czynienia z wyborem własnego oponenta. Tak jak w metodzie SWO, w OBPO prawo wyboru przyznawane jest zawsze uczestnikowi z najwyższego miejsca w tabeli spośród tych uczestników, którzy jeszcze nie zostali połączeni w pary. Tym niemniej w metodzie OBPO wybór oponenta przez wybierającego nie zawsze jest wiążący. Można interpretować to w ten sposób, iż wybierający składa propozycję wybranemu przez siebie uczestnikowi. Wszyscy z wyjątkiem uczestnika o najniższym miejscu w tabeli spośród niemających jeszcze pary, posiadają prawo do odmowy. Jeżeli dany uczestnik odmówi wybierającemu, to ten składa propozycję następnemu wskazanemu przez siebie uczestnikowi. Proces doboru oponenta dla aktualnie wybierającego trwa do momentu, gdy ktoś zaakceptuje propozycję lub gdy propozycja zostanie złożona uczestnikowi bez prawa odmowy[38].

Powstaje problem jak przewidzieć wszystkie pary, które zostaną utworzone w wyniku zastosowania w danej sytuacji metody OBPO. Wcześniej wspomniano już o założeniu wspólnej wiedzy w zakresie rankingu siły gry implikowanego przez macierz prawdopodobieństw zwycięstw. Przyjęcie tego założenia pozwala modelować procedurę kojarzenia w pary za pomocą drzewa gry z pełną informacją. Przyjęcie, że w rankingu siły gry nie ma miejsc *ex aequo* prowadzi natomiast do tego, że nigdy żaden uczestnik posiadający prawo odmowy nie będzie indyferentny pomiędzy swymi dwoma wariantami decyzyjnymi. To z kolei oznacza możliwość wyznaczenia zawsze unikalnych dla danej sytuacji par. W grze może pojawić się więcej niż jedna doskonała równowaga Nasha w podgrach (ang. *subgame perfect Nash equilibrium*), lecz wszystkie one wskazywać będą na utworzenie identycznych par. Kwestia ta zostanie przedstawiona poniżej na przykładach.

Format typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech”

Tabela 6. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” przy zastosowaniu metody OBPO

Numer przypadku	Sytuacja w tabeli końcowej	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody OBPO
1	I = 1’; II = 2’; III = 3’; IV = 4’	1’ z 4’ i 2’ z 3’
2	I = 1’; II = 2’; III = 4’; IV = 3’	1’ z 3’ i 2’ z 4’
3	I = 1’; II = 3’; III = 2’; IV = 4’	1’ z 4’ i 2’ z 3’
4	I = 1’; II = 3’; III = 4’; IV = 2’	1’ z 2’ i 3’ z 4’

Źródło: opracowanie własne

[38] Można też przyjąć, że uczestnik bez prawa odmowy to uczestnik, który musi zaakceptować propozycję. W tym ujęciu wystarczy stwierdzenie: „Proces doboru oponenta dla aktualnie wybierającego trwa do momentu, gdy ktoś zaakceptuje propozycję”.

Tabela 6. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” przy zastosowaniu metody OBPO - c.d.

5	I = 1’; II = 4’; III = 2’; IV = 3’	1’ z 3’ i 2’ z 4’
6	I = 1’; II = 4’; III = 3’; IV = 2’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
7	I = 2’; II = 1’; III = 3’; IV = 4’	1’ z 3’ i 2’ z 4’
8	I = 2’; II = 1’; III = 4’; IV = 3’	1’ z 3’ i 2’ z 4’
9	I = 2’; II = 3’; III = 1’; IV = 4’	1’ z 3’ i 2’ z 4’
10	I = 2’; II = 3’; III = 4’; IV = 1’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
11	I = 2’; II = 4’; III = 1’; IV = 3’	1’ z 3’ i 2’ z 4’
12	I = 2’; II = 4’; III = 3’; IV = 1’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
13	I = 3’; II = 1’; III = 2’; IV = 4’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
14	I = 3’; II = 1’; III = 4’; IV = 2’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
15	I = 3’; II = 2’; III = 1’; IV = 4’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
16	I = 3’; II = 2’; III = 4’; IV = 1’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
17	I = 3’; II = 4’; III = 1’; IV = 2’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
18	I = 3’; II = 4’; III = 2’; IV = 1’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
19	I = 4’; II = 1’; III = 2’; IV = 3’	1’ z 2’ i 3’ z 4’
20	I = 4’; II = 1’; III = 3’; IV = 2’	1’ z 2’ i 3’ z 4’

Źródło: opracowanie własne

Tabela 6. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" przy zastosowaniu metody OBPO - c.d.

21	I = 4'; II = 2'; III = 1'; IV = 3'	1' z 2' i 3' z 4'
22	I = 4'; II = 2'; III = 3'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'
23	I = 4'; II = 3'; III = 1'; IV = 2'	1' z 2' i 3' z 4'
24	I = 4'; II = 3'; III = 2'; IV = 1'	1' z 2' i 3' z 4'

Źródło: opracowanie własne

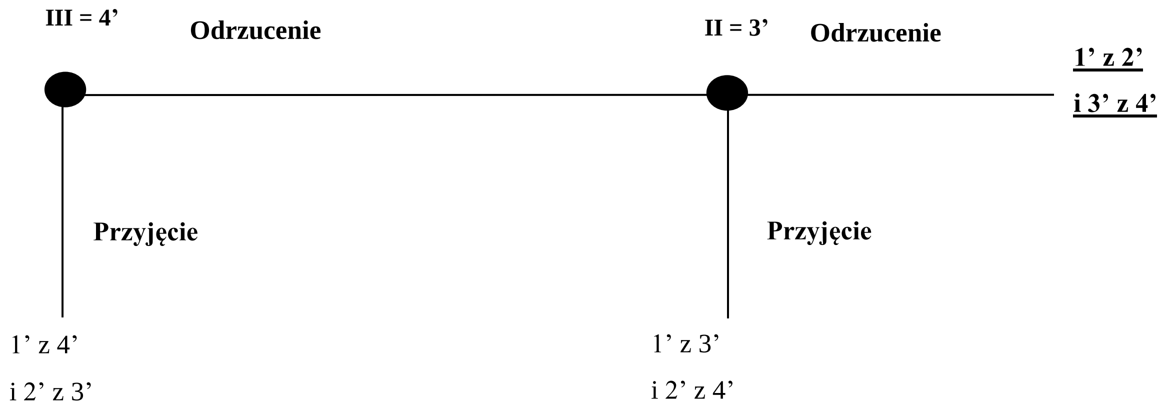
Pełna analiza procedury kojarzenia w pary przy zastosowaniu metody OBPO opierałaby się na drzewie gry, którego pierwszy wierzchołek byłby wierzchołkiem decyzyjnym uczestnika z miejsca I. Miałby on wybór czy złożyć propozycję uczestnikowi z miejsca II, III czy IV. Rozważmy na przykład przypadek 4. Łatwo zauważyć, że uczestnicy z miejsc II i III odrzucą ewentualną propozycję zwycięzcy fazy grupowej. Spotkają się wtedy w pojedynczej parze półfinałowej. Dla nich obu będzie to rozwiązanie stosunkowo najkorzystniejsze. Gra w postaci ekstensywnej doprowadzi do tych samych par półfinałowych bez względu na to, komu uczestnik z miejsca I złoży propozycję w pierwszej kolejności i ewentualnie komu w drugiej. Ten przypadek ilustruje, że choć gra może mieć więcej niż jedną doskonałą równowagę Nasha w podgrach, to jednak wszystkie prowadzą do utworzenia tych samych par. Z praktycznego punktu widzenia można stwierdzić, iż choć nie można w pełni przewidzieć przebiegu procedury kojarzenia w pary przy zastosowaniu metody OBPO, to jednak można przewidzieć jej ostateczny rezultat.

Uczestnik z miejsca I nigdy nie pogorszy swej sytuacji zawsze składając propozycje w kolejności od najsłabszego do najlepszego spośród pozostałych uczestników[39]. Zamiast samemu z góry założyć, że jego propozycja na pewno zostanie odrzucona, może po prostu złożyć tą propozycję i przekonać się o jej odrzuceniu. Z perspektywy dążenia do jak najsłabszego oponenta, uczestnik z miejsca I jest indyferentny pomiędzy obydwoma powyższymi podejściami. Ważne jest, że ograniczenie się do pojedynczej kolejności składania

[39] Oczywiście składanie dalszych propozycji nie nastąpi, gdy któryś z uczestników ją przyjmie.

propozycji przez wybierającego istotnie upraszcza analizę drzewa gry. Dla zilustrowania przykładu niniejszej analizy, poniżej zamieszczono schemat drzewa gry odpowiadającego przypadkowi 4 przy założeniu, że uczestnik z miejsca I składa propozycje w kolejności od najsłabszego do najsilniejszego spośród pozostałych uczestników.

Schemat 5. Drzewo gry odpowiadające przypadkowi 4; wybierającym jest I = 1’



Źródło: opracowanie własne

Zgodnie z zasadami indukcji wstecznej (ang. *backward induction*) analizę drzewa gry należy rozpocząć od ostatniego wierzchołka decyzyjnego. Jest to wierzchołek decyzyjny uczestnika 3’, który w tabeli zajął miejsce II. Przyjęcie propozycji I prowadzi do spotkania się 3’ z 1’, a jej odrzucenie do spotkania 3’ z 4’. Racjonalny uczestnik 3’ zdecydowałby się zatem odrzucić propozycję. Przechodząc teraz do wierzchołka decyzyjnego uczestnika 4’, wiadomo już, że po jego ewentualnym odrzuceniu propozycji I, odrzucenie nastąpi również ze strony 3’. Tym samym uczestnik 4’ wie, że jego decyzja o odrzuceniu doprowadzi go ostatecznie do spotkania w parze z 3’. Jednocześnie ewentualne przyjęcie propozycji to spotkanie z 1’. Wariant odrzucenia propozycji jest zatem dla niego optymalny. Analiza prowadzi do konkluzji, iż utworzone zostaną pary półfinałowe: 1’ z 2’ i 3’ z 4’.

Należy podkreślić, iż w pewnych przypadkach w ogóle bezprzedmiotowa staje się analiza drzewa gry, gdyż brakowałoby w nim wierzchołków decyzyjnych. Takie przypadki występują na przykład zawsze wtedy, gdy miejsce IV zajmuje uczestnik 4’. Ten najsłabszy uczestnik *playoff* jest wtedy pierwszym otrzymującym propozycje od uczestnika z miejsca I i musi ją automatycznie zaakceptować.

Jeszcze w innych przypadkach drzewo gry składa się z pojedynczego wierzchołka decyzyjnego. Na przykład taka sytuacja występuje w przypadku 8. Uczestnik 4’ otrzymuje propozycję od 2’. Jeśli ją odrzuci, to 2’ wymusi własne skojarzenie w parę z 3’. Tym samym 4’ trafi na 1’. Uczestnik 4’ woli oczywiście spotkać się z 2’, a zatem przyjmie jego propozycję.

Format typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu”

Całą procedurę postępowania zgodnie z metodą OBPO można w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu” podzielić na trzy procesy doboru oponenta dla aktualnie wybierającego. W takim pojedynczym procesie uczestniczą wszyscy nieposiadający jeszcze oponenta. Na samym początku procedury są to zatem wszyscy uczestnicy *playoff*. Po każdym pojedynczym procesie z listy nieposiadających jeszcze oponenta zostaje wykreślonych dokładnie dwóch uczestników. Prawo wyboru zostaje wtedy przyznane kolejnemu uczestnikowi, co rozpoczyna proces doboru jego oponenta.

Podobnie jak w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” w celu wyznaczenia par wystarczy ograniczyć się do analizy drzewa gry, gdy wybierający zawsze składa propozycje w kolejności od najsłabszego do najlepszego spośród pozostałych uczestników.

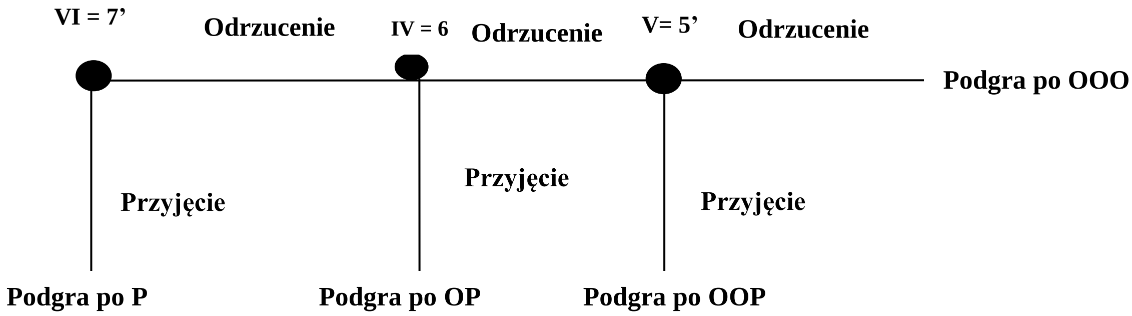
Poniżej zaprezentowano przykład analizy prowadzącej do wyznaczenia par ćwierćfinałowych dla danego przypadku.

Przykład 7. Analiza kojarzenia w pary przy zastosowaniu metody OBPO w jednym z przypadków tabeli końcowej w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu”

Sytuacja w tabeli końcowej: I = 1’, II = 4’, III = 2’, IV = 6’, V = 5’, VI = 7’, VII = 3’, VIII = 8’.

Wiadomo, iż pierwszy akt wyboru oponenta zakończy się utworzeniem pary 1’ z 8’.
Teraz należy przejść do przedstawienia drugiego aktu wyboru oponenta w postaci drzewa gry. Wiadomo, że na pewno 4’ nie złoży propozycji 2’. Dla uczestnika 4’ zawsze istnieje możliwość wymuszenia na 3’, by został jego oponentem. Uczestnik 3’ jest bez prawa odmowy, gdyż ma najniższe miejsce w tabeli spośród uczestników bez pary.

Schemat 6. Drzewo gry drugiego aktu wyboru oponenta, gdy wybierającym jest II=4'

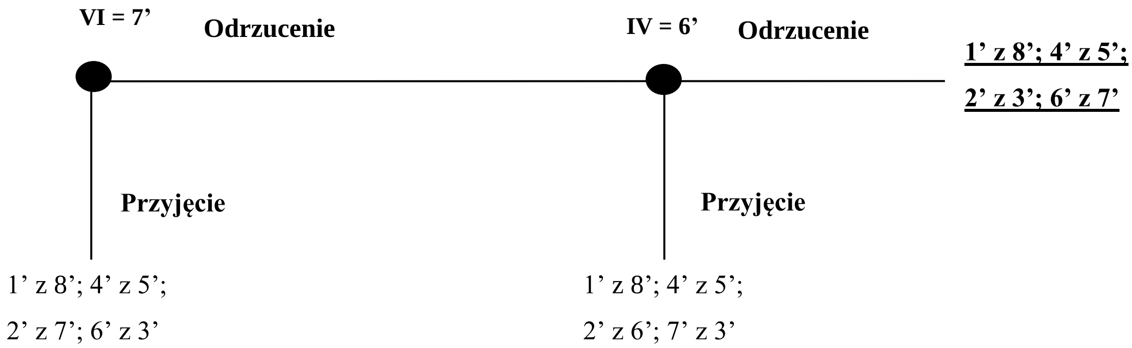


Źródło: opracowanie własne

Analizę rozpoczynamy od podgry po OOO. Skoro 7', 6' oraz 5' odrzucili propozycję 4' to znaczy, że podgra po OOO rozpoczyna się bezpośrednio po utworzeniu pary 4' z 3'. Wybierającym w trzecim akcie wyboru jest wtedy 2', czyli uczestnik z miejsca III.W tej grze nie będzie wierzchołka decyzyjnego. Pierwszy propozycje otrzyma 7' i automatycznie ją zaakceptuje. W efekcie podgra OOO prowadzi do następujących par ćwierćfinałowych: 1' z 8', 4' z 3', 2' z 7', 6' z 5'.

Przechodzimy teraz do analizy podgry OOP, czyli bezpośrednio po utworzeniu pary 4' z 5'. Wybierający w trzecim akcie wyboru to 2', a uczestnikiem bez prawa odmowy jest 3'.

Schemat 7. Drzewo podgry po OOP

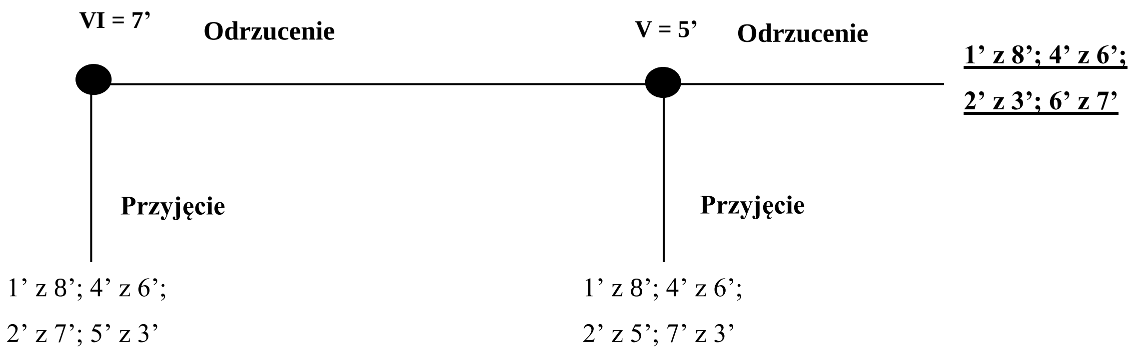


Źródło: opracowanie własne

Na podstawie analizy drzewa podgry po OOP można stwierdzić, że zarówno 7' jak i 6' odrzuciliby propozycję ze strony 2'.

Podgra po OP rozpoczyna się bezpośrednio po utworzeniu pary 4' z 6'. Wybierający w trzecim akcie wyboru to 2', a uczestnikiem bez prawa odmowy jest 3'.

Schemat 8. Drzewo podgry po OP

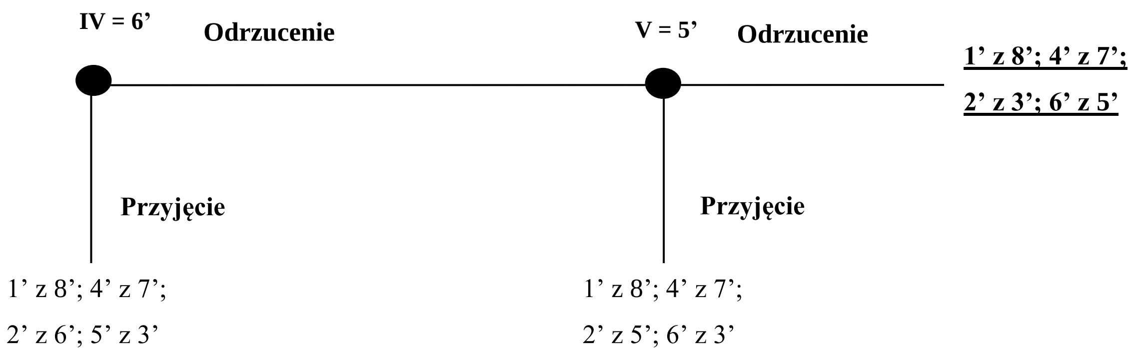


Źródło: opracowanie własne

Na podstawie analizy drzewa podgry po OP można stwierdzić, że zarówno 7’ jak i 5’ odrzuciliby propozycję ze strony 2’.

Podgra po P rozpoczyna się bezpośrednio po utworzeniu pary 4’ z 7’. Wybierający w trzecim akcie wyboru to 2’, a uczestnikiem bez prawa odmowy jest 3’.

Schemat 9. Drzewo podgry po P

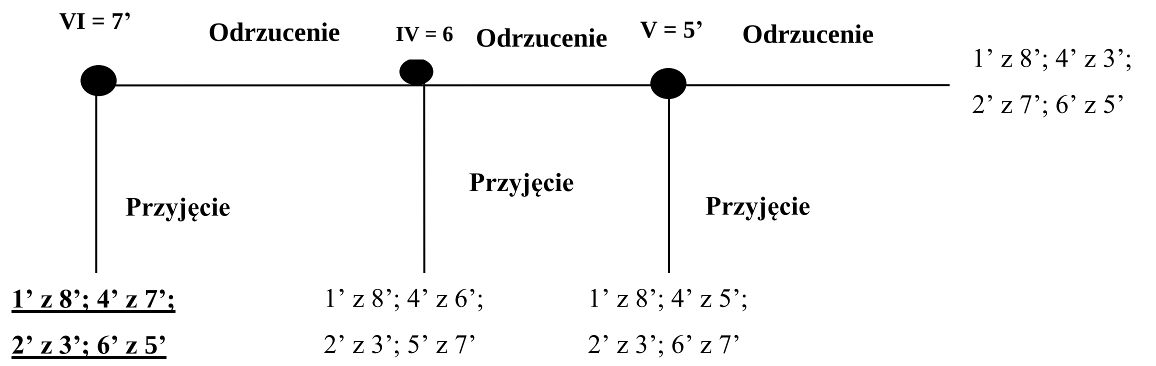


Źródło: opracowanie własne

Na podstawie analizy drzewa podgry po OP można stwierdzić, że zarówno 6’ jak i 5’ odrzuciliby propozycję ze strony 2’.

Teraz można przedstawić zmodyfikowane drzewo gry drugiego aktu wyboru oponenta, gdzie zamiast nazw poszczególnych podgier zostaną umieszczone pary ćwierćfinałowe, do których te podgry prowadzą.

Schemat 10. Zmodyfikowane drzewo gry drugiego aktu wyboru oponenta



Źródło: opracowanie własne

Jeśli gra dojdzie do wierzchołka decyzyjnego 5’, to ten zdecyduje się odrzucić propozycję 4’, gdyż woli się spotkać w parze z 6’ niż z 4’. Rozważając sytuację uczestnika 6’ w jego wierzchołku decyzyjnym łatwo zauważyć, że również on wybierze odrzucenie propozycji wiedząc, że doprowadzi go to do konfrontacji z 5’ zamiast z 4’. Uczestnik 7’ analizując swe warianty decyzyjne wie zatem, że jego ewentualne odrzucenie propozycji będzie prowadziło do skojarzenia go w parze z 2’. Oczywiście woli on spotkanie z uczestnikiem 4’ i dlatego przyjmie jego propozycję.

Źródło: opracowanie własne

Format typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch”

Zastosowanie metody OBPO do formatów dwugrupowych również wymaga modyfikacji. Można przyjąć procedurę wskazywania wybierającego identyczną jak w metodzie SWO dla formatów tego typu. Wybierający może złożyć propozycję dowolnemu uczestnikowi awansującemu z grupy sąsiedniej. W sytuacji, gdy złoży propozycję uczestnikowi z miejsca I w grupie sąsiedniej i ten ją zaakceptuje, to obaj zwycięzcy grup utworzą jedną parę półfinałową. W obu odmiennych sytuacjach[40] dochodzi do spotkania zwycięzców grup z uczestnikami zajmującymi drugie miejsca w grupach sąsiednich.

[40] Tj. złożenia propozycji uczestnikowi z miejsca I w sąsiedniej grupie i spotkania się z jej odrzuceniem lub też złożenia propozycji uczestnikowi z miejsca II w sąsiedniej grupie.

Łatwo zauważyć, że kojarzenie par w metodzie OBPO w formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch" sprowadza się do dwóch prostych reguł:

a) jeżeli obaj zwycięzcy grup jednomyślnie wyrażają chęć wzajemnej rywalizacji w półfinale to spotykają się ze sobą w jednej parze;

b) w przeciwnym przypadku każdy ze zwycięzców grup spotyka się z uczestnikiem zajmującymi drugie miejsce w grupie sąsiedniej.

Powyższe reguły wskazują, że bycie wybierającym nie daje w metodzie OBPO żadnej przewagi jednemu zwycięzcy grupy nad drugim. Wskazanie wybierającego w ogóle nie jest konieczne. Obaj zwycięzcy grup mogą być proszeni o wskazanie preferowanego przez siebie oponenta z grupy przeciwnej. Tylko wtedy, gdyby wskazaliby na siebie nawzajem, byliby łączeni w parę półfinałową. W przeciwnym przypadku pary półfinałowe byłyby identyczne jak te utworzone przy stosowaniu metody Standard. Jeżeli z jakiś względów (np. atrakcyjności medialnej) organizator preferowałby procedurę kojarzenia w pary opartą o składanie propozycji przez wybierającego, to zawsze można przyjąć zasadę, iż o wskazaniu wybierającego decyduje rzut monetą.

Pary utworzone przy stosowaniu metody OBPO zaprezentowano w poniższej tabeli.

Tabela 7. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch" przy zastosowaniu metody SWO

Numer przypadku	Sytuacja w tabelach końcowych	Pary półfinałowe przy zastosowaniu metody OBPO
1	$I_A = M_A$ $I_B = M_B$ $II_A = S_A$ $II_B = S_B$	M_A z S_B S_A z M_B
2	$I_A = M_A$ $I_B = S_B$ $II_A = S_A$ $II_B = M_B$	M_A z M_B S_A z S_B
3	$I_A = S_A$ $I_B = M_B$ $II_A = M_A$ $II_B = S_B$	M_A z M_B S_A z S_B
4	$I_A = S_A$ $I_B = S_B$ $II_A = M_A$ $II_B = M_B$	S_A z S_B M_A z M_B

Źródło: opracowanie własne

ROZDZIAŁ III. ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD Z WYKORZYSTANIEM MODELU ANALITYCZNEGO

3.1. Format typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech"

Motywacja

Warto się zastanowić, jakimi niepożądanymi przez organizatora rozgrywek cechami może charakteryzować się tabela fazy grupowej. Negatywnie należy ocenić sytuację, gdy awans na wyższe miejsce nie przynosi danemu uczestnikowi żadnych korzyści w postaci zwiększenia jego szans na zwycięstwo w najbliższej rywalizacji *playoff*. Nietrudno przewidzieć, że antycypowanie powyższej sytuacji w tabeli końcowej czyni ostatnie mecze fazy grupowej takiego uczestnika potencjalnie mało atrakcyjnymi dla jego kibiców. Fani mogą dzielić się między sobą uwagami w rodzaju „nawet, jeśli wygrywając mecze nasz uczestnik awansuje w tabeli, to i tak żadna konkretna korzyść z tego nie wyniknie". Naturalnie, powyższy stosunek kibiców znajdzie swe odzwierciedlenie w popycie na bilety oraz w oglądalności transmisji telewizyjnych. Analogiczna negatywna sytuacja występuje również wtedy, gdy spadek w tabeli nie wiąże się ze zmniejszeniem prawdopodobieństwa zwycięstwa w najbliższej rywalizacji *playoff*.

Za jeszcze bardziej niepożądane od powyższych należy uznać takie sytuacje, gdy awans na wyższe miejsce w tabeli przynosi ujemną korzyść danemu uczestnikowi lub też spadek na miejsce niższe daje mu dodatnią korzyść. Nasuwają się na myśl patologiczne konsekwencje mogące wystąpić w rozgrywkach. Część uczestników może w pewnych sytuacjach ulegać pokusom, by przegrywać swe mecze i tym samym „uchronić się" przed zajęciem wyższego miejsca w tabeli. Inni mogą chcieć celowo przegrać, by spowodować swój spadek w tabeli. Poza obniżeniem popytu na bilety, występuje wtedy ryzyko nadszarpnięcia pozytywnego wizerunku całych rozgrywek poprzez zaprzeczenie idei rywalizacji sportowej.

Innym czynnikiem generującym wspomniane pokusy może być chęć wsparcia przez jednego uczestnika (wspierającego) innego uczestnika (wspieranego). Wsparcie takie może przyjąć formę przegrania przez wspierającego meczu ze wspieranym. Można wskazać na dwie różne motywacje dla takiego „niesportowego zachowania". Po pierwsze, może chodzić o pomoc ze strony wspierającego w awansie w tabeli wspieranego. Po drugie, celem może być utrzymanie wspieranego na aktualnie zajmowanym przez niego miejscu w tabeli (innymi słowy: zapobieżenie jego spadkowi).

Założenia

W celu dokonania szczegółowej analizy niepożądanych cech tabeli fazy grupowej, należy wyraźnie określić założenia. Przed ich przytoczeniem warto wprowadzić następującą definicję: „uprawdopodobniająca zamiana miejscami” (UZM) to taka zamiana miejscami dwóch uczestników w tabeli, gdzie uczestnik znajdujący się wyżej w rankingu siły gry awansuje w tabeli, a uczestnik znajdujący się niżej w rankingu spada w tabeli.

Przyjmowane w modelu analitycznym założenia są następujące:

1) przyjmuje się ranking siły gry uczestników o następujących cechach:
   a) każdy z uczestników posiada zgodne z nim preferencje wyboru oponentów,
   b) kolejność w nim wyznaczana jest relacją ostrego porządku (tj. brak miejsc *ex aequo*),
2) uczestnicy kierują się kryterium maksymalizacji prawdopodobieństwa sukcesu w najbliższym meczu,
3) do *playoff* awansuje czterech uczestników o najwyższych miejscach w tabeli końcowej fazy grupowej,
4) kolejność w tabeli końcowej wyznaczana jest relacją ostrego porządku (tj. brak miejsc *ex aequo*),
5) analiza dotyczy stadium rozgrywek, gdy:
   a) nie jest już możliwa zmiana składu uczestników awansujących do *playoff*,
   b) jedyną możliwą zmianą w tabeli jest pojedyncza zamiana miejscami dwóch uczestników z sąsiednich miejsc,
6) jeśli od stanu w tabeli w przypadku *j* do stanu w tabeli w przypadku *i* można przejść w wyniku sekwencji UZM, to prawdopodobieństwo wystąpienia przypadku *i* jest wyższe niż przypadku *j* ($p_i > p_j$).

Założenie 1.a ma znaczenie w metodach SWO i OBPO, gdyż w nich mamy do czynienia z decyzjami podejmowanymi przez uczestników. Alternatywą dla przyjęcia pojedynczego rankingu siły gry, byłoby umożliwienie każdemu z uczestników posiadania odmiennych preferencji wyboru oponentów. Prowadziłoby to nie tylko do wzrostu poziomu złożoności samej analizy, lecz również do komplikacji w interpretacji wniosków z niej płynących. Nie byłoby wtedy między innymi możliwe posługiwanie się terminami „najsilniejszy" i „najsłabszy" z uczestników.

Konsekwencją przyjęcia założenia 1.b jest występowanie unikalnych decyzji optymalnych. Istnienie miejsc *ex aequo* skutkowałoby indyferencją w preferencji oponentów, a tym samym uniemożliwiałoby jednoznaczne przewidzenie decyzji uczestników w oparciu jedynie o znajomość ich hierarchii preferencji.

Bezpośrednią konsekwencją przyjęcia drugiego założenia jest to, że preferowanym oponentem w najbliższej konfrontacji jest zawsze ten najniżej w rankingu.

Założenie trzecie precyzuje, że model dotyczy takich rozgrywek, w których pierwsza faza toczy się w pojedynczej grupie, zaś faza *playoff* ma dwa poziomy: półfinały oraz finał.

Przyjęcie założenia czwartego podyktowane jest umożliwieniem jednoznacznego określenia par półfinałowych. W praktyce jest ono spełnione we wszystkich rzeczywistych rozgrywkach dwufazowych.

Założenie 5.a pozwala uniknąć komplikacji analitycznych związanych z dążeniem do wyeliminowania pewnych uczestników z awansu do fazy *playoff*[41].

Założenie 5.b dotyczy możliwych zmian w tabeli od stanu bieżącego do stanu końcowego. Jest ono często całkowicie spełnione w końcowych meczach fazy grupowej rozgrywek. W innych przypadkach, można je zwykle w tych meczach uznać za akceptowalne uproszczenie. W końcowych rundach rozgrywek zazwyczaj różnice punktowe między poszczególnymi miejscami w tabeli są stosunkowo duże. Z jednej strony oznacza to, iż zmiany miejsc nie zdarzają się zbyt często. Z drugiej zaś, że jeśli już do zmian miejsc w tabeli dochodzi, to najczęściej dotyczą one awansu lub spadku w tabeli o jedno miejsce.

[41] Patrz Przykład 5.

Założenie szóste nawiązuje do faktu, że podstawą prowadzonej analizy jest poddanie ocenie 24 możliwych przypadków stanu tabeli. Pojedynczy przypadek *i* to stan tabeli będący pojedynczą permutacją czterech uczestników o zapewnionym awansie do *playoff*.

Przed rozpoczęciem rozgrywek wiemy, iż na pewno na końcu pierwszej ich fazy wystąpi jeden przypadek spośród 24 możliwych. Przyjmujemy, że $\forall i : p_i > 0$ oraz $\sum_{i=1}^{24} p_i = 1$. Przypisanie wartości liczbowych poszczególnym p_i jest zatem określeniem rozkładu prawdopodobieństwa.

Numerując przypadki, przyjmuje się leksykograficzne rosnące uporządkowanie permutacji reprezentujących kolejność uczestników (a więc numerację przypadków taką jak w tabeli 9).

Jasne jest, że prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych przypadków znacząco różnią się między różnymi rozgrywkami. W szczególności zależą one od tego, jak bardzo wyrównana jest stawka uczestników. Na przykład w skrajnej sytuacji, gdy wszyscy uczestnicy prezentują niemal tą sama siłę gry, każdy przypadek jest prawie tak samo prawdopodobny. Z drugiej strony, jeśli jeden z uczestników jest zdecydowanym faworytem, to prawdopodobieństwo tego, że zwycięzcą rozgrywek będzie ktoś inny, może być bardzo niskie.

W obliczu powyższych faktów, ważne było przyjęcie w modelu takiego założenia dotyczącego rozkładu prawdopodobieństwa przypadków, co do którego można uzyskać powszechną zgodę, iż jest ono spełnione w zdecydowanej większości rozgrywek. Dla zilustrowania konsekwencji przyjęcia założenia szóstego przedstawiona zostanie macierz możliwych sekwencji przejść UZM (tabela 8)[42]. Numery wierszy i kolumn odpowiadają numerom przypadków. Jedynka oznacza, że istnieje przejście UZM między przypadkiem odpowiadającym danemu wierszowi a przypadkiem odpowiadającym kolumnie, zaś zero oznacza, że takiego przejścia nie ma.

[42] W kombinatoryce, zaprezentowane w tabeli 8 uporządkowanie permutacji, nazywa się „porządkiem Bruhata" (ang. Bruhat order) grupy permutacji S_4. Patrz np. [Hammet i Pittel 2008].

Tabela 8. Możliwe przejścia między przypadkami za pomocą sekwencji Uprawdopodobniających Zamian Miejscami (UZM)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
19	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
21	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
22	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0
23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0
24	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

Źródło: opracowanie własne

Najpierw warto przyjrzeć się przypadkowi 1. Z założenia 6 wynika, iż jest on najbardziej prawdopodobny, gdyż nie istnieje tu możliwość dokonania żadnej UZM. Można też zauważyć, że od stanu tabeli w każdym innym przypadku istnieje możliwość przejścia do stanu tabeli w przypadku 1 poprzez pewną sekwencję UZM. Analogicznie, najmniej prawdopodobnym przypadkiem jest przypadek 24. Każda zamiana miejscami w stanie tabeli w tym przypadku jest UZM, a zatem jest przejściem do przypadku o wyższym prawdopodobieństwie wystąpienia.

Jako przykład pary przypadków, co do których – jedynie na podstawie czynionego założenia – nie można rozstrzygnąć, który jest bardziej prawdopodobny, można podać przypadki 2 i 7. Wiadomo na pewno, że każdy z nich jest mniej prawdopodobny od przypadku 1 – w obu przypadkach wystarczy dokonać pojedynczej UZM, by osiągnąć stan tabeli w przypadku 1. Nie ma jednak możliwości zastosowania sekwencji UZM, by przejść od przypadku 2 do 7 lub odwrotnie. Brak możliwości ogólnego rozstrzygnięcia o wyższym prawdopodobieństwie jednego z tych przypadków jest łatwy do intuicyjnego zrozumienia. W niektórych rozgrywkach różnica poziomów gry między uczestnikami 3 i 4 może być niższa niż różnica między poziomem gry uczestników 1 i 2, a w innych na odwrót. Nie można tu przyjąć prawidłowości, która zachodziłaby w dowolnych rozgrywkach.

Kryteria oceny metod

Nienaturalne konsekwencje zmiany własnego miejsca

Kryteria stosowane w analizie nawiązują do rozważań z części „Motywacja" oraz uwzględniają poczynione założenia. Z założeń wynika, iż – poza ewentualną zamianą miejscami pojedynczej pary uczestników – brak możliwości zmiany względnych pozycji wszystkich innych uczestników awansujących do *playoff*. Doprecyzowania wymaga kilka pojęć. Pierwsze z nich określa się mianem „nienaturalnych konsekwencji zmiany własnego miejsca" (NKZWM). Naturalne jest oczekiwanie, by awans w tabeli przynosił korzyść danemu uczestnikowi, zaś spadek powinien wiązać się ze stratą (ujemną korzyścią). Przez dodatnią/ujemną korzyść należy tu rozumieć spotkanie się ze słabszym/silniejszym oponentem w półfinale (innymi słowy: wzrost/spadek prawdopodobieństwa zwycięstwa w półfinale). Występują zatem następujące rodzaje nienaturalnych konsekwencji zmiany własnego miejsca:

a) „obojętny awans" (OA) uczestnika zajmującego miejsce m w tabeli końcowej to sytuacja, w której odniósłby on zerową korzyść przy zamianie miejscami z uczestnikiem zajmującym miejsce $m - 1$,

b) „niekorzystny awans" (NA) uczestnika zajmującego miejsce m w tabeli końcowej to sytuacja, w której odniósłby on ujemną korzyść przy zamianie miejscami z uczestnikiem zajmującym miejsce $m - 1$,

c) „obojętny spadek" (OS) uczestnika zajmującego miejsce m w tabeli końcowej to sytuacja, w której odniósłby on zerową korzyść przy zamianie miejscami z uczestnikiem zajmującym miejsce $m + 1$,

d) „korzystny spadek" (KS) uczestnika zajmującego miejsce m w tabeli końcowej to sytuacja, w której odniósłby on dodatnią korzyść przy zamianie miejscami z uczestnikiem zajmującym miejsce $m + 1$.

Ocena poszczególnych metod odnosić się będzie do liczby nienaturalnych konsekwencji różnych rodzajów. Kryteriami w grupie NKZWM będą zatem:

a) „liczba obojętnych awansów” – *LOA*,

b) „liczba niekorzystnych awansów” – *LNA*,

c) „liczba obojętnych spadków” – *LOS*,

d) „liczba korzystnych spadków” – *LKS*.

Wartości liczbowe kryteriów będą określane dla każdej metody i każdego z przypadków oddzielnie. Stąd przy każdym z powyższych symboli wystąpi indeks dolny określający nazwę metody i indeks górny określający numer przypadku. Zatem stosowane będą oznaczenia:

a) LOA^i_{metoda},

b) LNA^i_{metoda},

c) LOS^i_{metoda},

d) LKS^i_{metoda},

gdzie: $\mathrm{metoda} \in \{\mathrm{Standard}, \mathrm{SWO}, \mathrm{OBPO}\}, \quad i \in \{1,2,...,24\}$.

Pożądane wydaje się istnienie pojedynczej miary wyrażającej ocenę poszczególnych metod i przypadków względem kryterium NKZWM. Proponuje się, by miarę tą wyrazić jako metakryterium stanowiące liniową kombinację wartości czterech kryteriów cząstkowych.

$$MK^i_{\mathrm{metoda}} = w_{LOA} \cdot LOA^i_{\mathrm{metoda}} + w_{LOS} \cdot LOS^i_{\mathrm{metoda}} + w_{LNA} \cdot LNA^i_{\mathrm{metoda}} + w_{LKS} \cdot LKS^i_{\mathrm{metoda}}$$

gdzie:

MK^i_{metoda} – wartość metakryterium dla przypadku *i* przy stosowaniu określonej metody,

$w_{LOA}, w_{LOS}, w_{LNA}, w_{LKS}$ – odpowiednie wagi czterech kryteriów cząstkowych.

Oczywiście organizator preferuje jak najniższe wartości metakryterium. Teraz należy przyjąć wartości poszczególnych wag. Zakłada się równość $w_{LOA} = w_{LOS}$. Nie ma podstaw, by zakładać, że „obojętny awans” jest bardziej niepożądany niż „obojętny spadek” lub odwrotnie.

Jasne jest także, że „niekorzystne awanse" oraz „korzystne spadki" muszą być postrzegane jako zdarzenia bardziej niepożądane. Proponuje się na potrzeby tej analizy przyjąć następujące dolne granice: $w_{LNA} \geq 1{,}1 w_{LOS}$ oraz $w_{LKS} \geq 1{,}1 w_{LOS}$. Wydaje się, iż z praktycznego punktu widzenia wartość 1,1 należy uznać za bardzo niską. Generalnie, kibice sportowi są przyzwyczajeni do sytuacji, gdy awans na wyższe miejsce w tabeli lub spadek na niższe nie wiąże się żadnymi korzyściami lub stratami dla ich drużyny. W szczególności, jest to sytuacja typowa dla dwóch środkowych miejsc uczestników awansujących do *playoff*, którzy zawsze są indyferentni względem zamienienia się swymi miejscami w metodzie standardowej[43]. „Obojętne awanse/spadki" powodują występowania meczów „bez stawki". Większość meczów „bez stawki" w pierwszej fazie rozgrywek zazwyczaj ma jednak inny powód. Występują one na skutek zapewnienia sobie przez danego uczestnika konkretnego miejsca w tabeli już przed rozegraniem ostatniego meczu (lub ostatnich meczów). W przypadku rozgrywek ligowych – gdzie liczba kolejek jest stosunkowo duża – takie sytuacje są typowe.

W sumie zatem, choć „obojętne awanse" i „obojętne spadki" mogą prowadzić do dodatkowych meczów „bez stawki", to jednak negatywnego znaczenia tego czynnika nie należy przeceniać. Kwestia ta staje się szczególnie wyraźna przy porównaniu z „niekorzystnymi awansami" oraz „korzystnymi spadkami". W ich przypadku mamy do czynienia z ewidentnym zaprzeczeniem ogólnych zasad rywalizacji sportowej. Podważony zostaje sam sens dążenia do jak największego sukcesu rozumianego jako możliwie najwyższe miejsce w tabeli. Rodzić to może patologie w postaci bodźców do celowych porażek.

Ostateczną podstawą oceny względem grupy kryteriów NKZWM jest wartość oczekiwana metakryterium przy zastosowaniu poszczególnych metod, która wyraża się wzorem:

$$E(MK_{\text{metoda}}) = \sum_{i=1}^{24} p_i \cdot MK^{i}_{\text{metoda}}$$

gdzie:

$E(MK_{\text{metoda}})$ – wartość oczekiwana metakryterium względem grupy kryteriów NKZWM przy zastosowaniu danej metody.

[43] Przy awansie czterech uczestników, indyferencja występuje między zajęciem miejsca II a III.

Potencjalne wspieranie innych uczestników

Jako pojedyncza instancja „zagrożenia wspieraniem" (ZW) innego uczestnika uznawana jest taka para uczestników (wspierający; wspierany), gdzie wspierający odnosi dodatnią korzyść przy zajściu jednej z dwóch sytuacji:

a) zamiany miejscami wspieranego zajmującego miejsce *m* z uczestnikiem zajmującym aktualnie w tabeli miejsce *m – 1*, gdy uczestnikiem zajmującym to wyższe miejsce nie jest wspierający,

b) pozostania przez wspieranego na dotychczasowym miejscu w tabeli.

Podstawą oceny metody względem kryterium ZW jest „liczba zagrożeń wspieraniem" (LZW). Wzór jest analogiczny do prezentowanego dla NKZWM i przyjmuje postać:

$$E(LZW_{\mathrm{metoda}}) = \sum_{i=1}^{24} p_i \cdot (LZW^{i}_{\mathrm{metoda}})$$

gdzie:

$E(LZW_{\mathrm{metoda}})$ – wartość oczekiwana według kryterium liczby zagrożeń wsparciem przy zastosowaniu danej metody,

$LZW^{i}_{\mathrm{metoda}}$ – liczba zagrożeń wsparciem przy zastosowaniu danej metody oraz wystąpieniu przypadku *i*.

Analiza porównawcza metod

Podstawą dla analizy porównawczej jest zaprezentowana poniżej tabela. Miejsca w rankingu siły gry poszczególnych uczestników wyrażono cyframi arabskimi. Cyfry te można jednocześnie traktować jako nazwy uczestników. Miejsca w tabeli wyrażono za pomocą cyfr rzymskich.

Przy każdej liczbie zapisanej cyframi arabskimi, odpowiadającej pojedynczemu kryterium z grupy NKZWM, podano liczby zapisane cyframi rzymskimi, określające miejsca w tabeli, z których awans/spadek wywołuje niepożądany efekt. Obok cyfry arabskiej wyrażającej *LZW* podano pary liczb zapisanych cyframi rzymskimi, gdzie pierwsza liczba z pary oznacza miejsce w tabeli uczestnika wspierającego, a druga – wspieranego. Wartości metakryterium obliczono dla następujących wag: $w_{LOA} = w_{LOS} = 1, w_{LNA} = w_{LKS} = 1{,}1$.

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech”

Numer przypadku (i)	**Sytuacja w tabeli**	**Standard**			**SWO**			**OBPO**		
		Pary półfinałowe	***LOA*** ***LNA*** ***LOS*** ***LKS*** ***LZW***	$MK^{i}_{\mathrm{Standard}}$	**Pary półfinałowe**	***LOA*** ***LNA*** ***LOS*** ***LKS*** ***LZW***	MK^{i}_{SWO}	**Pary półfinałowe**	***LOA*** ***LNA*** ***LOS*** ***LKS*** ***LZW***	MK^{i}_{OBPO}
1	I = 1; II = 2; III = 3; IV = 4	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 0 1: (II) 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2	1 z 4 i 2 z 3	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2
2	I = 1; II = 2; III = 4; IV = 3	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 1: (II) 1: (II) 1: I 4: (I, IV), (IV, II), (II, III), (III, I)	4,2	1 z 4 i 2 z 3	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 0 2: I, II 0 2: (I, IV), (II, III)	3
3	I = 1; II = 3; III = 2; IV = 4	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 0 1: (II) 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2	1 z 4 i 2 z 3	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech”- c.d.

Nr przyp.	Sytuacja	Standard			SWO			OBPO		
4	I = 1; II = 3; III = 4; IV = 2	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (II) 1: II 1: I 4: (I, IV), (IV, II), (II, III), (III, I)	4,2	1 z 4 i 2 z 3	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 0 2: I, II 0 2: (I, IV), (II, III)	3
5	I = 1; II = 4; III = 2; IV = 3	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2	1 z 4 i 2 z 3	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2
6	I = 1; II = 4; III = 3; IV = 2	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (II) 1: II 1: I 4: (I, IV), (IV, II), (II, III), (III, I)	4,2	1 z 4 i 2 z 3	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 0 2: I, II 0 2: (I, IV), (II, III)	3
7	I = 2; II = 1; III = 3; IV = 4	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 1: (IV) 1: II 1: III 4: (II, IV), (III, II), (I, III), (IV, I)	4,2	1 z 3 i 2 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 3 i 2 z 4	2: (III i IV) 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech”- c.d.

Nr przyp.	Sytuacja	Standard			SWO			OBPO		
8	I = 2; II = 1; III = 4; IV = 3	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 2: (IV i II) 1: II 2: I, III 4: (I, IV), (III, II), (II, III), (IV, I)	6,4	1 z 3 i 2 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 3 i 2 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6
9	I = 2; II = 3; III = 1; IV = 4	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2	1 z 3 i 2 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2
10	I = 2; II = 3; III = 4; IV = 1	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (II) 1: II 1: I 4: (I, IV), (IV, II), (II, III), (III, I)	4,2	1 z 3 i 2 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	2: (II i III) 0 2: I, II 0 2: (I, IV), (II, III)	4
11	I = 2; II = 4; III = 1; IV = 3	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2	1 z 3 i 2 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” - c.d.

Nr przyp.	**Sytuacja**	**Standard**			**SWO**			**OBPO**		
12	I = 2; II = 4; III = 3; IV = 1	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (II) 1: II 1: I 4: (I, IV), (IV, II), (II, III), (III, I)	4,2	1 z 3 i 2 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 0 2: I, II 0 2: (I, IV), (II, III)	3
13	I = 3; II = 1; III = 2; IV = 4	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (IV) 1: II 1: III 4: (II, IV), (III, II), (I, III), (IV, I)	4,2	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	2: (III i IV) 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4
14	I = 3; II = 1; III = 4; IV = 2	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 2: (IV i II) 1: II 2: (III i I) 4: (I, IV), (III, II), (II, III), (IV, I)	6,4	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	3: (II, III i IV) 0 3: I, II, III 0 0	6
15	I = 3; II = 2; III = 1; IV = 4	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (IV) 1: II 1: III 4: (II, IV), (III, II), (I, III), (IV, I)	4,2	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	2: (III i IV) 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" - c.d.

Nr przyp.	Sytuacja	Standard			SWO			OBPO		
16	I = 3; II = 2; III = 4; IV = 1	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 2: (II, IV) 1: II 2: I, III 4: (I, IV), (III, II), (II, III), (IV, I)	6,4	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6
17	I = 3; II = 4; III = 1; IV = 2	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 0 1: II 0 4: (II, IV), (IV, II), (I, III), (III, I)	2	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III, IV 0 3: I, II, III 0 0	6	1 z 2 i 3 z 4	3: (II, III i IV) 0 3: I, II, III 0 0	6
18	I = 3; II = 4; III = 2; IV = 1	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 1: (II) 1: II 1: I 4: (I, IV), (IV, II), (II, III), (III, I)	4,2	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III, IV 0 3: I, II, III 0 0	6	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6
19	I = 4; II = 1; III = 2; IV = 3	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (IV) 1: II 1: III 4: (II, IV), (III, II), (I, III), (IV, I)	4,2	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	2: (III i IV) 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” - c.d.

Nr przyp.	**Sytuacja**	**Standard**			**SWO**			**OBPO**		
20	I = 4; II = 1; III = 3; IV = 2	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 2: (IV i II) 1: II 2: I, III 4: (I, IV), (III, II), (II, III), (IV, I)	6,4	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6
21	I = 4; II = 2; III = 1; IV = 3	1 z 2 i 3 z 4	1: (III) 1: (IV) 1: II 1: III 4: (II, IV), (III, II), (I, III), (IV, I)	4,2	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	2: (III i IV) 0 2: II, III 0 2: (III, II), (IV, I)	4
22	I = 4; II = 2; III = 3; IV = 1	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 2: (IV i II) 1: II 2: I, III 4: (I, IV), (III, II), (II, III), (IV, I)	6,4	1 z 2 i 3 z 4	2: III, IV 0 2: II, III 0 2: (IV, II), (III, I)	4	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6
23	I = 4; II = 3; III = 1; IV = 2	1 z 3 i 2 z 4	1: (III) 1: (IV) 1: II 1: III 4: (II, IV), (III, II), (I, III), (IV, I)	4,2	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III, IV 0 3: I, II, III 0 0	6	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6

Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech" - c.d.

Nr przyp.	Sytuacja	Standard			SWO			OBPO		
24	I = 4; II = 3; III = 2; IV = 1	1 z 4 i 2 z 3	1: (III) 2: (IV i II) 1: II 2: I, III 4: (I, IV), (III, II), (II, III), (IV, I)	6,4	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III, IV 0 3: I, II, III 0 0	6	1 z 2 i 3 z 4	3: II, III i IV 0 3: I, II, III 0 0	6

Źródło: opracowanie własne

Pierwszym wnioskiem, który bezpośrednio wynika z analizy zamieszczonej tabeli, jest fakt dominacji stochastycznej nad Standard względem kryterium LZW zarówno metody OBPO jak i SWO.

Drugą konkluzją jest, iż – w przeciwieństwie do Standard – przy stosowaniu OBPO lub SWO nigdy nie występują ani niekorzystne awanse ani korzystne spadki.

Z perspektywy analizy porównawczej metod względem grupy kryteriów NKZWM kluczowe jest następujące twierdzenie:

Twierdzenie 3.1 Jeśli $w_{LNA} \geq 1{,}1 w_{LOA}$ oraz $w_{LKS} \geq 1{,}1 w_{LOS}$ to dla dowolnych rozgrywek metoda OBPO jest jedyną metodą lepszą od Standard względem kryterium NKZWM.

W pierwszej kolejności zauważmy, iż nie dla każdych rozgrywek metoda SWO jest lepsza od Standard względem grupy kryteriów NKZWM. Wystarczy zwrócić uwagę na przypadek 1. Metoda Standard jest tu lepsza od metody SWO. Z założenia 6 wynika natomiast, że prawdopodobieństwo wystąpienia przypadku 1 może przyjąć dowolnie wysoką wartość mniejszą od jedności. We wszystkich przypadkach, w których to prawdopodobieństwo będzie odpowiednio wysokie, zastosowanie metody Standard będzie prowadziło do niższej wartości oczekiwanej metakryterium niż zastosowanie metody SWO.

Teraz wykażemy, iż dla dowolnych rozgrywek metoda OBPO jest lepsza od Standard względem kryterium NKZWM. Wystarczy ograniczyć się do sytuacji, gdy $w_{LNA} = 1{,}1 w_{LOA}$ oraz $w_{LKS} = 1{,}1 w_{LOS}$. Spełnienie ostrej nierówności jest zawsze mniej korzystne dla względnej oceny metody Standard, gdyż – jak zauważono wcześniej – tylko przy jej stosowaniu występują „niekorzystne awanse" oraz „korzystne spadki".

Zapiszmy:

$$\Delta E(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = E(MK_{OBPO}) - E(MK_{\text{Standard}}) =$$
$$\sum_{i=1}^{24} p_i \cdot (MK_{OBPO}^{i} - MK_{\text{Standard}}^{\text{i}}) = \sum_{i=1}^{24} p_i \cdot (MK_{\text{OBPO–Standard}}^{i}) =$$
$$\Delta E_1(MK_{\text{OBPO–Standard}}) + \Delta E_2(MK_{\text{OBPO–Standard}}) + \Delta E_3(MK_{\text{OBPO–Standard}}) + \Delta E_4(MK_{\text{OBPO–Standard}})$$

gdzie:

$$\Delta E_1(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{17} \cdot (MK_{\text{OBPO–Standard}}^{17}) + p_2 \cdot (MK_{\text{OBPO–Standard}}^{2}) + p_4 \cdot (MK_{\text{OBPO–Standard}}^{4})$$
$$+ p_6 \cdot (MK_{\text{OBPO–Standard}}^{6}) + p_8 \cdot (MK_{\text{OBPO–Standard}}^{8})$$

$$\Delta E_2(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{18} \cdot (MK^{18}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{10} \cdot (MK^{10}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{12} \cdot (MK^{12}_{\text{OBPO–Standard}})$$
$$+ p_{16} \cdot (MK^{16}_{\text{OBPO–Standard}})$$

$$\Delta E_3(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{23} \cdot (MK^{23}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_7 \cdot (MK^{7}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{13} \cdot (MK^{13}_{\text{OBPO–Standard}})$$
$$+ p_{14} \cdot (MK^{14}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{15} \cdot (MK^{15}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{19} \cdot (MK^{19}_{\text{OBPO–Standard}})$$
$$+ p_{20} \cdot (MK^{20}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{21} \cdot (MK^{21}_{\text{OBPO–Standard}})$$

$$\Delta E_4(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{22} \cdot (MK^{22}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{24} \cdot (MK^{24}_{\text{OBPO–Standard}})$$

Poniżej pokazano, iż zachodzi $\Delta E\ (MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$ gdyż spełniona jest każda z czterech poniższych nierówności:

$$\Delta E_1(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$$

$$\Delta E_2(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$$

$$\Delta E_3(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$$

$$\Delta E_4(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$$

Najpierw wykażemy, że zachodzi nierówność $\Delta E_1(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$.

Wiadomo, że:

$$MK^{17}_{\text{OBPO–Standard}} = 4$$

$$MK^{2}_{\text{OBPO–Standard}} = -1{,}2$$

$$MK^{4}_{\text{OBPO–Standard}} = -1{,}2$$

$$MK^{6}_{\text{OBPO–Standard}} = -1{,}2$$

$$MK^{8}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}4$$

Z założenia szóstego wyniku, że: $p_2 > p_{17}$, $p_4 > p_{17}$, $p_6 > p_{17}$, $p_8 > p_{17}$. Stąd:

$$\Delta E_1(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{17} \cdot (MK^{17}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_2 \cdot (MK^{2}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_4 \cdot (MK^{4}_{\text{OBPO–Standard}})$$
$$+ p_6 \cdot (MK^{6}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_8 \cdot (MK^{8}_{\text{OBPO–Standard}}) <$$
$$< p_{17} \cdot (MK^{17}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{2}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{4}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{6}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{8}_{\text{OBPO–Standard}}) = 0.$$

Prawdziwa jest również nierówność $\Delta E_2(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$.

Wiemy, że:

$MK^{18}_{\text{OBPO–Standard}} = 1{,}8$

$MK^{10}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}2$

$MK^{12}_{\text{OBPO–Standard}} = -1{,}2$

$MK^{16}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}4$

Założenie szóste implikuje: $p_{10} > p_{18}$, $p_{12} > p_{18}$, $p_{16} > p_{18}$.

Mamy zatem:

$$\Delta E_2(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{18} \cdot (MK^{18}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{10} \cdot (MK^{10}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{12} \cdot (MK^{12}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{16} \cdot (MK^{16}_{\text{OBPO–Standard}}) < p_{18} \cdot (MK^{18}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{10}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{12}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{16}_{\text{OBPO–Standard}}) = 0$$

Teraz pokażemy, iż $\Delta E_3(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$.

Znamy następujące wartości liczbowe:

$MK^{23}_{\text{OBPO–Standard}} = 1{,}8$

$MK^{7}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}2$

$MK^{13}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}2$

$MK^{14}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}4$

$MK^{15}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}2$

$MK^{19}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}2$

$MK^{20}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}4$

$MK^{21}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}2$

Z założenia szóstego wynika, że: $p_7 > p_{23}$, $p_{13} > p_{23}$, $p_{14} > p_{23}$, $p_{15} > p_{23}$, $p_{19} > p_{23}$, $p_{20} > p_{23}$, $p_{21} > p_{23}$.

Zatem:

$$\Delta E_3(MK_{\text{OBPO–Standard}}) = p_{23} \cdot (MK^{23}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_7 \cdot (MK^{7}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{13} \cdot (MK^{13}_{\text{OBPO–Standard}})$$
$$+ p_{14} \cdot (MK^{14}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{15} \cdot (MK^{15}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{19} \cdot (MK^{19}_{\text{OBPO–Standard}}) + p_{20} \cdot (MK^{20}_{\text{OBPO–Standard}})$$
$$+ p_{21} \cdot (MK^{21}_{\text{OBPO–Standard}}) < p_{23} \cdot (MK^{23}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{7}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{13}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{14}_{\text{OBPO–Standard}}$$
$$+ MK^{15}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{19}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{20}_{\text{OBPO–Standard}} + MK^{21}_{\text{OBPO–Standard}}) = 0$$

Pozostaje tylko wykazać, że $\Delta E_4(MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$. Prawdziwość tej nierówności jest bezpośrednią konsekwencją:

$$\underset{i}{\forall}\; p_i > 0$$

$$MK^{22}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}4,$$

$$MK^{24}_{\text{OBPO–Standard}} = -0{,}4.$$

Ostatecznie zatem wykazaliśmy, że $\Delta E\ (MK_{\text{OBPO–Standard}}) < 0$, co kończy dowód twierdzenia 3.1.

Podsumowując analizę porównawczą, stwierdzić można, że biorąc pod uwagę zarówno minimalizację $E(MK_{\text{metoda}})$ jak i $E(LZW_{\text{metoda}})$, tylko metoda OBPO dominuje w sensie Pareta metodę Standard.

3.2. Format typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch"

Model analityczny dla rozgrywek dwugrupowych jest analogiczny do rozważanego wcześniej. Oczywiście, różnica dotyczy trzeciego założenia, które tu przyjmuje postać: do *playoff* awansuje czterech uczestników – po dwóch z najwyższych miejsc w tabeli końcowej każdej grupy.

Ponieważ rozważamy tylko dwóch uczestników danej grupy, bezprzedmiotowe jest dokonywanie analizy z perspektywy $E(LZW_{\text{metoda}})$.

Wprowadźmy następujące niezdefiniowane wcześniej pojęcia:

a) „potencjalnie obojętny awans" (POA) uczestnika zajmującego miejsce m w tabeli końcowej to taka sytuacja, gdy potencjalnie odniósłby on zerową korzyść przy zamianie miejscami z uczestnikiem zajmującym miejsce m – 1; innymi słowy: bez dodatkowych informacji nie wiadomo, czy dany uczestnik odniesie zerową czy dodatnią korzyść ze swego awansu,

b) „potencjalnie obojętny spadek” (POS) uczestnika zajmującego miejsce *m* w tabeli końcowej to taka sytuacja, gdy potencjalnie odniósłby on zerową korzyść przy zamianie miejscami z uczestnikiem zajmującym miejsce *m* + 1; innymi słowy: bez dodatkowych informacji nie wiadomo czy dany uczestnik odniesie zerową czy ujemną korzyść ze swego spadku.

W rozgrywkach dwugrupowych należy posługiwać się rozszerzoną wersją metakryterium NKZWM o postaci:

$$MK^{i}_{\text{metoda}} = w_{LPOA} \cdot LPOA^{i}_{\text{metoda}} + w_{LPOS} \cdot LPOS^{i}_{\text{metoda}} + w_{LOA} \cdot LOA^{i}_{\text{metoda}} + w_{LOS} \cdot LOS^{i}_{\text{metoda}} + w_{LNA} \cdot LNA^{i}_{\text{metoda}} + w_{LKS} \cdot LKS^{i}_{\text{metoda}}$$

gdzie:

MK^{i}_{metoda} –wartość metakryterium dla przypadku *i* przy stosowaniu określonej metody,

$w_{LPOA}, w_{LPOS}, w_{LOA}, w_{LOS}, w_{LNA}, w_{LKS}$ – odpowiednie wagi sześciu kryteriów cząstkowych.

Naturalne jest poczynienie następujących założeń w zakresie wartości wag:

a) $w_{LPOA} = w_{LPOS}$,

b) $w_{LOA} = w_{LOS}$,

c) $w_{LNA} = w_{LKS}$,

d) $w_{LPOA} < w_{LOA} < w_{LNA}$.

Dla ułatwienia wprowadzono następujące oznaczenia symboliczne:

– M_A – mocniejszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy pierwszej,

– M_B – mocniejszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy drugiej,

– S_A – słabszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy pierwszej,

– S_B – słabszy spośród dwóch uczestników awansujących z grupy drugiej.

Tabela 10. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch”

Numer przypadku	Sytuacja w tabelach końcowych	Standard		SWO		OBPO	
		Pary półfinałowe	*LPOA* *LPOS* *LOA* *LOS* *LNA* *LKS*	Pary półfinałowe	*LPOA* *LPOS* *LOA* *LOS* *LNA* *LKS*	Pary półfinałowe	*LPOA* *LPOS* *LOA* *LOS* *LNA* *LKS*
1	$I_A = M_A$ $I_B = M_B$ $II_A = S_A$ $II_B = S_B$	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z S_B S_A z M_B	0 0 0 0 0 0	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z S_B S_A z M_B	2: II_A, II_B 2: I_A, I_B 0 0 0 0	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z S_B S_A z M_B	0 0 0 0 0 0
2	$I_A = M_A$ $I_B = S_B$ $II_A = S_A$ $II_B = M_B$	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z M_B S_A z S_B	0 0 0 0 1: II_A 1: I_A	Z prawdopodobieństwem równym $p_{A,2}$: M_A z S_B S_A z M_B i z prawdopodobieństwem równym $1 - p_{A,2}$: M_A z M_B S_A z S_B	0 0 0 0 0 0	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z M_B S_A z S_B	0 0 1: II_A 0 0 0

Tabela 10. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch” - c.d.

Numer przypadku	Sytuacja w tabelach końcowych	Standard		SWO		OBPO	
3	$I_A = S_A$ $I_B = M_B$ $II_A = M_A$ $II_B = S_B$	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z M_B S_A z S_B	0 0 0 0 1: II_B 1: I_B	Z prawdopodobieństwem równym $p_{B,3}$: M_A z S_B S_A z M_B i z prawdopodobieństwem równym $1 - p_{B,3}$: M_A z M_B S_A z S_B	0 0 0 0 0 0	Z prawdopodobieństwem równym 1: M_A z M_B S_A z S_B	0 0 1: II_B 0 0 0
4	$I_A = S_A$ $I_B = S_B$ $II_A = M_A$ $II_B = M_B$	Z prawdopodobieństwem równym 1: S_A z M_B M_A z S_B	0 0 0 0 2: II_A, II_B 2: I_A, I_B	Z prawdopodobieństwem równym 1: S_A z S_B M_A z M_B	2: II_A, II_B 2: I_A, I_B 0 0 0 0	Z prawdopodobieństwem równym 1: S_A z S_B M_A z M_B	0 0 2: II_A, II_B 2: I_A, I_B 0 0

Legenda:

$p_{A,2}$ – prawdopodobieństwo warunkowe tego, że wybierającym będzie zwycięzca grupy A (I_A), gdy faza grupowa zakończy się stanem tabeli charakteryzowanym przez przypadek 2,

$p_{B,3}$ – prawdopodobieństwo warunkowe tego, że wybierającym będzie zwycięzca grupy B (I_B), gdy faza grupowa zakończy się stanem tabeli charakteryzowanym przez przypadek 3.

Przy każdej liczbie arabskiej odpowiadającej pojedynczemu kryterium podano liczby zapisane cyframi rzymskimi (wraz z indeksem dolnym na oznaczenie grupy) określające miejsca w tabeli, z których awans/spadek wywołuje efekt w postaci NKZWM.

Źródło: opracowanie własne

Zarówno dla metody OBPO jak i SWO zawsze zachodzi $\mathrm{LNA} = \mathrm{LKS} = 0$. Łatwo też zaobserwować, że metoda OBPO dominuje stochastycznie Standard. W pierwszym przypadku obie metody prowadzą tej samej wartości metakryterium względem NKZWM. W trzech pozostałych przypadkach metodę OBPO należy uznać za lepszą.

Porównując metodę SWO i Standard nie można sformułować ogólnych wniosków o wyższości jednej z nich względem $E(MK_{metoda})$. Z całą pewnością metoda SWO jest lepsza w przypadkach 2, 3 oraz 4. Problem polega jednak na tym, że w najbardziej prawdopodobnym przypadku 1 to metoda Standard prowadzi do niższej wartości rozważanego metakryterium.

Generalnie więc, wnioski sformułowane dla rozgrywek dwugrupowych są analogiczne do konkluzji odnoszących się do rozgrywek jednogrupowych analizowanych wcześniej.

3.3. Format typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu"

Niestety przeprowadzenie tutaj analizy analogicznej jak wcześniej w odniesieniu do tabeli o 40320 wierszach byłoby bardzo niepraktyczne. Z tego względu pełna analiza tego typu formatu zostanie przeprowadzona za pomocą modelu symulacyjnego i będzie opisana w dalszej części pracy.

Warto jednak przedstawić dowód, że jedyną metodą mogącą dominować metody Standard względem kryterium NKZWM jest metoda OBPO. W tym celu wystarczy odwołać się do, najbardziej prawdopodobnego, przypadku pierwszego, gdy miejsca w tabeli grupowej dokładnie odpowiadają pozycjom w rankingu siły gry. W każdej rozważanej metodzie w takim przypadku dojdzie do utworzenia następujących par: 1 z 8, 2 z 7, 3 z 6, 4 z 5. Wszystkie metody, z wyjątkiem OBPO, okazują się gorsze niż Standard, a zatem nie mogą tej metody dominować.

Tabela 11. Analiza porównawcza metod w pierwszym przypadku formatu typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu"

Numer przypadku	Standard	OBPO	SWO	Duńska	Norweska/ Szwedzka
	LOA LNA LOS LKS	LOA LNA LOS LKS	LOA LNA LOS LKS	LOA LNA LOS LKS	LOA LNA LOS LKS
1	1: V 0 1: IV 0	1: V 0 1: IV 0	6: III, IV, V, VI, VII, VIII 0 6: II, III, IV, V, VI, VII 0	4: V, VI, VII, VIII 0 4: IV, V, VI, VII 0	4: V, VI, VII, VIII 0 4: IV, V, VI, VII 0

Legenda:

Przy każdej liczbie zapisanej cyframi arabskimi odpowiadającej pojedynczemu kryterium podano liczby zapisane cyframi rzymskimi określające miejsca w tabeli, z których awans/spadek wywołuje efekt w postaci NKZWM.

Źródło: opracowanie własne

Poza powyższą analizą przypadku 1, można jeszcze sformułować kilka ogólnych spostrzeżeń dotyczących wad i zalet poszczególnych metod. W podrozdziale 2.1.5. wykazano już zaletę metody $\text{Standard}_{\text{z}}$ względem $\text{Standard}_{\text{bez}}$ w przypadku rozgrywek pucharowych. Dla organizatorów rozgrywek dwufazowych wynika z tego wniosek, że należy preferować metodę z ponownym rozstawieniem. Przypomnieć jednak należy, że wspomniana zaleta nie dotyczyła korzyści w pierwszej rundzie *playoff*, ale zwycięstwa w całym turnieju. Przewaga $\text{Standard}_{\text{z}}$ nad $\text{Standard}_{\text{bez}}$ nie jest zatem możliwa do wykazania w modelu analitycznym wykorzystywanym w niniejszym rozdziale.

Na zagrożenie występowania w metodach Standard zjawisk określanych w rozważanym modelu mianem „korzystnych spadków" i „niekorzystnych awansów" wskazywano już w podrozdziale 2.1.6. Ogólną cechą metod Standard jest to, że każda zmiana miejsc w tabeli końcowej – z wyjątkiem tej na środkowych miejscach – prowadzi do odmiennego zestawu par pierwszej rundy *playoff*. Należy zatem również oczekiwać wysokiej *LZW*.

Odwołanie się do modelu analitycznego w naturalny sposób nasuwa na myśl wady metody SWO. Podobnie jak w pierwszym omawianym formacie jednogrupowym, również w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu” należy oczekiwać stosunkowo wysokich *LOA* i *LOS*. Na przykład uczestnik 8’ jest zawsze indyferentny między każdym miejscem w tabeli od II do VIII. Po zapewnieniu sobie awansu do fazy pucharowej, mecze uczestnika pewnego swej roli jako najsłabszego uczestnika *playoff* są pozbawione stawki. Podobnie, łatwo zauważyć, że jeśli na pierwszych dwóch pozycjach uplasują się uczestnicy silniejsi od 7’, to 7’ będzie indyferentny między miejscami od III do VIII. Analogiczne rozumowanie można rozszerzyć na uczestników 6’ i 5’. Z drugiej strony wiadomo, że metoda SWO nie będzie generowała ani „korzystnych spadków” ani „niekorzystnych awansów”.

Już wstępna analiza pozwala stwierdzić, że w metodach skandynawskich pojawią się przypadki, gdy $LKS > 0$ i $LNA > 0$. Świadczą o tym poniższe przykłady.

Przykład 8. Występowanie „korzystnych spadków” i „niekorzystnych awansów” w metodzie duńskiej

Załóżmy, iż końcowa tabela przedstawia się następująco: I = 3’; II = 4’; III = 5’; IV = 2’; V = 6’; VI = 1’; VII = 7’; VIII = 8’.

Przy danym stanie tabeli, 3’ wybierze jako oponenta najsłabszego uczestnika z drugiej połowy tabeli, czyli 8’. Pozostałe pary to: 4’ z 7’, 5’ z 6’ i 2’ z 1’.

Rozważmy sytuację z perspektywy uczestnika 2’. Przy zaprezentowanym stanie tabeli utworzy on parę ćwierćfinałową z 1’ (tj. najsilniejszym uczestnikiem *playoff*). Jednakże spadek 2’ o jedno miejsce w tabeli (tj. zamiana miejscami z uczestnikiem 6’) doprowadziłby go do konfrontacji z 5’. Uczestnik 2’ znajduje się w sytuacji „korzystnego spadku”.

Niniejszy przypadek rozważany z perspektywy 6’ pozwala zidentyfikować sytuację „niekorzystnego awansu”.

Źródło: opracowanie własne

W metodzie duńskiej należy się też spodziewać wielu „obojętnych awansów” i „obojętnych spadków”. Wynika to bezpośrednio z faktu, iż wszyscy uczestnicy są indyferentni względem miejsc od V do VIII.

Dobór uczestników w pary ćwierćfinałowe w metodach norweskiej i szwedzkiej jest identyczny. Dla wykazania, że w mogą pojawić się „korzystne spadki” i „niekorzystne awanse” wystarczy zatem zaprezentować pojedynczy przykład.

Przykład 9. Występowanie „korzystnych spadków” i „niekorzystnych awansów” w metodzie norweskiej i szwedzkiej

Załóżmy, iż końcowa tabela przedstawia się następująco: I = 5’; II = 1’; III = 2’; IV = 3’; V = 4’; VI = 8’; VII = 7’; VIII = 6’. Przy danym stanie tabeli, 5’ może wybrać jednego spośród pary 7’ i 6’. Oczywiście zdecyduje się na 7’. Następnego wyboru dokonuje 1’ spośród 8’ i 6’, więc wybierze 8’. Ostatni (trzeci) akt wyboru dokonywany jest przez 2’ spośród 4’ i 6’, więc zakończy się utworzeniem pary 2’ z 6’. Wszystkie pary ćwierćfinałowe to zatem: 5’ z 7’, 1’ z 8’, 2’ z 6’ oraz 3’ z 4’. Rozważmy sytuację z perspektywy uczestnika 8’. Przy zaprezentowanym stanie tabeli utworzy on parę ćwierćfinałową z 1’ (tj. najsilniejszym uczestnikiem *playoff*). Tym niemniej spadek na miejsce VII pozwoliłby mu doprowadzić do swego spotkania z 5’. Uczestnik 8’ znajduje się w sytuacji „korzystnego spadku”. Jednocześnie uczestnik 7’ stoi w obliczu „niekorzystnego awansu”.

Źródło: opracowanie własne

Cechy charakterystyczne metod norweskiej i szwedzkiej nakazują również w przypadku ich zastosowania oczekiwać wielu „obojętnych awansów” i „obojętnych spadków”. Warto zauważyć, że:

a) uczestnik 8’ zawsze jest indyferentny między miejscem VII i VIII,

b) jeśli na miejscu VIII sklasyfikowany zostanie 8’, to uczestnik 7’ jest indyferentny między miejscem VI i VII,

c) jeśli na miejscu VII i VIII zostaną sklasyfikowani uczestnicy 7’ i 8’ (w dowolnej kolejności), to uczestnik 6’ jest indyferentny między miejscem V i VI.

Znaczenie powyższych sytuacji wynika w dużej mierze z faktu, że ich wystąpienie w rozgrywkach jest stosunkowo prawdopodobne. Przed rozgrywkami spodziewać się należy, że najprawdopodobniej uczestnicy zajmą w tabeli miejsca bliskie ich pozycjom w rankingu siły gry.

3.4. Ograniczenia modelu analitycznego

Analiza dokonana za pomocą modelu analitycznego dostarcza ważnych przesłanek dla decydentów. Na ich podstawie staje się jasne, iż nie wszyscy organizatorzy rozgrywek sportowych mogą uznawać zasadność zamiany aktualnie stosowanej metody Standard na SWO. Z drugiej strony, decydenci mogą wciąż mieć wątpliwości czy na pewno przejście na stosowanie metody OBPO doprowadzi do poprawy sytuacji w stosunku do pozostania przy metodzie Standard. Przede wszystkim źródłem potencjalnego braku zaufania do wniosków wydają się być upraszczające założenia czynione w modelu teoretycznym. Wiadomo, iż tego rodzaju założenia są niezbędne do tego, by w ogóle posługiwanie się modelem analitycznym do wnioskowania było możliwe. Zawsze powstaje jednak problem, czy przyjęcie określonych założeń nie zniekształca rzeczywistości w taki sposób, iż nie jest uprawnione przenoszenie wniosków z modelu na rzeczywistość.

W przedstawionym modelu najbardziej upraszczającym założeniem wydaje się być to stanowiące o możliwości wystąpienia tylko pojedynczej zamiany miejscami dwóch uczestników z sąsiednich miejsc. Wiadomo, że założenie to jest akceptowalne jedynie w odniesieniu do ostatnich meczów fazy grupowej. Pojawia się jednak naturalna wątpliwość, czy różne metody kojarzenia w pary nie oddziałują znacząco odmiennie na wcześniejsze mecze. Chodzi tu o generowanie różnej liczby meczów „bez stawki" oraz pokus. Jeśli tak jest, to analiza skoncentrowana jedynie na ostatnich meczach może prowadzić do jakościowo odmiennych wniosków niż analiza całości. Nie można wykluczyć sytuacji, gdy dana metoda jest lepsza od innej względem danego kryterium biorąc pod uwagę mecze końcowe, ale gorsza, gdy analizuje się wszystkie mecze.

Inną dyskusyjną kwestią związaną z modelem analitycznym są kryteria dotyczące wyłącznie negatywnych aspektów, tj. (potencjalnie) zerowych i ujemnych stawek meczów. Wpływ na atrakcyjność rozgrywek ma również średnia stawka meczów. Naturalne jest przypuszczenie, że przyjęcie odmiennych metod prowadzi do różnych wartości tej wielkości. Oceny za pomocą modelu analitycznego abstrahują od tych różnic.

W związku z powyższymi ograniczeniami modelu analitycznego zdecydowano się na przeprowadzenie analizy z użyciem modelu symulacyjnego. Wykorzystanie tego modelu pozwala na objęcie analizą całości rozgrywek, jak też umożliwia pomiar średniej stawki meczu.

ROZDZIAŁ IV. ANALIZA PORÓWNAWCZA METOD Z WYKORZYSTANIEM MODELU SYMULACYJNEGO

4.1. Miara ważności meczu

Najbardziej popularną miarą ważności meczów jest tzw. ważność Schillinga. Została ona zaproponowana w [Schilling 1994], a jej szacowanie za pomocą symulacji Monte Carlo dla rozgrywek systemem „każdy z każdym” zaprezentowano w [Scarf i Shi 2008]. Do jej obliczania służy poniższa formuła:

$$W_{k,V,o,j} = P(V_o \mid ZW_o^k, H_j^{k-1}) - P(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1})$$

gdzie:

$W_{k,V,o,j}$ –ważność Schillinga meczu *k* względem sukcesu *V* dla oponenta *o* przy założeniu historii H_j^{k-1},

ZW_o^k – zwycięstwo oponenta *o* w meczu *k*,

H_j^{k-1} – pojedyncza historia *j* pierwszych $k-1$ meczów rozgrywek; historia wszystkich meczów przed *k*, czyli wyniki wszystkich meczów do $k-1$ włącznie,

$P(V_o \mid ZW_o^k, H_j^{k-1})$ – prawdopodobieństwo osiągnięcia przez *o* sukcesu *V* pod warunkiem zwycięstwa *o* w meczu *k* oraz danej historii wszystkich meczów przed *k*,

PO_o^k – porażka oponenta *o* w meczu *k*,

$P(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1})$ – prawdopodobieństwo osiągnięcia przez *o* sukcesu *V* pod warunkiem porażki *o* w meczu *k* oraz danej historii wszystkich meczów przed *k*.

Ważność Schillinga dla pojedynczego oponenta uczestniczącego w meczu można interpretować jako przyrost prawdopodobieństwa jego sukcesu wywołany zmianą wyniku tego meczu ze swej porażki na swe zwycięstwo. Wielkość powyższa stanowi zatem pewną miarę nagrody za wygranie meczu. Obliczeń dokonuje się bezpośrednio przed meczem, czyli gdy znana jest już historia H^{k-1}.

Warto teraz odwołać się do skrajnych wartości ważności. Zdefiniujmy zatem sukces *V* jako zdarzenie polegające na zajęciu przez *i* pierwszego miejsca w tabeli końcowej. Ważność zerowa wystąpi na przykład wtedy, gdy przed meczem drużyna ma zapewnione pierwsze miejsce w tabeli. Odwołując się do powyższego wzoru można teraz zapisać:

$P(V_o \mid ZW_o^k, H_j^{k-1}) = P(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1}) = 1$, a zatem $W_{k,V,o,j} = 1 - 1 = 0$.

Nieważnym meczem jest również taki, przed którym uczestnik całkowicie pozbawił się szans na zwycięstwo w tabeli. Wtedy wystąpi równość:

$$P(V_o \mid ZW_o^k, H_j^{k-1}) = P(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1}) = 0.$$

Jeśli natomiast chodzi o pojedynczy mecz finałowy turnieju mistrzowskiego, to dla obu jego uczestników prawdziwe są następujące równości:

$P(V_o \mid ZW_o^k, H_j^{k-1}) = 1$, $P(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1}) = 0$, $W_{k,V,o,j} = 1 - 0 = 1$.

Należy zwrócić uwagę na praktyczny aspekt kalkulacji ważności Schillinga. W zdecydowanej większości przypadków miara ta musi być estymowana na podstawie przyjętego modelu probabilistycznego. Jeżeli po meczu danym mają odbyć się kolejne, to wynik tych dalszych meczów można określić jedynie w postaci prawdopodobieństw. Nadanie tym prawdopodobieństwom konkretnych wartości liczbowych wymaga przyjęcia pewnych założeń. Powyższe oznacza, że przy określaniu ważności Schillinga dla większości meczów nieunikniona jest pewna doza subiektywizmu. Osoby przyjmujące odmienne założenia określą inną wartość ważności Schillinga.

Jeżeli obliczenia są wykonywane na początku rozgrywek, a nie bezpośrednio przed danym meczem to ważności Schillinga ($W_{k,V,o}$) jest zmienną losową z uwagi na nieznajomość historii H^{k-1}. Wartość oczekiwaną tej zmiennej losowej wyznacza się ze wzoru:

$$E(W_{k,V,o}) = \sum_{j=1}^{J} P(H_j^{k-1}) \cdot W_{k,V,o,j}$$

gdzie:

$E(W_{k,V,o})$ – wartość oczekiwana ważności Schillinga meczu k względem sukcesu V dla oponenta o,

$P(H_j^{k-1})$ – prawdopodobieństwo wystąpienia pojedynczej historii j w pierwszych $k-1$ meczach rozgrywek,

J – liczba wszystkich możliwych historii j w pierwszych $k - 1$ meczach rozgrywek.

Przy braku możliwości remisu, mecz może się skończyć jednym z dwóch wyników – zwycięstwem jednego lub drugiego oponenta. Tym samym wiadomo, iż zachodzi następująca zależność:

$J = 2^{k-1}$.

Przy okazji warto zauważyć, że przed pierwszym meczem w rozgrywkach – tj., gdy $k = 1$ – może wystąpić tylko jedna historia niezawierająca żadnego wyniku. Prawdopodobieństwo jej wystąpienia równe jest zatem jeden. Tym samym zachodzi równość:

$$E(W_{1,V,o}) = W_{1,V,o} .$$

Kolejną ważną wielkością jest wartość oczekiwana całkowitej ważności meczu. Przyjmuje się, iż jest ona równa sumie wartości oczekiwanych ważności danego meczu dla obu rywalizujących w nim oponentów ($o1$ i $o2$), czyli:

$$E(W_{k,V}) = E(W_{k,V,o1}) + E(W_{k,V,o2})$$

gdzie:

$E(W_{k,V})$– wartość oczekiwana całkowitej ważności meczu k względem sukcesu V.

Z perspektywy organizatora, najważniejszą wielkością jest suma wartości oczekiwanych całkowitych wartości Schillinga dla wszystkich meczów. Zastosowanie ma tutaj wzór:

$$E(W_V) = \sum_{k=1}^{K} E(W_{k,V})$$

gdzie:

$E(W_V)$ – wartość oczekiwana ważności Schillinga względem sukcesu V dla całych rozgrywek,

K – liczba wszystkich meczów w rozgrywkach.

Dla możliwie najprzystępniejszego zilustrowania idei kalkulacji ważności Schillinga w rozgrywkach, poniżej zaprezentowano prosty przykład.

Przykład 10. Kalkulacja ważności Schillinga w rozgrywkach prowadzonych systemem „każdy z każdym"

Załóżmy, że jednofazowy turniej mistrzowski jest rozgrywany systemem „każdy z każdym". Uczestniczą w nim trzy zespoły: 1, 2 oraz 3. Mamy zatem $o \in \{1,2,3\}$

Mecze rozgrywane są w następującej kolejności:

1) 1 z 2

2) 2 z 3

3) 1 z 3

Rozważaną kategorią sukcesu jest zdobycie mistrzostwa, czyli zajęcie pierwszego miejsca w końcowej tabeli punktowej. Przy równej liczbie punktów w tabeli końcowej o kolejności miejsc decyduje miejsce w rankingu[44].Wprowadzamy symbol m_o na oznaczenie zdarzenia polegającego na zdobyciu mistrzostwa przez uczestnika o.

Prawdopodobieństwa zwycięstw przedstawiają się następująco:

	1	2	3
1	0,5	0,6	0,8
2	0,4	0,5	0,7
3	0,2	0,3	0,5

Liczby w macierzy oznaczają prawdopodobieństwo zwycięstwa uczestnika o numerze z danego wiersza nad uczestnikiem o numerze z danej kolumny.

Interesuje nas obliczenie oczekiwanej sumy ważności Schillinga dla całych rozgrywek, czyli $E(W_V)$.

Rozpocznijmy od obliczenia ważności meczu 1 z 2 dla obu jego uczestników. Wiadomo, że jest to mecz pierwszy, czyli jedyna historia poprzedzająca ten mecz (H_1^0) wystąpi z prawdopodobieństwem równym 1.

[44] W niniejszym przykładzie uproszczenie to znajduje zastosowanie wtedy, gdy wszyscy uczestnicy kończą turniej z dokładnie jednym zwycięstwem. W takiej sytuacji za mistrza zostaje uznany 1.

Dla uczestnika 1 kalkulujemy:

$$P(m_1 \mid ZW_1^{1z2}, H_1^0) = q_{2,3} \cdot q_{1,3} + q_{2,3} \cdot q_{3,1} + q_{3,2} \cdot q_{1,3} = 0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}7 \cdot 0{,}2 + 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}94$$

$$P(m_1 \mid PO_1^{1z2}, H_1^0) = q_{3,2} \cdot q_{1,3} = 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}24$$

$$W_{1z2,m,1,1} = 0{,}94\text{-}0{,}24 = 0{,}7$$

$$E(W_{1z2,m,1}) = P(H_1^0) \cdot W_{1z2,m,1,1} = 0{,}7$$

Analogiczne wielkości dla uczestnika 2 wynoszą odpowiednio:

$$P(m_2 \mid ZW_2^{1z2}, H_1^0) = q_{2,3} \cdot q_{1,3} + q_{2,3} \cdot q_{3,1} = 0{,}7 \cdot 0{,}8 + 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}7$$

$$P(m_2 \mid PO_2^{1z2}, H_1^0) = 0$$

$$W_{1z2,m,2,1} = 0{,}94\text{-}0{,}24 = 0{,}7$$

$$E(W_{1z2,m,2}) = P(H_1^0) \cdot W_{1z2,m,2,1} = 0{,}7\,.$$

Wartość oczekiwana ważności pierwszego meczu to zatem:

$$E(W_{1z2,m}) = E(W_{1z2,m,1}) + E(W_{1z2,m,2}) = 1{,}4\,.$$

Podobne kalkulacje przeprowadzamy dla meczu drugiego, czyli 2 z 3. Tu jednak trzeba uwzględnić dwie różne historie mogące poprzedzać ten mecz. Jako H_1^1 uznaje się zwycięstwo w pierwszym meczu 1 nad 2, a jako historię H_2^1 wygraną 2 nad 1.

Najpierw uwzględnijmy historię H_1^1.

$$P(m_2 \mid ZW_2^{2z3}, H_1^1) = 0$$

$$P(m_2 \mid PO_2^{2z3}, H_1^1) = 0$$

$$W_{2z3,m,2,1} = 0$$

$$P(m_3 \mid ZW_3^{2z3}, H_1^1) = q_{3,1} = 0{,}2$$

$$P(m_3 \mid PO_3^{2z3}, H_1^1) = 0$$

$$W_{2z3,m,3,1} = 0{,}2\,.$$

Teraz dokonajmy kalkulacji przy założeniu historii H_2^1.

$$P(m_2 \mid ZW_2^{2z3}, H_2^1) = 1$$

$$P(m_2 \mid PO_2^{2z3}, H_2^1) = 0$$

$$W_{2z3,m,2,2} = 1$$

$$P(m_3 \mid ZW_3^{2z3}, H_2^1) = q_{3,1} = 0{,}2$$

$$P(m_3 \mid PO_3^{2z3}, H_2^1) = 0$$

$$W_{2z3,m,3,2} = 0{,}2$$

Obliczając wartości oczekiwane uzyskujemy:

$$E(W_{2z3,m,2}) = P(H_1^1) \cdot W_{2z3,m,2,1} + P(H_2^1) \cdot W_{2z3,m,2,2} = 0{,}6 \cdot 0 + 0{,}4 \cdot 1 = 0{,}4$$

$$E(W_{2z3,m,3}) = P(H_1^1) \cdot W_{2z3,m,3,1} + P(H_2^1) \cdot W_{2z3,m,3,2} = 0{,}6 \cdot 0{,}2 + 0{,}4 \cdot 0{,}2 = 0{,}2$$

$$E(W_{2z3,m}) = E(W_{2z3,m,2}) + E(W_{2z3,m,3}) = 0{,}6$$

Postępując w analogiczny sposób jak powyżej obliczamy wartość oczekiwaną dla meczu trzeciego- 1 z 3. Uzyskany wynik to $E(W_{1z3,m}) = 0{,}6$

Ostatecznie uzyskujemy poszukiwaną wartość oczekiwanej sumy ważności Schillinga dla całego turnieju:

$$E(W_m) = E(W_{1z2,m}) + E(W_{2z3,m}) + E(W_{1z3,m}) = 1{,}4 + 0{,}6 + 0{,}6 = 2{,}6 \ .$$

Źródło: opracowanie własne

Kryteriami w analizie porównawczej prowadzonej z wykorzystaniem modelu symulacyjnego są wielkości $E(W_V)$ względem każdego z sukcesów *V*. Analiza porównawcza obejmować będzie różne metody kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej. Dla odróżnienia, której metody dotyczy dana wielkość przyjęto dodawać indeks górny przy symbolu *W* oraz *P*. Podstawowa wielkość będzie zatem oznaczana symbolem: $W_{k,V,o,j}^{\text{metoda}}$, przy czym:

$$\text{metoda} \in \{\text{Standard}_{\text{bez}}, \text{Standard}_{\text{z}}, \text{SWO}, \text{OBPO}, \text{Dunska}, \text{Szwedzka}, \text{Norweska}\}.$$

Warto jeszcze zauważyć, że do określenia prawdopodobieństwa osiągnięcia danego sukcesu przez określonego uczestnika nie jest konieczna znajomość wyników wszystkich wcześniejszych meczów. Wystarczy jedynie znać aktualny stan tabeli punktowej. Stan tabeli TA_s^{k-1} jest nieróżnowartościową funkcją wektorową historii H_j^{k-1}. Alternatywny wzór na obliczanie ważności Schillinga przyjmuje postać:

$$W_{k,V,o,s} = P(V_o \mid ZW_o^k, TA_s^{k-1}) - P(V_o \mid PO_o^k, TA_s^{k-1})$$

gdzie:

$W_{k,V,o,s}$ – ważność Schillinga meczu *k* względem sukcesu *V* dla oponenta *o* przy założeniu stanu tabeli TA_s^{k-1},

TA_s^{k-1} – pojedynczy stan tabeli *s* po pierwszych *k* – 1 meczach rozgrywek,

$P(V_o \mid ZW_o^k, TA_s^{k-1})$ – prawdopodobieństwo osiągnięcia przez *o* sukcesu *V* pod warunkiem zwycięstwa *o* w meczu *k* oraz danego stanu tabeli TA_s^{k-1},

$P(V_o \mid PO_o^k, TA_s^{k-1})$ – prawdopodobieństwo osiągnięcia przez *o* sukcesu *V* pod warunkiem porażki oponenta *o* w meczu *k* oraz danego stanu tabeli TA_s^{k-1},

pozostałe oznaczenia jak wyżej.

W eksperymentach symulacyjnych do obliczania wartości oczekiwanych wygodniej jednak posługiwać się wzorem bazującym na historiach H_j^{k-1}. Prawdopodobieństwo pojedynczej historii jest bezpośrednio kalkulowane jako iloczyn prawdopodobieństw danych wyników meczów w liczbie *k* – 1. Nie ma uzasadnienia dla stosowania pośredniego etapu polegającego na obliczaniu prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych stanów tabeli. Korzystanie z wzoru opartego o stany tabeli będzie jednak wygodne przy przedstawianiu przykładów w dalszej części pracy.

Miara ważności Schillinga ma bezpośrednie zastosowanie w stosunku do gier, których ostatecznym rezultatem jest zwycięstwo jednego z oponentów, a remisy są niemożliwe. Najważniejszymi, z komercyjnego punktu widzenia, przykładami takich dyscyplin są: futbol amerykański, baseball, koszykówka czy tenis. Jest też jasne, że najpopularniejszą dyscypliną, dla której zastosowanie ważności Schillinga nie pozwala uchwycić pewnych cech meczów, jest piłka nożna. Istnieje jednak również modyfikacja oryginalnej miary Schillinga, prowadząca do uzyskania miernika ważności meczu uwzględniającego rezultat remisowy [De Lorenzo, Stylianou, Grundy i O'Bree 2017]. Miarę tę, dla pojedynczego oponenta uczestniczącego w meczu, można interpretować jako przyrost prawdopodobieństwa jego sukcesu wywołany zmianą wyniku tego meczu ze swej porażki na wynik bardziej korzystny (tj. remis lub zwycięstwo). Zgodnie z powyższymi oznaczeniami, formuła kalkulacyjna niniejszego miernika przyjmuje następującą postać:

$$W_{k.V,o,j}^{mod} = P\left(V_o \mid ZW_o^k \vee RE_o^k, H_j^{k-1}\right) - P\left(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1}\right)$$

gdzie:

$W_{k.V,o,j}^{mod}$ – zmodyfikowana ważność Schillinga meczu k względem sukcesu V dla oponenta o przy założeniu historii H_j^{k-1},

RE_o^k– remis oponenta o w meczu k,

$P\left(V_o \mid ZW_o^k \vee RE_o^k, H_j^{k-1}\right)$– prawdopodobieństwo osiągnięcia przez o sukcesu V pod warunkiem uzyskania przez o w meczu k wyniku lepszego niż porażka (tj. zwycięstwa lub remisu) oraz danej historii wszystkich meczów przed k,

pozostałe oznaczenia – jak wyżej.

Uwzględnienie remisu jako możliwego końcowego wyniku meczu zwiększa poziom komplikacji modelu symulacyjnego. Poza wielkościami estymowanymi na potrzeby wyznaczenia oryginalnej miary Schillinga, czyli $P\left(V_o \mid ZW_o^k, H_j^{k-1}\right)$ oraz $P\left(V_o \mid PO_o^k, H_j^{k-1}\right)$, należy też dodatkowo dla każdej czwórki (k, V, o, j) – oszacować również $P\left(V_o \mid RE_o^k, H_j^{k-1}\right)$. Informacje zawarte w macierzy prawdopodobieństw zwycięstw o silnej stochastycznej przechodniości stają się zatem niewystarczające dla przeprowadzenia symulacji. Konieczne jest poczynienie dodatkowych założeń zwiększających złożoność modelu. Ponadto, czynione założenia nie miałyby charakteru uniwersalnego, czyli odnoszącego się w równym stopniu do różnych dyscyplin, gdyż odmienne gry charakteryzują się znacznie zróżnicowaną częstością występowania remisów jako końcowych wyniku meczów. Z powyższych względów, w dalszej części pracy, uwaga koncentrować się będzie na dyscyplinach, w których mecze kończą się zawsze zwycięstwem jednego z oponentów. Przeprowadzenie badań symulacyjnych w oparciu o model uwzględniający możliwość remisów stanowiłoby z pewnością interesującą kontynuację prac zapoczątkowanych w niniejszej rozprawie.

4.2. Miara pokus do celowych porażek

Należy dokonać wyraźnego rozróżnienia występowania pokus do celowych porażek od ulegania im (tj. „oddawania meczów"). Sam fakt występowania pokus do celowych porażek w danym spotkaniu czyni ten mecz mało atrakcyjnym dla fanów, nawet wtedy, gdy ich drużyna tym bodźcom nie ulegnie. Patologiczna sytuacja, gdy przegranie meczu powoduje na przykład wzrost prawdopodobieństwa mistrzostwa jest postrzegana negatywnie. Samo kibicowanie w powyższym meczu zostaje nierozerwalnie powiązane z dylematem: czy lepiej, aby zespół wygrał ten pojedynczy mecz, ale obniżył swe szanse na mistrzostwo, czy może odwrotnie. Konfrontacja z takimi dylematami prowadzi w naturalny sposób do dyskomfortu fanów. Kibicowanie staje się dla nich po prostu mniej przyjemne. W efekcie część z nich zrezygnuje z kupna biletu lub oglądania transmisji telewizyjnej danego meczu. To z kolei odbija się negatywnie na korzyściach finansowych organizatora rozgrywek.

Ważnym problemem jest zagadnienie kwantyfikacji pokus do celowych porażek. W niniejszej dysertacji proponuje się przyjąć, że z pokusą dodatnią mamy do czynienia tylko wtedy, gdy ważność Schillinga przyjmuje wartości ujemne. Poziom pokusy stanowi wtedy wartość bezwzględna ujemnej ważności Schillinga. Miarę pokusy można obliczyć korzystając z następującej formuły:

$$T_{k,V,o,j} = \max\{0; -W_{k,V,o,j}\}.$$

gdzie:

$T_{k,V,o,j}$ – pojedyncza pokusa (ang. *temptation*) do celowej porażki; przy czym termin „pojedyncza" należy interpretować jako odnosząca się do pojedynczego uczestnika o w pojedynczym meczu k względem sukcesu V przy założeniu pojedynczej historii H_j^{k-1}.

Przy obliczaniu pokus można się też odwołać do wielkości ważności Schillinga kalkulowanej na podstawie stanu tabeli. Wtedy formuła przyjmie postać:

$$T_{k,V,o,s} = \max\{0; -W_{k,V,o,s}\}.$$

Podobnie jak w przypadku symboli W oraz P, również do symbolu T będzie dodawany indeks górny określający stosowaną metodę.

Kryteriami używanym w dalszej części pracy są wartości oczekiwane sumy pokus dla całych rozgrywek względem poszczególnych sukcesów – $E(T_V)$. Wielkości te można kalkulować w sposób analogiczny do tego przedstawionego dla $E(W_V)$.

4.3. Przykłady dodatnich pokus do celowych porażek

Przed zaprezentowaniem wyników symulacji pełnych rozgrywek, korzystne wydaje się zaprezentowanie przykładów pojedynczych meczów, gdy poszczególne metody generują pokusy do celowych porażek.

Przykład 11. Przykład występowania dodatnich pokus do celowych porażek zarówno względem udziału w finale jak i względem mistrzostwa

Przykład niniejszy stanowi analogię do opisanej wcześniej sytuacji z turnieju Tiger Cup w 1998 roku.

Przyjmijmy, że w grupie pierwszej rozgrywki zakończyły się niespodzianką i pierwsze miejsce (tj. I_A) zajął uczestnik uważany powszechnie za znacznie słabszego od tego, który zajął drugie premiowane awansem miejsce (tj. II_A). I_A wygrał grupę mając trzy zwycięstwa.

Załóżmy, że sytuacja w tabeli grupy drugiej przed ostatnim (szóstym) meczem fazy grupowej przedstawia się następująco:

Tabela 12. Tabela grupy drugiej przed ostatnim meczem fazy grupowej w przypadku występowania dodatnich pokus do celowych porażek zarówno względem udziału w finale jak i względem mistrzostwa

Miejsce	**Nazwa**	**Liczba punktów**	**Liczba rozegranych meczów**
I_B	2_B	2	2
II_B	3_B	2	2
III_B	1_B	1	3
IV_B	4_B	0	3

Źródło: opracowanie własne

Z powyższej tabeli (kolumna „Liczba rozegranych meczów") wynika, że ostatni mecz rozgrywają ze sobą uczestnicy 2_B oraz 3_B. Obydwaj mają zapewniony awans.

W metodzie standardowej, obaj uczestnicy ostatniego meczu podlegają pokusom do celowej porażki. Wynika to bezpośrednio z faktu, że ten z nich, który w tabeli końcowej zajmie miejsce II_B zagra ze słabszym z awansujących z grupy sąsiedniej, czyli z I_A. Jednocześnie wiadomo, że właśnie przegrana w ostatnim meczu prowadzi do zajęcia tego miejsca. Pokusa do celowej porażki wystąpi w powyższej sytuacji zawsze zarówno względem udziału w finale jak i względem mistrzostwa.

W metodzie SWO, obaj uczestnicy ostatniego meczu posiadają dodatnią wartość ważności Schillinga. Po pierwsze, zwycięzca grupy drugiej będzie miał tyle samo zwycięstw, co zwycięzca grupy pierwszej. Tym samym o prawie wyboru oponenta zadecyduje „rzut monetą". Po drugie, wiadomo, że I_A preferowałby jako swego półfinałowego oponenta 3_B jako słabszego z dwóch uczestników awansujących z grupy drugiej. Można teraz przeanalizować sytuację z dwóch perspektyw odpowiadających dwóm uczestnikom ostatniego spotkania. Z punktu widzenia 3_B, jego zwycięstwo da mu pewność spotkania się w półfinale z I_A. Nie będzie wtedy miało znaczenia kto wygra losowanie o prawo wyboru oponenta. Jeżeli natomiast 3_B przegra, to będzie miał 50% szans na spotkanie z I_A. Stanie się tak wtedy, gdy zwycięzca grupy pierwszej wygra losowanie ze zwycięzcą grupy drugiej. Sytuacja z perspektywy 2_B przedstawia się w ten sposób, że porażka w ostatnim meczu grupowym pozbawia go szans na półfinałową konfrontację z I_A. Zwycięstwo natomiast daje 50% szans na takie korzystne dla niego zdarzenie. Ostatecznie zatem, z obu perspektyw, zwycięstwo w ostatnim meczu wiąże się ze zwiększeniem prawdopodobieństwa korzystnego zdarzenia o 0,5. Jak ten fakt przekłada się na wartość ważności Schillinga, zależy od różnicy w sile gry między II_A a I_A. Ściślej, chodzi o to, o ile jest wyższe prawdopodobieństwo wygrania z I_A niż z II_A.

W metodzie OBPO, ważność Schillinga zarówno dla 2_B jak i 3_B wynosi dokładnie zero. Już przed rozegraniem ostatniego meczu wiadomo, że pary półfinałowe będą następujące: I_A z 3_B oraz II_A z 2_B. Jeżeli drugą grupę wygra 3_B to obaj zwycięzcy grup wyrażą jednomyślną wolę konfrontacji w półfinale. Jeśli natomiast wygrałby 2_B i zaproponował I_A bezpośredni mecz, to propozycja ta zostałaby odrzucona. Ostatni mecz fazy grupowej nie będzie zatem miał wysokiej stawki i będzie pod tym względem przypominał mecz towarzyski. Ważne jest jednak to, iż nie będzie generował patologicznej sytuacji w postaci pokus do celowych porażek.

Źródło: opracowanie własne

Przykład 12. Przykład występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy zwycięstwa w całym turnieju

Grupę pierwszą wygrał uczestnik 1_A uzyskując trzy zwycięstwa, zaś drugie premiowane awansem miejsce wywalczył 2_A (symbolicznie: $I_A = 1_A$ oraz $II_A = 2_A$).

Przyjmijmy, że macierz prawdopodobieństw zwycięstw przyjmuje poniższą postać:

	1_B	1_A	2_B	2_A	3_B	3_A	4_B	4_A
1_B	0,50	0,70	0,80	0,80	0,88	0,88	0,94	0,94
1_A	0,30	0,50	0,62	0,62	0,73	0,73	0,84	0,84
2_B	0,20	0,38	0,50	0,50	0,63	0,63	0,76	0,76
2_A	0,20	0,38	0,50	0,50	0,63	0,63	0,76	0,76
3_B	0,12	0,27	0,37	0,37	0,50	0,50	0,65	0,65
3_A	0,12	0,27	0,37	0,37	0,50	0,50	0,65	0,65
4_B	0,06	0,16	0,24	0,24	0,35	0,35	0,50	0,50
4_A	0,06	0,16	0,24	0,24	0,35	0,35	0,50	0,50

Tłem zielonym wyróżniono część odnoszącą się do grupy A, zaś żółtym – do grupy B. Tło białe dotyczy prawdopodobieństw w spotkaniach, które mogą wystąpić w fazie pucharowej rozgrywek.

Ważnym wnioskiem płynącym z powyższej macierzy jest fakt bycia przez 1_B zdecydowanym faworytem rozgrywek.

Załóżmy, że przed ostatnim (szóstym) meczem tabela grupy drugiej przedstawia się następująco:

Tabela 13. Tabela grupy drugiej przed ostatnim meczem fazy grupowej w przypadku występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy mistrzostwa

Miejsce	Nazwa	Liczba punktów	Liczba rozegranych meczów
I_B	3_B	2	2
II_B	1_B	1	3
III_B	2_B	1	2
IV_B	4_B	1	3

Źródło: opracowanie własne

Przeanalizujmy sytuację z perspektywy 3_B przed ostatnim meczem z 2_B. Przede wszystkim, jasne jest, iż 3_B ma zapewniony awans. Jeśli wygra, to kolejność w tabeli nie zmieni się. Jeśli przegra, to z pierwszego miejsca w grupie awansuje 2_B, zaś sam zajmie miejsce drugie. Porażka 3_B wyeliminuje z dalszych rozgrywek 1_B.

W każdej z trzech analizowanych metod, porażka 3_B prowadzi do następujących par półfinałowych: 1_A z 3_B i 2_A z 2_B. Obliczmy prawdopodobieństwa osiągnięcia każdego z sukcesów przez 3_B pod warunkiem przegrania meczu z 2_B.[45]

$$P^{\text{Standard}}(f_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = P^{SWO}(f_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = P^{\text{OBPO}}(f_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) =$$
$$= q_{3_B,1_A} = 0{,}27$$

$$P^{\text{Standard}}(m_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = P^{SWO}(m_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = P^{\text{OBPO}}(m_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) =$$
$$= q_{3_B,1_A} \cdot (q_{2_A,2_B} \cdot q_{3_B,2_A} + q_{2_B,2_A} \cdot q_{3_B,2_B}) = 0{,}27 \cdot (0{,}5 \cdot 0{,}37 + 0{,}5 \cdot 0{,}37) = 0{,}100$$

W metodzie standardowej oraz OBPO, zwycięstwo 3_B prowadzi do następujących par półfinałowych: 1_A z 1_B i 2_A z 3_B. Mamy zatem:

$$P^{\text{Standard}}(f_{3_B} \mid ZW_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = P^{\text{OBPO}}(f_{3_B} \mid ZW_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = q_{3_B,2_A} = 0{,}37$$

$$P^{\text{Standard}}(m_{3_B} \mid ZW_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) = P^{\text{OBPO}}(m_{3_B} \mid ZW_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5) =$$
$$= q_{3_B,2_A} \cdot (q_{1_B,1_A} \cdot q_{3_B,1_B} + q_{1_A,1_B} \cdot q_{3_B,1_A}) = 0{,}061$$

Można teraz obliczyć ważności Schillinga zarówno względem udziału w finale jak i mistrzostwa pod warunkiem zastosowania metody standardowej lub OBPO[46].

$$W^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2} = W^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2} = 0{,}37 - 0{,}27 = 0{,}1$$

$$W^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.2} = W^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.2} = 0{,}061 - 0{,}100 = -0{,}390$$

Zatem:

$$T^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2} = T^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2} = 0$$

[45] $P^{\text{Standard}}(f_{3_B} \mid PO_{3_B}^{3_B z 2_B}, TA_{4.3.2.}^5)$ – prawdopodobieństwo, iż przy zastosowaniu metody Standard, dojdzie do finału z udziałem 3_B pod warunkami porażki 3_B w meczu z 2_B oraz stanu tabeli po pięciu meczach takiego jak w tabeli 13, tu: prawdopodobieństwo zwycięstwa przez 3_B w półfinałowym meczu z 1_A

[46] $W^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2}$ - ważność Schillinga meczu 3_B z 2_B względem dotarcia do finału 3_2 przy założeniu sytuacji w tabeli takiej jak w tabeli 13.

$T^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.2} = T^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.2} = 0{,}039$.

W metodzie SWO, zwycięstwo 3_B z prawdopodobieństwem 0,5 prowadzi do par półfinałowych: 1_A z 1_B i 2_A z 3_B oraz z tym samym prawdopodobieństwem do par: 1_A z 3_B i 2_A z 1_B. Wielkości skalkulowane dla tej metody przyjmują następujące wartości:

$$W^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2} = 0{,}05$$

$$W^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.2} = -0{,}046$$

Z czego:

$$T^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.2} = 0$$

$$T^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.2} = 0{,}046.$$

Źródło: opracowanie własne

Przykład 13. Przykład występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy udziału w finale

Przykład niniejszy demonstruje przypadek, w którym pokusa do celowej porażki występuje tylko z perspektywy udziału w finale.

Grupę pierwszą wygrał uczestnik 2_A uzyskując trzy zwycięstwa, zaś drugie premiowane awansem miejsce wywalczył 1_A (symbolicznie: $I_A = 2_A$ oraz $II_A = 1_A$).

Przyjmijmy, iż macierz prawdopodobieństw zwycięstw przyjmuje postać taką jak przedstawiona w poprzednim przykładzie.

Załóżmy, że przed ostatnim meczem tabela grupy drugiej przedstawia się następująco:

Tabela 14. Tabela grupy drugiej przed ostatnim meczem fazy grupowej w przypadku występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy udziału w finale

Miejsce	**Nazwa**	**Liczba punktów**	**Liczba rozegranych meczów**
I_B	3_B	2	2
II_B	4_B	2	3
III_B	2_B	1	2
IV_B	1_B	0	3

Źródło: opracowanie własne

Przeanalizujmy sytuację z punktu widzenia 3_B. Przegrana gwarantuje mu spotkanie ze słabszym z dwóch uczestników awansujących z grupy pierwszej. Dotyczy to wszystkich trzech rozważanych metod. W przypadku zwycięstwa w ostatnim meczu 2_B nad 3_B z pierwszego miejsca grupy drugiej awansuje właśnie 2_B. Przy tej samej liczbie punktów (zwycięstw) decyduje wyższe miejsce w rankingu.

W przypadku metody standardowej oraz OBPO, wygrana 3_B z 2_B nieuchronnie prowadzi do konieczności zmierzenia się w półfinale przez 3_B z 1_A. Miejsca w tabeli końcowej nie uległyby wtedy zmianie w stosunku do tabeli prezentowanej powyżej. Z perspektywy szans 3_B na mistrzostwo powyższe byłoby jednak korzystne, gdyż wyeliminowałoby z dalszych rozgrywek jego silnego rywala w postaci uczestnika 2_B.

Poszczególne wielkości przyjmują następujące wartości:

$$W^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.3} = W^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.3} = -0{,}1$$

$$W^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.3} = W^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.3} = 0{,}004$$

$$T^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.3} = \mathrm{T}^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.3} = 0{,}1$$

$$T^{\text{Standard}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.3} = \mathrm{T}^{\text{OBPO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.3} = 0\,.$$

Dla metody SWO uzyskujemy:

$$W^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.3} = -0{,}05$$

$$W^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.3} = 0{,}006$$

$$T^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, f, 3_B, 4.3.3} = 0{,}05$$

$$T^{\text{SWO}}_{3_B z 2_B, m, 3_B, 4.3.3} = 0\,.$$

Na marginesie warto zauważyć, że obniżenie siły gry 2_B w taki sposób, iż byłaby ona tylko nieznacznie wyższa od siły gry 3_B, doprowadziłoby do tego, że 3_B odczuwałby podwójne pokusy do porażki (tj. zarówno względem udziału w finale jak i mistrzostwa).

Źródło: opracowanie własne

4.4. Wybór metody kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej

Dla celów poznawczych, warto przytoczyć przykład skrajnej metody, która na pewno nie będzie generowała pokus do celowych porażek. Przede wszystkim należałoby założyć, że wszyscy uczestnicy pierwszej fazy mają z góry zapewniony awans do *playoff*, czyli że nikt nie odpada. Metodą eliminującą pokusy do celowych porażek byłaby wtedy procedura działającą według zasady losowego doboru w pary wszystkich uczestników *playoff*, gdzie każdy z możliwych wariantów ma to samo prawdopodobieństwo wystąpienia. Należy zauważyć, że choć powyższe rozwiązanie wyeliminowałoby w pełni ryzyko pokus do celowych porażek, to jest ono całkowicie nieakceptowane w praktyce. Jego zastosowanie zupełnie podważyłoby sens rozgrywania pierwszej fazy. Nie miałaby ona żadnego wpływu na *playoff*. Wszystkie spotkania pierwszej fazy miałyby charakter jedynie meczów „towarzyskich". Niniejszy skrajny przykład wyraźnie ilustruje efekt substytucji (ang. *tradeoff*) między kryteriami ważności oraz pokus do celowych porażek.

Ważną kwestią jest liczba kryteriów, które należy uwzględnić w problemie wyboru metody. Jak wspominano przy omawianiu ważności Schillinga, miara ta jest liczona względem różnych miar sukcesów rozumianych jako osiągnięcie kolejnych etapów rywalizacji w *playoff*. To samo dotyczy wielkości mierzącej pokusy do celowych porażek. Dla części uczestników i ich kibiców kluczowe znaczenie może mieć na przykład sam awans do *playoff*, dla części – występ w półfinale lub finale, a dla jeszcze innych – zwycięstwo w rozgrywkach.

Jednym z sukcesów jest sam awans do drugiej fazy rozgrywek, czyli zajęcie jednego z pierwszych miejsc w tabeli końcowej fazy grupowej. Przyjmując proponowane w pracy założenia dotyczące macierzy prawdopodobieństw zwycięstw, wybór metody kojarzenia w pary nie ma wpływu na prawdopodobieństwa awansu do *playoff*. Tym samym, dla dowolnej metody kojarzenia w pary, miary ważności i pokus względem awansu do *playoff* przyjmują te same wartości. Bezcelowe jest zatem traktowanie ich jako kryteriów w problemie wyboru optymalnej metody. Uwzględniać zatem należy jedynie osiągnięcie wszelkich innych etapów.

Przy awansie ośmiu uczestników do *playoff* uwzględnianymi w analizie sukcesami będzie osiągnięcie półfinału, finału oraz zwycięstwa w całych rozgrywkach (w dalszej części pracy nazywanego: mistrzostwem). Dla każdego z tych trzech etapów należy wziąć pod uwagę zarówno kryterium ważności jak i pokus. W sumie zatem prowadzi to do problemu o sześciu kryteriach decyzyjnych. W przypadku awansu czterech uczestników do fazy pucharowej kryteria będą cztery. W stosunku do powyższego, pominięta zostanie analiza względem osiągnięcia półfinału, gdyż ten sukces jest wtedy tożsamy z awansem do *playoff*.

Nieuprawnione byłoby sprowadzanie problemu do zagadnienia jednokryterialnego stosując na przykład funkcję metakryterium. Należy wziąć pod uwagę praktyczne trudności w określeniu elastyczności jakościowej popytu[47]. W rzeczywistych sytuacjach decyzyjnych organizatorzy będą mieli bardzo poważne trudności w określeniu relatywnego wpływu na popyt poprawy obu powyższych czynników jakości rozgrywek (tj. wzrostu ważności w sensie Schillinga oraz spadku pokus do celowych porażek). Przyjmowanie jakichkolwiek współczynników liczbowych miałoby spekulatywny charakter i mogłoby być łatwo podważone przez innych ekspertów. Ogólnie zatem selekcję optymalnej metody doboru w pary uczestników fazy pucharowej można wyrazić jako problem wielokryterialny. Skoncentrować należy się na identyfikacji metod niezdominowanych w sensie Pareta.

4.5. Modele symulacyjne

4.5.1. Główne założenia

Każdy model musi ze swej istoty być oparty na założeniach upraszczających. Ważne jest, by czynić te założenia w sposób jawny (*explicite*), co umożliwia innym badaczom ich ocenę i ewentualnie modyfikację. Dane wyjściowe modelu symulacyjnego traktować należy jako prognozę warunkową, gdzie warunkami są zarówno decyzje podejmowane przez decydenta jak i założenia modelu. Warto w tym miejscu poczynić następującą uwagę ogólną odnoszącą się do względnych sukcesów prognostycznych modeli prostszych i bardziej złożonych [Popper, Lempert i Bankes 2005, s. 76]: „doświadczenie uczy, że w sytuacji, gdy niepewna jest struktura modelu i dane wejściowe, zwiększanie liczby szczegółów nie skutkuje dokładniejszą prognozą". Z uwagi na dużą niepewność związaną z przyjmowanymi wartościami liczbowymi oraz strukturalnymi założeniami modelu, trudno oczekiwać dużej precyzji prognoz ilościowych reprezentowanych przez dane wyjściowe modelu. Z punktu

[47] Elastyczność jakościowa popytu jest wielkością pokrewną do standardowych wielkości mikroekonomicznych takich jak elastyczność cenowa popytu czy elastyczność dochodowa popytu. Różnica wiąże się głównie z aspektem praktycznym. W przypadku ceny i dochodu oczywiste jest wyrażanie ich przyrostu w jednostkach monetarnych. W odniesieniu do jakości nie można mówić o pojedynczej jednostce, lecz raczej o wielu możliwych jednostkach zależnych od charakteru danego produktu. Na przykład w przypadku środków transportu publicznego można mówić o jakości wyrażonej poprzez miarę średniego czasu przejazdu czy też choćby miernik punktualności.

widzenia wyboru właściwego wariantu decyzyjnego, kluczowe znaczenie ma jednak nie tyle precyzja ilościowa, ile poprawność prognozy jakościowej. Chodzi tu o prawdziwość zdań postaci „metoda m_i jest lepsza od metody m_j według funkcji celu fc_k”.

Szczegóły modeli symulacyjnych zostały dostosowane do konkretnego modelowanego formatu rozgrywek. Tym niemniej wszystkie wykorzystywane w niniejszej pracy modele oparto na kilku wspólnych założeniach. Przedstawiają się one następująco:

1) dotyczące macierzy prawdopodobieństw zwycięstw:
    a) jest stała w czasie w całym okresie trwania rozgrywek,
    b) posiada cechę silnej stochastycznej przechodniości,
    c) implikuje ranking siły gry o następujących cechach:
        - każdy z uczestników posiada zgodne z nim preferencje wyboru oponentów,
        - kolejność w nim wyznaczana jest relacją ostrego porządku (tj. brak miejsc *ex aequo*),
2) uczestnicy kierują się kryterium maksymalizacji prawdopodobieństwa sukcesu w najbliższym meczu, czyli preferowanym oponentem jest ten najniżej w rankingu,
3) brak możliwości remisu jako wyniku meczu, zwycięstwo nagradzane jest jednym punktem, a porażka to zero punktów,
4) sekwencyjne rozgrywanie meczów – brak meczów jednoczesnych,
5) w fazie pucharowej każda dwustronna rywalizacja jest jednomeczowa,
6) przy tej samej liczbie zwycięstw o kolejności miejsc w tabeli decyduje miejsce w rankingu.

Argumenty na rzecz przyjęcia założenia o stałości w czasie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw przedstawiono w rozdziale II. Tu podkreślić trzeba konsekwencje akceptacji tego postulatu dla interpretacji danych wyjściowych modelu. Chodzi o to, że ryzyko pokus do celowych porażek jest kalkulowane przy założeniu, że uczestnicy tym pokusom nie ulegają. Uleganie pokusom musiałoby znaleźć odzwierciedlenie w obniżonym prawdopodobieństwie zwycięstwa w danym meczu. Założenie o nieuleganiu pokusom jest w pełni uzasadnione w sytuacjach, gdy występują duże straty wizerunkowe (reputacyjne) dla zespołów dobrowolnie „oddających mecze”. Przy odpowiednio wysokim poziomie dezaprobaty dla tego typu działań ze strony kibiców, nie będą one stosowane. Jak wspominano wcześniej, nie oznacza to jednak, że samo występowanie pokus (tj. ujemnych ważności meczów) organizator rozgrywek może uznać za nieszkodliwe. Kibice na pewno negatywnie będą reagować na sytuacje, gdy zachowanie się ich drużyny zgodnie z „duchem sportu" prowadzić będzie *de facto* do ukarania tej drużyny. Oczywiste jest odczuwanie przez nich w związku z tym faktem negatywnych emocji w postaci poczucia niesprawiedliwości czy bycia oszukanym. Naturalne jest kierowanie przynajmniej części złości w kierunku organizatora rozgrywek. Będzie to tym bardziej prawdopodobne im bardziej upowszechnią się w praktyce rozwiązania z samodzielnym wyborem oponenta takie na przykład jak te aktualnie stosowane w norweskiej czy szwedzkiej lidze hokeja na lodzie czy też w NBA D–League. Fani sportu będą wtedy coraz bardziej świadomi faktu, że organizator nie jest bez winy dokonując zaniechania reform metod doboru w pary uczestników fazy *playoff*.

Jeśli chodzi o założenie silnej stochastycznej przechodniości to również zostało ono szczegółowo omówione w rozdziale II.

Założenia o rankingu implikowanym przez macierz oraz o kryterium decyzyjnym uczestników są analogiczne do przyjmowanych w modelu analitycznym.

Założenie numer 3 bezpośrednio nawiązuje do ograniczeń miary ważności meczu w sensie Schillinga. Jak stwierdzono wcześniej, miernik ten posiada pewne ograniczenia w przypadku wykorzystywania go do analizy meczów, których ostatecznym rezultatem może być remis (typowy przykład: piłka nożna). W tym miejscu warto też zwrócić uwagę, iż w przypadku takich meczów – obok pokus do celowych porażek – pojawiałoby się też ryzyko pokus do celowych remisów. Występowałoby ono wtedy, gdyby korzystniejszym rezultatem meczu dla danego uczestnika był remis niż zwycięstwo. Z uwagi na powyższe, należy zauważyć, że analiza meczów mogących zakończyć się remisem oparta wyłącznie na kryteriach maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek, mogłaby zostać uznana za niepełną.

Kolejne z powyższych założeń odnoszące się do sekwencyjności meczów jest podyktowane unikaniem zbędnych komplikacji na tym etapie badań nad metodami doboru w pary uczestników drugiej fazy rozgrywek sportowych. Przy typowej sekwencyjności – tj. gdy kolejne spotkanie zaczyna się po zakończeniu poprzedniego – dany mecz ma stałą ważność przez cały czas swego trwania. Sprawy nieco się komplikują, gdy wraz z meczem danym toczy się równocześnie inny mecz. W takiej sytuacji *de facto* każda zmiana wyniku w meczu toczonym równocześnie może mieć wpływ na zmianę ważności meczu danego. Prawdopodobieństwa w macierzy prawdopodobieństw są oczywiście prawdopodobieństwami *a priori*, czyli odnoszą się do sytuacji przed rozpoczęciem meczu. Naturalnie, w trakcie meczu jedna z drużyn może osiągnąć znaczną przewagę nad inną i wpływa to w bardzo zdecydowany sposób na prawdopodobieństwo końcowego wyniku tego spotkania. Jest też jasne, że generalnie ważność pojedynczego meczu zależy od wyników innych meczów – zarówno tych już znanych jak i tych, które można prognozować probabilistycznie. Jednym z praktycznych rozwiązań uwzględnienia meczów jednoczesnych byłoby przyjęcie, że obliczając ważność każdego z tych meczów wszystkie inne toczone równocześnie traktowane są tak samo jakby były rozgrywane w przyszłości. Tego rodzaju rozwiązanie wydaje się stanowić rozsądny kompromis między wzrostem realizmu modelu a jednoczesnym unikaniem nadmiernej złożoności.

Założenie numer 5 ma podobny charakter jak poprzednie. Chodzi w nim zatem o dążenie do prostoty modelu. Dla celów analizy na tym etapie badań nad metodami doboru w pary uczestników fazy pucharowej przyjęcie takiego najprostszego z możliwych założeń jest w pełni wystarczające. Jednocześnie proste jest rozszerzenie modelu na przypadek wielomeczowych konfrontacji typowych dla fazy *playoff* rozgrywek ligowych. Najbardziej naturalnym rozwiązaniem byłoby zbudowanie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw w wielomeczowej dwustronnej konfrontacji na podstawie znajomości macierzy prawdopodobieństw zwycięstw w pojedynczym meczu. Następnie – bazując na zbudowanej macierzy – można byłoby korzystać w drugiej fazie z algorytmu przeznaczonego pierwotnie dla jednomeczowych konfrontacji.

Ostatnie z wyszczególnionych założeń również ma charakter upraszczający. W praktyce występują tzw. kryteria typu „*tie–breaker*”, które decydują o kolejności miejsc przy tej samej liczbie punktów w tabeli końcowej. Standardem jest, iż najpierw porównuje się uczestników zajmujących miejsca *ex aequo* według pierwszego z określonych kryteriów i tylko wtedy, gdy nie przynosi ono rozstrzygnięcia korzysta się z kolejnego kryterium. Powyższe postępowanie jest zatem typowym przykładem porządkowania leksykograficznego. Jednym z częściej stosowanych kryteriów są wyniki bezpośrednich spotkań oraz różnica bramek (lub „małych punktów” w zależności od dyscypliny). Stosowanie kryterium wyniku bezpośrednich spotkań nie zawsze prowadzi do rozstrzygnięć. Na przykład występują sytuacje, gdy spośród trzech uczestników (A, B oraz C) posiadających tą samą liczbę punktów w tabeli, A pokonał B, B pokonał C, zaś C pokonał A. W modelu bazującym na macierzy prawdopodobieństw zwycięstw rezultat meczu wyrażany jest jedynie poprzez wskazanie zwycięzcy bez określania liczby bramek czy punktów zdobytych przez oponentów. Kryterium różnicy bramek/punktów nie można zatem zastosować. W modelu trzeba zatem dokonać pewnych idealizacji. Jedną z możliwości jest przyjęcie, że zawsze o rozdziale miejsc między uczestników o tej samej liczbie punktów decyduje wynik pewnego eksperymentu losowego (np. ciągnięcie losów). Na potrzeby niniejszej pracy zdecydowano się na inne rozwiązanie zainspirowane praktyką. Założono, że w przypadku równej liczby punktów o kolejności miejsc decyduje miejsce w rankingu[48]. W rankingu tym brak miejsc *ex aequo*, czyli zawsze jest to kryterium rozstrzygające. W symulacji miejsca w rankingu dokładnie odpowiadają sile gry poszczególnych uczestników. W stosunku do opcji z eksperymentem losowym przyjęte rozwiązanie prowadzi do mniejszych wymogów obliczeniowych modelu, czyli jest korzystniejsze z perspektywy ekonomiczności badań. Budowane drzewo probabilistyczne jest mniejsze, gdyż miejsca w tabeli uczestników dają się zawsze jednoznacznie wyznaczyć na podstawie znajomości punktów zdobytych przez poszczególnych uczestników oraz ich pozycji rankingowych bez odwoływania się do wyniku eksperymentu losowego.

Warto w tym miejscu podkreślić, iż abstrahując od powyższych rozważań dotyczących konstrukcji modelu, pewna wersja powyższego kryterium „*tie–breaker*” posiada pożądane cechy motywacyjne. Chodzi tu o taki wariant, w którym miejsce w rankingu jest miejscem zajętym przez dany zespół w tabeli końcowej fazy pierwszej w poprzednim sezonie. W takim przypadku każdy z uczestników ma dodatkową motywację do walki o jak najwyższą pozycję. Takie bodźce mogą być istotne zwłaszcza w sytuacjach, w których poprawa miejsca w tabeli końcowej nie zwiększa szans na sukces w bieżącym sezonie (wg terminologii stosowanej w niniejszej pracy: gdy ważność Schillinga danego meczu jest niedodatnia). W szczególnych przypadkach, fakt stosowania powyższego kryterium „*tie–breaker*” może nawet przyczynić się do tego, że dany uczestnik oprze się pokusie do celowej porażki.

Jak wynika z zaprezentowanego opisu, kluczowe dla modelu są założenia dotyczące macierzy prawdopodobieństw zwycięstw. Stwierdzić można, iż są prawie całkowicie zbieżne z założeniami modelu analitycznego. Jedyna różnica dotyczy tego, że w modelu analitycznym

[48] Miejsce w rankingu było jednym z kryteriów „*tie–breaker*” na przykład podczas mistrzostw Europy w piłce nożnej w roku 2012. Patrz Punkty 8.07 i 8.08 (rozdział VI) przepisów UEFA [UEFA 2012].

nie trzeba zakładać stałości w czasie dla całych rozgrywek, a tylko od momentu, gdy możliwa jest tylko pojedyncza zmiana w tabeli.

Pozostałe założenia mają charakter „techniczny”. Ich głównym celem jest uproszczenie obliczeń wykonywanych w trakcie symulacji. Wydaje się mało prawdopodobne, że uchylenie tych założeń może prowadzić do zasadniczo odmiennych wniosków.

Ogólnie, odnosząc się do czynionych założeń można stwierdzić, że prowadzą one do modelu o niezbyt wysokich wymogach obliczeniowych, niewymagającego podawania danych wejściowych, o których wiedza jest bardzo niedokładna, lecz jednocześnie dość realistycznego i o szerokich zastosowaniach praktycznych.

4.5.2. Model symulacyjny dla niewielkich rozgrywek

Dla danego formatu rozgrywek modele symulacyjne rozważane w niniejszej pracy wymagają podania jedynie dwóch kategorii danych wejściowych: macierzy prawdopodobieństw zwycięstw oraz kolejności meczów.

Ze względów obliczeniowych należy rozróżnić warianty modelu dla niewielkich i dużych rozgrywek. Wielkość rozgrywek jest tu mierzona liczbą meczów.

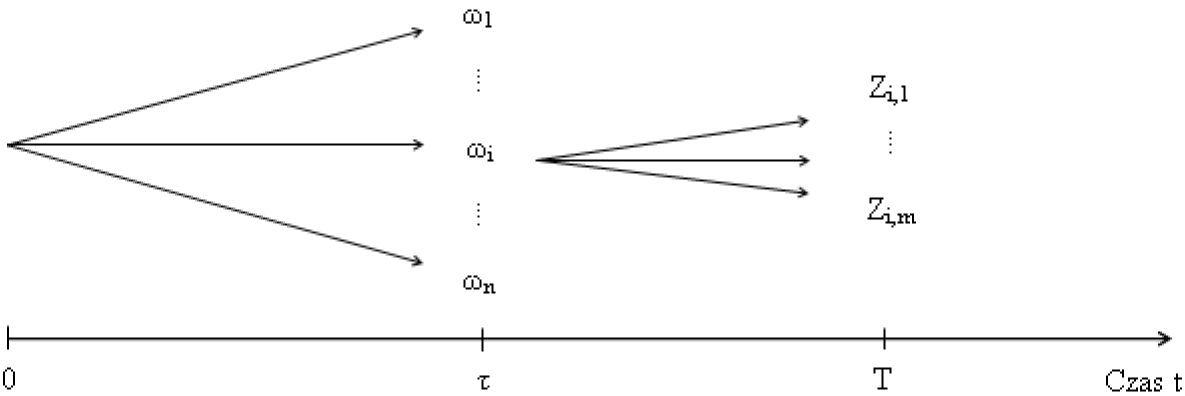
W przypadku stosunkowo niewielkich rozgrywek model opiera się na skonstruowaniu pełnego drzewa probabilistycznego. Idea obliczania ważności Schillinga w oparciu o takie drzewo została zilustrowana w przykładzie zaprezentowanym w podrozdziale 4.1.

4.5.3. Model symulacyjny dla większych rozgrywek

W przypadku rozgrywek większych niepraktyczne jest konstruowanie pełnego drzewa prawdopodobieństwa. Wielkość drzewa rośnie w tempie wykładniczym wraz ze wzrostem liczby meczów w rozgrywkach, co oczywiście przekłada się bezpośrednio na wydłużanie czasu obliczeń. Rozwiązaniem w takiej sytuacji jest odwołanie się do symulacji stochastycznych (Monte Carlo). W szczególności chodzi o wariant dwupoziomowy tychże symulacji nazywany też wersją zagnieżdżoną (ang. *two–level Monte Carlo, nested Monte Carlo*). W symulacjach dwupoziomowych występują dwie pętle: zewnętrzna i wewnętrzna.

Ideę dwupoziomowych symulacji stochastycznych ilustruje graficznie poniższy schemat.

Schemat 11. Idea dwupoziomowych symulacji stochastycznych



Źródło: [Broadie, Du i Moallemi 2011]

Interpretacja schematu dokonana zostanie poprzez bezpośrednie nawiązanie do rozważanego problemu określania ważności Schillinga meczów w ramach rozgrywek. W tym kontekście pojedynczy przebieg pętli zewnętrznej (ω_i) określa losowo wyniki wszystkich meczów przed meczem danym, zaś – następujący po nim – pojedynczy przebieg pętli wewnętrznej ($Z_{i,j}$) to losowy scenariusz wyników wszystkich meczów po meczu danym. Po każdym przebiegu pętli wewnętrznej, czyli mając pełen przebieg fazy grupowej rozgrywek, można obliczyć dwie wartości prawdopodobieństwa osiągnięcia każdej miary sukcesu dla każdego uczestnika. Jedna z tych wartości dotyczy przypadku, gdy uczestnik wygrał dany mecz, a druga gdy przegrał. Odejmując jedną wartość od drugiej uzyskujemy ważność Schillinga danego meczu. Uśrednione – po wielu przebiegach obu pętli – powyższe wartości stanowią estymator oczekiwanej ważności danego meczu.

Algorytm zaimplementowany na potrzeby niniejszej pracy stanowi rozwinięcie powyższej ogólnej idei. Jego głównym zadaniem jest uniknięcie konieczności generowania losowego przebiegu pętli zewnętrznej dla każdego meczu oddzielnie. W ramach pojedynczego przebiegu pętli zewnętrznej generowane są wyniki wszystkich meczów całych rozgrywek. Następnie – dodatkowa (pośrednia) – pętla przesuwa się po kolejnych meczach ułożonych chronologicznie w planie rozgrywek. Dla każdego meczu oblicza się ważność Schillinga obu jego uczestników wykorzystując do tego celu informacje z przebiegu pętli wewnętrznej oraz informacje o tych wynikach meczów zawartych w scenariuszu pętli zewnętrznej, które odbyły się przed meczem danym.

Symulacji stochastycznej poddawano wyłącznie pierwszą fazę rozgrywek (rozgrywaną systemem „każdy z każdym”). Znając tabelę końcową fazy pierwszej oraz daną metodę doboru w pary, na podstawie założonej macierzy można obliczyć dokładne wartości prawdopodobieństw zwycięstw w kolejnych rundach pucharowych każdego z uczestników. Jedynie trzy rundy pucharowe (ćwierćfinały, półfinały oraz finał) skutkują tym, że pojedynczy scenariusz przebiegu drugiej fazy rozgrywek składa się tylko z siedmiu dwustronnych rywalizacji.

Celem symulacji Monte Carlo prowadzonych na potrzeby niniejszej pracy jest oszacowanie estymatorów dwóch wielkości dotyczących całych rozgrywek: oczekiwanej ważności $E(W)$ oraz oczekiwanych pokus $E(T)$. Zasadniczo, do obliczenia wartości oczekiwanej ważności rozgrywek wcale nie jest konieczna symulacja dwupoziomowa. Wystarczy standardowa (tj. jednopoziomowa) stochastyczna symulacja. W każdym przebiegu pętli najpierw generowany jest losowy scenariusz zawierający wyniki wszystkich meczów w rozgrywkach (tj. zarówno tych przed jak i po meczu danym) z wyjątkiem meczu danego[49]. Na tej podstawie obliczana jest ważność pojedynczego meczu. Jej uśrednienie po wszystkich przebiegach pętli daje estymator ważności meczu o danym numerze w harmonogramie rozgrywek. Jest to szczególna sytuacja, gdy poszukiwaną wielkością jest średnia realizacja (innymi słowy: wartość oczekiwana) symulowanej zmiennej wyjściowej. W rozważanym przypadku bezpośrednio symulowaną zmienną wyjściową jest właśnie ważność meczu.

Okazuje się, iż wymogi obliczeniowe związane z kalkulacją oczekiwanych pokus do celowych porażek są znacznie wyższe. Szczegółowe uzasadnienie statystycznych podstaw tego faktu znaleźć można w [Lan, Nelson i Staum 2007; Gordy i Juneja 2010; Lee 1998]. Wymagane jest tu przeprowadzenie pełnej dwupoziomowej symulacji stochastycznej. Z perspektywy algorytmicznej oznacza to, że najpierw należy dokonać uśrednienia po wielu przebiegach pętli wewnętrznej a dopiero potem przejść do kolejnej iteracji pętli zewnętrznej. Pokusa do celowej porażki (T) może być wyrażona jako oczekiwana wartość warunkowa, a ściślej tzw. ogonowa warunkowa wartość oczekiwana – *TCE* (ang. *tail conditional expectation*). Definicję wielkości TCE_p dla zmiennej losowej W wyraża następująca formuła:

$$TCE_p(W) = E[-W \mid W \leq -VaR_p]$$

gdzie:

$TCE_p(W)$ – ogonowa warunkowa wartość oczekiwana zmiennej W kwantylu rzędu p,

VaR_p – miara ryzyka *Value at Risk* kwantylu rzędu p.

[49] Z praktycznego punktu widzenia tego rodzaju jednopoziomowa symulacja jest tożsama z ustawieniem liczby przebiegów pętli wewnętrznej na 1.

Załóżmy, że zmienna *W* oznacza ważność Schillinga. Jeśli teraz przyjmiemy *p* na poziomie równym prawdopodobieństwu osiągnięcia przez ważność Schillinga wartości niedodatniej[50], to otrzymamy równość między $TCE_p(W)$ a miarą pokusy *T*. W literaturze obliczanie TCE_p jest podawane jako typowy przykład sytuacji, gdy pożądane jest zastosowanie dwupoziomowych symulacji stochastycznych [Lan, Nelson i Staum 2007].

Powstaje naturalne pytanie: jakie są praktyczne konsekwencje powyższego dla planu eksperymentów symulacyjnych? Procedura dwupoziomowych symulacji z wieloma przebiegami zarówno pętli zewnętrznej jak i wewnętrznej zostanie wykorzystana do jednoczesnego szacowania zarówno wartości oczekiwanej ważności oraz pokus. Z faktu, iż do oszacowania ważności nie trzeba wykorzystywać symulacji dwupoziomowych nie wynika, że nie można ich do tego celu użyć.

W ramach pojedynczej symulacji oceniane są wszystkie analizowane metody. Wynika to z zastosowania metody wspólnych liczb losowych – CRN (ang. *common random numbers*). Jej ogólną ideą jest wykorzystanie identycznych liczb losowych przy symulowaniu różnych wariantów decyzyjnych. W analizowanym zastosowaniu, identyczne liczby losowe oznaczają, iż mamy te same wyniki meczów w rozgrywkach. Dążymy do tego, by różnice wynikające z przyjęcia odmiennych wariantów nie zostały zakłócone przez odmienne warunki eksperymentalne. Chcemy uzyskać najdokładniejszy estymator wpływu samej zmiany wariantu decyzyjnego. W ujęciu statystycznym, celem metody CRN jest redukcja wariancji w oszacowaniu estymatora różnicy funkcji celu między dowolnymi dwoma wariantami.

4.5.4. Ograniczenia modelu symulacyjnego

Oczywiście podejście symulacyjne nie jest pozbawione wad w porównaniu z podejściem czysto analitycznym. Przede wszystkim chodzi tu o charakterystyczny dla badań empirycznych brak ogólności wniosków. Istnieje nieprzeliczalna ilość stałych w czasie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw posiadających cechę silnej stochastycznej przechodniości. Tym samym żadna dowolnie duża liczba eksperymentów symulacyjnych nie może potwierdzić prawdziwości hipotezy odnoszącej się do wszystkich takich macierzy. W przypadku badań

[50] Powyższe można równoznacznie wyrazić w ten sposób, że *p* jest dobrane na takim poziomie, aby miara VaR_p wynosiła dokładnie zero.

empirycznych można jedynie – w zależności od przyjętego stanowiska filozoficznego – mówić, iż wyniki uprawdopodabniają prawdziwość hipotezy (bayesianizm) lub też, iż została ona skoroborowana (falsyfikacjonizm) [Grobler 2006]. Powyższe stwierdzenie odnosi się zarówno do modelu dla niewielkich, jak i do modelu dla większych rozgrywek.

Poza powyższym bardzo ogólnym ograniczeniem modelu symulacyjnego, można też zidentyfikować bardziej szczegółowe problemy związane z przenoszeniem wniosków płynących z wyników eksperymentalnych do praktyki. Naturalnie, dotyczą one przyjmowanych założeń. Warto porównać założenia czynione w modelu symulacyjnym do tych przyjmowanych w modelu analitycznym. Oba modele zakładają silną stochastyczną przechodniość macierzy prawdopodobieństw zwycięstw. Założenie o stałości w czasie jest bardziej restrykcyjne w modelu symulacyjnym, gdyż dotyczy całości rozgrywek, a nie tylko ich części po momencie, gdy możliwa jest zaledwie jeszcze jedna zamiana w tabeli. Kwestie regulowane w pozostałych założeniach modelu symulacyjnego mogą być w modelu analitycznym potraktowane w stosunkowo najmniej restrykcyjny sposób. Wnioski w modelu analitycznym nie zależą od: rozdziału punktów za wynik pojedynczych meczów, sekwencyjności spotkań, ilości meczów w pojedynczej konfrontacji w *playoff* czy też rozdziału miejsc w tabeli między uczestników o tej samej liczbie punktów.

Podsumowując, stwierdzono, iż każde z zaprezentowanych podejść (analityczne i symulacyjne) ma swe własne wady i zalety. Należy też podkreślić, iż model symulacyjny nie jest prostym rozszerzeniem modelu analitycznego, lecz stanowi odmienną perspektywę badawczą. Kryteria *LNA*, *LKS* oraz *LZW* stosowane w modelu analitycznym nie mają prostego przełożenia na miarę pokus do celowych porażek opierającą się na wielkości zaproponowanej przez Schillinga. Ponadto model analityczny całkowicie pomijał kryterium oczekiwanej ważności meczów. Znaczenie wyników uzyskanych z wykorzystaniem różnych modeli wiąże się z faktem, że prowadzą one do sformułowania tej samej dyrektywy praktycznej[51]. Można ją wyrazić w ten sposób, iż jeśli chce się osiągnąć poprawę stanu obecnego to należy zastąpić stosowane aktualnie metody Standard metodą OBPO.

[51] Pojęcie „dyrektywy praktycznej” pochodzi z prakseologii i jest definiowane jako „zdanie podające, co w określonych warunkach ma zrobić podmiot działania, by osiągnąć określony cel, albo czego pod groźbą nieskuteczności nie ma robić” [Pszczołowski 1978, s. 53].

4.6. Hipotezy badawcze

Ważnym elementem badań empirycznych jest hipoteza badawcza. Brzmienie głównej hipotezy badawczej (*HG*) poddawanej próbom falsyfikacji w formie eksperymentów symulacyjnych jest następujące:

„w dowolnym dwufazowym formacie rozgrywek, gdzie co najmniej czterech uczestników awansuje do fazy *playoff*, metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek".

Przyjmując podejście oparte na falsyfikacjonizmie Poppera stwierdza się, że ewentualne nieudane próby falsyfikacji hipotezy zostaną uznane za jej koroborację. Oznacza to przede wszystkim, iż hipoteza może być traktowana przez decydentów jako dyrektywa praktyczna.

Trzy założenia dotyczące macierzy prawdopodobieństw zwycięstw zostały wyszczególnione i opisane wcześniej. W tym miejscu warto podkreślić znaczenie założenia o co najmniej czterech uczestnikach awansujących do *playoff*. Wiadomo, że liczba awansujących do *playoff* jest naturalną potęgą liczby 2. Tym samym omawiane założenie można też wyrazić w ten sposób, że do fazy pucharowej musi awansować więcej niż dwóch uczestników. W formacie, gdy uczestników jest dwóch, bezcelowe jest rozważanie różnych metod kojarzenia w pary. Oczywiste jest, iż wtedy jedyną możliwą do utworzenia parę muszą stanowić jedyni uczestnicy *playoff*.

Ze względów praktycznych bardzo trudne byłoby przetestowanie wszystkich spotykanych w rzeczywistości formatów rozgrywek dwufazowych. Nakłady na testowanie odmiennych formatów rozgrywek są stosunkowo duże. Z jednej strony wymagają napisania w dużej mierze odrębnego programu komputerowego, a z drugiej przeprowadzenia wielu eksperymentów symulacyjnych. Jak w każdej innej, również w działalności badawczej należy brać pod uwagę kryterium ekonomiczności, czyli relację efektów do nakładów. Z powyższego względu w niniejszej dysertacji ograniczono się do analizy trzech mocno zróżnicowanych wariantów formatów rozgrywek:

a) „2-4-2" – pierwsza faza to rywalizacja w dwóch grupach o czterech uczestnikach, gdzie z każdej grupy awansuje do dalszej fazy dwóch uczestników,

b) „1-6-4” – pierwsza faza to rywalizacja w pojedynczej grupie o sześciu uczestnikach, gdzie do fazy *playoff* awansuje czterech,

c) „1-12-8” – pierwsza faza to rywalizacja w pojedynczej grupie o dwunastu uczestnikach, gdzie do fazy *playoff* awansuje ośmiu.

Każdy z powyższych formatów rozgrywek jest pojedynczym reprezentantem jednego z trzech typów formatów rozważanych w rozdziale III. W modelu symulacyjnym nie można ograniczyć się do określenia jedynie liczby początkowych miejsc w tabeli dających prawo gry w *playoff*, ale trzeba również określić całkowitą liczbę uczestników.

Koroboracja hipotezy głównej (*HG*) dokonana została poprzez przeprowadzenie procedury falsyfikacji trzech następujących hipotez szczegółowych:

I. Hipotezy szczegółowej I (HS_I): „w formacie *2-4-2* metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”.

   Koroboracja hipotezy szczegółowej I została dokonana w wyniku:

   1. Koroboracji hipotezy ($HS_{I.1}$):

      „w formacie *2-4-2* metoda OBPO dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”.

   2. Wykazania fałszywości hipotezy ($HS_{I.2}$):

      „w formacie 2-4-2 metoda SWO dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”.

II. Hipotezy szczegółowej II (HS_{II}): „w formacie 1-6-4 metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek".

Koroboracja hipotezy szczegółowej II została dokonana w wyniku:

1. Koroboracji hipotezy ($HS_{II.1}$):

   „w formacie 1-6-4 metoda OBPO dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek".

2. Wykazania fałszywości hipotezy ($HS_{II.2}$):

   „w formacie 1-6-4 metoda SWO dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta metodę Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek".

III. Hipotezy szczegółowej III (HS_{III}): „w formacie *1-12-8* metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta obydwa warianty metody Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek".

Koroboracja hipotezy szczegółowej III została dokonana w wyniku:

1. Koroboracji hipotezy ($HS_{III.1}$):

   „w formacie 1-12-8 metoda OBPO dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta obydwa warianty metody Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek".

2. Wykazania fałszywości hipotez:

   a) $HS_{III.2.a}$: „w formacie 1-12-8 metoda SWO dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta obydwa warianty metody Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”,

b) *$HS_{III.2.b}$*: „w formacie 1-12-8 metoda duńska dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta obydwa warianty metody Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”

c) *$HS_{III.2.c}$*: „w formacie 1-12-8 metoda norweska dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta obydwa warianty metody Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”,

d) *$HS_{III.2.d}$*: „w formacie 1-12-8 metoda szwedzka dla każdej macierzy prawdopodobieństw zwycięstw spełniającej proponowane założenia dominuje w sensie Pareta obydwa warianty metody Standard przy uwzględnieniu kryteriów maksymalizacji oczekiwanej ważności meczów i minimalizacji oczekiwanych pokus do celowych porażek”.

4.7. Szczegóły eksperymentów symulacyjnych

W każdym z trzech rozważanych formatów zakłada się, iż rywalizacja w fazie grupowej toczy się systemem „każdy z każdym”. Dla uzyskiwanych wartości miar ważności meczów oraz pokus do celowych porażek nie jest bez znaczenia kolejność meczów. Tym niemniej nie powinna ona wpływać na względną ocenę różnych metod. W symulacjach rozgrywek jednofazowych przyjęto kolejność meczów wynikającą z zastosowania popularnej metody Bergera [Cheng i Dong 2012]. Harmonogramy dla obu formatów rozgrywek jednofazowych zaprezentowano w tabelach 15 oraz 16.

Tabela 15. Harmonogram rozgrywek dla formatu „1-6-4"

Numer kolejki	Numer meczu	Rywale
1	1	1 z 6
	2	2 z 5
	3	3 z 4
2	4	1 z 2
	5	3 z 5
	6	4 z 6
3	7	1 z 3
	8	2 z 6
	9	4 z 5
4	10	1 z 4
	11	2 z 3
	12	5 z 6
5	13	1 z 5
	14	2 z 4
	15	3 z 6

Źródło: opracowanie własne

Tabela 16. Harmonogram rozgrywek dla formatu „1-12-8"

Nr kolejki	Nr meczu	Rywale	Nr kolejki	Nr meczu	Rywale	Nr kolejki	Nr meczu	Rywale
1	1	1 z 12	5	25	1 z 5	9	49	1 z 9
	2	2 z 11		26	2 z 4		50	2 z 8
	3	3 z 10		27	3 z 12		51	3 z 7
	4	4 z 9		28	6 z 11		52	4 z 6
	5	5 z 8		29	7 z 10		53	5 z 12
	6	6 z 7		30	8 z 9		54	10 z 11
2	7	1 z 2	6	31	1 z 6	10	55	1 z 10
	8	3 z 11		32	2 z 5		56	2 z 9
	9	4 z 10		33	3 z 4		57	3 z 8
	10	5 z 9		34	7 z 11		58	4 z 7
	11	6 z 8		35	8 z 10		59	5 z 6
	12	7 z 12		36	9 z 12		60	11 z 12
3	13	1 z 3	7	37	1 z 7	11	61	1 z 11
	14	2 z 12		38	2 z 6		62	2 z 10
	15	4 z 11		39	3 z 5		63	3 z 9
	16	5 z 10		40	4 z 12		64	4 z 8
	17	6 z 9		41	8 z 11		65	5 z 7
	18	7 z 8		42	9 z 10		66	6 z 12
4	19	1 z 4	8	43	1 z 8			
	20	2 z 3		44	2 z 7			
	21	5 z 11		45	3 z 6			
	22	6 z 10		46	4 z 5			
	23	7 z 9		47	9 z 11			
	24	8 z 12		48	10 z 12			

Źródło: opracowanie własne

W symulacjach rozgrywek dwufazowych dwie sąsiednie grupy nazwano A i B. Przy ustalaniu kolejności meczów kierowano się przede wszystkim zasadą, iż po rozegraniu dwóch meczów pojedynczej kolejki w grupie A, rozgrywane są mecze tej samej kolejki w grupie B. Założono ponadto, że w danej kolejce w obu grupach, pary meczowe tworzą uczestnicy o tych samych pozycjach w rankingach siły gry swych grup. Kolejność meczów przyjętą na potrzeby eksperymentów symulacyjnych zaprezentowano w tabeli 17.

Tabela 17. Harmonogram rozgrywek dla formatu „2-4-2"

Nr meczu	Rywale
1	1_Az 2_A
2	3_Az 4_A
3	1_Bz 2_B
4	3_Bz 4_B
5	1_Az 3_A
6	2_Az 4_A
7	1_Bz 3_B
8	2_Bz 4_B
9	1_Az 4_A
10	2_Az 3_A
11	1_Bz 4_B
12	2_Bz 3_B

Źródło: opracowanie własne

W przypadku formatów „2-4-2" oraz „1-6-4" występuje jedynie kilkanaście meczów w rozgrywkach. Skorzystano zatem z modelu dla niewielkich rozgrywek dokonując przeglądu zupełnego drzewa probabilistycznego rozgrywek. Dla formatu „1-12-8" przeprowadzono symulacje stochastyczne. Odwołując się do podrozdziału o modelu symulacyjnym większych rozgrywek należy w tym miejscu podać wartości liczbowe przyjęte na potrzeby symulacji. Wyniki obliczano wykorzystując po sto przebiegów pętli zarówno zewnętrznej jak i wewnętrznej. Pętla pośrednia obejmowała wszystkie jednostronne miary ważności meczów, czyli 132 elementy.

Dla każdego formatu skonstruowano scenariusze testowe w postaci zróżnicowanych macierzy prawdopodobieństw zwycięstw. Instancje te były generowane w sposób losowy, jednak narzucono na nie pewne ograniczenia. Przede wszystkim przyjęto, iż w rozgrywkach można wyróżnić grupę faworytów oraz grupę uczestników słabszych. Każda macierz testowa dla tego samego formatu zakładała inne liczności obu grup. Testom poddano wszystkie możliwe liczności grupy faworytów – tj. od jedności do liczby wszystkich uczestników rozgrywek. Scenariuszy testowych dla danego formatu generowano zatem tyle ilu uczestników rozgrywek. Przyjęto też, że w ramach tej samej grupy (tj. faworytów lub słabszych) najwyższe prawdopodobieństwo zwycięstwa w meczu nie może przekroczyć 0,67. Natomiast minimalne prawdopodobieństwo zwycięstwa faworyta w spotkaniu z uczestnikiem słabszym musi wynieść co najmniej 0,7. Wartości liczbowe w macierzach podano z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku. Dla zachowania zgodności z założeniem 1c)[52], zakłada się, iż w przypadku dwóch sąsiednich elementów tego samego wiersza równych z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku, element w kolumnie o wyższym numerze ma wartość nieznacznie wyższą. Innymi słowy, przyjmuje się, że elementy w każdym wierszu są ściśle rosnące względem numeru kolumny. Macierze testowe wykorzystywane w eksperymentach symulacyjnych przedstawiają się następująco:

1) Format „2-4-2”

a) scenariusz 1.1 – jeden wyraźny faworyt

	1_A	1_B	2_A	2_B	3_A	3_B	4_A	4_B
1_A	0,50	0,87	0,87	0,89	0,89	0,91	0,92	0,93
1_B	0,13	0,50	0,51	0,55	0,56	0,60	0,64	0,66
2_A	0,13	0,49	0,50	0,54	0,55	0,59	0,63	0,66
2_B	0,11	0,45	0,46	0,50	0,51	0,55	0,60	0,62
3_A	0,11	0,44	0,45	0,49	0,50	0,54	0,59	0,61
3_B	0,09	0,40	0,41	0,45	0,46	0,50	0,55	0,57
4_A	0,08	0,36	0,37	0,40	0,41	0,45	0,50	0,52
4_B	0,07	0,34	0,34	0,38	0,39	0,43	0,48	0,50

b) scenariusz 1.2 – dwóch wyraźnych faworytów

	1_A	1_B	2_A	2_B	3_B	3_A	4_B	4_A
1_A	0,50	0,53	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91	0,91
1_B	0,47	0,50	0,84	0,87	0,88	0,89	0,90	0,90
2_A	0,14	0,16	0,50	0,55	0,57	0,60	0,62	0,62
2_B	0,12	0,13	0,45	0,50	0,52	0,55	0,57	0,58
3_B	0,11	0,12	0,43	0,48	0,50	0,53	0,55	0,56
3_A	0,10	0,11	0,40	0,45	0,47	0,50	0,52	0,53
4_B	0,09	0,10	0,38	0,43	0,45	0,48	0,50	0,51
4_A	0,09	0,10	0,38	0,42	0,44	0,47	0,49	0,50

52 Patrz podrozdział 4.5.1 Główne założenia

c) scenariusz 1.3 – trzech wyraźnych faworytów

	1_B	1_A	2_B	2_A	3_A	3_B	4_A	4_B
1_B	0,50	0,54	0,54	0,90	0,91	0,92	0,92	0,93
1_A	0,46	0,50	0,51	0,88	0,89	0,91	0,91	0,91
2_B	0,46	0,49	0,50	0,88	0,89	0,91	0,91	0,91
2_A	0,10	0,12	0,12	0,50	0,53	0,57	0,58	0,58
3_A	0,09	0,11	0,11	0,47	0,50	0,54	0,55	0,56
3_B	0,08	0,09	0,09	0,43	0,46	0,50	0,51	0,52
4_A	0,08	0,09	0,09	0,42	0,45	0,49	0,50	0,51
4_B	0,07	0,09	0,09	0,42	0,44	0,48	0,49	0,50

d) scenariusz 1.4 – czterech wyraźnych faworytów

	1_A	1_B	2_B	2_A	3_A	3_B	4_A	4_B
1_A	0,50	0,53	0,57	0,60	0,87	0,87	0,89	0,90
1_B	0,47	0,50	0,54	0,57	0,86	0,86	0,88	0,89
2_B	0,43	0,46	0,50	0,53	0,83	0,84	0,86	0,87
2_A	0,40	0,43	0,47	0,50	0,82	0,82	0,84	0,86
3_A	0,13	0,14	0,17	0,18	0,50	0,51	0,54	0,58
3_B	0,13	0,14	0,16	0,18	0,49	0,50	0,53	0,57
4_A	0,11	0,12	0,14	0,16	0,46	0,47	0,50	0,54
4_B	0,10	0,11	0,13	0,14	0,42	0,43	0,46	0,50

e) scenariusz 1.5 – pięciu wyraźnych faworytów

	1_A	1_B	2_B	2_A	3_A	3_B	4_B	4_A
1_A	0,50	0,52	0,56	0,60	0,63	0,93	0,93	0,94
1_B	0,48	0,50	0,55	0,58	0,62	0,92	0,93	0,93
2_B	0,44	0,45	0,50	0,54	0,57	0,91	0,91	0,92
2_A	0,40	0,42	0,46	0,50	0,54	0,89	0,90	0,91
3_A	0,37	0,38	0,43	0,46	0,50	0,88	0,88	0,90
3_B	0,07	0,08	0,09	0,11	0,12	0,50	0,51	0,54
4_B	0,07	0,07	0,09	0,10	0,12	0,49	0,50	0,53
4_A	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10	0,46	0,47	0,50

f) scenariusz 1.6 – sześciu wyraźnych faworytów

	1_B	1_A	2_A	2_B	3_A	3_B	4_A	4_B
1_B	0,50	0,53	0,57	0,59	0,61	0,63	0,81	0,82
1_A	0,47	0,50	0,54	0,55	0,57	0,60	0,79	0,80
2_A	0,43	0,46	0,50	0,51	0,53	0,56	0,76	0,77
2_B	0,41	0,45	0,49	0,50	0,52	0,55	0,75	0,76
3_A	0,39	0,43	0,47	0,48	0,50	0,53	0,73	0,75
3_B	0,37	0,40	0,44	0,45	0,47	0,50	0,71	0,73
4_A	0,19	0,21	0,24	0,25	0,27	0,29	0,50	0,52
4_B	0,18	0,20	0,23	0,24	0,25	0,27	0,48	0,50

g) scenariusz 1.7 – siedmiu wyraźnych faworytów

	1_B	1_A	2_B	2_A	3_A	3_B	4_A	4_B
1_B	0,50	0,51	0,55	0,56	0,59	0,62	0,63	0,84
1_A	0,49	0,50	0,54	0,55	0,58	0,61	0,62	0,83
2_B	0,45	0,46	0,50	0,51	0,54	0,57	0,58	0,80
2_A	0,44	0,45	0,49	0,50	0,53	0,56	0,57	0,80
3_A	0,41	0,42	0,46	0,47	0,50	0,53	0,54	0,78
3_B	0,38	0,39	0,43	0,44	0,47	0,50	0,51	0,76
4_A	0,37	0,38	0,42	0,43	0,46	0,49	0,50	0,75
4_B	0,16	0,17	0,20	0,20	0,22	0,24	0,25	0,50

h) scenariusz 1.8 – wszyscy uczestnicy prezentują zbliżony poziom gry

	1_A	1_B	2_A	2_B	3_A	3_B	4_A	4_B
1_A	0,50	0,53	0,55	0,56	0,58	0,61	0,62	0,64
1_B	0,47	0,50	0,52	0,53	0,55	0,58	0,60	0,61
2_A	0,45	0,48	0,50	0,51	0,53	0,56	0,58	0,59
2_B	0,44	0,47	0,49	0,50	0,52	0,55	0,57	0,58
3_A	0,42	0,45	0,47	0,48	0,50	0,53	0,54	0,56
3_B	0,39	0,42	0,44	0,45	0,47	0,50	0,51	0,53
4_A	0,38	0,40	0,42	0,43	0,46	0,49	0,50	0,51
4_B	0,36	0,39	0,41	0,42	0,44	0,47	0,49	0,50

2) Format „1-6-4"

a) scenariusz 2.1 – jeden wyraźny faworyt

	1	2	3	4	5	6
1	0,50	0,88	0,89	0,90	0,91	0,92
2	0,12	0,50	0,51	0,53	0,54	0,56
3	0,11	0,49	0,50	0,51	0,53	0,54
4	0,10	0,47	0,49	0,50	0,51	0,53
5	0,09	0,46	0,47	0,49	0,50	0,51
6	0,08	0,44	0,46	0,47	0,49	0,50

b) scenariusz 2.2 – dwóch wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6
1	0,50	0,55	0,83	0,84	0,85	0,86
2	0,45	0,50	0,80	0,81	0,82	0,83
3	0,17	0,20	0,50	0,51	0,53	0,54
4	0,16	0,19	0,49	0,50	0,51	0,53
5	0,15	0,18	0,47	0,49	0,50	0,51
6	0,14	0,17	0,46	0,47	0,49	0,50

c) scenariusz 2.3 – trzech wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6
1	0,50	0,52	0,55	0,86	0,88	0,89
2	0,48	0,50	0,52	0,85	0,86	0,88
3	0,45	0,48	0,50	0,84	0,85	0,86
4	0,14	0,15	0,16	0,50	0,53	0,55
5	0,12	0,14	0,15	0,47	0,50	0,53
6	0,11	0,12	0,14	0,45	0,47	0,50

d) scenariusz 2.4 – czterech wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6
1	0,50	0,52	0,55	0,60	0,88	0,89
2	0,48	0,50	0,52	0,57	0,86	0,88
3	0,45	0,48	0,50	0,55	0,85	0,86
4	0,40	0,43	0,45	0,50	0,82	0,84
5	0,12	0,14	0,15	0,18	0,50	0,53
6	0,11	0,12	0,14	0,16	0,47	0,50

e) scenariusz 2.5 – pięciu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6
1	0,50	0,55	0,57	0,61	0,64	0,87
2	0,45	0,50	0,52	0,56	0,59	0,84
3	0,43	0,48	0,50	0,54	0,57	0,83
4	0,39	0,44	0,46	0,50	0,53	0,80
5	0,36	0,41	0,43	0,47	0,50	0,78
6	0,13	0,16	0,17	0,20	0,22	0,50

f) scenariusz 2.6 – wszyscy uczestnicy wyrównani

	1	2	3	4	5	6
1	0,50	0,53	0,56	0,59	0,63	0,67
2	0,47	0,50	0,53	0,56	0,60	0,64
3	0,44	0,47	0,50	0,53	0,57	0,62
4	0,41	0,44	0,47	0,50	0,54	0,58
5	0,37	0,40	0,43	0,46	0,50	0,55
6	0,33	0,36	0,38	0,42	0,45	0,50

3) Format „1-12-8"

a) scenariusz 3.1 – jeden wyraźny faworyt

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,83	0,83	0,83	0,85	0,85	0,86	0,86	0,87	0,88	0,89	0,90
2	0,17	0,50	0,51	0,51	0,54	0,54	0,56	0,57	0,58	0,62	0,63	0,66
3	0,17	0,49	0,50	0,51	0,53	0,53	0,55	0,56	0,58	0,61	0,62	0,65
4	0,17	0,49	0,49	0,50	0,52	0,53	0,55	0,56	0,57	0,60	0,61	0,65
5	0,15	0,46	0,47	0,48	0,50	0,51	0,53	0,54	0,55	0,58	0,59	0,63
6	0,15	0,46	0,47	0,47	0,49	0,50	0,52	0,53	0,54	0,58	0,59	0,62
7	0,14	0,44	0,45	0,45	0,47	0,48	0,50	0,51	0,52	0,56	0,57	0,60
8	0,14	0,43	0,44	0,44	0,46	0,47	0,49	0,50	0,51	0,55	0,56	0,59
9	0,13	0,42	0,42	0,43	0,45	0,46	0,48	0,49	0,50	0,53	0,55	0,58
10	0,12	0,38	0,39	0,40	0,42	0,42	0,44	0,45	0,47	0,50	0,51	0,55
11	0,11	0,37	0,38	0,39	0,41	0,41	0,43	0,44	0,45	0,49	0,50	0,54
12	0,10	0,34	0,35	0,35	0,37	0,38	0,40	0,41	0,42	0,45	0,46	0,50

b) scenariusz 3.2 – dwóch wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,51	0,73	0,74	0,75	0,77	0,78	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84
2	0,49	0,50	0,73	0,74	0,74	0,76	0,77	0,79	0,81	0,82	0,82	0,84
3	0,27	0,27	0,50	0,51	0,52	0,55	0,56	0,59	0,61	0,63	0,63	0,66
4	0,26	0,26	0,49	0,50	0,51	0,53	0,54	0,58	0,60	0,61	0,62	0,64
5	0,25	0,26	0,48	0,49	0,50	0,53	0,54	0,57	0,59	0,61	0,62	0,64
6	0,23	0,24	0,45	0,47	0,47	0,50	0,51	0,54	0,56	0,58	0,59	0,61
7	0,22	0,23	0,44	0,46	0,46	0,49	0,50	0,53	0,56	0,57	0,58	0,60
8	0,20	0,21	0,41	0,42	0,43	0,46	0,47	0,50	0,52	0,54	0,55	0,57
9	0,19	0,19	0,39	0,40	0,41	0,44	0,44	0,48	0,50	0,52	0,52	0,55
10	0,18	0,18	0,37	0,39	0,39	0,42	0,43	0,46	0,48	0,50	0,51	0,53
11	0,17	0,18	0,37	0,38	0,38	0,41	0,42	0,45	0,48	0,49	0,50	0,53
12	0,16	0,16	0,34	0,36	0,36	0,39	0,40	0,43	0,45	0,47	0,47	0,50

c) scenariusz 3.3 – trzech wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,54	0,57	0,76	0,77	0,78	0,80	0,81	0,82	0,84	0,85	0,86
2	0,46	0,50	0,53	0,73	0,75	0,76	0,78	0,79	0,80	0,82	0,83	0,84
3	0,43	0,47	0,50	0,71	0,72	0,73	0,76	0,77	0,78	0,80	0,81	0,82
4	0,24	0,27	0,29	0,50	0,52	0,53	0,56	0,58	0,59	0,63	0,64	0,65
5	0,23	0,25	0,28	0,48	0,50	0,51	0,54	0,56	0,58	0,61	0,62	0,63
6	0,22	0,24	0,27	0,47	0,49	0,50	0,53	0,55	0,56	0,60	0,61	0,62
7	0,20	0,22	0,24	0,44	0,46	0,47	0,50	0,51	0,53	0,57	0,58	0,59
8	0,19	0,21	0,23	0,42	0,44	0,45	0,49	0,50	0,52	0,55	0,56	0,58
9	0,18	0,20	0,22	0,41	0,42	0,44	0,47	0,48	0,50	0,53	0,55	0,56
10	0,16	0,18	0,20	0,37	0,39	0,40	0,43	0,45	0,47	0,50	0,51	0,53
11	0,15	0,17	0,19	0,36	0,38	0,39	0,42	0,44	0,45	0,49	0,50	0,52
12	0,14	0,16	0,18	0,35	0,37	0,38	0,41	0,42	0,44	0,47	0,48	0,50

d) scenariusz 3.4 – czterech wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,53	0,57	0,60	0,84	0,84	0,85	0,86	0,88	0,88	0,89	0,90
2	0,47	0,50	0,54	0,58	0,82	0,83	0,83	0,84	0,87	0,87	0,88	0,88
3	0,43	0,46	0,50	0,54	0,80	0,80	0,81	0,82	0,85	0,85	0,86	0,87
4	0,40	0,42	0,46	0,50	0,77	0,78	0,78	0,80	0,83	0,83	0,84	0,85
5	0,16	0,18	0,20	0,23	0,50	0,51	0,51	0,54	0,58	0,59	0,61	0,62
6	0,16	0,17	0,20	0,22	0,49	0,50	0,51	0,53	0,58	0,58	0,60	0,62
7	0,15	0,17	0,19	0,22	0,49	0,49	0,50	0,52	0,57	0,58	0,59	0,61
8	0,14	0,16	0,18	0,20	0,46	0,47	0,48	0,50	0,55	0,55	0,57	0,59
9	0,12	0,13	0,15	0,17	0,42	0,42	0,43	0,45	0,50	0,51	0,53	0,54
10	0,12	0,13	0,15	0,17	0,41	0,42	0,42	0,45	0,49	0,50	0,52	0,53
11	0,11	0,12	0,14	0,16	0,39	0,40	0,41	0,43	0,47	0,48	0,50	0,52
12	0,10	0,12	0,13	0,15	0,38	0,38	0,39	0,41	0,46	0,47	0,48	0,50

e) scenariusz 3.5 – pięciu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,52	0,54	0,59	0,60	0,78	0,80	0,81	0,82	0,83	0,84	0,86
2	0,48	0,50	0,52	0,57	0,58	0,77	0,79	0,80	0,81	0,82	0,83	0,85
3	0,46	0,48	0,50	0,55	0,56	0,76	0,77	0,78	0,80	0,81	0,82	0,84
4	0,41	0,43	0,45	0,50	0,51	0,72	0,74	0,74	0,76	0,77	0,79	0,81
5	0,40	0,42	0,44	0,49	0,50	0,71	0,73	0,73	0,76	0,77	0,78	0,80
6	0,22	0,23	0,24	0,28	0,29	0,50	0,52	0,53	0,56	0,57	0,60	0,62
7	0,20	0,21	0,23	0,26	0,27	0,48	0,50	0,51	0,54	0,55	0,57	0,60
8	0,19	0,20	0,22	0,26	0,27	0,47	0,49	0,50	0,53	0,54	0,57	0,59
9	0,18	0,19	0,20	0,24	0,24	0,44	0,46	0,47	0,50	0,51	0,54	0,57
10	0,17	0,18	0,19	0,23	0,23	0,43	0,45	0,46	0,49	0,50	0,52	0,55
11	0,16	0,17	0,18	0,21	0,22	0,40	0,43	0,43	0,46	0,48	0,50	0,53
12	0,14	0,15	0,16	0,19	0,20	0,38	0,40	0,41	0,43	0,45	0,47	0,50

f) scenariusz 3.6 – sześciu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,53	0,55	0,59	0,60	0,62	0,83	0,84	0,86	0,88	0,89	0,90
2	0,47	0,50	0,53	0,57	0,57	0,59	0,81	0,82	0,85	0,87	0,88	0,89
3	0,45	0,47	0,50	0,54	0,55	0,56	0,79	0,81	0,84	0,86	0,87	0,88
4	0,41	0,43	0,46	0,50	0,51	0,52	0,77	0,78	0,81	0,84	0,85	0,86
5	0,40	0,43	0,45	0,49	0,50	0,51	0,76	0,78	0,81	0,83	0,84	0,85
6	0,38	0,41	0,44	0,48	0,49	0,50	0,75	0,77	0,80	0,82	0,83	0,85
7	0,17	0,19	0,21	0,23	0,24	0,25	0,50	0,52	0,57	0,61	0,63	0,65
8	0,16	0,18	0,19	0,22	0,22	0,23	0,48	0,50	0,54	0,58	0,60	0,63
9	0,14	0,15	0,16	0,19	0,19	0,20	0,43	0,46	0,50	0,54	0,56	0,58
10	0,12	0,13	0,14	0,16	0,17	0,18	0,39	0,42	0,46	0,50	0,52	0,54
11	0,11	0,12	0,13	0,15	0,16	0,17	0,37	0,40	0,44	0,48	0,50	0,52
12	0,10	0,11	0,12	0,14	0,15	0,15	0,35	0,37	0,42	0,46	0,48	0,50

g) scenariusz 3.7 – siedmiu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,53	0,57	0,59	0,60	0,61	0,65	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94
2	0,47	0,50	0,54	0,55	0,57	0,58	0,62	0,88	0,90	0,91	0,92	0,93
3	0,43	0,46	0,50	0,51	0,53	0,54	0,58	0,86	0,88	0,89	0,91	0,92
4	0,41	0,45	0,49	0,50	0,52	0,53	0,57	0,86	0,88	0,89	0,90	0,91
5	0,40	0,43	0,47	0,48	0,50	0,51	0,55	0,85	0,87	0,88	0,90	0,91
6	0,39	0,42	0,46	0,47	0,49	0,50	0,54	0,84	0,86	0,88	0,89	0,90
7	0,35	0,38	0,42	0,43	0,45	0,46	0,50	0,82	0,84	0,86	0,88	0,89
8	0,10	0,12	0,14	0,14	0,15	0,16	0,18	0,50	0,54	0,57	0,61	0,63
9	0,09	0,10	0,12	0,12	0,13	0,14	0,16	0,46	0,50	0,53	0,57	0,60
10	0,08	0,09	0,11	0,11	0,12	0,12	0,14	0,43	0,47	0,50	0,54	0,57
11	0,07	0,08	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12	0,39	0,43	0,46	0,50	0,53
12	0,06	0,07	0,08	0,09	0,09	0,10	0,11	0,37	0,40	0,43	0,47	0,50

h) scenariusz 3.8 – ośmiu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,51	0,52	0,55	0,57	0,60	0,63	0,65	0,89	0,91	0,91	0,92
2	0,49	0,50	0,51	0,54	0,56	0,60	0,62	0,64	0,89	0,90	0,91	0,92
3	0,48	0,49	0,50	0,54	0,55	0,59	0,62	0,63	0,89	0,90	0,91	0,92
4	0,45	0,46	0,46	0,50	0,52	0,55	0,58	0,60	0,87	0,89	0,90	0,91
5	0,43	0,44	0,45	0,48	0,50	0,54	0,56	0,58	0,86	0,88	0,89	0,90
6	0,40	0,40	0,41	0,45	0,46	0,50	0,53	0,55	0,84	0,86	0,88	0,89
7	0,37	0,38	0,38	0,42	0,44	0,47	0,50	0,52	0,83	0,85	0,86	0,87
8	0,35	0,36	0,37	0,40	0,42	0,45	0,48	0,50	0,82	0,84	0,85	0,87
9	0,11	0,11	0,11	0,13	0,14	0,16	0,17	0,18	0,50	0,54	0,57	0,59
10	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12	0,14	0,15	0,16	0,46	0,50	0,53	0,55
11	0,09	0,09	0,09	0,10	0,11	0,12	0,14	0,15	0,43	0,47	0,50	0,53
12	0,08	0,08	0,08	0,09	0,10	0,11	0,13	0,13	0,41	0,45	0,47	0,50

i) scenariusz 3.9 – dziewięciu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,52	0,52	0,55	0,57	0,57	0,60	0,62	0,64	0,84	0,86	0,88
2	0,48	0,50	0,51	0,53	0,55	0,56	0,58	0,61	0,62	0,83	0,85	0,87
3	0,48	0,49	0,50	0,53	0,54	0,55	0,57	0,60	0,61	0,82	0,85	0,87
4	0,45	0,47	0,47	0,50	0,52	0,53	0,55	0,58	0,59	0,81	0,83	0,85
5	0,43	0,45	0,46	0,48	0,50	0,51	0,53	0,56	0,57	0,80	0,83	0,85
6	0,43	0,44	0,45	0,47	0,49	0,50	0,52	0,55	0,57	0,79	0,82	0,84
7	0,40	0,42	0,43	0,45	0,47	0,48	0,50	0,53	0,54	0,78	0,81	0,83
8	0,38	0,39	0,40	0,42	0,44	0,45	0,47	0,50	0,51	0,75	0,79	0,81
9	0,36	0,38	0,39	0,41	0,43	0,43	0,46	0,49	0,50	0,74	0,78	0,80
10	0,16	0,17	0,18	0,19	0,20	0,21	0,22	0,25	0,26	0,50	0,55	0,58
11	0,14	0,15	0,15	0,17	0,17	0,18	0,19	0,21	0,22	0,45	0,50	0,54
12	0,12	0,13	0,13	0,15	0,15	0,16	0,17	0,19	0,20	0,42	0,46	0,50

j) scenariusz 3.10 – dziesięciu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,51	0,54	0,55	0,56	0,59	0,60	0,63	0,64	0,65	0,90	0,91
2	0,49	0,50	0,53	0,54	0,55	0,58	0,60	0,62	0,63	0,64	0,89	0,90
3	0,46	0,47	0,50	0,51	0,52	0,55	0,56	0,59	0,60	0,61	0,88	0,89
4	0,45	0,46	0,49	0,50	0,52	0,55	0,56	0,59	0,59	0,60	0,88	0,89
5	0,44	0,45	0,48	0,48	0,50	0,53	0,54	0,57	0,58	0,59	0,87	0,88
6	0,41	0,42	0,45	0,45	0,47	0,50	0,51	0,54	0,55	0,56	0,86	0,87
7	0,40	0,40	0,44	0,44	0,46	0,49	0,50	0,53	0,54	0,55	0,85	0,86
8	0,37	0,38	0,41	0,41	0,43	0,46	0,47	0,50	0,51	0,52	0,84	0,85
9	0,36	0,37	0,40	0,41	0,42	0,45	0,46	0,49	0,50	0,51	0,83	0,85
10	0,35	0,36	0,39	0,40	0,41	0,44	0,45	0,48	0,49	0,50	0,83	0,84
11	0,10	0,11	0,12	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,17	0,50	0,52
12	0,09	0,10	0,11	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,15	0,16	0,48	0,50

k) scenariusz 3.11 – jedenastu wyraźnych faworytów

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57	0,59	0,63	0,63	0,64	0,66	0,88
2	0,47	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,56	0,60	0,60	0,61	0,63	0,86
3	0,46	0,49	0,50	0,51	0,52	0,54	0,56	0,59	0,60	0,61	0,62	0,86
4	0,45	0,48	0,49	0,50	0,51	0,53	0,55	0,58	0,59	0,60	0,61	0,86
5	0,44	0,47	0,48	0,49	0,50	0,52	0,54	0,57	0,58	0,59	0,60	0,85
6	0,43	0,46	0,46	0,47	0,48	0,50	0,52	0,55	0,56	0,57	0,59	0,84
7	0,41	0,44	0,44	0,45	0,46	0,48	0,50	0,53	0,54	0,55	0,57	0,83
8	0,37	0,40	0,41	0,42	0,43	0,45	0,47	0,50	0,51	0,52	0,53	0,81
9	0,37	0,40	0,40	0,41	0,42	0,44	0,46	0,49	0,50	0,51	0,53	0,81
10	0,36	0,39	0,39	0,40	0,41	0,43	0,45	0,48	0,49	0,50	0,52	0,80
11	0,34	0,37	0,38	0,39	0,40	0,41	0,43	0,47	0,47	0,48	0,50	0,79
12	0,12	0,14	0,14	0,14	0,15	0,16	0,17	0,19	0,19	0,20	0,21	0,50

l) scenariusz 3.12 – wszyscy wyrównani

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0,50	0,51	0,52	0,55	0,56	0,58	0,58	0,60	0,61	0,62	0,64	0,65
2	0,49	0,50	0,52	0,55	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,61	0,63	0,65
3	0,48	0,48	0,50	0,53	0,54	0,55	0,56	0,58	0,58	0,59	0,61	0,63
4	0,45	0,45	0,47	0,50	0,51	0,53	0,53	0,55	0,55	0,56	0,59	0,60
5	0,44	0,44	0,46	0,49	0,50	0,52	0,52	0,54	0,54	0,55	0,58	0,59
6	0,42	0,43	0,45	0,47	0,48	0,50	0,51	0,52	0,53	0,54	0,56	0,58
7	0,42	0,42	0,44	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,53	0,56	0,57
8	0,40	0,41	0,42	0,45	0,46	0,48	0,49	0,50	0,51	0,52	0,54	0,56
9	0,39	0,40	0,42	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50	0,51	0,53	0,55
10	0,38	0,39	0,41	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,50	0,52	0,54
11	0,36	0,37	0,39	0,41	0,42	0,44	0,44	0,46	0,47	0,48	0,50	0,52
12	0,35	0,35	0,37	0,40	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,48	0,50

Dla każdego scenariusza przeprowadzono eksperymenty symulacyjne prowadzące do obliczenia miar ważności i pokus przy zastosowaniu różnych metod kojarzenia w pary uczestników *playoff*. Wyniki tych eksperymentów przedstawiono w kolejnym podrozdziale.

4.8. Wyniki eksperymentów symulacyjnych

4.8.1. Format „2-4-2”

W formacie „2-4-2” można wyróżnić trzy kategorie sukcesu: udział w półfinale, udział w finale i zdobycie mistrzostwa. Jak wspominano wcześniej, analiza z perspektywy awansu do fazy pucharowej (tu: do półfinału) nie różnicuje metod kojarzenia w pary. Z tego względu jej przeprowadzanie jest bezcelowe. Pozostają zatem do analizy dwie kategorie sukcesu. Dla każdej z nich należy obliczyć miarę zarówno ważności jak i pokus. W sumie zatem analizie należy poddać cztery kryteria. Każdemu z nich dedykowana jest jedna z poniższych tabel.

Tabela 18. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „2-4-2”

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
1.1	3,991	3,856	4,060
1.2	3,015	2,735	3,110
1.3	3,708	3,755	3,777
1.4	2,633	2,639	2,729
1.5	2,829	2,867	2,919
1.6	4,339	4,380	4,409
1.7	4,637	4,681	4,700
1.8	5,171	5,213	5,223

Źródło: opracowanie własne

Przedstawione w powyższej tabeli dane liczbowe wyraźnie wskazują, że tylko metoda OBPO jest lepsza od Standard w każdym z ośmiu scenariuszy. Co więcej, stwierdzić można, iż we wszystkich scenariuszach metoda OBPO okazuje się najlepsza.

Tabela 19. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „2-4-2”

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
1.1	1,018	1,015	1,027
1.2	0,764	0,735	0,774
1.3	1,774	1,788	1,795
1.4	1,093	1,091	1,117
1.5	1,274	1,281	1,297
1.6	2,003	2,013	2,021
1.7	2,188	2,199	2,204
1.8	2,493	2,504	2,506

Źródło: opracowanie własne

Najważniejsze wnioski wynikające z danych w powyższej tabeli są analogiczne do tych sformułowanych przy okazji tabeli poprzedniej. Ponownie, w przypadku dwóch pierwszych scenariuszy metoda Standard jest lepsza od SWO.

Tabela 20. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w finale w formacie „2-4-2"

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
1.1	0,0155	0,0090	0,0004
1.2	0,0133	0,0020	0,0000
1.3	0,0144	0,0007	0,0000
1.4	0,0146	0,0025	0,0000
1.5	0,0146	0,0011	0,0000
1.6	0,0095	0,0016	0,0001
1.7	0,0101	0,0012	0,0001
1.8	0,0087	0,0009	0,0003

Źródło: opracowanie własne

Powyższa tabela wskazuje, iż dla każdego scenariusza metoda SWO jest lepsza od Standard, zaś OBPO lepsza od SWO. Uwagę zwracają bardzo niskie wartości pokus dla metody OBPO.

Tabela 21. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem mistrzostwa w formacie „2-4-2"

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
1.1	0,0068	0,0056	0,0059
1.2	0,0018	0,0009	0,0007
1.3	0,0107	0,0043	0,0042
1.4	0,0084	0,0046	0,0046
1.5	0,0057	0,0021	0,0020
1.6	0,0091	0,0059	0,0060
1.7	0,0085	0,0052	0,0054
1.8	0,0075	0,0046	0,0049

Źródło: opracowanie własne

Z danych w tabeli wynika, iż we wszystkich scenariuszach zarówno metoda SWO jak i OBPO prowadzą do niższych miar pokus względem mistrzostwa. Nie można natomiast jednoznacznie stwierdzić, która z tych dwóch metod jest najlepsza. W czterech scenariuszach lepsza okazywała się metoda SWO, a w trzech – metoda OBPO. W scenariuszu 1.4 obie metody prowadziły do nieomal równej miary pokus względem mistrzostwa.

Wnioski ogólne

Wyniki dla scenariuszy 1.1 oraz 1.2 zaprezentowane w tabelach 18 i 19 wykazują fałszywość hipotezy $HS_{I.2}$. Jednocześnie wyniki zaprezentowane we wszystkich czterech tabelach uznać należy za koroborację hipotezy $HS_{I.1}$. Łącznie obydwa wnioski dotyczące hipotez $HS_{I.1}$ oraz $HS_{I.2}$ stanowią koroborację hipotezy HS_{I}.

4.8.2. Format „1-6-4”

W formacie „1-6-4” uzasadnione jest analizowanie ważności i pokus względem tych samych kategorii sukcesów co w przypadku formatu „2-4-2”. Ponownie zatem analizy wymagają cztery kryteria.

Tabela 22. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „1-6-4”

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
2.1	3,963	2,823	4,078
2.2	2,335	2,067	2,539
2.3	2,323	2,588	2,550
2.4	1,710	1,909	1,914
2.5	3,040	3,204	3,269
2.6	3,892	4,083	4,139

Źródło: opracowanie własne

Z uwagi na scenariusze 2.1. i 2.2. tylko metoda OBPO okazywała się w każdym scenariuszu lepsza od metody Standard według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „1-6-4”. Jednocześnie, z wyjątkiem scenariusza 2.3, metoda OBPO była również lepsza od metody SWO.

Tabela 23. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „1-6-4"

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
2.1	0,587	0,532	0,600
2.2	0,571	0,559	0,606
2.3	0,829	0,967	0,911
2.4	0,694	0,771	0,753
2.5	1,363	1,419	1,422
2.6	1,791	1,850	1,854

Źródło: opracowanie własne

Powyższa tabela wskazuje na wyższość metody OBPO nad Standard w każdym z sześciu scenariuszy. Metoda SWO okazała się lepsza od Standard tylko w czterech scenariuszach. W dwóch z nich (2.3 i 2.4) była także lepsza od metody OBPO.

Tabela 24. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w finale w formacie „1-6-4"

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
2.1	0,029	0,022	0,008
2.2	0,035	0,005	0,008
2.3	0,070	0,008	0,025
2.4	0,059	0,016	0,020
2.5	0,055	0,009	0,013
2.6	0,049	0,008	0,011

Źródło: opracowanie własne

Według kryterium uwzględnionego w tabeli zarówno metoda SWO jak i OBPO dominują metodę Standard. W scenariuszu 2.1 najlepsza okazała się metoda OBPO, zaś w pozostałych SWO.

Tabela 25. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem mistrzostwa w formacie „1-6-4”

Nr scenariusza	Metody		
	Standard	SWO	OBPO
2.1	0,004	0,003	0,003
2.2	0,009	0,004	0,005
2.3	0,031	0,005	0,014
2.4	0,024	0,010	0,012
2.5	0,019	0,006	0,009
2.6	0,018	0,007	0,008

Źródło: opracowanie własne

Wnioski wynikające z wyników zawartych w tabeli 25 są bardzo zbliżone do tych sformułowanych dla wyników z tabeli 24. Jedyna różnica polega na tym, iż w scenariuszu 2.1 zaokrąglona do trzeciego miejsca po przecinku miara kryterium pokus względem mistrzostwa jest równa dla metod SWO i OBPO.

Wnioski ogólne

Wyniki dla scenariuszy 2.1 oraz 2.2 zaprezentowane w tabelach 22 i 23 wykazują fałszywość hipotezy $HS_{II.2}$. Jednocześnie wyniki zaprezentowane we wszystkich czterech tabelach uznać należy za koroborację hipotezy $HS_{II.1}$. Łącznie obydwa wnioski dotyczące hipotez $HS_{I.1}$ oraz $HS_{I.2}$ stanowią koroborację hipotezy HS_{II}.

4.8.3. Format „1-12-8”

Należy podkreślić, iż w poniższych tabelach prezentujących wyniki eksperymentów symulacyjnych podane wartości są jedynie estymatorami poszczególnych wielkości. Nie zostały one obliczone na podstawie pełnego drzewa probabilistycznego rozgrywek, lecz zostały oszacowane poprzez zastosowanie (dwupoziomowych) symulacji Monte Carlo. Tym niemniej dla zasadniczych wniosków sformułowanych na końcu niniejszego podrozdziału, a przede wszystkim z perspektywy falsyfikacji głównej hipotezy rozprawy kwestia ta nie ma praktycznego znaczenia.

Dane liczbowe z poniższej tabeli wskazują, że OBPO jest jedyną metodą lepszą od obu metod Standard we wszystkich dwunastu scenariuszach. W każdym scenariuszu metoda OBPO jest też metodą najlepszą. Można również zauważyć, że w scenariuszach 3.1-3.4 metody Standard prowadzą do wyższej miary ważności względem udziału w półfinale niż wszystkie pozostałe metody z wyjątkiem OBPO.

Tabela 26. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w półfinale w formacie „1-12-8” [53]

Nr scenariusza	Metody						
	$Standard_{bez}$	$Standard_z$	Duńska	Norweska	Szwedzka	SWO	OBPO
3.1	11,56	11,56	9,92	10,86	10,86	9,55	12,22
3.2	10,50	10,50	8,97	9,48	9,48	8,59	11,42
3.3	8,88	8,88	7,54	7,70	7,70	7,17	9,86
3.4	5,65	5,65	4,73	4,75	4,75	4,64	6,40
3.5	7,54	7,54	7,30	7,35	7,35	7,73	8,61
3.6	6,24	6,24	6,46	6,42	6,42	6,78	7,19
3.7	4,85	4,85	5,00	4,94	4,94	5,32	5,71
3.8	3,10	3,10	3,22	3,20	3,20	3,68	4,13
3.9	6,78	6,78	6,96	6,89	6,89	7,37	7,68
3.10	8,47	8,47	8,66	8,59	8,59	9,16	9,45
3.11	10,70	10,70	10,85	10,81	10,81	11,33	11,61
3.12	12,26	12,26	12,33	12,30	12,30	12,70	13,08

Źródło: opracowanie własne

Tabela 27. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „1-12-8”

Nr scenariusza	Metody						
	$Standard_{bez}$	$Standard_z$	Duńska	Norweska	Szwedzka	SWO	OBPO
3.1	4,56	5,28	3,52	4,20	5,19	3,50	5,71
3.2	3,69	3,96	3,29	3,38	3,71	3,27	4,56
3.3	3,21	3,33	3,09	2,98	3,05	3,08	3,95
3.4	1,83	2,28	2,26	2,12	2,08	2,26	2,81
3.5	2,73	3,25	3,49	3,33	3,27	3,71	3,96
3.6	2,30	2,91	3,26	3,09	3,05	3,41	3,56
3.7	2,00	2,41	2,67	2,50	2,49	2,82	3,05
3.8	1,31	1,57	1,85	1,66	1,63	2,08	2,27
3.9	3,07	3,23	3,50	3,32	3,29	3,71	3,84
3.10	3,96	4,07	4,39	4,18	4,13	4,64	4,78
3.11	5,05	5,14	5,41	5,23	5,19	5,65	5,78
3.12	5,81	5,91	6,11	5,94	5,92	6,29	6,49

Źródło: opracowanie własne

[53] Brak różnic w wartościach liczbowych między miarami dla metody $Standard_{bez}$ i $Standard_z$ wynika bezpośrednio z faktu, iż obie te metody zawsze prowadzą do identycznych par ćwierćfinałowych. To samo dotyczy metody Norweskiej i Szwedzkiej.

Analiza tabeli 27. wskazuje, iż we wszystkich scenariuszach metoda Standard_z prowadziła do wyższej miary ważności niż Standard_{bez}. Jedyną metodą zawsze lepszą od Standard_z jest OBPO. Ponownie okazuje się też, że w każdym scenariuszu to właśnie ta metoda jest najlepsza.

W zakresie porównania obu wariantów metody Standard, Standard_z w każdym scenariuszu okazał się lepszy niż Standard_{bez}. Ponownie, jedyną metodą lepszą we wszystkich scenariuszach od Standard_z była metoda OBPO. Według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „1-12-8" nie można jednak stwierdzić, iż była to metoda zawsze najlepsza, gdyż w scenariuszu 3.6 wyższą miarę ważności uzyskano przy zastosowaniu metody SWO.

Tabela 28. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „1-12-8"

Nr scenariusza	Metody						
	Standard_{bez}	Standard_z	Duńska	Norweska	Szwedzka	SWO	OBPO
3.1	1,21	1,26	1,09	1,15	1,23	1,10	1,35
3.2	1,17	1,21	1,15	1,13	1,15	1,16	1,38
3.3	0,97	1,02	1,08	1,01	0,97	1,10	1,22
3.4	0,54	0,77	0,83	0,76	0,73	0,83	0,96
3.5	1,04	1,25	1,40	1,34	1,30	1,51	1,51
3.6	0,98	1,23	1,40	1,34	1,31	1,48	1,47
3.7	0,93	1,08	1,19	1,13	1,12	1,26	1,29
3.8	0,58	0,65	0,76	0,70	0,68	0,86	0,89
3.9	1,41	1,45	1,56	1,50	1,48	1,65	1,66
3.10	1,84	1,87	1,98	1,91	1,90	2,08	2,11
3.11	2,37	2,39	2,49	2,43	2,42	2,59	2,61
3.12	2,74	2,76	2,83	2,78	2,77	2,91	2,96

Źródło: opracowanie własne

Tabela 29. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w półfinale w formacie „1-12-8"

Nr scenariusza	Metody						
	Standard_{bez}	Standard_z	Duńska	Norweska	Szwedzka	SWO	OBPO
3.1	0,077	0,077	0,062	0,051	0,051	0,035	0,011
3.2	0,102	0,102	0,072	0,083	0,083	0,026	0,014
3.3	0,128	0,128	0,087	0,108	0,108	0,021	0,025
3.4	0,086	0,086	0,049	0,061	0,061	0,024	0,014
3.5	0,129	0,129	0,087	0,089	0,089	0,013	0,016
3.6	0,148	0,148	0,073	0,090	0,090	0,017	0,030
3.7	0,153	0,153	0,081	0,101	0,101	0,021	0,019
3.8	0,143	0,143	0,091	0,106	0,106	0,031	0,025
3.9	0,128	0,128	0,064	0,082	0,082	0,016	0,015
3.10	0,143	0,143	0,073	0,089	0,089	0,009	0,009
3.11	0,121	0,121	0,070	0,076	0,076	0,009	0,010
3.12	0,078	0,078	0,051	0,056	0,056	0,007	0,008

Źródło: opracowanie własne

Z analizy powyższej tabeli płynie wniosek, iż obie metody Standard są w każdym scenariuszu zdominowane przez wszystkie pozostałe. Ponadto, metody SWO i OBPO we wszystkich dwunastu scenariuszach okazały się lepsze od każdej metody „skandynawskiej”. Nie można jednoznacznie wskazać lepszej metody z pary SWO i OBPO.

Tabela 30. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w finale w formacie „1-12-8”

Nr scenariusza	Metody						
	$\text{Standard}_{\text{bez}}$	$\text{Standard}_{\text{z}}$	Duńska	Norweska	Szwedzka	SWO	OBPO
3.1	0,211	0,019	0,036	0,024	0,017	0,034	0,007
3.2	0,078	0,029	0,024	0,027	0,028	0,010	0,008
3.3	0,086	0,036	0,025	0,032	0,034	0,007	0,012
3.4	0,087	0,026	0,016	0,018	0,021	0,007	0,011
3.5	0,096	0,046	0,036	0,039	0,038	0,006	0,011
3.6	0,093	0,056	0,029	0,042	0,041	0,006	0,015
3.7	0,096	0,053	0,022	0,036	0,038	0,007	0,007
3.8	0,082	0,051	0,031	0,044	0,042	0,015	0,013
3.9	0,068	0,050	0,021	0,032	0,035	0,009	0,008
3.10	0,078	0,054	0,023	0,035	0,037	0,005	0,004
3.11	0,069	0,047	0,024	0,032	0,035	0,005	0,006
3.12	0,047	0,029	0,016	0,023	0,027	0,003	0,004

Źródło: opracowanie własne

Według kryterium pokus względem udziału w finale metoda $\text{Standard}_{\text{z}}$ w każdym scenariuszu dominowała $\text{Standard}_{\text{bez}}$, zaś sama było dominowana przez metodę OBPO. Metoda SWO dominowała $\text{Standard}_{\text{z}}$ w scenariuszach 3.2-3.12, lecz w scenariuszu 3.1 okazała się gorsza.

Tabela 31. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem mistrzostwa w formacie „1-12-8”

Nr scenariusza	Metody						
	$\text{Standard}_{\text{bez}}$	$\text{Standard}_{\text{z}}$	Duńska	Norweska	Szwedzka	SWO	OBPO
3.1	0,020	0,010	0,008	0,008	0,007	0,005	0,004
3.2	0,020	0,012	0,009	0,011	0,011	0,004	0,004
3.3	0,024	0,014	0,009	0,012	0,013	0,002	0,005
3.4	0,025	0,011	0,007	0,008	0,008	0,003	0,005
3.5	0,036	0,022	0,017	0,019	0,019	0,003	0,006
3.6	0,035	0,025	0,013	0,019	0,018	0,003	0,007
3.7	0,033	0,021	0,008	0,013	0,013	0,003	0,003
3.8	0,030	0,023	0,015	0,019	0,018	0,007	0,007
3.9	0,027	0,022	0,010	0,014	0,015	0,004	0,004
3.10	0,029	0,024	0,011	0,015	0,016	0,003	0,003
3.11	0,027	0,021	0,012	0,014	0,015	0,003	0,003
3.12	0,017	0,013	0,007	0,010	0,011	0,002	0,003

Źródło: opracowanie własne

Z tabeli powyżej wynika, iż w każdym scenariuszu metoda Standard_{z} dominowała Standard_{bez}, zaś sama była zawsze gorsza od wszystkich pozostałych metod. Ponadto, metody SWO i OBPO we wszystkich dwunastu scenariuszach prowadziły do niższych miar pokus niż każda z metod „skandynawskich”. Żadna z metod nie okazała się najlepsza we wszystkich dwunastu scenariuszach.

Wnioski ogólne

Zaprezentowane wyniki stanowią koroborację hipotezy HS_{III}, gdyż wykazują fałszywość hipotez $HS_{III.2.a}$, $HS_{III.2.b}$, $HS_{III.2.c}$, $HS_{III.2.d}$, a jednocześnie uznać je należy za koroborację hipotezy $HS_{III.1}$.

PODSUMOWANIE

Niniejsza rozprawa wpisuje się w nurt literatury z zakresu ekonomii sportu. Biorąc pod uwagę rosnące znaczenie tej specjalizacji w ramach nauk ekonomicznych, istotnym celem pobocznym było dokonanie pierwszego w języku polskim tak obszernego przeglądu literatury światowej z tego zakresu. Szczególny akcent położono na przedstawienie prac wykorzystujących metodykę badań operacyjnych. Kolejnym celem pobocznym zrealizowanym w pracy było wykazanie braku możliwości opracowania metody kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej, która całkowicie wyeliminowałaby pokusy do celowych porażek przy jednoczesnym zachowaniu ważności meczów na akceptowalnym poziomie. Wynik ten świadczy o tym, iż w praktyce należy koncentrować się na minimalizacji takich pokus, akceptując fakt, że ich pełna eliminacja jest niemożliwa.

Głównym celem rozprawy było wykazanie, że autorska metoda OBPO jest jedyną spośród znanych metod, która w dowolnych rozgrywkach spełniających pewne założenia dominuje w sensie Pareta metodę standardową.

Mając świadomość poważnych trudności w uzyskaniu powszechnej akceptacji założeń pojedynczego modelu, zdecydowano się na budowę dwóch modeli o zasadniczo odmiennym charakterze. Pierwszy z nich to model analityczny, a drugi symulacyjny. Niezależne wykazanie dla obu modeli, iż OBPO to jedyna znana metoda dominująca w sensie Pareta metody Standard stanowiło dwa cele szczegółowe dysertacji. Ich łączna realizacja składała się na osiągnięcie celu głównego.

Przy dokonywaniu szczegółowej analizy porównawczej metod kojarzenia w pary (Standard, SWO, OBPO) z wykorzystaniem modelu analitycznego opierano się na formatach typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” oraz „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch”. W obu stwierdzono, iż dla dowolnych rozgrywek – ściślej: dowolnego, spełniającego założenia, rozkładu prawdopodobieństwa przypadków sytuacji w tabeli – metoda OBPO dominuje w sensie Pareta metodę Standard względem kryteriów „nienaturalne konsekwencje zmiany własnego miejsca” (NKZWM) oraz „liczba zagrożeń wspieraniem” (LZW). Dowiedziono również, iż mogą istnieć takie rozgrywki, gdy metoda SWO nie dominuje w sensie Pareta metody Standard. Łącznie te dwa rezultaty stanowią osiągnięcie jednego z celów szczegółowych rozprawy.

Drugi z celów szczegółowych był realizowany z wykorzystaniem modelu symulacyjnego. Zasadniczą kwestią przy jego budowie było zdefiniowanie funkcji celu dla zagadnienia wyboru metody kojarzenia w pary. Uznano, że problem ma charakter wielokryterialny. Dwie podstawowe grupy celów związane są z oczekiwaną ważnością meczów oraz oczekiwanymi pokusami do celowych porażek. W każdej grupie uwzględniono zmienne odnoszące się do różnych miar sukcesu, takich jak „awans do półfinału", „awans do finału" czy „zwycięstwo w turnieju". W rozprawie analizowano problemy o czterech i sześciu kryteriach decyzyjnych. W przypadku ważności meczu jako wielkość liczbową przyjęto znaną z literatury tzw. ważność Schillinga. Ważnym celem pomocniczym zrealizowanym w niniejszej rozprawie jest zaproponowanie miary pokusy do celowych porażek. Dotychczas w literaturze brakowało zdefiniowania tego rodzaju wielkości. Oparto się na spostrzeżeniu, że z pokusą mamy do czynienia wtedy, gdy ważność Schillinga przyjmuje wartości ujemne. Jednocześnie w takich sytuacjach wartość bezwzględna ważności Schillinga wskazuje na intensywność pokus. Wprowadzenie liczbowej miary pokus do celowych porażek powinno ułatwić prowadzenie dalszych badań w zakresie tematycznym niniejszej pracy również przy wykorzystywaniu odmiennych modeli. Wielkość taka mogłaby znaleźć szerokie zastosowanie przy analizach wielu innych cech rozgrywek, takich jak na przykład kolejność czy liczba meczów.

Innym istotnym celem szczegółowym było zbudowanie i zaimplementowanie w postaci programu komputerowego odpowiednich modeli symulacyjnych. Odrębny program komputerowy powstał dla każdego z trzech analizowanych formatów rozgrywek, czyli: „2-4-2", „1-6-4" oraz „1-12-8". W pierwszych dwóch formatach bazowano na modelu dla niewielkich rozgrywek. Polega on na tym, iż dokonuje się przeglądu zupełnego drzewa prawdopodobieństwa, a zatem uzyskiwane wartości liczbowe są dokładne. W przypadku programu komputerowego dla symulacji formatu „1-12-8" oparto się na modelu dla większych rozgrywek. Stosuje się w nim symulacje stochastyczną (Monte Carlo), a uzyskiwane wartości liczbowe są estymatorami danych wielkości. Napisane programy komputerowe, ewentualnie po uwzględnieniu pewnych modyfikacji, mogą służyć badaniu innych zagadnień związanych z rozgrywkami niż te, których dotyczy niniejsza praca.

Prowadzone eksperymenty symulacyjne doprowadziły do koroboracji przyjętej hipotezy. Hipotezę tą sformułowano w sposób umożliwiający poddanie jej procedurze falsyfikacji. Uwzględniono trzy wspomniane odmienne formaty rozgrywek. Ponadto dla każdego z formatów testowano różne scenariusze odpowiadające odmiennej równowadze konkurencyjnej uczestników. W każdym z 26 przeprowadzonych testów stwierdzano dominację w sensie Pareta metody OBPO nad metodą standardową. Uzyskane wyniki wykazały, że stwierdzenia tego nie można odnieść do żadnej innej metody poza OBPO. Tym samym rezultaty przeprowadzonych eksperymentów symulacyjnych stanowią koroborację hipotezy, czyli jednocześnie realizację drugiego celu szczegółowego rozprawy.

Prawdziwość hipotezy implikuje, że wniosek o wyższości metody OBPO nad standardową nie wymaga przyjmowania niepewnych założeń liczbowych. W szczególności, nie trzeba zakładać konkretnych wartości liczbowych elementów macierzy. Z perspektywy analizy wrażliwości, powyższą myśl można wyrazić jako niewrażliwość prawdziwości głównej hipotezy nawet na liczne i znaczne zmiany parametrów liczbowych modelu. Fakt ten można też interpretować jako bardzo wysoką uniwersalność metody. Proponowany sposób kojarzenia w pary można rekomendować organizatorom wszelkich rozgrywek dwufazowych, gdzie aktualnie wykorzystywana jest metoda standardowa.

Warto wyraźnie doprecyzować rolę uzyskanego w niniejszej rozprawie rezultatu dla praktyki. Ustalono, że metoda standardowa (w obu swych wariantach) jest zdominowana w sensie Pareta. Oznacza to, że powinno się całkowicie zrezygnować ze stosowania tego zdecydowanie najpopularniejszego sposobu kojarzenia w pary. Koroboracja głównej hipotezy nie oznacza jednak, iż zastosowanie metody OBPO jest zawsze optymalne. Na przykład, przeprowadzone eksperymenty symulacyjne wykazały, że przy założeniu preferowania – przez organizatorów i kibiców – walki z pokusami do celowych porażek ponad maksymalizację średniej ważności meczów, niekiedy wyborem optymalnym jest metoda SWO. W niniejszej pracy nie sugeruje się, że organizatorzy rozgrywek zawsze będą unikali czynienia dodatkowych założeń w zakresie wartości liczbowych elementów macierzy czy też postaci funkcji użyteczności. Wyniki rozprawy wskazują natomiast, że nawet decydenci czujący się bardzo dyskomfortowo przy szacowaniu powyższych niepewnych parametrów, mają powody, by zrezygnować ze stosowania metody standardowej. Metodę OBPO można interpretować jako bezpieczną opcję, która zawsze doprowadzi do polepszenia stanu zastanego. Niekoniecznie ta poprawa będzie najwyższa z możliwych w każdej sytuacji, jednak we wszystkich sytuacjach będziemy mieli do czynienia z poprawą.

Należy wspomnieć o pozytywnych efektach zewnętrznych proponowanej reformy rozgrywek oddziałujących nawet na członków społeczeństwa niezainteresowanych sportem. Redukcja pokus do celowych porażek powinna przyczynić się do zmniejszenia liczby przypadków ulegania im. Przyjmują one często formę rozgrywania meczu, w którym jedna ze stron udaje, że stara się wygrać, a tak naprawdę dąży do porażki. Tego rodzaju patologie można uznać za oszustwo w stosunku do kibiców oraz organizatorów rozgrywek. Uważa się, iż ograniczenie oszustwa w jednej sferze, ogranicza jego występowanie w innych obszarach aktywności ludzkiej. Zjawisko to można rozważać zarówno na poziomie jednostki, jak i w aspekcie międzyludzkim. W ujęciu jednostkowym bieżące uleganie przez daną osobę pokusie czyni bardziej prawdopodobnym jej ulegnięcie w przyszłości [Dal Bo i Terviö 2013]. Ponadto, oszustwo jest „zaraźliwe" w ujęciu międzyludzkim. Świadomość jednostki, że inne osoby w jej otoczeniu oszukują jest bardzo silnym czynnikiem skłaniającym ją samą do oszustwa [Błachnio i Weremko 2011]. Tym samym, redukcja oszustwa w pojedynczej sferze życia – jaką jest np. sport – przynosi pozytywne efekty również w innych obszarach.

Obszar potencjalnych zastosowań metody OBPO wykracza poza zakres analizowany w niniejszej rozprawia. Nasuwają się tu na myśl między innymi implementacje w jednofazowych turniejach pucharowych. Metoda OBPO może stanowić ciekawą alternatywę dla metody Hwanga. Obie posiadają pożądane cechy takie jak: niekaranie za zajmowanie wyższego miejsca w rankingu oraz generowanie identycznych rozstrzygnięć jak $\text{Standard}_{\text{z}}$ przy pełnej zgodzie uczestników z oficjalnym rankingiem. Metoda OBPO ma jednak względną przewagę. Polega ona na większej zgodności z wytycznymi płynącymi z hipotezy niepewności wyniku. Przejawem tego jest niższe prawdopodobieństwo zwycięstwa w turnieju głównego faworyta zajmującego pierwsze miejsce w rankingu. W przeciwieństwie do metody Hwanga, metoda OBPO nie zapewnia takiemu głównemu faworytowi spotkania się zawsze z najsłabszym uczestnikiem w pierwszej rundzie.

Na podstawie wyników eksperymentów symulacyjnych udało się także uzyskać dodatkowe uogólnione wnioski, które nie były z góry oczekiwane i tym samym ich sformułowanie nie zostało zidentyfikowane jak cel rozprawy. Najważniejsze z konkluzji tego typu są następujące:

– metoda $\text{Standard}_{\text{z}}$ dominuje w sensie Pareta metodę $\text{Standard}_{\text{bez}}$,

– w stosunku do metody $\text{Standard}_{\text{bez}}$, znane alternatywy prawie zawsze prowadzą do obniżenia pokus do celowych porażek, tym niemniej czasem dzieje się to kosztem – nawet znacznego – obniżenia średniej ważności meczów.

Pierwszy wniosek powinien zainteresować najbardziej konserwatywnych organizatorów rozgrywek, którzy nie są skłonni do rezygnacji z metody standardowej. Również dla nich niniejsza praca zawiera zatem istotną wskazówkę praktyczną. Sformułowana uogólniona konkluzja płynąca z wyników eksperymentów symulacyjnych może być też postrzegana jako dodatkowy – poza osiągnięciami pracy [Hwang 1982] – argument na rzecz uznania wyższości $\text{Standard}_{\text{z}}$ nad $\text{Standard}_{\text{bez}}$.

Drugą z powyższych konkluzji można interpretować jako zidentyfikowanie głównej wady – innych niż metoda OBPO – alternatywnych wobec metody standardowej sposobów kojarzenia w pary. Być może właśnie intuicyjnie wyczuwane przez organizatorów ryzyko obniżenia ważności meczów wywoływała u nich dotychczas niechęć do wprowadzania nowinek organizacyjnych w postaci nowych metod.

Niniejszą pracę traktować można również jako swoiste zaproszenie do podjęcia dalszych prac w obszarze tematycznym, którego dotyczy. Najbardziej oczywiste jest kontynuowanie prób falsyfikacji hipotezy głównej na innych formatach rozgrywek i zróżnicowanych układach siły gry uczestników. Ponadto interesujące byłoby rozważenie uchylenia poszczególnych założeń modelu symulacyjnego, czyli uwzględnienie na przykład: jednoczesności części meczów, wielomeczowych pojedynków w fazie *playoff* oraz różnorodnych kryteriów rozdziału miejsc między uczestników o tej samej liczbie punktów w tabeli końcowej (tzw. kryteria typu „*tie–breaker*"). Koroboracja jest pojęciem stopniowalnym – im więcej różnorodnych prób falsyfikacji zakończyło się niepowodzeniem, tym większa wiarygodność hipotezy.

Kolejne naturalne generalizacje modelu mogą polegać na uchylaniu innych założeń idealizacyjnych, na przykład rezygnując z przyjmowania stałości w czasie macierzy prawdopodobieństw zwycięstw i jej silnej stochastycznej przechodniości. Mogłyby one doprowadzić na przykład do wskazania pewnych charakterystycznych i powtarzalnych cech przypadków, w których metoda OBPO nie dominuje w sensie Pareta metody standardowej. Ciekawym rozwiązaniem mogłaby być w takiej sytuacji zamiana wymogu dominacji w sensie Pareta na postulat mniej restrykcyjny w postaci epsilon–dominacji w sensie Pareta [Horoba i Neumann 2008]. Prawdopodobne wydaje się, iż w wielu przypadkach naruszenie wymogu dominacji w sensie Pareta byłoby stosunkowo niewielkie. Nie należy też przeceniać praktycznego znaczenia ewentualnych przypadków braku zdominowania metody standardowej przez OBPO. Po pierwsze, cecha bycia niezdominowaną jest o wiele słabsza od bycia preferowaną. Po drugie, nawet gdyby w pojedynczym przypadku organizator był przekonany, że zastosowanie metody standardowej jest korzystniejsze, to biorąc pod uwagę horyzont długoterminowy i niechęć do częstych zmian regulaminu, wciąż mógłby preferować metodę OBPO.

W kontekście niniejszej pracy, wydaje się bardzo wątpliwe, by możliwe było skonstruowanie wiarygodnego przykładu sytuacji, gdzie metoda standardowa dominuje w sensie Pareta metodę OBPO. Dalsze badania mogłyby też pokazać, że zastąpienie powyższych postulatów założeniami mniej restrykcyjnymi wciąż prowadzi do zdominowania metody standardowej. Innymi słowy warto poszukiwać takiego – osłabionego – zestawu założeń, przy którym wciąż próby falsyfikacji hipotezy głównej kończą się niepowodzeniem. Ponadto w toku przyszłych prac możliwe są sytuacje, w których zastąpienie aktualnych założeń innymi prowadziłoby do jeszcze wyższych względnych zalet metody OBPO. Na przykład mogłoby to dotyczyć wprowadzenia założenia o niepełnej informacji o macierzach prawdopodobieństw zwycięstw postrzeganych przez innych uczestników. Chodzi tu na przykład o uwzględnienie różnic między uczestnikami w subiektywnie postrzeganych rankingach siły gry. W tego rodzaju sytuacji, transmisja telewizyjna z procedury wyboru oponentów byłaby w metodzie OBPO szczególnie atrakcyjna. Byłoby to bezpośrednią konsekwencją faktu, iż w stosunku do innych metod z własnymi wyborami oponentów generowałaby ona wyższą niepewność w zakresie jej faktycznego przebiegu.

Innym bardzo pożądanym rozszerzeniem prezentowanego modelu symulacyjnego jest dopuszczenie remisu jako możliwego wyniku meczu. W szczególności tego rodzaju generalizacja byłaby konieczna dla sformułowania precyzyjnych wniosków odnoszących się do najpopularniejszej na świecie dyscypliny sportowej, jaką jest piłka nożna. Wydaje się bardzo prawdopodobne, że metoda OBPO również w takiej sytuacji posiada swoje zalety. Tym niemniej korzystne dla dokładnej oceny porównawczej metod będzie tu uwzględnienie miary pokus do celowych remisów. Powinna ona odnosić się do takich sytuacji, gdy najkorzystniejszym wynikiem meczu dla danego uczestnika jest wynik remisowy.

Odmiennym obszarem dalszych dociekań badawczych byłaby próba opracowania metody w pewnym sensie lepszej od metod prezentowanych w niniejszej rozprawie. Możliwą opcją jest na przykład zaproponowanie probabilistycznej (loteryjnej) wersji metody OBPO. Wektor złożony z miejsc w ostatecznej tabeli byłby zmienną losową o rozkładzie uzależnionym od punktów zdobytych w rozgrywkach przez poszczególnych uczestników. Na przykład uczestnik o najwyższej liczbie punktów nie mógłby być całkowicie pewny zajęcia w ostatecznej tabeli miejsca pierwszego, gdyż z pewnym prawdopodobieństwem spadłby na miejsce drugie. Jednakże prawdopodobieństwo takiego spadku malałoby wraz ze wzrostem różnicy punktowej między uczestnikiem o najwyższej i drugiej w kolejności liczbie punktów. Ideą powyższego rozwiązania jest eliminowanie meczów, w których z perspektywy *playoff* dany uczestnik nie ma już nic do zyskania i nic do stracenia. We wszelkich deterministycznych metodach doboru w pary uczestników fazy pucharowej, jedyną miarą osiągnięć uczestników jest pozycja w końcowej tabeli punktowej. Prowadzi to do sytuacji, w których uczestnik o pewnym miejscu w tabeli nie ma dodatkowych bodźców do dalszych zwycięstw. Wprowadzenie metody probabilistycznej sugerowanej powyżej, skutkowałoby dążeniem do jak najwyższej przewagi punktowej nad kolejnym uczestnikiem w tabeli punktowej. Tym samym zawsze występowałyby pewne dodatkowe bodźce do dalszych zwycięstw. Oczywiście z metodami probabilistycznymi wiąże się pewien problem. Zmiana kolejności uczestników naruszająca ich uszeregowanie według liczby zdobytych punktów mogłaby wywoływać u kibiców poczucie niesprawiedliwości. Z drugiej strony można przytoczyć kontrargument wobec takich zarzutów odnoszący się do praktyki zawodów sportowych. Na przykład w losowaniu grup mistrzostw świata (oraz Europy) nie ma pewności, że drużyna zajmująca wyższe miejsce w rankingu – i nawet powszechnie uznawana za znacznie silniejszą – trafi do słabszej grupy (tj. ze słabszymi rywalami). Zasadą jest, że zespoły z tego samego „koszyka" preferowane są podczas losowania w równym stopniu. Powyższy przykład z bardzo ważnych zawodów pokazuje, że kibice są skłonni akceptować wpływ przypadku (losowania) na sprzyjanie uczestnikom słabszym kosztem silniejszych. Otwarta pozostaje zatem kwestia akceptacji w praktyce probabilistycznych metod kojarzenia w pary uczestników fazy pucharowej w rozgrywkach dwufazowych.

Prezentowana praca skłania również do kilku uwag natury bardziej ogólnej. Odnoszą się one do zastosowania metodyki badań operacyjnych do rozwiązywania praktycznych problemów z zakresu ekonomii sportu. Z punktu widzenia naukowca pragnącego wnieść swój realny wkład w „ulepszanie świata", ekonomia sportu wydaje się być stosunkowo atrakcyjnym obszarem badawczym. W stosunku do innych wycinków rzeczywistości gospodarczej, „reguły gry" są zazwyczaj relatywnie dokładniej określone, a często ściśle skodyfikowane. Sama złożoność modelowanych zagadnień sportowych też jest generalnie niższa niż w większości innych dziedzin ekonomii. Niniejsze fakty powodują, iż modele ekonomii sportu są zazwyczaj bliższe rzeczywistości niż te spotykane w innych sub–dyscyplinach nauk ekonomicznych. Tym niemniej, podobnie jak w innych dyscyplinach ekonomii, występują bardzo poważne ograniczenia w dostępie do informacji w kluczowych obszarach, jak np. o postaci funkcji popytu. Na problem wsparcia praktyków przez badania operacyjne warto spojrzeć pragmatycznie jako na alternatywę dla podejść najczęściej wykorzystywanych aktualnie. Typowym sposobem podejmowania decyzji przez organizatorów rozgrywek sportowych jest poleganie na intuicji i wprowadzanie rozwiązań z myślą o osiągnięciu pojedynczych celów. Przytoczona literatura przedmiotu pokazuje, że często takie podejście skutkuje wystąpieniem niezamierzonych efektów, co zazwyczaj wynika z pominięcia aspektów wielokryterialności problemów. Zastosowanie sformalizowanego wsparcia decyzyjnego pozwala między innymi na zidentyfikowanie potencjalnych negatywnych konsekwencji rozważanych zmian, jak też ukazanie prawdopodobnych, a początkowo nieoczekiwanych, efektów pozytywnych. Oczywiście wszelkie modele decyzyjne są, ze swej istoty, niedoskonałe. Złożoność problemów ekonomii sportu wciąż jest znaczna i modele wymagają stosowania zdecydowanych uproszczeń rzeczywistości. Jednakże zastosowanie zdyscyplinowanego podejścia jest często atrakcyjną alternatywą dla polegania wyłącznie na intuicji. Podobnie jak w problemie analizowanym w niniejszej pracy, świadomie można skupić się na wyborze wariantu decyzyjnego jak najmniej wrażliwego na zmiany danych wejściowych, co do których występują naturalne braki wiedzy. Tego rodzaju możliwość jest szczególnie istotna dla decydentów charakteryzujących się dużą awersją do ryzyka, którzy starają się przede wszystkim nie pogorszyć stanu zastanego. Ponadto, zastosowanie modeli umożliwia pokazanie decydentom fundamentalnych ograniczeń występujących w analizowanym zagadnieniu. Na przykład w niniejszej pracy wykazano brak możliwości pełnego wyeliminowania pokus do celowych porażek. Uświadomienie sobie immanentnych ograniczeń ułatwia dialog w ramach gremiów decydenckich, jak też komunikację z osobami z zewnątrz.

Znaczenie niniejszej rozprawy wiąże się przede wszystkim z wieloma możliwościami zastosowania innowacji organizacyjnej polegającej na zastąpieniu metod standardowych zaprezentowaną autorską metodą OBPO. Metody standardowe wykorzystywane są w tysiącach rozgrywek sportowych, a ta praca wskazuje, że powinno się z ich stosowania zupełnie zrezygnować. W pewnych sytuacjach nawet pojedynczy mecz generujący pokusy do celowych porażek może przynieść wysokie straty finansowe zarówno w formie bezpośredniego spadku oglądalności, jak i w postaci długofalowych negatywnych konsekwencji wizerunkowych. Spostrzeżenie to sugeruje, jak znaczne mogą być całkowite korzyści ekonomiczne wynikające z powszechnego wprowadzenia proponowanej innowacji organizacyjnej.

SPIS TABEL

Tabela 1. Zestawienie cech lig typu amerykańskiego i europejskiego 12
Tabela 2. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” przy zastosowaniu metody Standard 79
Tabela 3. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch” przy zastosowaniu metody Standard 82
Tabela 4. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” przy zastosowaniu metody SWO 83
Tabela 5. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch” przy zastosowaniu metody SWO.................................87
Tabela 6. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” przy zastosowaniu metody OBPO 91
Tabela 7. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch” przy zastosowaniu metody SWO.................................99
Tabela 8. Możliwe przejścia między przypadkami za pomocą sekwencji Uprawdopodobniających Zamian Miejscami (UZM)...104
Tabela 9. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje czterech” 109
Tabela 10. Porównanie metod za pomocą modelu analitycznego w formacie typu „z dwóch grup sąsiednich awansuje po dwóch” 121
Tabela 11. Analiza porównawcza metod w pierwszym przypadku formatu typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu”...124
Tabela 12. Tabela grupy drugiej przed ostatnim meczem fazy grupowej w przypadku występowania dodatnich pokus do celowych porażek zarówno względem udziału w finale jak i względem mistrzostwa...137
Tabela 13. Tabela grupy drugiej przed ostatnim meczem fazy grupowej w przypadku występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy mistrzostwa.....139
Tabela 14. Tabela grupy drugiej przed ostatnim meczem fazy grupowej w przypadku występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy udziału w finale 141
Tabela 15. Harmonogram rozgrywek dla formatu „1-6-4” 158
Tabela 16. Harmonogram rozgrywek dla formatu „1-12-8” 158
Tabela 17. Harmonogram rozgrywek dla formatu „2-4-2” 159

Tabela 18. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „2-4-2” 170
Tabela 19. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „2-4-2”..170
Tabela 20. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w finale w formacie „2-4-2” 171
Tabela 21. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem mistrzostwa w formacie „2-4-2”..171
Tabela 22. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „1-6-4” 172
Tabela 23. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „1-6-4”..173
Tabela 24. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w finale w formacie „1-6-4” 173
Tabela 25. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem mistrzostwa w formacie „1-6-4”..174
Tabela 26. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w półfinale w formacie „1-12-8” 175
Tabela 27. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem udziału w finale w formacie „1-12-8” 175
Tabela 28. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium ważności względem mistrzostwa w formacie „1-12-8”..176
Tabela 29. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w półfinale w formacie „1-12-8”..176
Tabela 30. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem udziału w finale w formacie „1-12-8” 177
Tabela 31. Porównanie metod kojarzenia w pary według kryterium pokus względem mistrzostwa w formacie „1-12-8”..177

SPIS PRZYKŁADÓW

Przykład 1. Naruszenie postulatu 2 przez metodę $Standard_{bez}$ 62
Przykład 2. Kojarzenie par półfinałowych w metodzie $Standard_{z}$ 67
Przykład 3. Bodźce skłaniające do „celowych porażek" występujące przed turniejem rozgrywanym systemem pucharowym przy zastosowaniu metod Standard 68
Przykład 4. Przykład ulegnięcia pokusom do celowych porażek, gdzie celem bezpośrednim było dążenie do uzyskania słabszego przeciwnika w pierwszym meczu fazy *playoff* 75
Przykład 5. Przykład ulegnięcia pokusom do celowych porażek, gdzie celem bezpośrednim było dążenie do wyeliminowania groźnego rywala z dalszych rozgrywek 75
Przykład 6. Kojarzenie par pierwszej rundy *playoff* w rozgrywkach o formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu" przy zastosowaniu metody SWO 85
Przykład 7. Analiza kojarzenia w pary przy zastosowaniu metody OBPO w jednym z przypadków tabeli końcowej w formacie typu „z pojedynczej grupy awansuje ośmiu" 95
Przykład 8. Występowanie „korzystnych spadków" i „niekorzystnych awansów" w metodzie duńskiej 125
Przykład 9. Występowanie „korzystnych spadków" i „niekorzystnych awansów" w metodzie norweskiej i szwedzkiej 126
Przykład 10. Kalkulacja ważności Schillinga w rozgrywkach prowadzonych systemem „każdy z każdym" 131
Przykład 11. Przykład występowania dodatnich pokus do celowych porażek zarówno względem udziału w finale jak i względem mistrzostwa 137
Przykład 12. Przykład występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy zwycięstwa w całym turnieju 139
Przykład 13. Przykład występowania dodatnich pokus do celowych porażek tylko z perspektywy udziału w finale 141

SPIS SCHEMATÓW

Schemat 1. Tzw. „drabinka turniejowa" obrazująca kojarzenie w pary przy zastosowaniu metody $Standard_{bez}$ w zawodach rozgrywanych systemem pucharowym o szesnastu uczestnikach 58
Schemat 2. Trzy warianty ułożenia „drabinki turniejowej" w turnieju o czterech uczestnikach 61

Schemat 3. Tzw. „drabinka turniejowa” obrazująca kojarzenie w pary przy zastosowaniu metody $Standard_{bez}$ w zawodach rozgrywanych systemem pucharowym o ośmiu uczestnikach 63
Schemat 4. Graficzna prezentacja idei metody Schwenka w turnieju pucharowym o szesnastu uczestnikach 66
Schemat 5. Drzewo gry odpowiadające przypadkowi 4; wybierającym jest I = 1’..................94
Schemat 6. Drzewo gry drugiego aktu wyboru oponenta, gdy wybierającym jest II=4’ 96
Schemat 7. Drzewo podgry po OOP...96
Schemat 8. Drzewo podgry po OP..97
Schemat 9. Drzewo podgry po P 97
Schemat 10. Zmodyfikowane drzewo gry drugiego aktu wyboru oponenta 98
Schemat 11. Idea dwupoziomowych symulacji stochastycznych 150

BIBLIOGRAFIA

1. A.T. Kearney, Inc., *A Wider World of Sports*, 2011, http://www.atkearney.co.kr/test/uploads/JZUO_011-EAXIV-A-Wider-World-of-Sports.pdf [dostęp: 27.01.2018]
2. Abrevaya, J., 2002, *Ladder tournaments and underdogs: lessons from professional bowling*, Journal of Economic Behavior and Organization, vol. 47, no. 2, s. 87-101
3. Abrevaya, J., 2004, *Fit to be Tied. The Incentive Effects of Overtime Rules in Professional Hockey*, Journal of Sports Economics, vol. 5, no. 3, s. 292-306
4. Alavy, K., Gaskell, A., Leach, S., Szymanski, S., 2010, *On the edge of your seat: Demand for football on television and the uncertainty of outcome hypothesis*, International Journal of Sport Finance, vol. 5, no. 2, s. 75-95
5. Albert, J., 2012, *Preparing for a Career as a Sports Statistician: Two Interviews with People in the Field*, http://stattrak.amstat.org/2012/08/01/sports-statistician/, [dostęp: 27.01.2018]
6. Andreff, W., 2008, *Globalization of the sports economy*, Rivista di Diritto ed Economia dello Sport, vol. 4, no. 3, s. 13-31
7. Andreff, W., Nys, J. F., 2002, *Economie du Sport*, University Presses of France, Paris
8. Annis, D. H., 2006, *Optimal end–game strategy in basketball*, Journal of Quantitative Analysis in Sports, vol. 2, no. 2, s. 115-124
9. Bae, S., Choi, J. P., 2007, *The optimal number of firms with an application to professional sports leagues*, Journal of Sports Economics, vol. 8, iss. 1, s. 99-108
10. Balsdon, E., Fong, L., Thayer, M. A., 2007, *Corruption in College basketball? Evidence of tanking in postseason conference tournaments*, Journal of Sports economics, vol. 8, iss. 1, s. 19-38
11. Banerjee, A. N., Swinnen, J. F., 2004, *Does a sudden death liven up the game? Rules, incentives, and strategy in football*, Economic Theory, vol. 23, iss. 2, s. 411-421
12. Banerjee, A. N., Swinnen, J. F., Weersink, A., 2007, *Skating on thin ice: rule changes and team strategies in the NHL*, Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'économique, vol. 40, iss. 2, s. 493-514

13. Beaudoin, D., Swartz, T. B., 2010, *Strategies for pulling the goalie in hockey*, The American Statistician, vol. 64, iss. 3, s. 197-204

14. Becker, G., 1968, *Crime and Punishment: An Economic Approach*, The Journal of Political Economy, vol. 76, iss. 2, s. 169-217

15. Becker, B., Huselid, M., 1992, *The incentive effects of tournament compensation systems*, Administrative Science Quarterly, vol. 37, iss. 2, s. 336-350

16. Berentsen, A., 2002, *The economics of doping*, European journal of political economy, vol. 18, iss. 1, s. 109-127

17. Berri, D., Krautmann, A. C., 2006, *Shirking on the Court: Testing for the Incentive Effects of Guaranteed Pay,* Economic Inquiry, vol. 44, iss. 3, s. 46-536

18. Billsberry, J., Nelson, P., 2009, *Alternatives to the penalty shoot–out*, w: Thomas Reilly, T., Korkusuz, F. (red.), *Science and Football VI*, Routledge, Abingdon, s. 394-399

19. Bird, E. J., Wagner, G. G., 1997, *Sport as a Common Property Resource. A Solution to the Dilemmas of Doping*, Journal of Conflict Resolution, vol. 41, iss. 6, s. 749-766

20. Bishop, J., Finch, J. H., Formby, J. P., 1990, *Risk aversion and rent–seeking redistributions: Free agency in the National Football League*, Southern Economic Journal, vol. 57, iss. 1, s. 114-124

21. Błachnio, A., Weremko, M., 2011, *Academic Cheating is Contagious: the Influence of the Presence of Others on Honesty. A Study Report*, International Journal of Applied Psychology, vol. 1, iss. 1, s. 14-19

22. Borland, J., Macdonald, R., 2003, *Demand for Sport*, Oxford Review of Economic Policy, vol. 19, iss. 4, s. 478-502

23. Borland, J., Chicu, M., Macdonald, R. D., 2009, *Do teams always lose to win? Performance incentives and the player draft in the Australian Football League*, Journal of Sports Economics, vol. 10, iss. 5, s. 451-484

24. Bourg, J. F., Gouget, J. J., 1998, *Analyse economique du Sport,* University Presses of France, Paris

25. Bowles, R., 2000, *Corruption,* w: Bouckaert, B., De Geest, G. (red.), *Encyclopedia of Law and Economics*, vol. 5, Edward Elgar, Cheltenham, s. 460-491

26. Bradley, R. A., Terry, M. E., 1952, *Rank analysis of incomplete block designs, I. the method of paired comparisons*, Biometrika, vol. 39, no. 3/4, s. 324-345

27. Breivik, G., 1987, *The doping dilemma. Some game theoretical and philosophical considerations*, Sportwissenschaft, vol. 17, s. 83-94

28. Broadie, Mark, Du, Y, Moallemi, C.C., 2011, *Efficient risk estimation via nested sequential simulation*, Management Science, vol. 57, iss. 6, s. 1172-1194

29. Brocas, I., Carrillo, J. D., 2004, *Do the "Three–Point Victory" and "Golden Goal" Rules Make Soccer More Exciting?*, Journal of Sports Economics, vol. 5, iss. 2, s. 169-185

30. Buch, M. P., Schellhaas, H. M., 2005, *Okonomik von Sportligen,* Verlag Karl Hofmann, Schorndorf

31. Buchanan, J. M., 1965, An Economic Theory of Clubs, *Economica*, vol. 32, iss. 125, s. 1-14

32. Buechel, B., Emrich, E., Pohlkamp, S., 2013, *Nobody's innocent: the role of customers in the doping dilemma*, MPRA Paper No. 44627

33. Buraimo, B., Migali, G., Simmons, R., 2016, *An Analysis of Consumer Response to Corruption: Italy's Calciopoli Scandal*, Oxford Bulletin of Economics and Statistics, vol. 78, iss. 1, s. 22-41

34. Carrillo, J. D., 2007, *Penalty Shoot–Outs Before or After Extra Time?,* Journal of Sports Economics, vol. 8, iss. 5, s. 505-518

35. Cartwright, E., Leadbetter, M., 2018, *Coordinating on Who Dopes: An All Pay Auction Approach to Model Doping in Sport*, https://ssrn.com/abstract=3102350

36. Caruso, R., 2007, *The Basics Economics of Match–Fixing in Sport Tournaments*, Economic Analysis and Policy, vol. 39, iss. 3, s. 355-377

37. Chapagain, D. P., 2013, *Operations Research in Post Modern Era: Apple–pie with Ice–cream*, Operations Research, vol. 1, s. 2-16

38. Che, Y. K., Hendershott, T., 2008, *How to Divide the Possession of a Football?*, Economics Letters, vol. 99, iss. 3, s. 561-565

39. Chen, J., Dong, D., 2012, *Research on the General Method of Round Robin Scheduling*, w: Jin, D., Lin, S. (red.), *Advances in Multimedia, Software Engineering and Computing*, vol. 2, Springer, Berlin, s. 393-399

40. Clarke, S. R., Norman, J. M., 2012, *Optimal challenges in tennis*, Journal of the Operational Research Society, vol. 63, iss. 12, s. 1765-1772

41. Clayton, M., Yermack, D., 2001, *Major League Baseball Player Contracts: An Investigation of the Empirical Properties of Real Options*, NYU Working Paper No. FIN-01-048

42. Coenen, C. R., 2005, *From Sandlots to the Super Bowl: The National Football League, 1920-1967,* The University of Tennessee Press, Knoxville

43. Cooper, W. W., Ruiz, J. L., Sirvent, I., 2009, *Selecting non–zero weights to evaluate effectiveness of basketball players with DEA*, European Journal of Operational Research, vol. 195, iss. 2, s. 563-574

44. Cyrenne, P., 2001, *A Quality-of-Play Model of a Professional Sports League*, Economic Inquiry, vol. 39, iss. 3, s. 444-452

45. Dal, B. E., Terviö, M., 2013, *Self–esteem, moral capital, and wrongdoing*, Journal of the European Economic Association, vol. 11, iss. 3, s. 599-663

46. Daly, G., Moore, W. J., 1981, *Externalities, property rights, and the allocation of resources in Major League Baseball*, Economic Inquiry, vol. 19, iss. 1, s. 77-95

47. De Baets, B., Fodor, J., 2010, *Preference modelling, a matter of degree*, w: Ehrgott, M., Figueira, J. R., Greco S. (red.), *Trends in Multiple Criteria Decision Analysis*, Springer, s. 123-156

48. De Lorenzo, M., Stylianou, S., Grundy, I., O'Bree, B., 2017, *Draw importance in football*, [w:] MathSport International 2017 Conference, Padova University Press, s. 238-243

49. De Meyer, H., De Baets, B., Jenei, S., 2001, *A generalization of stochastic and fuzzy transitivity for reciprocal fuzzy relations*, EUSFLAT Conference, http://www.eusflat.org/proceedings/EUSFLAT_2001/papers/261_DeMeyer.pdf, [dostęp: 27.01.2018]

50. Denzin, N., 2006, *Sociological Methods: A Sourcebook,* Aldine Transaction, New Brunswick

51. Dietl, H., Lang, M., Rathke, A., 2009, *The Effect of Salary Caps in Professional Team Sports on Social Welfare,* The BE Journal of Economic Analysis and Policy, vol. 9, article 17

52. Dietl, H., Lang, M., Werner, S., 2010, *The Effect of Luxury Taxes on Social Welfare in Team Sports Leagues*, International Journal of Sport Finance, vol. 5, iss. 1, s. 41-51

53. Dixon, M. J., Coles, S. G., 1997, *Modelling association football scores and inefficiencies in the football betting market*, Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics), vol. 46, iss. 2, s. 265-280

54. Dominicy, Y., Ley, C., Swan, Y., 2013, *A Stochastic Analysis of Table Tennis*, Brazilian Journal of Probability and Statistics, vol. 27, iss. 4, s. 467-486

55. Downward, P., Dawson, A., 2001, *The Economics of Professional Team Sports,* Routledge, London

56. Duggan, M., Levitt, S. D., 2002, *Winning isn't Everything: Corruption in Sumo Wrestling*, The American Economic Review, vol. 92, iss. 5, s. 1594-1605

57. Eber, N., 2012, *Doping and Anti–doping Measures*, w: Maennig, W., Zimbalist, A. (red.), *International Handbook on the Economics of Mega Sporting Events*, Edward Elgar, Cheltenham

58. Ehrenberg, R., Bognanno, M., 1990a, *Do Tournaments have incentive effects*, Journal of Political Economy, vol. 98, iss. 6, s. 1307-1324

59. Ehrenberg, R., Bognanno, M., 1990b, *The Incentive Effects of Tournaments Revisited: Evidence from the European PGA Tour*, Industrial and Labor Relations Review, vol. 43, iss. 3, 74S-88S

60. El Hodiri, M., Quirk, J., 1971, *An Economic Model of a Professional Sports League*, Journal of Political Economy, vol. 79, iss. 6, s. 1302-1319

61. Fizel, J., 2017, Handbook of sports economics research, Routledge

62. Forrest, D., Simmons, R., 2002a, *Outcome uncertainty and attendance demand in sport: the case of English soccer*, Journal of the Royal Statistical Society, Series D (The Statistician), vol. 51, no. 2, s. 229-241

63. Forrest, D., Simmons, R., Buraimo, B., 2005, *Outcome uncertainty and the couch potato audience*, Scottish Journal of Political Economy, vol. 52, iss. 4, s. 641-661

64. Fort, R., Quirk, J., 1995, *Cross–subsidization, Incentives, and Outcomes in Professional Team Sports Leagues*, Journal of Economic Literature, vol. 33, iss. 3, s. 1265-1299

65. Fort, R., 2003, *Sports Economics*, Prentice–Hall, Upper Saddle River, N. J.

66. Frick, B., Prinz, J., Dilger, A., 2007, *Pay and performance in professional road running: the case of city marathons*, International Journal of Sport Finance, vol. 2, iss. 1, s. 25-35

67. Frick, B., 2007, *The football players' labour market: Empirical evidence from the major European leagues*, Scottish Journal of Political Economy, vol. 54, iss. 3, s. 422-446

68. Friend, D., 2013, *NHL Brand Value Dips Thanks To 2012 Hockey Lockout, Say Study*, http://www.huffingtonpost.ca/2013/02/13/nhl-brand-value-drops_n_2675352.html, [dostęp: 27.01.2018]

69. Fry, M. J., Lundberg, A. W., Ohlmann, J. W., 2007, *A player selection heuristic for a sports league draft*, Journal of Quantitative Analysis in Sports, vol. 3, iss. 2, s. 1-35

70. Gabel, A., Redner, S., 2012, *Random walk picture of basketball scoring*, Journal of Quantitative Analysis in Sports, vol. 8, iss. 1, s. 1-20

71. García, J., Rodríguez, P., 2002, *The determinants of football match attendance revisited empirical evidence from the Spanish football league*, Journal of Sports Economics, vol. 3, iss. 1, s. 18-38

72. Garcia, J., Rodriguez, P., 2006, *The determinants of TV audience for Spanish football: A first approach*, w: Rodriguez, P., Késenne, S., Garcia, J. (red.), *Sports economics after fifty years: Essays in honour of Simon Rottenberg*, Universidad de Oviedo, Oviedo, s. 147-167

73. Gibson, M. R. i in., 2010, *An agent–based stochastic ruler approach for a stochastic knapsack problem with sequential competition*, Computers and Operations Research, vol. 37, iss. 3, s. 598-609

74. Goossens, D. R., Beliën, J., Spieksma, F. C., 2012, *Comparing league formats with respect to match importance in Belgian football*, Annals of Operations Research, vol. 194, iss. 1, s. 223-240

75. Gordy, M. B., Juneja, S., 2010, *Nested simulation in portfolio risk measurement*. Management Science, vol. 56, iss. 10, s. 1833-1848

76. Grier, K. B., Tollison, R. D., 1994, *The Rookie Draft and Competitive Balance: The Case of Professional Football*, Journal of Economic Behavior & Organization, vol. 25, no. 2, s. 293-298

77. Grobler, A., 2006, Metodologia nauk, Wydawnictwo Aureus, Wydawnictwo Znak, Kraków

78. Groh, C., Moldovanu, B., Sela, A., Sunde, U., 2012, *Optimal seedings in elimination tournaments*, Economic Theory, vol. 49, iss. 1, s. 59-80

79. Groothuis, P. A., Johnson, B. K., Whitehead, J. C., 2004, *Public funding of professional sports stadiums: Public choice or civic pride?*, Eastern Economic Journal, vol. 30, iss. 4, s. 515-526

80. Haber, L. J., 2006, *Labor Negotiations and Game Theory: The Case of Asymmetric Bargaining Power*, Journal of Collective Negotiations (formerly Journal of Collective Negotiations in the Public Sector), vol. 31, iss. 1, s. 21-32

81. Halicioglu, F., 2009, *The impact of football point systems on the competitive balance: evidence from some european football leagues*, Rivista di Diritto ed Economia dello Sport, vol. 2, iss. 2, s. 67-76

82. Hammett, A., Pittel, B., 2008, *How often are two permutations comparable?*, Transactions of the American Mathematical Society, vol. 360, iss. 9, s. 4541-4568

83. Haugen, K. K., 2008, *Point score systems and competitive imbalance in professional soccer*, Journal of Sports Economics, vol. 9, iss. 2, s. 191-210

84. Heinemann, K., 1995, *Einfuhrung in die Okonomie des Sports*, Verlag Karl Hofmann, Schorndorf

85. Heubeck, T., Scheuer, J., 2003, *Incentive Clauses in Players' Contracts in Team Sports–Theory and Practice*, German Working Papers in Law and Economics, vol. 2003, article 1

86. Hill, J. R., Jolly, N. A., 2012, *Salary Distribution and Collective Bargaining Agreements: A Case Study of the NBA*, Industrial Relations: A Journal of Economy and Society, vol. 51, iss. 2, s. 342-363

87. Hill, J. R., Taylor, J. E., 2008, *Do Professional Sports Unions Fit the Standard Model of Traditional Unionism?*, Journal of Labor Research, vol. 29, iss. 1, s. 56-67

88. Hill, J. R., Groothuis, P. A., 2001, The New NBA *Collective Bargaining Agreement, The Median Voter Model and a Robin–Hood Rent Redistribution*, Journal of Sports Economics, vol. 2, iss. 2, s. 131-144

89. Höchtl, W., Kerschbamer, R., Walde, J., 2006, *Playoff Seeding and Strategic Losing in Regular Season Competition*, niepublikowane materiały konferencyjne na Conference on Economic Design, Bodrum, Turkey

90. Holden, E., Sommers, P., 2005, *The Influence of Free–Agent Filing on MLB Player Performance,* Atlantic Economic Journal, vol. 33, iss. 4, s. 489-489

91. Horen, J., Riezman, R., 1985, *Comparing draws for single elimination tournaments*, Operations Research, vol. 33, iss. 2, s. 249-262

92. Horoba, C., Neumann, F., 2008, *Benefits and drawbacks for the use of epsilon–dominance in evolutionary multi–objective optimization*, w: Keijzer, M. (red.), *Proceedings of the 10th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, s. 641-648

93. Howarth, A., Robinson, T. A., 2008, *The Impact of the Salary Cap in the European Rugby Super League*, International Journal of Business and Management, vol. 3, iss. 6, s. 3-7

94. Hwang, F.K., 1982, *New concepts in seeding knockout tournaments*, American Mathematical Monthly, vol. 89, s. 235-239

95. Ignasiak, E. (red.), 1997, Badania operacyjne, Wydanie drugie, PWE, Warszawa

96. Jackson, D. A., 1993, *Independent trials are a model for disaster*, Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics), vol. 42, s. 211-220

97. Jones, J. C. H., 1969, *The Economics of the National Hockey League*, The Canadian Journal of Economics/Revue canadienne d'Economique, vol. 2, iss. 1, s. 1-20

98. Kahn, L. M., 2007, *Sports league expansion and consumer welfare*, Journal of Sports Economics, vol. 8, iss. 2, s. 115-138

99. Kaplan, A., O'Reilly, N. J., 2008, *The CEO'star athlete'analogy: the role of variable compensation in professional sport*, International Journal of Sport Management and Marketing, vol. 3, iss. 4, s. 358-373

100. Kendall, G. X., Knust, S., Ribeiro, C. C., Urrutia, S., 2010, *Scheduling in sports: an annotated bibliography*, Computers and Operations Research, vol. 37, iss. 1, s. 1-19

101. Kesenne, S., 2000a, *Revenue Sharing and Competitive Balance in Professional Team Sports*, Journal of Sports Economics, vol. 1, iss. 1, s. 56-65

102. King, N., Owen, P. D., Audas, R., 2012, *Playoff Uncertainty, Match Uncertainty and Attendance at Australian National Rugby League Matches*, Economic Record, vol. 88, iss. 281, s. 262-277

103. Knowles, G., Sherony, K., Haupert, M., 1992, *The demand for major league baseball: a test of the uncertainty of outcome hypothesis*, The American Economist, vol. 36, iss. 2, s. 72-80

104. Koning, R., Koolhaus, M., Renes, G., Ridder, G., 2003, A simulation model for football championships, European Journal of Operational Research 148, s. 268-276

105. Kostuk, K. J., Willoughby, K. A., 2006, Curling's paradox. Computers & operations research, 33(7), 2023-2031

106. Kovacs, B., 2009, *The Effect of the Scoring System Changes in Volleyball: A Model and an Empirical Test*, Journal of Quantitative Analysis in Sports, vol. 5, iss. 3, s. 1-12

107. Kräkel, M., 2014, *Sandbagging*, Journal of Sports Economics, vol. 15, iss. 3, s. 263-284

108. Krautmann, A. C., Donley, T., 2009, *Shirking in Major League Baseball: Revisited*, Journal of Sports Economics, vol. 10, iss. 3, s. 292-304

109. Krautmann, A. C., 1990, *Shirking or Stochastic Productivity in Major League Baseball?*, Southern Economic Journal, vol. 56, iss. 4, s. 961-968

110. Krautmann, A. C., Solow, J. L., 2009, *The dynamics of performance over the duration of major league baseball long–term contracts*, Journal of Sports Economics, vol. 10, iss. 1, s. 6-22

111. La Croix, S., Kawaura, A., 1999, *Rule changes and competitive balance in Japanese professional baseball,* Economic Inquiry, vol. 37, iss. 2, s. 353-368

112. Lahvicka, J., 2013, *Impact of playoffs on seasonal uncertainty in Czech ice hockey Extraliga*, Journal of Sports Economics, doi:10.1177/1527002513509109

113. Lan, H., Nelson, B. L., Staum, J., 2007, *Two–level simulations for risk management*, w: Chick, S., Chen, C. H., Henderson, S., Yücesan, E. (red.), *Proc. 2007 INFORMS Simulation Soc. Res. Workshop*., Hanover, MD, s. 102-107

114. Larsen, A., Fenn, A. J., 2006, *The Impact of Free Agency and the Salary Cap on Competitive Balance in the National Football League*, Journal of Sports Economics, vol. 7, iss. 4, s. 374-390

115. Lee, S. H., 1998, *Monte Carlo computation of conditional expectation quantiles*, praca doktorska, Stanford University, Stanford, [maszynopis niepublikowany]

116. Lee, Y. H., Fort, R., 2008, Attendance and the uncertainty–of–outcome hypothesis in baseball, Review of Industrial Organization, vol. 33, iss. 4, s. 281-295

117. Leeds, M., von Allmen, P., 2016, *The Economics of Sports,* Routledge

118. Lempert, R. J., Popper, S. W., Bankes, S. C., 2003, *Shaping the Next One Hundred Years: new methods for quantitative, long–term policy analysis*, RAND Corporation, Santa Monica

119. Lenten, L. J., Libich, J., Stehlík, P., 2013, *Policy Timing and Footballers' Incentives: Penalties Before or After Extra–Time?,* Journal of Sports Economics, vol. 14, iss. 6, s. 629-655

120. Li, M., Hofacre, S., Mahoney D., 2001, *Economics of Sports*, Fitness Information Technology, Morgantown

121. Longley, N., Sankaran, S., 2007, *The Incentive Effects of Overtime Rules in Professional Hockey A Comment and Extension*, Journal of Sports Economics, vol. 8, iss. 5, s. 546-554

122. Maennig, W., 2008, *Corruption in international sports and how it may be combatted*, International Association of Sports Economists & North American Association of Sports Economists, Working Paper Series, Paper No. 08-13

123. Maennig, W., 2009, *Pecuniary Disincentives in the Anti–doping Fight*, Economic Analysis and Policy, vol. 39, no. 3, s. 349-351

124. Maher, M. J., 1982, *Modelling association football scores*, Statistica Neerlandica, vol. 36, iss. 3, s. 109-118

125. Marchand, É., 2002, *On the comparison between standard and random knockout tournaments*, Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician), vol. 51, iss. 2, s. 169-178

126. Matheson, V. A., 2009, *Economic multipliers and mega–event analysis*, Journal of Sport Finance, vol. 4, iss. 1, s. 63-70

127. Maxcy, J., 1997, *Do Long–term Contracts Influence Performance in Major League Baseball?*, w: Hendricks, W. (red.), *Advances in the Economics of Sports*, JAI Press, Greenwich, s. 157-176

128. Maxcy, J., Krautmann, A. C., Fort, R., 2002, *The Effectiveness of Incentive Mechanisms in Major League Baseball*, Journal of Sports Economics, vol. 3, iss. 3, s. 246-255

129. McHale, I., Scarf, P., 2011, *Modelling the dependence of goals scored by opposing teams in international soccer matches*, Statistical Modelling, vol. 11, iss. 3, s. 219-236

130. McKenzie, C., 2007, *The use of criminal justice mechanisms to combat doping in sport*, http://www.legal-league.com/law/1206.html, [dostęp: 27.01.2018]

131. Międzynarodowy Komitet Olimpijski, 2017, *Karta Olimpijska*, http://www.olimpijski.pl/Media/files/Karta%20Olimpijska%2015.09.2017_1.pdf

132. Mingers, J., 2010, *Multimethodology*, Encyclopedia of Operations Research and Management Science, John Wiley & Sons, Inc, Canterbury

133. Mondello, M., Maxcy, J., 2009, *The Impact of Salary Dispersion and Performance Bonuses in NFL Organizations*, Management Decision, vol. 47, iss. 1, s. 110-123

134. Mosteller, F., 1951, *Remarks on the method of paired comparisons: I. The least squares solution assuming equal standard deviations and equal correlations*, Psychometrika, vol. 16, s. 3-9

135. Mulok, D., 2012, A literature Review of Sports Economics Studies, http://www.academia.edu/1477073/A_literature_Review_of_Sports_Economics_Studie [dostęp: 27.01.2018]

136. Neale, W. C., 1964, *The Peculiar Economics of Professional Sports: A Contribution to the Theory of the Firm in Sporting Competition and in Market Competition*, Quarterly Journal of Economics, vol. 78, iss. 1, s. 1-14

137. Noll, R. G. (red.), 1974, *Government and the Sports Business*, The Brookings Institution, Washington D.C.

138. Owen, J. G., 2006, *The intangible benefits of sports teams*, Public Finance and Management, vol. 6, iss. 3, s. 321-345

139. Paindaveine, D., Swan, Y., 2011, *A Stochastic Analysis of Some Two-Person Sports*, Studies in Applied Mathematics, vol. 127, iss. 3, s. 221-249

140. Palomino, F., Rigotti, L., 2000, *The Sport League's Dilemma: Competitive Balance Versus Incentives To Win*, Tilburg University Center for Economic Research Working Paper No. 2000-109

141. Papps, K. L., 2010, *Productivity Under Large Pay Increases: Evidence from Professional Baseball*, IZA Discussion Paper No. 5133, Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1663173 [dostęp: 27.01.2018]

142. Parker, G. E., 2010, *Down 4 with a Minute to Go*, w: Gallian, J. A. (red.), *Mathematics & Sports*, s. 71-84

143. Paul, R., Weinbach, P., 2007, *The uncertainty of outcome and scoring effects on Nielsen ratings for Monday Night Football*, Journal of Economics and Business, vol. 59, iss. 3, s. 199-211

144. Peel, D., Thomas, D., 1988, *Outcome Uncertainty and the Demand for Football: An Analysis of Match Attendances in the English Football League*, Scottish Journal of Political Economy, vol. 35, iss. 3, s. 242-249

145. Peel, D., Thomas, D., 1992, *The Demand for Football: some evidence on outcome uncertainty, Empirical Economics*, vol. 17, iss. 2, s. 323-331

146. Peel, D., Thomas, D., 1997, *Handicaps, outcome uncertainty and attendance demand*, Applied Economics Letters, vol. 4, iss. 9, s. 567-570

147. Percy, D. F., 2009, *A mathematical analysis of badminton scoring systems*, Journal of the Operational Research Society, vol. 60, iss. 1, s. 63-71

148. Popper, S. W., Lempert, R. J., Bankes, S. C., 2005, *Na tropie stabilnych prognoz*, Świat Nauki, nr 6, s. 72-77

149. Preston, I., Szymanski, S., 2003, *Cheating in Contests*, Oxford Review of Economic Policy, vol. 19, no. 4, s. 612-624

150. Price, J., Soebbing, B. P., Berri, D., Humphreys, B. R., 2010, *Tournament incentives, league policy, and NBA team performance revisited*, Journal of Sports Economics, vol. 11, iss. 2, s. 117-135

151. PricewaterhouseCoopers, 2011, *Changing the game. Outlook for the global sports market to 2015*, www.pwc.com/sportsoutlook, [dostęp: 27.01.2018]

152. Pszczołowski, T., 1978, *Mała encyklopedia prakseologii i teorii organizacji*, PAN, Wrocław

153. Puterman, M. L., Wang, Q., 2011, *Optimal dynamic clustering through relegation and promotion: How to design a competitive sports league*, Journal of Quantitative Analysis in Sports, vol. 7, issue 2, article 7

154. Rascher, D., 1999, *A test of the optimal positive production network externality in Major League Baseball*, MPRA Paper No. 25832, http://mpra.ub.uni-muenchen.de/25832/1/New_Optimal_paper1.pdf?origin=publication_detail [dostęp: 27.01.2018]

155. Rasmussen, R. V., Trick, M. A., 2008, *Round robin scheduling – a survey*, European Journal of Operational Research, vol. 188, iss. 3, s. 617-636

156. Rodríguez, P., Késenne, S., García, J. (red.), 2006, *Sports Economics After Fifty Years: Essays in Honour of Simon Rottenberg*, Universidad de Oviedo, Oviedo

157. Rogers, E. M., 1995, *Diffusion of innovations* (4th ed.), Free Press, New York

158. Rottenberg, S., 1956, *The Baseball Players' Labor Market*, Journal of Political Economy, vol. 44, iss. 3, s. 242-258

159. Royston, G., 2013, *Operational Research for the Real World: big questions from a small island*, Journal of the Operational Research Society, vol. 64, iss. 6, s. 793-804

160. Rue, H., Salvesen, O., 2000, *Prediction and retrospective analysis of soccer matches*, Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician), vol. 49, iss. 3, s. 399-418

161. Runco, M. A., Pritzer, S. R. (red.), 1999, *Encyclopedia of Creativity. Vol. 1*, Academic Press, San Diego

162. Ryvkin, D., 2013, *Contests with doping*, Journal of Sports Economics, vol. 14, iss. 3, s. 253-275

163. Szczepłek, S., 2013, *Cały świat oszukuje*, Rzeczpospolita, 4 lutego, http://www.rp.pl/artykul/977556.html?print=tak&p=0, [dostęp: 27.01.2018]

164. Sandy, R., Sloane, P. J., Rosentraub, M. S., 2004, *The Economics of Sports*, Macmillan, London

165. Santos, J. M. S., García, P. C., 2011, *A Bibliometric Analysis of Sports Economics Research*, International Journal of Sport Finance, vol. 6, iss. 3, s. 222-244

166. Scarf, P. A., Shi, X., 2008, *The importance of a match in a tournament*, Computers & Operations Research, vol. 35, iss. 7, s. 2406-2418

167. Scarf, P. A., Yusof, M. M., 2011, *A numerical study of tournament structure and seeding policy for the soccer World Cup Finals*, Statistica Neerlandica, vol. 65, iss. 1, s. 43-57

168. Scarf, P. A., Yusof, M. M., Bilbao, M., 2009, *A numerical study of designs for sporting contests*, European Journal of Operational Research, vol. 198, iss. 1, s. 190-198

169. Schilling, M. F., 1994, *The importance of a game*, Mathematics Magazine, vol. 67, iss. 4, s. 282-288

170. Schultz, M., 2010, *Reconciling pragmatism and scientific rigor*, Journal of Management Inquiry, vol. 19, iss. 3, s. 274-277

171. Schwenk, A. J., 2000, *What is the correct way to seed a knockout tournament?*, American Mathematical Monthly, vol. 107, iss. 2, s. 140-150

172. Shepotylo, O., 2010, *The law of unintended consequences in soccer: impact of three–point–a–win rule on strategies and outcomes*, Discussion Papers, No 30, Kyiv School of Economics, http://www.researchgate.net/publication/46466298_The_law_of_unintended_consequences_in_soccer_impact_of_three-point-a-win_rule_on_strategies_and_outcomes/file/9c960526a59f44e283.pdf, [dostęp: 27.01.2018]

173. Shmanske, S., Lowenthal, F., 2007, *Overtime Incentives in the National Hockey League (NHL) More Evidence*, Journal of Sports Economics, vol. 8, iss. 4, s. 435-442

174. Siegfried, J., Zimbalist, A., 2000, *The Economics of Sports Facilities and Their Communities*, Journal of Economic Perspectives, vol. 14, iss. 3, s. 95-114

175. Sire, C., Redner, S., 2009, *Understanding baseball team standings and streaks*, The European Physical Journal B, vol. 67, iss. 3, s. 473-481

176. Sirlin, D., 2012, *Playing to win in Badminton*, http://www.sirlin.net/blog/2012/8/1/playing-to-win-in-badminton.html, [dostęp: 27.01.2018]

177. Sloane, P. J., 1969, *The Labour Market in Professional Football*, British Journal of Industrial Relations, vol. 7, iss. 2, s. 181-199

178. Sloane, P. J., 1971, *The Economics of Professional Football: The Football Club as a Utility Maximiser*, Scottish Journal of Political Economy, vol. 18, iss. 2, s. 121-146

179. Stern, H., 1992, *Are all linear paired comparison models empirically equivalent?*, Mathematical Social Sciences, vol. 23, iss. 1, s. 103-117

180. Straffin, P. D., 2004, *Teoria gier*, Scholar, Warszawa

181. Streicher, T., Schmidt, S. L., Schreyer, D., Torgler, B., 2017, *Is it the economy, stupid? The role of social versus economic factors in people's support for hosting the Olympic Games: evidence from 12 democratic countries*, Applied Economics Letters, vol. 24, iss. 3, s. 170-174

182. Sunde, U., 2003, *Potential, prizes and performance: Testing tournament theory with professional tennis data*, Institute for the Study of Labor (IZA) Discussion Paper 947, http://ssrn.com/abstract=477442, [dostęp 27.01.2018]

183. Szymanski, S., 2003, *The economic design of sporting contests*, Journal of Economic Literature, vol. 41, iss. 4, s. 1137-1187

184. Szymanski, S., Késenne, S., 2004, *Competitive Balance, The Contest Success Function and Gate Revenue Sharing in Team Sports*, The Journal of Industrial Economics, vol. 52, iss. 1, s. 165-177

185. Świtalski, Z., 2003, General transitivity conditions for fuzzy reciprocal preference matrices, Fuzzy Sets and Systems, vol. 137, iss. 1, s. 85-100

186. Taylor, B., Trogdon, J., 2002, *Losing to win: Tournament incentives in the National Basketball Association*. Journal of Labor Economics, vol. 20, iss. 1, s. 23-41

187. Thurstone, L. L., 1927, *A law of comparative judgment*. Psychological Review, vol. 34, iss. 4, s. 273-286

188. Tibshirani, R. J., Price, A., Taylor, J., 2011, *A statistician plays darts*, Journal of the Royal Statistical Society: Series A (Statistics in Society), vol. 174, iss. 1, s. 213-226

189. Tiedemann, T., Francksen, T., Latacz–Lohmann, U., 2011, *Assessing the performance of German Bundesliga football players: a non–parametric metafrontier approach*, Central European Journal of Operations Research, vol. 19, iss. 4, s. 571-587

190. Totty, E. S., Owens, M. F., 2011, *Salary Caps and Competitive Balance in Professional Sports Leagues*, Journal for Economic Educators, vol. 11, iss. 2, s. 46-56

191. Trosien, G., 2003, *Sportökonomie*, Meyer and Meyer, Aachen

192. UEFA, 2012, *Regulations of the UEFA European Football Championship 2010-12*, http://www.uefa.com/multimediafiles/download/competitions/euro/91/87/57/918757_download.pdf [dostęp: 27.01.2018]

193. Vrooman, J., 1997, *Franchise Free Agency in Professional Sports Leagues*, Southern Economic Journal, vol. 64, iss. 1, s. 191-219

194. Walters, C., Williams, T., 2012, *To tank or not to tank? Evidence from the NBA*, MIT Sloan Sports Conference March 2-3, 2012, Boston, MA, USA, http://www.sloansportsconference.com/wp-content/uploads/2012/02/35-Walters_Williams_NBA_2012.pdf [dostęp: 27.01.2018]

195. White, M. D., 1986, *Self–interest redistribution and the National Football League Players Association*, Economic Inquiry, vol. 24, iss. 4, s. 669-681

196. Wikipedia, 2018a, *Sports labor disputes in the United States*, http://en.wikipedia.org/wiki/Category:Sports_labor_disputes_in_the_United_States, [dostęp: 27.01.2018]

197. Wikipedia, 2018b, *Playoff*s *Association football*, http://en.wikipedia.org/wiki/*Playoff*s#Association_football, [dostęp: 27.01.2018]

198. Winston, W. L., 2012, *Mathletics: How Gamblers, Managers, and Sports Enthusiasts Use Mathematics in Baseball, Basketball, and Football*, Princeton University Press, Princeton

199. Yaniv, O., 2007, *I'm doggone sorry, says ref*, Daily News http://www.nydailynews.com/sports/basketball/doggone-ref-article-1.241305, [dostęp: 27.01.2018]

200. Zitzewitz, E., 2006, *Nationalism in Winter Sports Judging and Its Lessons for Organizational Decision Making*, Journal of Economics & Management Strategy, vol. 15, iss. 1, s. 67-99