



UNIWERSYTET
EKONOMICZNY
W POZNANIU

WYDZIAŁ ZARZĄDZANIA
KATEDRA FINANSÓW PRZEDSIĘBIORSTW

mgr Marek Jarzęcki

**Wykorzystanie teorii perspektywy w podejściu opcyjnym
do finansowej oceny inwestycji przedsiębiorstw**

**The use of prospect theory in the option approach
to the financial evaluation of corporate investments**

Rozprawa doktorska

Promotor:
dr hab. Jacek Mizerka, prof. nadzw. UEP

Promotor pomocniczy:
dr Joanna Lizińska

Poznań 2017

SPIS TREŚCI

WSTĘP	4
ROZDZIAŁ 1 PODEJŚCIE OPCYJNE DO OCENY EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI – UJĘCIE NEOKLASYCZNE.....	11
1.1. Neoklasyczne podejście do oceny efektywności inwestycji	11
1.2. Koncepcja opcji rzeczywistych	18
1.3. Wycena opcji rzeczywistych	27
1.4. Podejście opcyjne w sytuacjach strategicznych	48
ROZDZIAŁ 2 OPCJE REALNE W KONTEKŚCIE TEORII PERSPEKTYWY.....	58
2.1. Dokonywanie wyborów ekonomicznych w ujęciu ekonomii behawioralnej.....	58
2.2. Teoria perspektywy jako deskryptywny model decyzji w warunkach ryzyka.....	78
2.3. Behawioralne uwarunkowania wyceny opcji rzeczywistych.....	88
ROZDZIAŁ 3 MODEL WYCENY OPCJI RZECZYWISTYCH UWZGLĘDNIAJĄCY ELEMENTY TEORII PERSPEKTYWY	105
3.1. Założenia modelu wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy ..	105
3.2. Konstrukcja modelu dwumianowego wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy.....	108
3.2.1. Model dwumianowy jednookresowy	109
3.2.2. Model dwumianowy wielookresowy	127
3.3. Konstrukcja modelu analitycznego wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy.....	139
ROZDZIAŁ 4 WARTOŚĆ OPCJI RZECZYWISTEJ I MOMENT JEJ WYKONANIA PRZY UWZGLĘDNIENIU ELEMENTÓW TEORII PERSPEKTYWY	154
4.1. Wartość opcji rzeczywistej w kontekście teorii perspektywy.....	154
4.1.1. Założenia przeprowadzonych symulacji.....	154
4.1.2. Symulacje wartości przykładowej opcji rzeczywistej przeprowadzone z wykorzystaniem modelu dwumianowego.....	158
4.1.3. Symulacje wartości przykładowej opcji rzeczywistej przeprowadzone z wykorzystaniem modelu analitycznego	189

4.2. Moment wykonania opcji rzeczywistej w kontekście teorii perspektywy	211
4.2.1. Założenia przeprowadzonych symulacji.....	211
4.2.2. Symulacje momentu wykonania przykładowej opcji rzeczywistej przeprowadzone z wykorzystaniem modelu dwumianowego	214
4.3. Analiza sytuacji strategicznych przy uwzględnieniu elementów teorii perspektywy	228
PODSUMOWANIE.....	241
BIBLIOGRAFIA	247
SPIS TABEL	277
SPIS SCHEMATÓW	278
SPIS WYKRESÓW	281
ZAŁĄCZNIKI	286

WSTĘP

Finanse definiowane są jako dyscyplina naukowa obejmująca twierdzenia i teorie związane z działalnością człowieka, w której występuje przepływ pieniądza [Komunikat 2010]. W ramach finansów przedsiębiorstw znajdują się natomiast decyzje finansowe podejmowane przez podmioty gospodarcze, do których w szczególności zaliczyć można poszukiwanie odpowiedzi na trzy pytania: w jaki sposób dokonywać wyboru projektów inwestycyjnych do realizacji (decyzje inwestycyjne), w jaki sposób finansować te przedsięwzięcia (polityka finansowania i struktura kapitału) oraz jaką część wypracowanych środków wypłacić akcjonariuszom (polityka dywidendy) [Damodaran 2001]. Niniejsza dysertacja obejmuje zagadnienia związane z podejmowaniem decyzji inwestycyjnych, przyczyniając się do rozwoju stosunkowo nowego nurtu literatury, związanego z wykorzystaniem dorobku ekonomii behawioralnej w ramach podejścia opcyjnego do finansowej oceny inwestycji przedsiębiorstw. Koncentruje się przy tym na teorii perspektywy jako behawioralnym modelu opisującym podejmowanie decyzji w sytuacjach ryzyka, stanowiących istotę opcji realnych.

W ramach neoklasycznej teorii finansów przedsiębiorstwa wypracowano dotychczas szereg metod oceny efektywności inwestycji, w tym podejście polegające na dyskontowaniu przepływów pieniężnych netto, których łączna wartość bieżąca netto (NPV) stanowi kryterium weryfikacji opłacalności przedsięwzięć inwestycyjnych. Podejście to znalazło powszechne zastosowanie w ramach wyceny projektów inwestycyjnych, zarówno na gruncie teoretycznym, jak i w praktyce gospodarczej. Mimo oczywistych walorów NPV, z czasem dostrzeżono pewne niedostatki tej miary, wskazując choćby na jej statyczny charakter, rozumiany jako brak uwzględnienia elastyczności decyzyjnej związanej z realizacją inwestycji. Z przedsięwzięciem inwestycyjnym związana jest zwykle pewna elastyczność decyzyjna w zakresie możliwości odsunięcia w czasie rozpoczęcia projektu inwestycyjnego oraz późniejszego aktywnego wpływania na jego losy (zmiany jego skali, wstrzymania, wcześniejszego zakończenia itp.). Wartość NPV pomija możliwość (ale nie obowiązek) podjęcia działań wpływających na wartość projektu inwestycyjnego na etapie jego realizacji, w miarę uzyskiwania nowych informacji dotyczących zmieniającej się sytuacji w otoczeniu. Doszukawszy się analogii pomiędzy tą właśnie elastycznością a opcjami finansowymi, zaproponowano szacowanie jej wartości poprzez wykorzystanie metod wyceny opcji finansowych, natomiast samo podejście określono mianem opcji realnych (rzeczywistych, rzeczowych). Szacowanie wartości opcji rzeczywistych na podstawie prostej analogii do opcji finansowych natrafia jednak na liczne ograniczenia, z których szczególne znaczenie ma brak uwzględnienia wpływu konkurencji.

Większość opcji realnych ma bowiem charakter opcji powszechnych, co oznacza możliwość wcześniejszego wykonania opcji (podjęcia analogicznych działań) przez inne podmioty. W takiej sytuacji w ramach podejścia neoklasycznego proponuje się stosowanie elementów teorii gier, przydatnych przy analizie sytuacji strategicznych.

W ramach podejścia opcyjnego, wypracowanego na kanwie finansów neoklasycznych, przyjmuje się założenie pełnej racjonalności jednostek oraz podejmowanie przez nie decyzji zgodnie z teorią użyteczności oczekiwanej. Również teoria gier wymaga spełnienia rygorystycznych założeń w zakresie pełnej racjonalności oraz wspólnej wiedzy graczy. Jednocześnie bogaty dorobek ekonomii behawioralnej wskazuje na liczne ograniczenia racjonalności funkcjonowania jednostek, w tym inklinacje związane z psychologicznymi i społecznymi uwarunkowaniami podejmowania decyzji ekonomicznych. O ile teoria użyteczności oczekiwanej w pełni sprawdza się jako normatywna koncepcja podejmowania decyzji ekonomicznych przez jednostki, o tyle jej walory deskryptywne są przedmiotem żywych dyskusji akademickich. Także rozwiązania sytuacji strategicznych uzyskiwane z zastosowaniem teorii gier stanowią opis wpisujących się w koncepcję *homo oeconomicus*, natomiast ich walory deskryptywne i prognostyczne w pewnych sytuacjach mogą napotykać na ograniczenia. W szczególności, w sytuacjach współzależności decyzji podmiotów wypracowanie postulatów o charakterze normatywnym, umożliwiających optymalizację decyzji ekonomicznych, wymaga trafnego prognozowania rzeczywistego działania oponentów. Model oparty na założeniu pełnej racjonalności wszystkich podmiotów może prowadzić do wypracowania rozwiązań suboptymalnych. W pełni racjonalny gracz winien dążyć do uwzględnienia ograniczonej racjonalności pozostałych podmiotów, co wiąże się z potrzebą odwzorowania rzeczywistej ich percepcji i podejmowanych przez nie decyzji z uwzględnieniem dorobku ekonomii behawioralnej. W przypadku opcji powszechnych oznacza to konieczność określenia wartości opcji przy uwzględnieniu uwarunkowań behawioralnych.

Wypracowanym na gruncie ekonomii behawioralnej, deskryptywnym modelem podejmowania decyzji w warunkach ryzyka jest teoria perspektywy [Kahneman i Tversky 1979]. Wskazuje ona na percepcję wartości w ujęciu względnym, jako zysków lub strat względem pewnego punktu odniesienia. Ocena wartości dokonywana jest następnie w sposób subiektywny, na podstawie S-kształtnej funkcji oceny, a na podstawie prawdopodobieństw wystąpienia scenariuszy przypisywane są wagi decyzyjne, przy czym sposób tej transformacji opisuje wypukła funkcja wag. Teoria perspektywy uwzględnia zjawiska związane z percepcją wartości i prawdopodobieństw, takie jak ograniczona wrażliwość na kolejne przyrosty zysków

i strat, awersja do strat, czy ograniczona wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństw. W jej późniejszej wersji, kumulatywnej, teoria perspektywy [Tversky i Kahneman 1992] zakłada proces przypisywania wag na podstawie przyrostów wartości prawdopodobieństw, nie natomiast ich wartościach bezwzględnych. Teoria perspektywy stanowi deskryptywny model podejmowania decyzji w warunkach ryzyka, przy czym ryzyko wpisane jest w istotę opcji realnych. Wartość elastyczności decyzyjnej związanej z projektem inwestycyjnym wynika z możliwości wykorzystania pojawiających się szans, przy czym szanse te związane są z niepewnością w zakresie przyszłego stanu otoczenia. Dążenie do odwzorowania rzeczywistej wyceny opcji realnych dokonywanej przez konkurentów wymaga uwzględnienia towarzyszących jej inklinacji behawioralnych. Niezbędnym jest posłużenie się adekwatnym deskryptywnym modelem percepcji wartości w sytuacji ryzyka, jaki stanowi teoria perspektywy.

W literaturze przedmiotu znaleźć można liczne przykłady badań dowodzących wpływu czynników behawioralnych, w tym w szczególności zjawisk opisanych w ramach teorii perspektywy, na wartość opcji. Dotyczy to zarówno opcji finansowych [Shefrin i Statman 1993; Poteshman i Serbin 2003; Abbink i Rockenbach 2005; Blackburn i Ukhov 2006; Versluis, Lehnert i Wolff 2010; Nardon i Pianca 2012, 2014, 2015], jak i opcji rzeczywistych [Miller i Shapira 2004; Yavas i Sirmans 2005; Tiwana i in. 2007; Oprea i in. 2009; Hackbarth 2009; Wang, Bernstein i Chesney 2012a, 2012b; Murphy, Andraszkiewicz i Knaus 2016]. W literaturze dostępne są również propozycje z zakresu uwzględnienia w ramach modeli wyceny opcji czynników behawioralnych [Gentry 2006; Grenadier i Wang 2007; Wang, Beng i Zhang 2007; Hoang 2008; Jost i Wolff 2010; Wu-Xiang 2006, 2007], w tym teorii perspektywy [Versluis, Lehnert i Wolff 2010; Nardon i Pianca 2012, 2014, 2015]. Żadna z przedstawionych propozycji nie dotyczy jednak wyceny opcji rzeczywistych, co pozwoliłoby na uwzględnienie ich specyfiki, związanej choćby ze szczególnym wpływem zindywidualizowanej percepcji wartości i prawdopodobieństw na wartość opcji [Abbink i Rockenbach 2005]. Indywidualne cechy podmiotów mają większy wpływ na wartość opcji realnych, aniżeli finansowych, ze względu na brak notowania opcji rzeczywistych na rynku regulowanym, który obiektywizowałby specyficzne uwarunkowania percepcji i podejmowania decyzji. Modele te nie uwzględniają także wartości punktu odniesienia, posiadającego szczególne znaczenie w ramach teorii perspektywy, a którego wartość może w istotnym zakresie wpływać na wartość i moment wykonania opcji. W ramach dotychczasowej literatury przedmiotu, nie zidentyfikowano w końcu żadnej propozycji modelu konstruowanego z wykorzystaniem podejścia numerycznego (np. dwumianowego), które ze względu na swoją

prostotę posiadałby znacznie szersze walory aplikacyjne względem modelu analitycznego, ani też nie zidentyfikowano modelu wyceny opcji amerykańskiej, podczas gdy większość opcji realnych ma właśnie taki charakter. W konsekwencji dostępne w literaturze modele wyceny opcji uwzględniające elementy teorii perspektywy nie pozwalają na analizę momentu wykonania opcji, w tym wpływu na ten moment indywidualnego sposobu percepcji wartości i prawdopodobieństw.

Problematyka uwzględnienia w ramach analizy i wyceny opcji rzeczywistych uwarunkowań behawioralnych, w tym elementów teorii perspektywy, wielokrotnie dyskutowana była przez autora niniejszej dysertacji w gronie krajowych i zagranicznych autorytetów z zakresu tematyki opcji realnych. Autor poddawał dyskusji celowość podjęcia zawartego w niniejszej dysertacji problemu badawczego na forum specjalistycznych seminariów naukowych poświęconych tematyce opcji realnych (w tym trzech edycji seminarium naukowego pn. „ROS: Opcje realne – teoria dla praktyki” organizowanego w Szczecinie w 2014 r., w Poznaniu w 2015 r. oraz we Wrocławiu w 2016 r.), a także międzynarodowych konferencjach naukowych – zarówno krajowych (m.in. I Międzynarodowej Konferencji „Finanse Neoklasyczne a Finanse behawioralne” organizowanej w 2014 r. na Uniwersytecie Łódzkim), jak i zagranicznych („The 14th INFINITI Conference on International Finance” organizowanej w 2016 r. przez Trinity College Dublin oraz Monash University w Dublinie w Irlandii). Problem ten był również przedmiotem dyskusji ze światowej klasy specjalistami z obszaru opcji rzeczywistych (m.in. prof. Lenosem Trigeorgisem podczas XVI Międzynarodowej Naukowej Konferencji „Zarządzanie Finansami” organizowanej w 2015 r. przez Uniwersytet Szczeciński [Jarzęcki i Mizerka 2015]), każdorazowo zyskując zainteresowanie oraz aprobatę dyskutantów. Jednocześnie tematyka niniejszej dysertacji wpisuje się w jeden ze wskazanych przez Ragozzino, Reuera i Trigeorgisa [2016] kierunków badań w zakresie analizy i wyceny powszechnych opcji realnych, jakim jest uwzględnienie elementów dorobku ekonomii behawioralnej.

Kierując się przedstawioną wcześniej motywacją do podjęcia tematyki badawczej sformułowano główny cel niniejszej rozprawy doktorskiej. **Główny cel rozprawy doktorskiej stanowi stworzenie modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy.** Prowadzona analiza obejmuje przy tym etap oceny, dokonywanej na podstawie określonych i znanych charakterystyk opcji realnych. W ramach konstruowanego modelu zakłada się percepcję wartości i prawdopodobieństw zgodną z teorią perspektywy, w postaci zysków lub strat względem punktu odniesienia, oraz kalkulację wartości perspektywy z zastosowaniem funkcji ważącej i funkcji oceny.

Realizacja przedstawionego celu głównego związana jest z osiągnięciem celów szczegółowych, takich jak:

1. dyskusja nad neoklasycznym podejściem do oceny efektywności inwestycji, uwzględniającym wartość elastyczności decyzyjnej związanej z projektem,
2. usystematyzowanie elementów finansów behawioralnych, w tym teorii perspektywy, mających znaczenie dla wyceny opcji rzeczywistych,
3. skonstruowanie jednookresowego modelu dwumianowego wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy,
4. skonstruowanie jednookresowego modelu analitycznego wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy,
5. wprowadzenie horyzontu wielookresowego do modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy,
6. zbadanie wpływu indywidualnych cech podmiotu w zakresie percepcji wartości i prawdopodobieństw na postrzeganą przez niego wartość opcji rzeczywistej,
7. zbadanie wpływu indywidualnych cech podmiotu w zakresie percepcji wartości i prawdopodobieństw na moment wykonania przez niego opcji rzeczywistej,
8. zbadanie wpływu cech konkurenta w zakresie percepcji wartości i prawdopodobieństw na rozkład wypłat opcji powszechnej.

Konstrukcja modelu wyceny opcji rzeczywistych wymaga przeanalizowania istoty podejścia opcyjnego, leżących u jego podstaw założeń oraz metod wyceny wypracowanych w ramach podejścia neoklasycznego, w tym przeanalizowania obszaru analizy i wyceny opcji powszechnych, związanego z prezentowanym uzasadnieniem problemu badawczego. Istotnym jest także usystematyzowanie dorobku finansów behawioralnych, ze szczególnym uwzględnieniem teorii perspektywy, w kontekście jego znaczenia dla wyceny opcji rzeczywistych. W ramach konstrukcji modelu wyceny opcji rzeczywistych, uwzględniającego elementy teorii perspektywy, uzasadnione jest wykorzystanie zarówno podejścia dwumianowego, jak i analitycznego¹. Następnie istnieje potrzeba rozwinięcia modelu dwumianowego poprzez wprowadzenie horyzontu wielookresowego, w celu umożliwienia

¹ W ramach niniejszej dysertacji zaproponowano dwie wersje modelu: numeryczną, bazującą na podejściu z czasem dyskretnym, opartą na analizie drzew dwumianowych, a także analityczną, z czasem ciągłym. Autor dysertacji jest świadom zróżnicowanego charakteru kategorii, jakich dotyczą określenia „model dwumianowy” oraz „model analityczny”, jednak zdecydował się na ich zastosowanie ze względu na przejrzystość obu pojęć, pozwalających na odzwierciedlenie istotnych cech obu zastosowanych podejść. W szczególności celem autora było podkreślenie wykorzystania podejścia dwumianowego do analizy, powszechnie stosowanego w literaturze przedmiotu. Atrybut ten uznano za ważniejszy od zastosowanego ujęcia czasu, czy formy uzyskiwanego rozwiązania.

badania momentu wykonania opcji oraz wyceny opcji amerykańskiej. Przeanalizowanie zależności płynących z modelu możliwe będzie dzięki przeprowadzeniu szeregu symulacji z jego wykorzystaniem, w tym w zakresie określenia wartości oraz momentu wykonania opcji rzeczywistej. Ostatecznie, ze względu na znaczenie koncepcji opcji powszechnych dla uzasadnienia problemu badawczego, koniecznym jest przeanalizowanie wpływu wyceny opcji realnych uwzględniającej elementy teorii perspektywy na rozkład wypłat w ramach opcji powszechnej.

Istotą badań będzie zatem konstrukcja modelu wyceny opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Model ten skonstruowany zostanie w dwóch wersjach – numerycznej, polegającej na wykorzystaniu podejścia dwumianowego, oraz analitycznej. Punktem wyjścia do konstrukcji modelu dwumianowego będzie podejście Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979], natomiast model w wersji analitycznej stanowić będzie rozwinięcie propozycji Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010]. W przypadku modelu dwumianowego zakłada się wykorzystanie elementów teorii perspektywy w jej pierwotnej wersji [Kahneman i Tversky 1979], natomiast w przypadku modelu analitycznego – w jej wersji kumulatywnej [Tversky i Kahneman 1992], w formie zaproponowanej przez Daviesa i Satchella [2007].

Z wykorzystaniem skonstruowanego modelu przeprowadzony zostanie szereg symulacji liczbowych, realizowanych z zastosowaniem arkusza kalkulacyjnego MS Excel oraz wbudowanego narzędzia programowania w języku Visual Basic for Application. Rozważany będzie przykład decyzji konkurentów o realizacji inwestycji na lokalnym rynku, przy czym decyzji tej towarzyszyć będzie elastyczność w zakresie momentu realizacji inwestycji. Symulacje uwzględniać będą zróżnicowane wartości zmiennych opisujących percepcję wartości i prawdopodobieństw, w tym wartość punktu odniesienia, którego uwzględnienie może mieć szczególne znaczenie dla uzyskanych zależności. Analizie podlegać będzie wpływ tychże zmiennych na postrzeganą wartość opcji oraz moment jej wykonania. Uwzględnienie zróżnicowanej percepcji zysków oraz strat, zgodnie z teorią perspektywy, może mieć istotny wpływ na obie te wielkości.

Układ dysertacji podporządkowany jest realizacji przyjętych celów szczegółowych. Rozprawę rozpoczyna rozdział podsumowujący wiedzę z zakresu neoklasycznego podejścia do oceny efektywności inwestycji, uwzględniającego wartość elastyczności decyzyjnej określanej mianem opcji realnych. W jego ramach wskazano najważniejsze założenia leżące u podstaw neoklasycznego podejścia do oceny efektywności inwestycji, przedstawiono koncepcję opcji realnych, zaprezentowano główne podejścia do ich wyceny, a także podsumowano wiedzę z zakresu analizy opcji powszechnych. W rozdziale drugim podejmuje

się dyskusję nad behawioralnym kontekstem analizy i wyceny opcji realnych, ze szczególnym uwzględnieniem teorii perspektywy. Wymaga to podsumowania dorobku ekonomii behawioralnej istotnego z punktu widzenia wyceny opcji rzeczywistych, przedstawienia głównych założeń oraz konstrukcji teorii perspektywy w jej wersji podstawowej oraz kumulatywnej, a także usystematyzowania behawioralnych uwarunkowań podejmowania decyzji ekonomicznych w kontekście ich znaczenia dla analizy i wyceny opcji realnych. Rozdział trzeci obejmuje prezentację głównych założeń oraz konstrukcji modelu wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Model ten prezentowany jest w wersji dwumianowej oraz analitycznej, a następnie model dwumianowy rozwijany jest do wersji wielookresowej. Rozprawę zamyka rozdział czwarty, w ramach którego zaprezentowano założenia i wyniki symulacji liczbowych przeprowadzonych z wykorzystaniem modelu konstruowanego w ramach rozprawy. Walidacji poddawany jest wpływ poszczególnych zmiennych opisujących percepcję wartości i prawdopodobieństw na wartość opcji rzeczywistej, przy czym zależności te weryfikowane są z wykorzystaniem zarówno modelu dwumianowego, jak i analitycznego. Następnie analizowane są skutki percepcji wartości i prawdopodobieństw zgodnej z teorią perspektywy dla wyceny opcji rzeczywistych – z wykorzystaniem modelu wielookresowego wyceny opcji rzeczywistej badany jest moment jej wykonania, a także analizowany jest wpływ uwzględnienia elementów teorii perspektywy na rozkład wypłat w przypadku opcji powszechnych.

Rozdział 1

PODEJŚCIE OPCYJNE DO OCENY EFEKTYWNOŚCI INWESTYCJI

– UJĘCIE NEOKLASYCZNE

Rozdział jest poświęcony analizie metody opcji rzeczywistych jako podejścia neoklasycznego pozwalającego na uwzględnienie w ocenie efektywności inwestycji przedsiębiorstw wartości elastyczności decyzyjnej związanej z projektem. Analiza ta stanowi realizację pierwszego celu szczegółowego rozprawy i jest punktem wyjścia do dalszej konstrukcji modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy.

W ramach niniejszego rozdziału przedstawiono najważniejsze w kontekście poruszanej problematyki założenia neoklasycznej teorii finansów, stanowiące fundament klasycznego podejścia do oceny efektywności inwestycji, opartego na kalkulacji wartości bieżącej netto (NPV), a także podejścia opcyjnego.

Następnie zaprezentowano istotę podejścia opartego na wycenie opcji rzeczywistych, w tym w szczególności analogię pomiędzy inwestycjami przedsiębiorstw a opcjami finansowymi, która stanowi uzasadnienie dla traktowania inwestycji jako opcji i wykorzystania metod z zakresu wyceny opcji finansowych do oceny efektywności inwestycji przedsiębiorstw.

Opis najważniejszych metod wyceny opcji rzeczywistych został zaprezentowany w podrozdziale trzecim. Poza przedstawieniem ogólnej konstrukcji wartości wewnętrznej opcji, omówiono najważniejsze podejścia do wyceny opcji i założenia leżące u ich podstaw, zaprezentowano powszechnie stosowane metody modelowania zmienności instrumentu bazowego oraz modele wyceny opcji. Jednocześnie wskazano na ograniczenia i trudności związane z ich stosowaniem w przypadku wyceny opcji rzeczywistych.

Ostatni podrozdział dotyczy podejścia do wyceny opcji rzeczywistych, w stosunku do których nie jest spełniony warunek wyłączności. W szczególności analizie poddane zostało wykorzystanie elementów teorii gier w ramach podejścia neoklasycznego do wyceny opcji powszechnych. Współdzielenie opcji rzeczywistych stanowi szczególne uzasadnienie potrzeby uwzględnienia w ich wycenie elementów finansów behawioralnych, w tym teorii perspektywy, przez co podrozdział ten przyczynia się do uzasadnienia problemu badawczego rozprawy.

Rozdział zamyka podsumowanie dorobku finansów neoklasycznych w zakresie oceny efektywności inwestycji uwzględniającej elastyczność podejmowania decyzji w przedsiębiorstwie. Stanowi ono przyczynek do dalszych rozważań, w tym w zakresie uwzględnienia elementów finansów behawioralnych w modelu wyceny opcji rzeczywistych.

1.1. Neoklasyczne podejście do oceny efektywności inwestycji

Neoklasyczne finanse przedsiębiorstw w swojej podstawowej formie oparte są na dwóch podstawowych założeniach dotyczących racjonalności podmiotów gospodarczych: decyzje podejmowane przez te podmioty zgodnie z aksjomatami teorii użyteczności oczekiwanej, a przewidywania (prognozy) dotyczące przyszłości są w pełni obiektywne,

formułowane na podstawie znanych informacji i nie podlegają subiektywnym obciążeniom [Thaler 1999]. Neoklasyczny model ekonomiczny wyjaśnia zachowania podmiotów gospodarujących, opierając się na szeregu fundamentalnych założeń co do ich cech i sposobu funkcjonowania. Zgodnie z tymi założeniami jednostki [Sołek 2010]:

- są racjonalne,
- działają na podstawie pełnej i doskonałej informacji, mają nieograniczone możliwości ich przetwarzania,
- ich celem jest maksymalizacja oczekiwanej użyteczności (w przypadku konsumentów) lub maksymalizacja zysku (w przypadku firm),
- działają w wąsko pojętym własnym interesie, tzn. bez uwzględnienia użyteczności innych podmiotów,
- mają spójne preferencje, również czasowe, zgodne z modelem wykładniczo-dyskontowanej użyteczności,
- podejmują decyzje, biorąc pod uwagę reguły wnioskowania Bayesowskiego,
- traktują swe dochody i zasoby zamiennie, tzn. jako nieoznaczone co do źródła pochodzenia lub celu przeznaczania.

U podstaw neoklasycznej teorii podejmowania decyzji leży koncepcja oczekiwanej użyteczności, zapoczątkowana przez Bernoulliego w XVIII w., a rozwinięta przez von Neumana i Morgensterna w połowie XX stulecia. Jest to normatywna teoria wyboru, co oznacza, że jej istotą nie jest opis rzeczywistego zachowania jednostek w sytuacji wyboru, lecz wskazanie działań służących maksymalizacji funkcji użyteczności. Fundamentem tej teorii jest zbiór aksjomatów racjonalnego zachowania, stwierdzających, że działanie zgodne z kryterium racjonalności musi czynić zadość regułom [Cieślak 2003]:

- kompletności preferencji – co oznacza możliwość porównania dowolnych dwóch opcji pod względem użyteczności, jaką dają decydentowi,
- dominacji – zgodnie z którą strategia zdominowana przez inne, czyli gorsza w co najmniej jednym aspekcie i równie dobra w pozostałych, nie powinna zostać nigdy wybrana,
- anulowania – wedle której jeśli każdy z dwóch wariantów wyboru wiąże się z identycznymi i równie prawdopodobnymi konsekwencjami, to użyteczność tych konsekwencji powinna być zignorowana podczas podejmowania decyzji,
- przechodności – mówiącej, że preferowanie opcji x nad y oraz y nad z implikuje preferencję x nad z ,

- ciągłości – zgodnie z którą dla każdego zbioru wyników x, y, z takiego, że $x > y > z$, istnieje prawdopodobieństwo p , iż decydent preferuje grę $(x, p; z, 1-p)$ nad y ; innymi słowy, przy odpowiednio wysokim prawdopodobieństwie wygranej decydent wybierze ryzykowną grę o stawkach x i z nad bezpieczne posiadaną y ,
- niezmienności – stanowiącej, że sposób przedstawienia opcji wyboru nie ma wpływu na podejmowaną decyzję.

Powyższe reguły pozwalają dokonać wyboru maksymalizującego użyteczność jednostki. Są podstawą do wyznaczenia normatywnych reguł postępowania [Sołek 2010].

U początku procesu decyzyjnego znajdują się percepcja i przetwarzanie napływających informacji. Następnie na ich podstawie formułowane są przekonania i podejmowane decyzje. Formułowane w ramach nurtu neoklasycznego teorii z zakresu podejmowania decyzji w warunkach ryzyka traktują etap pierwszy jako dany, opierając się na założeniu pełnej racjonalności i nieograniczonego dostępu do informacji, przez co przekonania odzwierciedlać muszą faktyczne prawdopodobieństwo zajścia określonego zdarzenia. Etap drugi, obejmujący proces wnioskowania na podstawie posiadanych informacji, w świetle założenia o pełnej racjonalności, sprowadzany jest do stosowania ścisłych reguł matematycznych.

Pojęcie jednostki racjonalnej (*homo oeconomicus*) stosowane w ramach ekonomii i finansów neoklasycznych obejmuje między innymi dwie cechy podmiotów gospodarujących: konsekwencję w działaniu oraz dążenie do zwiększania własnego dobrobytu. Prowadzi do postrzegania racjonalności z perspektywy rezultatów podejmowanych decyzji. Przyjmuje się, że jednostki przetwarzają wszystkie dostępne informacje, właściwie uaktualniając według nich własne przekonania, a następnie na podstawie tych przekonań formułują własne preferencje i podejmują decyzje w taki sposób, by maksymalizować własną użyteczność oczekiwaną.

W procesie przetwarzania informacji wykorzystywane są narzędzia statystyki i teorii prawdopodobieństwa, które na gruncie teorii neoklasycznej uznaje się za opis prawidłowego (racjonalnego) procesu ludzkiego wnioskowania. Dotyczy to między innymi założenia aktualizacji przekonań przez jednostki racjonalne zgodnie z regułami Bayesowskimi, które opisać można formułą:

$$p(H/D) = \frac{p(H) \cdot p(D/H)}{p(D)} \quad (1)$$

gdzie: $p(H/D)$ oznacza prawdopodobieństwo *a posteriori* zdarzenia H po uzyskaniu informacji D , $p(H)$ jest prawdopodobieństwem *a priori* zdarzenia H przed uzyskaniem informacji D , $p(D/H)$ odpowiada prawdopodobieństwu ujawnienia informacji D , jeśli H jest prawdą, natomiast $p(D)$ to prawdopodobieństwo całkowite zdarzenia D .

Normatywna teoria podejmowania decyzji w warunkach ryzyka bazuje na koncepcji malejącej krańcowej użyteczności bogactwa Bernoulliego [1738]. Zgodnie z tą teorią, racjonalną jest maksymalizacja funkcji użyteczności, natomiast wybory determinowane są malejącą krańcową użytecznością oraz indywidualnym stosunkiem do ryzyka. Możliwe są przy tym następujące sytuacje:

- neutralność wobec ryzyka – podmioty obojętne względem ryzyka przy podejmowaniu decyzji powinny się kierować wartością oczekiwaną przyszłych wypłat,
- unikanie ryzyka (ang. *risk averts*) – oznaczające niską skłonność do akceptacji potencjalnych strat; podmioty niechętnie ryzyku wolą mniejszą, ale pewną, wygraną niż wyższą, ale obarczoną znacznym ryzykiem,
- skłonność do ryzyka (ang. *risk lovers*) – podmioty skłonne do ryzyka wolą wyższą, nawet obarczoną wysokim ryzykiem, wygraną niż niższą, choć bardziej prawdopodobną.

Na gruncie teorii Bernoulliego, von Neumann i Morgenstern [1944] sformułowali teorię użyteczności oczekiwanej, zgodnie z którą racjonalny uczestnik rynku (*homo oeconomicus*) zawsze powinien podejmować (i podejmuje) decyzje maksymalizujące jego użyteczność. Decyzje ekonomiczne polegają zatem na wyborze alternatywy maksymalizującej wartość oczekiwaną, *EV*, uzyskiwanych korzyści, mierzonych ich użytecznością:

$$EV = \sum_i p_i u(x_i) \quad (2)$$

gdzie: p_i odpowiada prawdopodobieństwu wystąpienia i -tego scenariusza związanego z osiągnięciem przez decydenta korzyści (wypłaty) równej x_i , przynoszącej mu użyteczność równą $u(x_i)$.

Wśród konsekwencji teorii oczekiwanej użyteczności dla procesu podejmowania decyzji przez jednostki wskazuje się:

- branie pod uwagę prawdopodobieństw zgodnie z ich rzeczywistą wartością – ważenie scenariuszy decyzyjnych rzeczywistymi prawdopodobieństwami wystąpienia,
- postrzeganie użyteczności jako funkcji bezwzględnych stanów bogactwa, nie natomiast jego zmian,
- wypukłość krzywej użyteczności wynikającą z negatywnego nastawienia do ryzyka,
- niezmiennosc stosunku wobec ryzyka, stanowiącego cechę trwałą podmiotów decyzyjnych,
- postrzeganie użyteczności jako relacji przechodniej.

Ponadto, użyteczność zgodnie z koncepcją von Neumanna i Morgensterna posiada cztery kluczowe cechy [Cieślak 2003]: (1) eliminacji – zgodnie z którą racjonalny wybór zależy jedynie od tych stanów natury, które prowadzą do różnych decyzji; jeśli dla różnych stanów natury wybór byłby taki sam, stany te nie mają wpływu na decyzję, (2) przechodniości – dzięki której preferencje można zaprezentować za pomocą uporządkowanej skali użyteczności, (3) dominacji – zgodnie z którą alternatywa jest dominująca, jeśli jest lepsza przynajmniej w jednym stanie natury i przynajmniej porównywalna w pozostałych oraz (4) niezmienności – przez którą rozumie się, że różne sposoby prezentacji tego samego problemu decyzyjnego nie mają wpływu na preferencje.

Na gruncie teorii użyteczności oczekiwanej kryterium klasyfikacji alternatyw decyzyjnych jest ekwiwalent pewności – odpowiadający sumie pieniędzy, jaką z zerowym ryzykiem gotowy jest przyjąć podmiot decyzyjny w zamian za obarczoną ryzykiem korzyść.

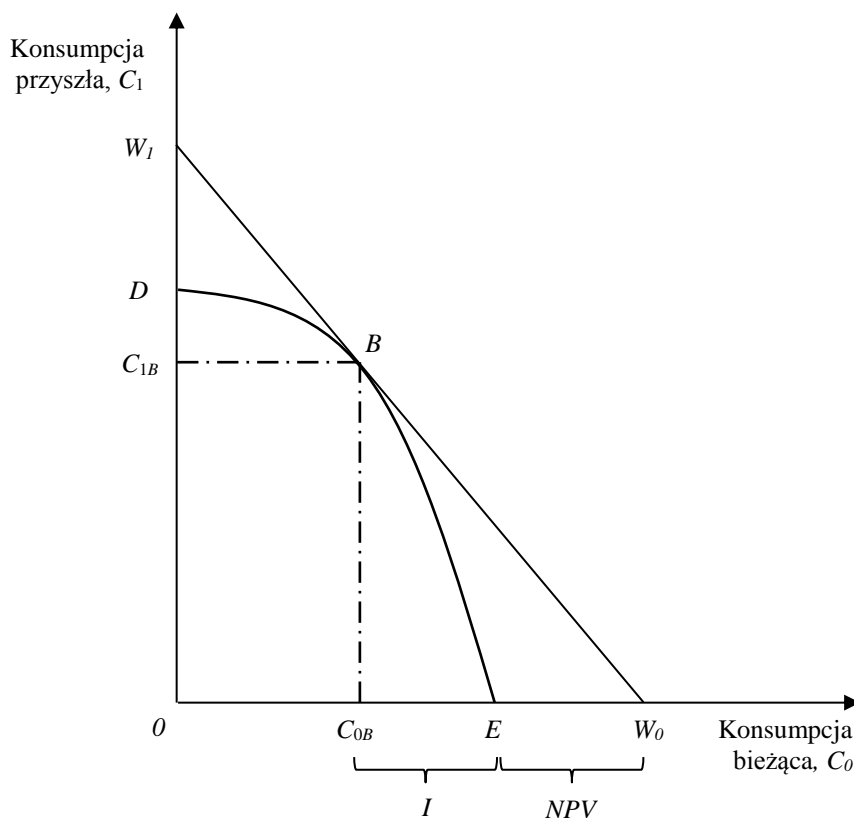
Teoria użyteczności oczekiwanej jest modelem normatywnym podejmowania decyzji w warunkach ryzyka. Model ten opisuje zachowania optymalne z punktu widzenia podmiotu decyzyjnego. Aby teoria użyteczności oczekiwanej mogła posłużyć za model opisowy, dany podmiot musiałby być w pełni racjonalny i posiadać pełną wiedzę.

Na gruncie neoklasycznej teorii finansów przedsiębiorstwa, formułowanej w zgodności z teorią użyteczności oczekiwanej, powstała teoria podejmowania decyzji inwestycyjnych, zakładająca ocenę efektywności inwestycji na podstawie zdyskontowanych przepływów pieniężnych. Nawiązuje ona do teorematu separacji Fishera [Hirschleifer 1965], zgodnie z którym każdy inwestor na doskonałym rynku, niezależnie od własnych subiektywnych preferencji (subiektywnych stóp preferencji czasowych), podejmuje jednakowe decyzje inwestycyjne, natomiast dzięki możliwości zaciągania i udzielania pożyczek dostosowuje swoje decyzje konsumpcyjne do subiektywnych preferencji konsumpcyjnych [Lumby 1991, s. 46]. Wybór pomiędzy inwestycjami a konsumpcją, przy założeniu istnienia rynku kapitałowego, zakłada podejmowanie decyzji w dwóch obszarach: (1) wyboru nakładu inwestycyjnego pozwalającego na zrównanie marginalnej stopy transformacji (stopy zwrotu z projektu inwestycyjnego) z rynkową stopą zwrotu oraz (2) wyboru kombinacji dzisiejszej i przyszłej konsumpcji (przy założeniu możliwości zaciągania pożyczek) pozwalających na zrównanie marginalnej stopy preferencji czasowej z rynkową stopą zwrotu². Teoremat separacji Fishera uzasadnia podejmowanie decyzji inwestycyjnych z wykorzystaniem miary

² Co warto podkreślić, algorytm podejmowania decyzji inwestycyjnych opisany w ramach teorematu separacji Fishera, nakazuje abstrahowanie od źródeł finansowania przy ocenie efektywności inwestycji. Problem ewentualnych ograniczeń kapitałowych powinien zostać rozwiązany w postaci zaciągania pożyczek dostępnych na rynku kapitałowym [Lumby 1991, s. 144].

efektywności inwestycji w postaci wartości zaktualizowanej netto (NPV, ang. *net present value*), a także przyjęcie kryterium podejmowania decyzji inwestycyjnych w postaci postulatu maksymalizacji NPV. Koncepcję NPV jako miernika efektywności inwestycji przedstawiono na wykresie 2.

Wykres 1: NPV jako miernik efektywności inwestycji



Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Lumby 1991, s. 51].

Krzywa fizycznych inwestycji DE odpowiada dostępnym kombinacjom możliwości inwestycyjnych oraz dzisiejszej i przyszłej konsumpcji. Natomiast linia rynku kapitałowego³ W_1W_0 odzwierciedla możliwość dokonywania wymiany pomiędzy inwestorami konsumpcji obecnej na przyszłą i odwrotnie, po rynkowej stopie zwrotu r_M , stanowiącej kąt nachylenia tej krzywej. Przy założeniu braku kosztów transakcyjnych, pełnego dostępu do informacji oraz równoważnej pozycji wszystkich uczestników rynku, poziom inwestycji określony jest przez punkt styczności linii rynku kapitałowego i krzywej fizycznych inwestycji (punkt B). Tym samym NPV określona jest wzorem:

$$NPV = -I + \frac{C_1}{1 + r_M} \quad (3)$$

³ Określana również jako linia inwestycji finansowych [Copeland, Weston i Shastri 2004, s. 11]

gdzie I oznacza uzasadnioną wartość nakładów inwestycyjnych, natomiast C_{IB} odpowiada oczekiwanej przyszłej konsumpcji.

Samuelson [1937] zaproponował (normatywny) model wyboru międzyokresowego zwany teorią zdyskontowanej użyteczności, stanowiący uogólnienie dwuokresowego modelu Fishera [1930] opartego na krzywych obojętności. Koncepcja ta stała się powszechnie akceptowanym normatywnym podejściem do oceny opłacalności decyzji ekonomicznych, których skutki rozłożone są w czasie. Model ten zakłada kalkulację wartości bieżącej korzyści uzyskiwanych w kolejnych okresach poprzez ich dyskontowanie z wykorzystaniem indywidualnej stopy dyskonta, zgodnie z formułą:

$$V(X) = \sum_t (1 + \rho)^{-1} u(x_t) \quad (4)$$

gdzie: $V(X)$ oznacza wartość bieżącą przyszłych wypłat, x_t to wartość wypłaty w okresie t , $u(x_t)$ odpowiada użyteczności wypłaty uzyskiwanej w okresie t , natomiast ρ jest indywidualną stopą dyskonta dla jednego okresu.

Zgodnie z modelem Samuelsona preferencje wobec sekwencji wypłat określane są poprzez porównanie jej bieżącej użyteczności z użytecznością alternatyw. Preferencje czasowe wyborów dokonywanych przez jednostki odzwierciedlane są poprzez stopę dyskonta. Model Samuelsona opiera się przy tym na podstawowych założeniach: (1) dodatnich preferencji czasowych, co oznacza preferowanie konsumpcji dzisiejszej nad jutrzejszą i ma odzwierciedlenie w dodatniej stopie dyskonta, (2) stałej stopie dyskonta w poszczególnych okresach, a także (3) rozdzielności preferencji czasowych względem czasu (ang. *time separability*), zgodnie z którą wartość bieżąca sekwencji wypłat odpowiada sumie bieżących wartości poszczególnych wypłat. Zakłada się przy tym, iż indywidualne preferencje czasowe determinowane są rynkowym poziomem stóp procentowych. Na podstawie modelu zdyskontowanej użyteczności Samuelsona [1937] możliwe jest zdefiniowanie wielookresowej *NPV* zgodnie z powszechnie stosowaną formułą:

$$NPV = \sum_{t=0}^n \frac{NCF_t}{\prod_{i=1}^t (1 + k_i)} \quad (5)$$

gdzie: NCF_t oznacza oczekiwaną wartość przyszłych przyrostowych wolnych przepływów pieniężnych netto związanych z realizowaną inwestycją w okresie t , k jest stopą dyskonta w okresie t , natomiast n oznacza liczbę okresów horyzontu inwestycyjnego.

Przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych postulowana jest realizacja projektów posiadających dodatnią wartość *NPV*, przy jednoczesnym dążeniu do maksymalizacji wartości bieżącej netto, co prowadzić ma do wzrostu (maksymalizacji) wartości przedsiębiorstwa.

Zasada ta od czasu jej spopularyzowania przez Deana [1951] stopniowo zyskiwała na popularności [Grahama i Harveya 2001] i stanowi obecnie powszechnie stosowane, dominujące podejście do oceny efektywności inwestycji.

1.2. Koncepcja opcji rzeczywistych

Klasyczne podejście do oceny efektywności inwestycji polega na kalkulacji sumy bieżącej wartości przyszłych przepływów pieniężnych netto związanych z realizacją projektu inwestycyjnego (NPV). Decyzję o realizacji projektu inwestycyjnego sprowadza do następującej alternatywy: jeśli NPV jest większa od zera, inwestycja uznawana jest za opłacalną i przyjmowana do realizacji, w przeciwnym zaś przypadku inwestycja jest bezpowrotnie odrzucana. W swojej konstrukcji miara NPV jest statyczna w tym sensie, że zakłada *implicite* brak występowania elastyczności decyzyjnej związanej z projektem. Nie uwzględnia możliwości odsunięcia w czasie momentu realizacji inwestycji, czy też aktywnego wpływania na losy projektu w miarę jego realizacji. Dotyczy to między innymi możliwości dokonania zmiany jego skali, czy też wcześniejszego jego zakończenia, w zależności od obserwowalnych na bieżąco warunków otoczenia.

Założenie braku występowania tego typu elastyczności decyzyjnej związanej z projektem w większości przypadków jest niezgodne z praktyką funkcjonowania przedsiębiorstw. Zarząd przedsiębiorstwa, wraz z upływem czasu, nabywa wiedzy w zakresie aktualnej sytuacji otoczenia. Najczęściej istnieje możliwość uwzględnienia tej wiedzy w ramach procesu decyzyjnego i podjęcia działań mających na celu zwiększenie korzyści wynikających z realizacji projektu inwestycyjnego, czy też zmniejszenia zakresu potencjalnych negatywnych skutków jego kontynuacji. Decyzje te, jak i sam moment zainicjowania realizacji projektu, mogą zostać odsunięte w czasie do momentu uzyskania informacji dotyczących zmian zachodzących w otoczeniu. Nie mają zatem charakteru „teraz albo nigdy”, jak wynikałoby z konstrukcji NPV, bowiem często istnieje możliwość ich odsunięcia w czasie i realizacji dopiero w sytuacji sprzyjających warunków rynkowych („poczekaj i zobacz”).

Szczególnie wyrazisty przykład stanowią inwestycje w projekty badawczo-rozwojowe, których wartość uzależniona jest od możliwości przyszłej komercjalizacji uzyskanych efektów. Istnieje przy tym możliwość odsunięcia w czasie decyzji o realizacji etapu komercjalizacji do momentu, gdy możliwa będzie ocena potencjału rynkowego uzyskanej wiedzy. Poniesienie nakładów badawczo-rozwojowych nie oznacza automatycznie rozpoczęcia etapu komercjalizacji wynalazków, choć umożliwia podjęcie w przyszłości takiej decyzji w przypadku korzystnej sytuacji otoczenia [Smit i Ankum 1993].

Strategia inwestycyjna przedsiębiorstw stanowi sekwencję decyzji taktycznych [Smit i Ankum 1993]. O wartości projektu inwestycyjnego często stanowi nie tyle oczekiwana wartość przepływów pieniężnych uzyskiwanych w przypadku niezwłocznej i nieprzerwanej realizacji projektu inwestycyjnego, co możliwość (opcja) przyszłego wzrostu lub zaprzestania działalności, uzależniona od sytuacji występującej w otoczeniu przedsiębiorstwa. Istnieje tym samym swego rodzaju elastyczność decyzyjna, która przekłada się na faktyczną wartość ekonomiczną zwiększającą wartość projektu inwestycyjnego, z którym elastyczność ta jest związana. Wartość ta nie jest jednak uwzględniona w przypadku kalkulacji NPV. Smit i Trigeorgis [2006a, 2006b] wskazują, że wiele projektów inwestycyjnych o negatywnej wartości NPV posiada jednocześnie dodatnią całkowitą wartość strategiczną, a ich realizacja jest uzasadniona ekonomicznie.

Powyższe cechy klasycznego podejścia do oceny efektywności inwestycji opartego na zdyskontowanych oczekiwanych przepływach pieniężnych powodują, iż w literaturze obecna jest dyskusja wskazująca na jego pewne słabości. Myers [2001] podkreśla brak uwzględnienia w kalkulacji tej miary przyszłych możliwości inwestycyjnych przedsiębiorstwa – nazywanych przez Myersa możliwościami wzrostu (ang. *growth opportunities*)⁴. Podobny zarzut podnosi także Kester [1984].

Krytykę tę zdają się pogłębiać Dixit i Pindyck [1995, s. 106], którzy twierdzą, iż miara NPV bazuje na jednym z dwóch podstawowych założeniach, często niezgodnych z rzeczywistością gospodarczą. Konstrukcja NPV zakłada bowiem ich zdaniem (1) całkowitą odwracalność inwestycji, oznaczającą możliwość całkowitego wycofania zainwestowanego kapitału w trakcie realizacji projektu inwestycyjnego w przypadku, gdy sytuacja rynkowa okazuje się gorsza od pierwotnie zakładanej. W przypadku jednak, gdy inwestycja choć częściowo nie jest odwracalna, konstrukcja NPV bazuje na założeniu, że (2) decyzja o realizacji projektu inwestycyjnego sprowadza się do alternatywy zakładającej albo niezwłoczną realizację inwestycji, albo jej bezpowrotne odrzucenie.

Słabości podejmowania decyzji na podstawie miary NPV, w kontekście elastyczności przedsiębiorstwa w zakresie podejmowania decyzji inwestycyjnych, porządkuje Mizerka [2005c, s. 10], wskazując na (1) niewystarczające uwzględnienie nieodwracalności projektu inwestycyjnego, (2) uproszczone ujęcie niepewności związane z realizacją projektu, (3) brak uwzględnienia możliwości reakcji inwestora na zmiany warunków rynkowych oraz (4) zawężenie zakresu decyzji do alternatywy pomiędzy realizacją a odrzuceniem projektu.

⁴ Myers [2001] dokonuje enumeracji sytuacji, w przypadku których wartość projektu inwestycyjnego określana na podstawie klasycznej miary NPV może zostać niedoszacowana.

W elastyczności decyzyjnej związanej z realizacją projektu inwestycyjnego doszukano się pewnych analogii względem opcji finansowych. Opcja finansowa kupna (sprzedaży) daje jej posiadaczowi prawo do nabycia (sprzedaży) aktywów przed określoną datą po określonej cenie (cenie wykonania). Kontrakt opcyjny daje tym samym jego posiadaczowi prawo, które może on wykorzystać, ale nie musi [Hull 1999, s. 4]. Wykonanie opcji finansowej kupna (sprzedaży) uzasadnione jest wyłącznie wtedy, gdy wartość instrumentu bazowego w momencie wykonania opcji jest niższa (wyższa) od ceny jej wykonania. W takiej sytuacji właściciel opcji finansowej kupna (sprzedaży) osiągnie zysk w wysokości nadwyżki wartości instrumentu bazowego (ceny wykonania) ponad cenę wykonania (wartość instrumentu bazowego). O ile cena wykonania jest znana (pewna), o tyle wartość instrumentu bazowego obarczona jest ryzykiem (niepewna). Wartość opcji finansowej uzależniona jest tym samym od możliwych przyszłych realizacji wartości instrumentu bazowego.

W przypadku decyzji inwestycyjnych również często istnieje prawo (choć nie obowiązek) realizacji działań, których efekty ekonomiczne uzależnione są od (niepewnej) wartości przyszłych korzyści związanych z realizacją projektu inwestycyjnego. Decyzja o realizacji tych działań może zostać jednocześnie odsunięta w czasie do momentu pozyskania informacji dotyczących (zmiennych) warunków otoczenia. Działania te wiążą się z poniesieniem pewnego wydatku inwestycyjnego (o znanej wartości)⁵. W przypadku możliwości opóźnienia realizacji projektu inwestycyjnego (opcja opóźnienia⁶), wydatek ten odpowiada wydatkom inwestycyjnym niezbędnym do realizacji projektu inwestycyjnego. Opcja wykonywana jest (projekt przyjmowany jest do realizacji) wtedy, gdy w danym momencie czasu i stanie natury korzyści z realizacji projektu przewyższają wartość nakładu inwestycyjnego. W takiej sytuacji korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego stanowią odpowiednik instrumentu bazowego opcji finansowej kupna, natomiast wydatki inwestycyjne odpowiadają cenie jej wykonania. Wykonanie projektu inwestycyjnego odpowiada wykonaniu opcji, natomiast horyzont czasu, w którym najpóźniej powinno zostać podjęte działanie związane z realizacją inwestycji, odpowiada czasowi do wygaśnięcia opcji finansowej.

Ze względu na analogię pomiędzy elastycznością decyzyjną związaną z realizacją projektów inwestycyjnych a opcją finansową, elastyczność tę powszechnie nazywa się

⁵ W przypadku opcji rezygnacji jest to najczęściej dodatni przepływ o pewnej wartości, odpowiadający np. wartości likwidacyjnej aktywów odzyskiwanych w momencie rezygnacji z kontynuacji realizacji projektu inwestycyjnego.

⁶ Pojęcie opcji opóźnienia (ang. *option to defer*) jest powszechnie stosowane w literaturze i wielokrotnie utożsamiane z opcją inwestowania. Zgodnie z definicją prezentowaną przez Mizerkę [2005c], opcja opóźnienia odpowiada wartości czasowej opcji inwestowania. Uznając tę definicję opcji opóźnienia, w dalszej części rozprawy, dokonuje się rozróżnienia pomiędzy oboma typami opcji.

w literaturze przedmiotu opcją rzeczową (rzeczywistą, rzeczową, realną, ang. *real option*)⁷. Elastyczność związana z możliwością podjęcia decyzji wpływającej na kształt projektu inwestycyjnego, związana jest bowiem z realną sferą gospodarki (inwestycją rzeczową). Opcja realna definiowana jest jako prawo (ale nie obowiązek) do zmiany decyzji w zakresie projektu inwestycyjnego w sytuacji, gdy pojawiają się nowe informacje [Jajuga i Jajuga 2006, s. 366].

Koncepcja opcji realnych zakłada traktowanie projektu inwestycyjnego jako instrumentu bazowego opcji. Opcja realna oznacza możliwość (prawo do) podjęcia w przyszłości dodatkowych działań związanych z projektem, najczęściej związanych z koniecznością poniesienia dodatkowych nakładów inwestycyjnych. Charakter tych działań oraz ich znaczenie dla projektu inwestycyjnego mogą być zróżnicowane, jednak każdorazowo stanowią reakcję na zmieniające się warunki otoczenia. Podobnie jak w przypadku opcji finansowych, ich charakter jest asymetryczny: decyzja o realizacji dodatkowych działań nie stanowi obowiązku, ale potencjalną możliwość i podejmowana jest jedynie w przypadku odpowiedniego kształtowania się relacji ekonomicznych związanych z projektem [Wiśniewski 2008].

Opcje realne mają charakter możliwości, jakie pojawiają się w związku z realizacją inwestycji przez przedsiębiorstwo. Możliwości te mają wartość jedynie wtedy, gdy otoczenie przedsiębiorstwa (projektu inwestycyjnego) jest ryzykowne i istnieje niepewność co do kształtowania się parametrów rynkowych, technicznych, technologicznych, czy ekonomiczno-finansowych. Istnienie takiej niepewności powoduje, że modyfikacje projektu inwestycyjnego na etapie jego realizacji, po uzyskaniu dodatkowych (wcześniej nieznanymi) informacji co do stanu otoczenia, mogą powiększać wartość projektu inwestycyjnego. Informacje zmniejszające niepewność mogą docierać do firmy wraz z upływem czasu – w przypadku informacji co do warunków rynkowych – lub też w wyniku aktywnego rozpoznania prowadzonego przez przedsiębiorstwo – w przypadku informacji rynkowych, technicznych lub technologicznych [Wiśniewski 2008].

Zaktualizowana wartość netto (NPV) kalkulowana bez uwzględnienia wartości opcji realnych oparta jest na analizie (oczekiwanych) przepływów pieniężnych i wskazywana przez

⁷ Należy podkreślić żywą dyskusję akademicką w zakresie nazewnictwa podejścia *real option* w języku polskim, którego wyrazem była dysputa toczona podczas seminarium „ROS 2015: Opcje realne – teoria dla praktyki,” jakie odbyło się na Uniwersytecie Ekonomicznym we Wrocławiu w 2015 r. Wszystkie zaprezentowane propozycje tłumaczenia: „opcje realne”, „opcje rzeczywiste”, „opcje rzeczowe”, znajdują odzwierciedlenie w polskich publikacjach naukowych, stąd w ramach niniejszej dysertacji zdecydowano się na ich zamienne stosowanie. Autor ma jednak świadomość wątpliwości związanych z trafnością przełożenia pojęcia „*real options*” na język polski i ograniczeń poszczególnych propozycji w tym zakresie (por. m.in. Pera [2010, s. 16]). Dostrzega jednocześnie walory poszczególnych koncepcji, w tym powiązanie ze sferą realną gospodarki („opcje realne”), pojęciem inwestycji rzeczowych („opcje rzeczowe”), czy też ugruntowanie w literaturze („opcje rzeczywiste”).

dominantę rozkładu prawdopodobieństwa, która nazywana jest też wartością statyczną [Trigeorgis 1996]. Wartość ta nie uwzględnia możliwości dokonywania zmian w trakcie realizacji projektu inwestycyjnego. Uwzględnienie możliwości reakcji kierownictwa na zmiany zachodzące w otoczeniu firmy prowadzi do określenia tzw. rozszerzonej wartości NPV (ang. *expanded NPV*, *ENPV*). Wartość ENPV jest większa od statycznej wartości NPV o premię opcyjną. Premia ta odpowiada wartości możliwości elastycznego reagowania firmy na zmiany zachodzące w niepewnym otoczeniu.

$$ENPV = NPV + ROV \quad (6)$$

gdzie: *ENPV* oznacza rozszerzoną wartość bieżącą netto inwestycji, *NPV* to wartość bieżąca netto inwestycji, natomiast *ROV* odpowiada sumarycznej wartości opcji realnych związanych z ocenianym projektem.

Mun [2002] wskazuje pięć warunków koniecznych, by opcja miała wartość i była możliwa do zidentyfikowania. Po pierwsze, z projektem inwestycyjnym musi być związana niepewność. Niepewność ta najczęściej dotyczy przyszłych efektów ekonomicznych przedsięwzięcia, uzależnionych od warunków otoczenia, które zwykle są nieznanne i z natury niepewne. Po drugie, niepewność ta musi mieć wpływ na wartość projektu inwestycyjnego. W przypadku korzyści związanych z realizacją przedsięwzięcia, wartość opcji realnej bezpośrednio uzależniona jest od wartości tych korzyści. Niepewność co do kształtowania się korzyści związanych z projektem determinuje wartość opcji wystawionej na ten projekt. Po trzecie, kadra menedżerska musi mieć możliwość reagowania na zmiany zachodzące w otoczeniu w fazie realizacji projektu. Elastyczność decyzyjna będąca istotą opcji realnej oznacza możliwość podjęcia pewnych działań wpływających na projekt inwestycyjny w trakcie jego funkcjonowania. Decyzja o realizacji tych działań podejmowana jest na podstawie nowo pozyskanej wiedzy co do otoczenia projektu inwestycyjnego. Możliwość podjęcia w przyszłości tak rozumianej decyzji stanowi istotę opcji realnych. Po czwarte, strategia możliwej elastycznej reakcji na zmiany musi być wiarygodna i wykonalna. W przeciwnym przypadku opcja realna miałaby charakter czysto teoretyczny. Po piąte, aby opcja realna faktycznie występowała, kadra menedżerska musi postępować racjonalnie w trakcie realizacji projektu inwestycyjnego. Stosowanie strategii elastycznej reakcji musi opierać się o racjonalny rachunek ekonomiczny prowadzony z punktu widzenia właścicieli przedsiębiorstwa. W przeciwnym razie możliwość wykonania opcji występuje jedynie teoretycznie, natomiast sama opcja nie posiada żadnej wartości.

Istnieje szereg sytuacji, w przypadku których stosowanie podejścia opcyjnego jest wskazane. Przykładowy katalog takich sytuacji wskazuje Myers [2002, s. 19-32]:

- wysoki poziom niepewności związanej z realizacją projektu inwestycyjnego,
- możliwość odsunięcia w czasie momentu realizacji projektu w sytuacji zajmowania pozycji monopolistycznej,
- możliwość rozłożenia projektu na etapy,
- pojawiające się możliwości realizacji nowych projektów wskutek realizacji pierwotnej inwestycji,
- możliwość podjęcia decyzji dotyczącej zmiany skali realizacji projektu inwestycyjnego,
- możliwość zmiany technologii na etapie eksploatacji projektu inwestycyjnego,
- udzielanie gwarancji na realizację projektów,
- możliwość przerwania realizacji projektu inwestycyjnego na etapie jego eksploatacji lub zawieszenia jego realizacji na pewien czas.

Katalog ten obejmuje wielość różnorodnych sytuacji, przez co i występujące w praktyce opcje rzeczywiste są między sobą mocno zróżnicowane.

W literaturze wyszczególnia się wiele typów prostych opcji realnych [Amram i Kulatilaka 1999; Mauboussin 1999; Copeland i Keenan 1998a, 1998b]. W praktyce najczęściej występują opcje złożone, w przypadku których zachodzą zależności pomiędzy wieloma opcjami prostymi i występuje wiele źródeł niepewności. Wyczerpującą klasyfikację⁸ rodzajów opcji realnych przedstawił Trigeorgis [2001b]. W tabeli 1 zaprezentowano jednocześnie przykłady ważniejszych badań prowadzonych w obrębie poszczególnych rodzajów opcji [Wiśniewski 2008].

Tabela 1: Rodzaje opcji realnych oraz przykłady badań

Klasyfikacja	Przykłady badań
<ul style="list-style-type: none"> • opcje opóźnienia realizacji projektu inwestycyjnego 	McDonald i Siegel [1986], Paddock, Siegel i Smith [1988], Ingersoll i Ross [1992]
<ul style="list-style-type: none"> • opcje wzrostu (ang. <i>growth option</i>) – związane z możliwością realizacji kolejnej inwestycji (kolejnego etapu) wskutek realizacji inwestycji pierwotnej 	Myers [1977], Kester [1984], Pindyck [1988], Chung i Charoenwong [1991], Trigeorgis [1996]
<ul style="list-style-type: none"> • opcje etapowej realizacji inwestycji (ang. <i>staged investment</i>) 	Majd i Pidyck [1987], Carr [1988], Trigeorgis [1993]

⁸ Szczegółowy przegląd dostępnych w literaturze klasyfikacji typów opcji realnych prezentuje Wiśniewski [2008, s 230-246] oraz Mizerka [2005c, s 62-74].

Klasyfikacja	Przykłady badań
<ul style="list-style-type: none"> • opcje zmiany skali działania <ul style="list-style-type: none"> ○ opcje rozszerzenia produkcji ○ opcje zmniejszenia produkcji ○ opcje wstrzymania produkcji ○ opcje wznowienia produkcji 	Brennan i Schwartz [1985], McDonald i Siegel [1986], Trigeorgis i Mason [1987], Pindyck [1988]
<ul style="list-style-type: none"> • opcje zaprzestania realizacji projektu – opcja rezygnacji z kontynuacji działalności 	McDonald i Siegel [1985], Myers i Majd [1990]
<ul style="list-style-type: none"> • opcje przełączenia – przestawienia produkcji pomiędzy różnymi możliwymi rodzajami produkowanych wyrobów lub wykorzystywanych materiałów: <ul style="list-style-type: none"> ○ opcje przełączenia wejść ○ opcje przełączenia wyjść 	Margrabe [1978], Kensinger [1987], Kogut i Kulatilaka [1994], Kulatilaka i Trigeorgis [1994], Kulatilaka [1988]
<ul style="list-style-type: none"> • opcje współzależne – stanowiące kombinację opcji prostych 	Brennan i Schwartz [1985], Trigeorgis [1991], Trigeorgis [1993], Kulatilaka [1995]

Zródło: opracowanie własne na podstawie: [Trigeorgis 2001a, 2001b; Wiśniewski 2008].

Z punktu widzenia niniejszej rozprawy znaczenie ma również klasyfikacja wskazująca na trzy główne cechy sytuacji decyzyjnej charakteryzującej związane z nią opcje [Trigeorgis 2001a, s. 85-86; Kester 1984, s. 153-160], wśród której wskazuje się:

- wyłączność prawa do opcji – w tym zakresie wyróżnia się dwa rodzaje opcji:
 - opcje wyłączne (ang. *proprietary*) – są zastrzeżone dla jednego właściciela i wynikają z wyłącznego prawa własności do rzadkich zasobów (patent, złożo, znak towarowy, itp.) lub wysokich barier wejścia; właściciel opcji ma wyłączne prawo do decyzji w zakresie zaangażowania posiadanych aktywów w projekty inwestycyjne,
 - opcje powszechne (ang. *shared*) – mogą zostać realizowane przez wiele podmiotów; możliwość ich wykorzystania przez firmę wymaga wyprzedzenia konkurentów oraz posiadania silnej pozycji konkurencyjnej; w przypadku wykonania opcji przez konkurentów może dojść do tzw. „straty konkurencyjnej”,
- interakcje projektów inwestycyjnych między sobą:
 - opcje proste – stanowiące jednorodny i wyodrębniony rodzaj elastyczności,
 - opcje złożone – stanowiące kombinację opcji prostych i uwzględniające kombinacje między nimi,
- termin wygaśnięcia decyzji o realizacji projektu inwestycyjnego:
 - opcje wygasające – w przypadku których termin podjęcia decyzji o wykonaniu jest krótki,

- o opcje odraczalne – w przypadku których istnieje możliwość odsunięcia w czasie decyzji o wykonaniu opcji; opcja ma dodatkową wartość zależną od tego czasu.

Inne klasyfikacje opcji wskazuje dodatkowo Mizerka [2005c], wyszczególniając m.in.:

(1) opcje europejskie oraz amerykańskie – różniące się tym, czy opcja może zostać wykonana wyłącznie w terminie jej wymagalności (europejska), czy również w całym okresie go poprzedzającym (amerykańska), (2) opcje z jednym i wieloma źródłami niepewności – którymi mogą być m.in. czynniki rynkowe, techniczne, czy technologiczne.

Koncepcja traktowania akcji firmy (zadłużonej) jako opcji na jej aktywach sięga lat siedemdziesiątych ubiegłego wieku. Pierwsze uwagi czynili Black i Scholes [1973] oraz Merton [1973]. Koncepcję tę rozwinął Myers [1977], który wprowadził pojęcie opcji realnej. Zdaniem Myersa wartość firmy jest równa sumie wartości aktywów posiadanych przez przedsiębiorstwo (ang. *assets already in place*) oraz wartości przyszłych możliwości inwestycyjnych (opcji wzrostu). Możliwości te winny być natomiast postrzegane jako opcje kupna wystawione na rzeczywiste aktywa przedsiębiorstwa. Koncepcja ta stała się podstawą rozwoju podejścia opcyjnego do wyceny aktywów i pasywów przedsiębiorstwa.

Początkowy etap rozwoju koncepcji opcji realnych miał wymiar głównie teoretyczny, związany z analizą różnych przypadków opcji realnych i metod szacowania ich wartości. W kolejnych latach podejście to zdobyło zainteresowanie praktyków [Coy 1999] – podawano przykłady nieefektywnych inwestycji (zgodnie z podejściem DCF), które po pewnym czasie okazują się bardzo korzystnymi rozwiązaniami. Koncepcja opcji realnych popularyzowana była w prasie biznesowej i gospodarczej⁹. W latach dziewięćdziesiątych rozważania teoretyczne dotyczyły coraz bardziej złożonych przypadków wyceny opcji realnych i ewoluowały w spójną teorię opisującą zachowania firm w zmiennym otoczeniu, łączącą finanse przedsiębiorstw z zarządzaniem strategicznym i teoriami makroekonomicznymi [Wiśniewski 2008].

Podejście opcyjnie do oceny efektywności inwestycji stało się częścią literatury głównego nurtu, o czym świadczy obecność tej koncepcji w podręcznikach akademickich z zakresu finansów przedsiębiorstw [Brealey Myers 2000; Damodaran 2002]¹⁰. Szeroka

⁹ Do opisywanych przykładów wykorzystania opcji realnych należą m.in. opcja wycofania się z leasingu oferowana przez producenta silników lotniczych Pratt & Whitney [Copeland i Keenan 1998a, s. 42], ocena efektywności inwestycji w zakład produkcji politereftalowego kwasu polietylenowego [Copeland i Keenan 1998b, s. 131], ocena efektywności inwestycji Enronu w elektrownie napędzane gazem [Coy 1999; Paul-Chaudry 1999], kontraktowanie materiałów do produkcji przez General Motors [Mun 2002, s. 26], prognozowanie sprzedaży przez HP-Compaq [Mun 2002, s. 26], czy opcja wzrostu w firmach telekomunikacyjnych Sprint i AT&T związana z instalowaniem przewymiarowanej infrastruktury telekomunikacyjnej [Mun 2002, s. 30].

¹⁰ O znaczeniu podejścia opcyjnego w ramach dyskusji naukowej z zakresu finansów przedsiębiorstwa, jak i jego ciągłej aktualności, świadczy choćby coroczna międzynarodowa konferencja naukowa pn. „Real

prezentacja teorii opcji rzeczywistych prezentowana jest między innymi przez Dixita i Pindycka [1996], Trigeorgisa [1996], Copelanda i Antikarova [2001] i Guthrie'go [2009]¹¹, natomiast Ragozzino, Reuer i Trigeorgis [2016] identyfikują bieżące luki badawcze związane z zastosowaniem podejścia opcyjnego w obszarze zarządzania strategicznego oraz finansów.

Należy podkreślić szeroki dorobek literatury polskiej z zakresu problematyki opcji realnych. Jako pierwsza tematykę opcji na gruncie literatury polskiej poruszyła Jajuga [2000]. Istotny wkład w popularyzację problematyki związanej z podejściem opcyjnym w Polsce miał ośrodek katowicki [Ziarkowski 2004; Rosnowski 2008; Rudny 2009; Pera 2010; Marcinek i in. 2010; Uryniak 2011; Mitręga 2016], krakowski [Uberman 2003; Capiński i Patena 2003; Kozarkiewicz-Chlebowska 2004; Dzierża 2011; Saługa 2011; Grzesiak 2015; Kryzia 2015; Saługa i Kamiński 2016; Paliński 2016], poznański [Mizerka 2000, 2004, 2005a, 2005b, 2005c, 2006, 2010; Mizerka i Skowroński 2006; Kałdoński i Mizerka 2002, 2003a, 2003b, 2003c, 2004; Rychłowska-Musiał 2011; Mizerka i Mróz 2013; Jarzęcki i Mizerka 2015; Mróz 2015; Jarzęcki 2011], łódzki [Gajdka 2002; Pastusiak 2009a, 2009b], szczeciński¹² [Wiśniewski 2002, 2006, 2007a, 2007b, 2008; Pawlak 2011, 2012a, 2012b, 2014; Łukaszewski 2010, 2012; Wiśniewski i Pawlak 2013; Zamacz 2015], a także warszawski [Pawlina 2003; Rogowski 2008; Makowski 2015] i wrocławski [Łukaniuk 2003; Słoński 2004; Antkiewicz 2007; Mielcarz 2007; Niziński 2008]. Tematyką opcji realnych zajmował się także Michalski [2015]. Zauważyć należy pojawiające się przykłady praktycznego stosowania podejścia opcyjnego w warunkach polskich [Dom Maklerski 2012], a także obecność problematyki z zakresu opcji rzeczywistych w podręcznikach akademickich polskich autorów [Skwara 2004; Jajuga i Jajuga 2006; *Analiza* 2013].

Podejście opcyjne w ramach literatury przedmiotu wielokrotnie było przedmiotem krytyki. Podsumowanie głosów krytycznych kierowanych pod kątem podejścia opcyjnego prezentują między innymi Mizerka [2005c]¹³ i Wiśniewski [2008].

Options: Theory Meets Practice” organizowana od 1996 roku przez Real Options Group, Uniwersytet w Bostonie we współpracy z King's College w Londynie (<http://www.realoptions.org/>).

¹¹ Na uwagę zasługuje także witryna internetowa poświęcona tematyce opcji realnych w branży petrochemicznej (<http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/>) stworzonej przez Marco Antonio Guimarães Dias z Pontificia Universidade Católica w Rio de Janeiro.

¹² Warto wspomnieć o serii seminariów na szeroko pojęty temat opcji realnych, w tym ich wykorzystania w praktyce i metod ich wyceny, zapoczątkowany przez prof. Tomasza Wiśniewskiego pn.: Real option seminary: Opcje realne - teoria dla praktyki.” Kolejne edycje seminarium odbyły się w Poznaniu (2015), Wrocławiu (2016) i Katowicach (2017).

¹³ W kontekście tematyki niniejszej dysertacji warto wskazać uwagi Adnera i Levinthala [2004], którzy wskazywali na liczne ograniczenia organizacyjne i behawioralne w kontekście analizy wykonania opcji zaniechania projektu. Jak twierdzą jednak Kogut i Kulatilaka [2004], niektóre ograniczenia organizacyjne i behawioralne podejścia opcyjnego mogą być przezwyciężone dzięki procesowi organizacyjnego uczenia się, przez co koncepcja opcji realnych pozostaje przydatnym i uzasadnionym sposobem prowadzenia analizy.

1.3. Wycena opcji rzeczywistych

Podejście opcyjnie, podobnie jak podejście oparte na wykorzystaniu statycznie ujętych zdyskontowanych przepływów pieniężnych, jest stosowane w celu określenia wpływu projektu inwestycyjnego na wartość firmy. Kryterium wartości przedsiębiorstwa jest głównym kryterium, jakim kierować się powinna osoba odpowiedzialna z zarządzanie finansami przedsiębiorstwa [Jajuga i Słoński 1998].

Metody wyceny opcji realnych stanowią adaptację metod wykorzystywanych do określania wartości opcji finansowych. Opiera się ona na analogii zachodzącej pomiędzy opcjami realnymi a finansowymi, w tym na odpowiedności parametrów wpływających na wartość opcji realnych i opcji finansowych. Analogia ta została zaprezentowana w tabeli 2. Wpływ poszczególnych parametrów na wartość opcji szczegółowo opisuje Wiśniewski [2008, s. 255]¹⁴.

Tabela 2: Analogia pomiędzy zmiennymi wpływającymi na wartość opcji realnej i finansowej

Opcja realna	Zmienna	Opcja finansowa
Wartość bieżąca przepływów operacyjnych generowanych przez inwestycję (V)	$V = S$	Cena akcji (S)
Nakłady inwestycyjne (I) lub wartość likwidacyjna (V_L)	$I = V_L = X$	Cena wykonania opcji (X)
Czas do wygaśnięcia możliwości, opcji realnej (T)	T	Czas do wygaśnięcia opcji (T)
Zmienność wartości projektu określona wariancją (σ^2)	σ^2	Zmienność cen akcji określona wariancją (σ^2)
Wolna od ryzyka stopa dyskontowa (r_f)	r_f	Wolna od ryzyka stopa dyskontowa (r_f)
Zmniejszenie wartości projektu w wyniku działań konkurencji lub koszt utrzymania opcji (y)	Y	Wysokość dywidendy wypłacalnej z instrumentu bazowego (y)

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Luehrman 1998].

Instrument bazowy w przypadku opcji realnej odpowiada wartości projektu inwestycyjnego brutto, to jest bieżącej wartości przyszłych korzyści związanych z realizacją projektu bądź jej kontynuacją. Jest to odpowiednik ceny akcji w przypadku opcji finansowej zakupu lub sprzedaży akcji. Podobnie jak rynkowa cena akcji, wartość projektu inwestycyjnego jest zmienna w czasie i uzależniona od stanu otoczenia. Wartość ta szacowana jest najczęściej z wykorzystaniem metod zdyskontowanych przepływów pieniężnych.

¹⁴ Warto wspomnieć publikację Parka i Herath [2000] odnoszących się do wpływu parametrów modelu wyceny opcji na jej wartość.

Zmienność instrumentu bazowego w przypadku opcji realnej opisywana jest w jednakowy sposób, jak w przypadku opcji finansowych. Najczęściej zakłada się, że zmiany wartości brutto projektu inwestycyjnego opisać można procesem stochastycznym w postaci geometrycznego ruchu Browna, bądź też z zastosowaniem drzewa dwumianowego, stanowiącego jego dyskretne przybliżenie¹⁵. Parametrem opisującym skalę zmienności wartości instrumentu bazowego, wykorzystywanym w procesie wyceny, jest odchylenie standardowe wartości projektu inwestycyjnego.

Cenie wykonania opcji finansowej odpowiadają: w przypadku opcji kupna – nakłady inwestycyjne, natomiast w przypadku opcji sprzedaży – wartość likwidacyjna projektu inwestycyjnego. Związane jest to z regułą wykonania opcji. Opcja kupna wykonywana jest, gdy wartość korzyści związanych z realizacją projektu bądź zwiększeniem jego skali przewyższają (dodatkowy) nakład inwestycyjny konieczny do poniesienia w celu realizacji (rozszerzenia) projektu inwestycyjnego. Opcja sprzedaży natomiast podlega wykonaniu, gdy wartość likwidacyjna przewyższa korzyści związane z dalszą realizacją inwestycji.

Czas życia opcji, w przypadku opcji realnych jest dłuższy niż w przypadku opcji finansowych. Opcje te wykonane mogą być najczęściej przez okres znacznie przekraczający rok, co w przypadku opcji finansowych jest rzadkim zjawiskiem. Parametr ten w przypadku opcji realnych jest także trudniejszy do oszacowania. Często nie wynika on wprost z warunków precyzyjnie opisanych w kontrakcie, jak to ma miejsce w przypadku opcji finansowych.

Stosowany w przypadku wyceny opcji na akcje wskaźnik wielkości dywidendy wypłacanej z instrumentu bazowego odpowiada spadkowi wartości projektu inwestycyjnego w wyniku działań konkurencji lub kosztowi utrzymania opcji. O wskaźnik ten umniejszana jest w każdym kolejnym okresie wartość instrumentu bazowego.

Zastosowanie zaprezentowanej powyżej analogii w opisie liczbowym opcji pozwala na wykorzystanie instrumentarium z zakresu wyceny opcji finansowych na potrzeby określenia wartości opcji realnych. Należy mieć jednak na uwadze, iż metodyka wyceny opcji finansowych oznacza przyjęcie pewnych fundamentalnych założeń teoretycznych, których spełnienie konieczne jest, aby stosowanie danej metody było merytorycznie uzasadnione. Istnieje szereg cech opcji rzeczywistych, które różnicują je względem opcji finansowych, co prowadzi do ograniczeń możliwości stosowania w ich przypadku metod wyceny opcji finansowych.

¹⁵ Luehrman [1998, s 66] uważa, że jeśli założenia ruchu Browna nie są spełnione, model wyceny opcji nadal stanowi dobry sposób opisu sytuacji, choć uzyskiwane wyniki liczbowe stają się mniej wiarygodne.

Po pierwsze, opcje realne nie wynikają zwykle z kontraktów podpisywanych pomiędzy stronami i nie podlegają regulowanemu obrotowi rynkowemu. W takiej sytuacji trudniej jest zdefiniować samą opcję, a także parametry ją opisujące. Trudniej jest również określić wartość rynkową wycenianej opcji ze względu na brak informacji o aktywach porównywalnych, w stosunku do których cena rynkowa byłaby znana. W przypadku występowania transakcji nabycia opcji rzeczywistej, nierzadko opcje takie są składową nabywanego portfela aktywów, a zatem wartość samej opcji jest trudna do oszacowania. Informacje o cenie zapłaconej za opcję nie są jednocześnie powszechnie dostępne.

Po drugie, parametry opisujące wartość opcji są bardziej skomplikowane niż w przypadku opcji finansowych. Wynika to ze złożoności instrumentu bazowego, jakim jest projekt inwestycyjny, a także braku jego notowania na rynku publicznym. Dodatkowo większość opcji ma charakter opcji złożonych, co dodatkowo utrudnia ich właściwą identyfikację i opis.

Po trzecie, na wartość parametrów wyceny wpływ mają konkurencja oraz sama firma. Dotyczy to w szczególności projektu inwestycyjnego, na który opcja jest wystawiona. Wartość przyszłych przepływów pieniężnych związanych z jego realizacją jest wypadkową między innymi decyzji podejmowanych przez firmę. Dodatkowo możliwość odsunięcia w czasie decyzji o wykonaniu opcji wykazuje znacznie wyższą wartość w sytuacji wyłącznego dysponowania opcją. W przypadku, gdy opcja może zostać wykonana przez więcej podmiotów, może dojść do spadku jej wartości czasowej wskutek potencjalnej utraty korzyści wynikającej z wykonania opcji przez podmiot konkurencyjny.

Po czwarte, istnieją ograniczenia organizacyjne, kadrowe i technologiczne utrudniające bieżące porównania wartości instrumentu bazowego i ceny wykonania. Prosta reguła stosowana przy kalkulacji wartości wewnętrznej opcji zakłada możliwość wykonania opcji zawsze w przypadku wystąpienia nadwyżki korzyści nad kosztami. Nie zawsze odzwierciedla jednak rzeczywistość firm, w których decyzje inwestycyjne podejmowane są cyklicznie, nie natomiast na bieżąco, a sam proces decyzyjny jest nierzadko długotrwały ze względu na potrzebę zaangażowania organów korporacyjnych. Ponadto, zaangażowanie służb finansowo-rachunkowych rozproszone jest na wiele obszarów i zadań, co uniemożliwia nieprzerwaną kontrolę opłacalności możliwości wykonania wszystkich posiadanych opcji [Wiśniewski 2008].

Ograniczenia analogii pomiędzy opcjami rzeczywistymi a finansowymi porządkuje Mizerka [2005c], argumentując, że:

- termin wygaśnięcia opcji rzeczywistych (na ogół liczony w latach) jest dłuższy niż termin wygaśnięcia opcji finansowych (na ogół liczony w miesiącach),
- wartości opcji finansowych na ogół są niewielkie, podczas gdy wartości opcji rzeczywistych często liczone są w milionach złotych,
- instrument bazowy opcji finansowych jest przedmiotem obrotu rynkowego, podczas gdy instrument bazowy, od którego zależy wartość opcji realnej, często nie jest notowany na rynku,
- instrument bazowy opcji finansowej nie podlega zużyciu ekonomicznemu – co często ma miejsce w przypadku opcji rzeczywistej,
- istnieje tylko jeden właściciel opcji finansowej, podczas gdy opcje realne często mają charakter opcji powszechnych,
- opcje finansowe są przedmiotem obrotu rynkowego, podczas gdy opcje rzeczywiste nie są przedmiotem takiego obrotu,
- w przypadku opcji finansowych na ogół nie ma możliwości wpływania na wartość instrumentu bazowego przez posiadacza opcji wystawionej na ten instrument, a tym samym wpływania na wartość tej opcji; firma może natomiast wpływać na wartość przepływów pieniężnych, od których uzależniona jest wartość opcji realnej.

Proces wyceny opcji, oparty na wykorzystaniu ich analogii do opcji finansowych, obejmuje trzy kluczowe etapy: (1) określenie wartości wewnętrznej opcji, uzależnionej od wartości instrumentu bazowego, (2) oszacowanie zmienności wartości instrumentu bazowego, a także (3) obliczenie na tej podstawie wartości całkowitej opcji.

Podstawowym etapem określenia wartości zidentyfikowanej opcji rzeczowej jest właściwy opis ilościowy jej wartości wewnętrznej. Wartość ta wynika z możliwości natychmiastowego wykonania opcji w danym momencie czasu i stanie natury. Wartość wewnętrzna jest sformalizowanym opisem istoty opcji, ujmującym istotę korzyści związanych z posiadaniem określonego rodzaju elastyczności decyzyjnej. Wartość wewnętrzna uwzględnia tę elastyczność z punktu widzenia możliwości podjęcia określonego rodzaju decyzji w danym momencie czasu i przy określonych, znanych na ten moment parametrach ekonomicznych opisujących otoczenie oraz projekt inwestycyjny. Wartość instrumentu bazowego na dany moment jest tym samym znana i pewna, a decyzja o wykonaniu opcji wynika z racjonalnego rachunku ekonomicznego porównania korzyści i kosztów związanych z wykonaniem opcji.

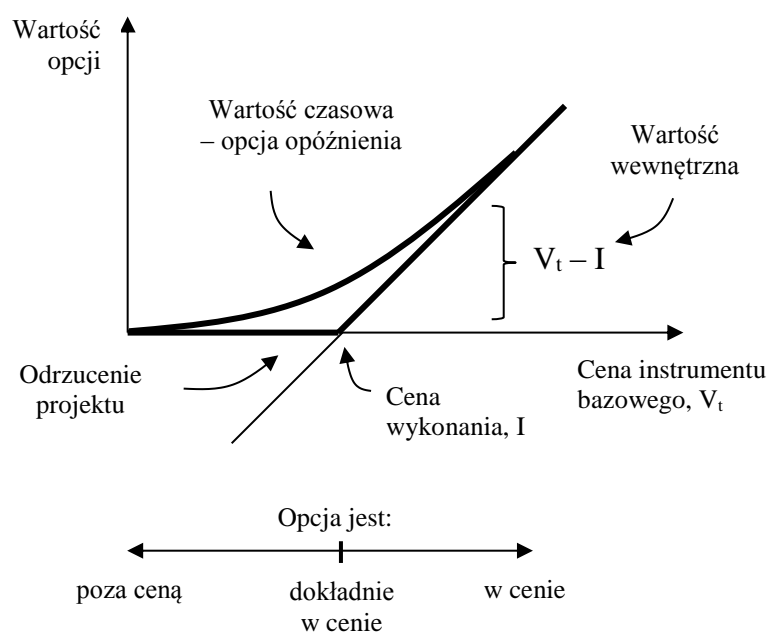
Poniżej zaprezentowano przykłady opcji rzeczywistych stanowiących analogię do najbardziej typowych opcji zakupu i sprzedaży. Przedstawiono konstrukcję wartości wewnętrznej, w analogii do opcji finansowych, oraz zaprezentowano składowe wartości opcji. Wartość wewnętrzna opcji inwestowania, C_t , w momencie t , określona przez analogię do finansowej zakupu (ang. *call*), definiowana jest formułą:

$$C_t = \max(0, V_t - I) \quad (7)$$

gdzie: V_t oznacza wartość instrumentu bazowego w momencie t – w przypadku opcji inwestowania odpowiada ona wartości brutto korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego, natomiast I to cena wykonania opcji – w przypadku opcji inwestowania odpowiada ona wartości nakładów inwestycyjnych koniecznych do realizacji projektu inwestycyjnego.

Na schemacie zaprezentowano analogię projektu inwestycyjnego zawierającego wbudowaną opcję opóźnienia do opcji finansowej typu *call*. Na wartość projektu składają się dwa elementy: wartość wewnętrzna opcji, odpowiadająca NPV projektu inwestycyjnego w przypadku jego natychmiastowej realizacji, oraz wartość czasowa, wynikająca z możliwości odsunięcia w czasie decyzji o przyjęciu projektu inwestycyjnego do realizacji [Smit i Ankum 1993].

Wykres 2: Analogia opcji inwestowania do opcji typu *call*



Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Wiśniewski 2008].

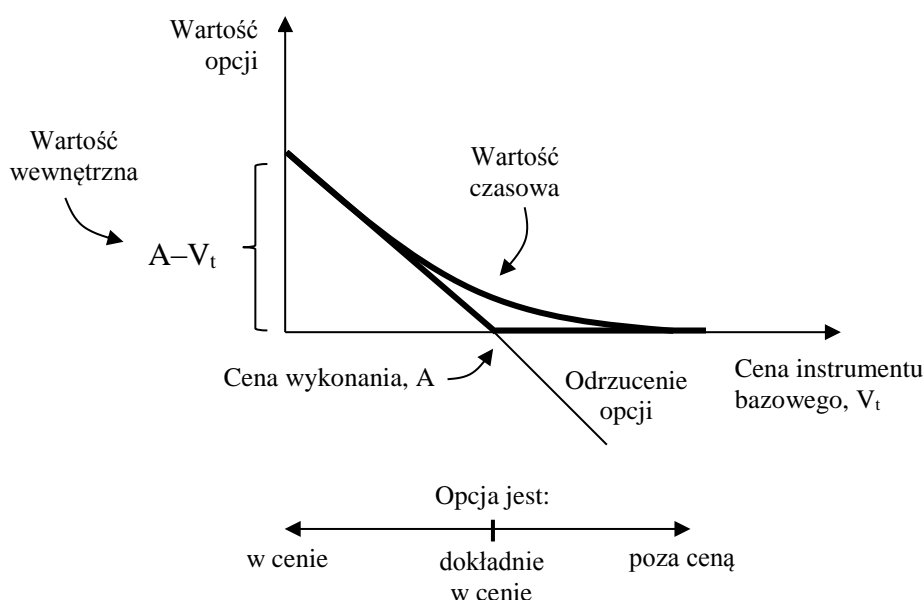
Wartość wewnętrzna opcji sprzedaży (ang. *put*), P_t , w momencie t , na przykładzie opcji rezygnacji z kontynuacji projektu inwestycyjnego, definiowana jest jako:

$$P_t = \max(0, A - V_t) \quad (8)$$

gdzie: V_t oznacza wartość instrumentu bazowego w momencie t – w przypadku opcji rezygnacji odpowiada ona wartości brutto korzyści z kontynuacji projektu inwestycyjnego, natomiast A to cena wykonania opcji – w przypadku opcji rezygnacji odpowiada ona wartości likwidacyjnej aktywów możliwej do odzyskania w przypadku zaprzestania kontynuacji projektu inwestycyjnego.

Podobnie jak w przypadku opcji inwestowania, na wartość opcji rezygnacji składają się dwa elementy: wartość wewnętrzną opcji – odpowiadającą możliwej do odzyskania wartości aktywów zaangażowanych w realizację inwestycji, pomniejszonej o utracone w wyniku rezygnacji korzyści z kontynuacji działalności projektu, a także wartość czasową, wynikającą z możliwości odsunięcia w czasie decyzji o rezygnacji z kontynuacji projektu inwestycyjnego.

Wykres 3: Analogia opcji rezygnacji z kontynuacji projektu do opcji typu *put*



Źródło: opracowanie własne na podstawie [Wiśniewski 2008].

Różnorodność opcji rzeczywistych występujących w praktyce gospodarczej powoduje, że nie jest możliwe sformułowanie kompletnego katalogu szacowania ich wartości wewnętrznych. Dla zobrazowania ich różnorodności, w tabeli 3 wskazano przykładowe możliwe konstrukcje wartości wewnętrznej wybranych opcji.

Tabela 3: Przykłady kalkulacji wartości wewnętrznej opcji prostych

Rodzaj opcji oraz przykładowa formuła kalkulacji wartości wewnętrznej (C_t)	Opis
Opcja zwiększenie skali działalności $C_t = \max(0, V_t(1 + w) - I - V_t)$	Opcja polega na zwiększeniu strumienia korzyści z realizacji projektu, których wartość bieżąca przed wykonaniem opcji wynosi V_t , o wskaźnik wzrostu równy w , co wiąże się z koniecznością poniesienia dodatkowego nakładu inwestycyjnego równego I .
Zmniejszenia skali działalności $C_t = \max(0, V_t(1 - s) + A - V_t)$	Opcja polega na zmniejszeniu strumienia korzyści z realizacji projektu, których wartość bieżąca przed wykonaniem opcji wynosi V_t , o wskaźnik spadku równy s , co pozwala na upłynnienie części aktywów zaangażowanych w realizację projektu o wartości A .
Opcja wzrostu $C_t = \max(0, V_t + PV[c(V_{+1t})] - I)$	Opcja polega na realizacji wcześniejszego etapu projektu wieloetapowego, który to etap przynosi korzyści V_t i związany jest z poniesieniem nakładu inwestycyjnego I , w celu uzyskania przyszłej możliwości realizacji kolejnych etapów, pozwalających na osiągnięcie korzyści V_{+1t} ; $PV[c(V_{+1t})]$ odpowiada zaktualizowanej wartości całkowitej opcji realizacji kolejnego etapu projektu wieloetapowego.

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Copeland i Antikarov 2001, s. 135-137; Mun 2002, s. 178-181; Trigeorgis 1996, s. 163-168; Mizerka 2000, s. 237-247; Herath i Park 2002, s. 1].

Kolejnym etapem wyceny opcji jest ustalenie zmienności instrumentu bazowego¹⁶. W literaturze pod tym względem prezentowane są różne podejścia do wyceny opcji realnych [Borison 2005]:

- klasyczne – zakładające bezpośrednie wykorzystanie metod wyceny opcji finansowych,
- subiektywne – zgodnie z którymi szacunek dokonywany jest w sposób subiektywny, nieoparty na metodach rynkowych (podejście zdyskontowanych przepływów pieniężnych lub mnożnikowe) [Luehrman 1998],

¹⁶ Bogaty opis metod szacowania zmienności instrumentu bazowego prezentuje Wiśniewski [2008].

- urynkowane (ang. *market asset disclaimer*, MAD) – oparte na założeniu, że najlepszym instrumentem bliźniaczym projektu jest sam projekt, a zmienność wartości projektu można określić poprzez badanie wpływu czynników ryzyka na statyczną wartość zaktualizowaną netto (NPV) [Copeland i Antikarov 2001, s. 94-95].

Na podstawie skwantyfikowanej wartości wewnętrznej opcji oraz oszacowanej zmienności instrumentu bazowego obliczana jest wartość opcji. Etap ten wymaga doprecyzowania poszukiwanego standardu wartości. W przypadku podejścia klasycznego poszukiwana jest sprawiedliwa wartość rynkowa, tj. taka wartość, którą obie strony transakcji (kupujący i sprzedający) mogłyby zaakceptować, o ile dany przedmiot zostałby wystawiony do sprzedaży na otwartym rynku i przy założeniu, że strony transakcji mają dostęp do wszelkich informacji z nią związanych i żadna z nich nie działa pod przymusem [Zarzecki 1999, s. 31-32]. Określenie wartości opcji odbywa się z zastosowaniem metod wykorzystywanych do wyceny opcji finansowych.

Zastosowanie metod wyceny opcji finansowych wiąże się każdorazowo z zastosowaniem podejścia wpisującego się w jedną z dwóch podstawowych grup podejść do wyceny instrumentów finansowych, zróżnicowanych pod względem sposobu traktowania ryzyka [Varian 1987, s. 55; Kuziak 2001]:

- wycena oparta na hipotezie ryzyka – w ramach tego podejścia uwzględnia się ryzyko związane z przyszłą wartością przepływów pieniężnych, wykorzystując stopę dyskontową uwzględniającą premię za ryzyko; do tej grupy zalicza się metody zdyskontowanych oczekiwanych przepływów pieniężnych,
- wycena oparta na hipotezie braku arbitrażu – zakładająca określenie wartości instrumentu finansowego przy założeniu, że inwestor może zagwarantować sobie stopę zwrotu równą stopie oprocentowania papierów wartościowych pozbawionych ryzyka; koncepcja ta [Modigliani i Miller 1958] wykorzystywana jest w wycenie tzw. żądań warunkowych (ang. *contingent claims*)¹⁷, w tym opcji.

Metody wyceny opcji finansowych bazują na restrykcyjnych założeniach teoretycznych, których spełnienie warunkuje merytoryczną zasadność stosowania sformułowanych metod wyceny. Podstawowe założenia, jakie przyjmuje się przy wycenie opcji finansowych to założenie o zupełności rynku finansowego, założenie o braku arbitrażu oraz założenie o addytywności wartości. Rynek uznaje się za zupełny, jeśli liczba możliwych stanów

¹⁷ Żądanie warunkowe stanowi prawo do określonej korzyści, która ściśle związana jest z wartością określonego instrumentu finansowego, oprocentowania papierów wartościowych, indeksu giełdowego itp. Przykładami żądań warunkowych są opcje finansowe, kontrakty terminowe, czy też inne instrumenty pochodne, a także opcje rzeczowe.

tego rynku¹⁸ (S) odpowiada liczbie dostępnych na tym rynku instrumentów finansowych, a płatności generowane przez te instrumenty tworzą kombinację S liniowo niezależnych wektorów; spełnienie tego założenia oznacza możliwość replikacji każdego instrumentu finansowego za pomocą innych dostępnych na rynku instrumentów. Założenie o braku możliwości arbitrażu oznacza, iż wszystkie instrumenty generujące w każdym stanie rynku takie same korzyści mają jednakową wartość, przez co nie ma możliwości dokonywania arbitrażu¹⁹. Założenie o braku arbitrażu pozwala natomiast na sformułowanie teorematu addytywności wartości, zgodnie z którym cena instrumentu finansowego generującego płatności stanowiące liniową kombinację płatności generowanych przez inne instrumenty, musi odpowiadać takiej samej kombinacji cen tych instrumentów finansowych. Dzięki spełnieniu łącznie założeń zupełności rynku oraz braku arbitrażu istnieje możliwość utworzenia portfela złożonego z instrumentu bazowego i wystawionych na ten instrument opcji, który pozwoli na wygenerowanie, niezależnie od stanu rynku, stopy zwrotu wolnej od ryzyka [Baxter i Rennie 1996, s. 12 i 196-198]. Metoda ta stosowana do wyceny opcji nazywana jest metodą replikacyjną²⁰.

Istnieje również tzw. metoda obojętności na ryzyko, w ramach której zakłada się, że inwestorzy są neutralni względem ryzyka w tym sensie, iż interesuje ich krańcowa użyteczność majątku. Niezależnie od ich preferencji wobec ryzyka, oczekiwana przez inwestorów stopa zwrotu z inwestycji we wszystkie aktywa jest równa stopie zwrotu wolnej od ryzyka [Chriss 1997, s. 190-191]. Metoda ta zakłada wykorzystanie prawdopodobieństw arbitrażowych. W przypadku wyceny opcji, prawdopodobieństwa te obliczane są przy założeniu, że oczekiwana stopa zwrotu z instrumentów finansowych, na które wystawiana jest opcja, równa jest stopie oprocentowania papierów wartościowych pozbawionych ryzyka, r_f [Copeland, Weston i Shastri 2004, s. 219]. Założenie zupełności rynku oznacza w tym kontekście spełnienie równania [Kuziak 2001]:

$$V_u q + V_d (1 - q) = V_0 (1 + r_f) \quad (9)$$

gdzie: V_0 oznacza obecną wartość instrumentu bazowego, q oznacza prawdopodobieństwo arbitrażowe przyszłego wzrostu wartości instrumentu bazowego do wartości V_u , $1-q$ oznacza prawdopodobieństwo arbitrażowe spadku wartości instrumentu bazowego do wartości V_d .

¹⁸ Stan rynku stanowi konkretny przypadek płatności, jakie generują instrumenty finansowe dostępne na rynku.

¹⁹ Pod pojęciem arbitrażu rozumie się niespekulacyjny transfer kapitału z jednego rynku na drugi, wykorzystujący różnice cenowe między odpowiednimi instrumentami finansowymi na tych rynkach [Kuziak 2001].

²⁰ Przykłady zastosowania metody replikacyjnej omawia i prezentuje na przykładzie Hull [1999, s. 283-284].

W konsekwencji równania (9) wyznaczyć można prawdopodobieństwa arbitrażowe, wykorzystywane w dalszym procesie wyceny:

$$q = \frac{V_0(1 + r_f) - V_d}{V_u - V_d}$$
$$1 - q = \frac{V_u - V_0(1 + r_f)}{V_u - V_d}$$
(10)

Spełnienie założenia o możliwości konstrukcji portfela replikującego jest trudniejsze w przypadku opcji rzeczywistych, aniżeli w przypadku opcji finansowych. O ile w przypadku opcji finansowych zarówno ceny instrumentów bazowych, jak i oprocentowanie pożyczek, są bezpośrednio obserwowane na rynku, o tyle aktywa, od których zależy wartość opcji rzeczywistych (np. projekty inwestycyjne), nie są przedmiotem rynkowego obrotu. Wystarczy jednak wtedy, aby istniał na rynku instrument bliźniaczy, tj. instrument finansowy (lub też portfel instrumentów), którego zmiany wartości są doskonale skorelowane ze zmianami wartości instrumentu bazowego wycenianej opcji rzeczywistej [Capiński i Patena 2003]²¹.

W ramach metod wyceny opcji (zarówno finansowych, jak i rzeczywistych) najczęściej nie dokonuje się prognozy przyszłej wartości instrumentu bazowego. Przyszła wartość instrumentu bazowego nie jest znana, jednak istnieje możliwość dokonania sformalizowanego opisu procesu zmian wartości instrumentu bazowego. Na podstawie znanych właściwości tego procesu oraz opisujących go parametrów możliwe jest określenie rozkładu prawdopodobieństwa przyszłej wartości instrumentu bazowego w postaci zmiennej stochastycznej. Rozkład ten pozwala wyliczyć oczekiwaną przyszłą wartość wewnętrzną opcji, która następnie jest dyskontowana na moment wyceny stopą wolną od ryzyka.

Metody wyceny różnią się w szczególności sposobem modelowania zmian cen instrumentu bazowego. Wśród metod wyceny opcji realnych do najczęściej wykorzystywanych należą:

- podejście analityczne z czasem ciągłym – wykorzystujące opis zmienności instrumentu bazowego w postaci rozkładu prawdopodobieństwa,
- podejście numeryczne z czasem dyskretnym – wykorzystujące opis zmienności instrumentu bazowego w postaci drzewa dwu- lub wielomianowego.

²¹ Konsekwencje nawet niewielkiego rozluźnienia założenia korelacji instrumentu bazowego oraz bliźniaczego dyskutują Hubalek i Schachermeyer [2001].

Do rzadziej wykorzystywanych, choć także powszechnie występujących w literaturze, należą metody aproksymacji wartości opcji za pomocą procedur numerycznych:

- wykorzystanie symulacji Monte Carlo – zakładające określenie wartości opcji na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa losowych wartości NPV projektu inwestycyjnego, określanego w dwóch wariantach – uwzględniającym występowanie opcji oraz brak jej występowania; wartość opcji odpowiada różnicy wartości oczekiwanych obu rozkładów²²,
- rozwiązanie metodą różnic skończonych [Geske i Shastri 1985].

W celu odwzorowania zmienności wartości instrumentu bazowego, najczęściej przyjmuje się założenie, iż zachodzące w czasie zmiany wartości instrumentu bazowego opisać można poprzez pewną wersję procesu stochastycznego zwanego ruchem Browna²³, który opisać można formułą:

$$dV = \alpha V dt + \sigma V dz \quad (11)$$

gdzie: dV oznacza zmianę wartości projektu inwestycyjnego w nieskończenie małym odcinku czasu ($dt \rightarrow 0$), czyli odpowiada różniczce zupełnej funkcji opisującej kształtowanie się V , α oznacza dryf, czyli oczekiwaną stopę zwrotu z instrumentu bazowego w nieskończenie małym odcinku czasu, σ stanowi odchylenie standardowe stopy wzrostu wartości projektu w nieskończenie małym odcinku czasu, natomiast z jest standardowym procesem Wienera.

Inną postać geometrycznego ruchu Browna przedstawia wzór, który wykorzystuje kategorię logarytmu naturalnego instrumentu bazowego, co podkreśla logarytmiczno-normalne rozkłady jego wartości:

$$d \ln V = \alpha dt + \sigma dz \quad (12)$$

Proces błędzenia losowego, na którym zbudowany jest proces Wienera, opisać można wzorem:

$$z(k+1) = z(k) + \varepsilon_t(k) \sqrt{dt} \quad (13)$$

natomiast przyrost standardowego procesu Wienera wyraża się formułą:

$$dz = \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad (14)$$

gdzie ε_t jest zmienną losową o standaryzowanym rozkładzie normalnym. Ze względu na wymienione wyżej właściwości procesu Wienera (z), wariancja zmiennej dz jest funkcją liniową długości horyzontu czasowego.

²² Szeroki dorobek w tym zakresie na gruncie literatury polskiej prezentuje Wiśniewski [2006, 2007a, 2007b, 2008].

²³ Informacje w zakresie ruchu Browna w odniesieniu do instrumentów finansowych szeroko dyskutowane są niemal w każdej pozycji z zakresu instrumentów pochodnych, np. Dixit i Pindyck [1994]

Obustronne podzielenie równania (11) przez V prowadzi do:

$$\frac{dV}{V} = \alpha dt + \alpha dz = \alpha dt + \alpha \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad (15)$$

gdzie wyrażenie $\frac{dV}{V}$, a więc względna zmiana V , oznacza stopę wzrostu wartości instrumentu bazowego w nieskończenie małym odcinku czasu.

W celu określenia wartości opcji wykorzystywane są metody przybliżone oparte na skończonych przyrostach czasu, dla których równanie (11) otrzymuje postać:

$$\Delta V = \alpha V \Delta t + \alpha V \Delta z \quad (16)$$

gdzie: ΔV stanowi zmianę wartości projektu inwestycyjnego w odcinku czasu Δt , α oraz σ oznaczają odpowiednio dryf oraz odchylenie standardowe stopy wzrostu wartości instrumentu bazowego w odcinku czasu Δt , przy czym dryf procesu stochastycznego odpowiada oczekiwanej wartości wskaźnika wzrostu przepływów pieniężnych. Natomiast przyrost standardowego procesu Wienera dla skończonych przyrostów czasu wyraża się wzorem:

$$\Delta z = \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \quad (17)$$

przy czym realizacja zmiennej losowej o standaryzowanym rozkładzie normalnym, ε_t , następuje z okresie: $t - 1, t$, przy czym $E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ dla $t \neq s, t, s = 1, 2, 3, \dots, T$, co oznacza brak autokorelacji składnika losowego.

Wartość oczekiwaną zmiennej $V(t)$, $E[V(t)]$, oraz wariancję wartości projektu, $\sigma^2[V(t)]$, w danym momencie, t , można wyrazić w następujący sposób [Dixit i Pindyck, s. 71-72]:

$$E[V(t)] = V_0^2 e^{\alpha t} \quad (18)$$

$$\sigma^2[V(t)] = V_0^2 e^{2\alpha t} (e^{\sigma^2 t} - 1) \quad (19)$$

Dla potrzeb szacowania wartości opcji często wygodniej jest posługiwać się procesem opisującym zmiany logarytmu naturalnego wartości instrumentu bazowego $F(V, t) = \ln(V)$. Przyrost logarytmu naturalnego wartości danego instrumentu odpowiada stopie wzrostu (stopie zwrotu z) wartości tego instrumentu. Zakładając, że V jest procesem stochastycznym spełniającym równanie (11), różniczkę dF oszacować można z wykorzystaniem pochodnych cząstkowych pierwszego rzędu funkcji $F(V, t)$ ze względu na V i na t , zgodnie z formułą:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt \quad (20)$$

przy czym do szacowania dF wykorzystać można pochodne cząstkowe wyższych rzędów, korzystając z rozwinięcia funkcji w szereg Taylora, uzyskując równanie:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial V^2} (dV)^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{\partial^3 F}{\partial V^3} (dV)^3 + \dots \quad (21)$$

Przy założeniu, że dt dąży do zera, składniki sumy (21) szybko dążą do zera, bowiem zawierają przyrosty dt w potęgze przekraczającej jeden oraz przyrosty dV w potęgze przekraczającej dwa. Dodatkowo, dla nieskończenie małych przyrostów dt

$$(dV)^2 = \sigma^2 V^2 dt \quad (22)$$

Po uwzględnieniu granicznych wartości składników sumy równanie (22) przyjmuje postać określaną mianem lematu Ito, umożliwiającego różniczkowanie funkcji stochastycznej:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial V^2} (dV)^2 = \frac{\partial F}{\partial V} dV + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 F}{\partial V^2} \sigma^2 V^2 dt \quad (23)$$

Lemat Ito wykorzystywany jest do szacowania parametrów procesu stochastycznego opisującego $\ln(V)$. Pochodne cząstkowe wynoszą odpowiednio:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial F}{\partial V} = \frac{1}{V} \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial V^2} = -\frac{1}{V^2} \quad (26)$$

stąd też:

$$dF = \frac{1}{V} dV - \frac{1}{2V^2} (dV)^2 = \alpha dt + \sigma dz - \frac{1}{2} \sigma^2 dt = \left(\alpha - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dz \quad (27)$$

Do wyceny opcji wykorzystywane są również inne modele dynamiki instrumentu bazowego (instrumentu bliźniaczego), takie jak proces powracający do średniej, w najprostszej wersji zwany procesem Ornsteina-Uhlenbecka [Dixit i Pindyck 1994, s. 74-68 i 161-167; Jajuga 2000, s. 100], czy też proces łączący geometryczny ruch Browna z równaniem Poissona [Dixit i Pindyck 1994, s. 74-88 i 161-167; Jajuga 2000, s. 100].

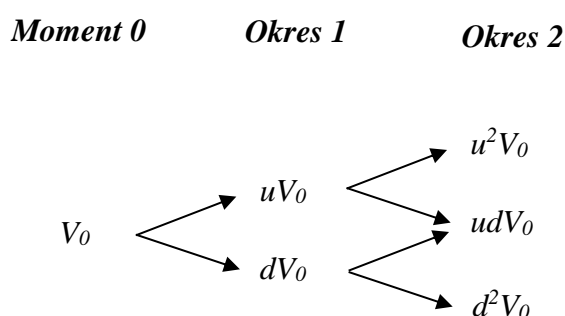
W modelach wyceny opcji z czasem dyskretnym zmienność wartości instrumentu bazowego najczęściej opisywana jest z wykorzystaniem drzew dwumianowego (lub wielomianowych²⁴). Poszczególne węzły drzewa dwumianowego odzwierciedlają kolejne momenty w czasie oraz możliwe przyszłe stany natury. W konstrukcji drzewa dwumianowego najczęściej zakłada się, że w każdym kolejnym okresie wartość instrumentu bazowego może zmienić się o określony wskaźnik wzrostu, u , bądź spadku, d , co odpowiada geometrycznemu ruchowi Browna. Taki rodzaj drzewa określany jest jako drzewo multiplikatywne²⁵.

²⁴ W literaturze powszechnie wykorzystywane jest podejście oparte na drzewach dwumianowych, jednak istnieją przykłady drzew o innej konstrukcji, na przykład trójmianowych: Mun [2002, s. 230-231].

²⁵ W literaturze spotkać można również drzewa odzwierciedlające arytmetyczny ruch Browna, w których wartość instrumentu bazowego w kolejnych okresach oblicza się jako sumę lub różnicę wartości w poprzednim węźle oraz określonej kwoty.

Najczęściej zakłada się również, że wskaźnik spadku wartości instrumentu bazowego stanowi odwrotność wskaźnika wzrostu. W efekcie, następujące po sobie wzrost i spadek wartości instrumentu bazowego prowadzą do powrotu instrumentu bazowego do jego wartości wyjściowej. Cecha drzewa dwumianowego polegająca na tym, że następujące po sobie wzrost i spadek jego wartości prowadzą do jednakowej wartości instrumentu bazowego, jak spadek i wzrost, określana jest mianem rekombinacji²⁶, natomiast drzewa rekombinowane nazywane są również „kratą dwumianową” (ang. *binominal lattice*) [Luenberger 2003, s. 150-152]. Przykład multiplikatywnego rekombinowanego drzewa dwumianowego zaprezentowano na schemacie 1.

Schemat 1: Przykład drzewa dwumianowego multiplikatywnego rekombinowanego



Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Copeland i Antikarov 2001, s. 122-123].

W modelu ciągłym, przy założeniu kształtowania się wartości instrumentu bazowego zgodnie z geometrycznym ruchem Browna oraz ciągłej kapitalizacji przyrostów wartości instrumentu, stopę wzrostu, $\frac{dV}{V}$, opisać można formułą [McDonald i Siegel 1986, s. 707]:

$$\frac{dV}{V} = e^{\alpha dt + \sigma \varepsilon \sqrt{dt}} = e^{\alpha dt} e^{\sigma \varepsilon \sqrt{dt}} \quad (28)$$

przy czym $\alpha, \sigma = const$. Zważając, że część deterministyczna procesu, $e^{\alpha dt}$, nie ma wpływu na wartość opcji, wskaźniki wzrostu, u , i spadku, d , wartości instrumentu bazowego można skalkulować na podstawie części stochastycznej ruchu Browna:

$$u = e^{\varepsilon \sqrt{\Delta t}} \quad (29)$$

$$d = \frac{1}{u} = e^{-\varepsilon \sqrt{\Delta t}} \quad (30)$$

Wyceny opcji w ramach modelu z czasem dyskretnym dokonuje się począwszy od momentu jej wygaśnięcia, w którym wartość całkowita opcji odpowiada jej wartości wewnętrznej. Konstrukcja drzewa dwumianowego wymaga zatem określenia momentu

²⁶ W literaturze wykorzystywane są również (choć rzadziej) drzewa nierekombinowane, w przypadku których kolejne gałęzie drzewa nie spotykają się we wspólnych węzłach, lecz tworzą niezależne ścieżki, co prowadzi do większej złożoności drzewa oraz bazujących na nim obliczeń.

wygaśnięcia opcji. W momencie tym nie ma możliwości dalszego odsunięcia w czasie decyzji o wykonaniu opcji, zatem opcja nie posiada już wartości czasowej. Następnie, cofając się każdorazowo o jeden okres, dokonuje się porównania w każdym węźle drzewa dwumianowego wartości wewnętrznej opcji (tj. wartości wynikającej z możliwości niezwłocznego wykonania opcji) z wartością wynikającą z możliwości wykonania opcji w przyszłości. W ten sposób dokonuje się weryfikacji zasadności dalszego odraczania w czasie decyzji o wykonaniu opcji. Wartość korzyści wynikających z możliwości wykonania opcji w przyszłości odpowiada bieżącej wartości oczekiwanej przyszłych wartości całkowitych opcji (obliczonych w następujących węzłach drzewa dwumianowego) ważonych prawdopodobieństwami arbitrażowymi przypisanymi poszczególnym przyległym gałęziom drzewa. Wartość bieżąca kalkulowana jest przy tym z wykorzystaniem stopy dyskonta w postaci stopy zwrotu z papierów wartościowych pozbawionych ryzyka.

Najczęściej stosowanym podejściem do wyceny opcji w ramach modeli z czasem dyskretnym jest podejście sformułowane przez Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979]²⁷. Model ten zakłada wycenę opcji poprzez konstrukcję portfela zabezpieczającego złożonego z instrumentu bazowego oraz pożyczki pozbawionej ryzyka. Opierając się na założeniu braku arbitrażu, zakłada się, że wartość opcji musi równać się wartości portfela zabezpieczającego. W innym wypadku możliwe byłoby osiągnięcie zysku pozbawionego ryzyka. Wycena opcji możliwa jest dzięki zastosowaniu właściwie skonstruowanych prawdopodobieństw arbitrażowych, określanych na podstawie zmienności instrumentu bazowego lub bliźniaczego dostępnego na rynku kapitałowym.

W ramach modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina zakłada się, że zmienność instrumentu bazowego opisana jest w postaci multiplikatywnego rekombinowanego drzewa dwumianowego, natomiast wskaźnik wzrostu oraz spadku wartości instrumentu bazowego definiowany jest zgodnie z formułami (29) i (30). W takiej sytuacji wartość prawdopodobieństwa arbitrażowego wzrostu wartości instrumentu bazowego w kolejnym okresie, q , określona jest formułą:

$$q = \frac{e^{(r_f - \delta)\Delta t} - d}{u - d} \quad (31)$$

gdzie: u jest wskaźnikiem wzrostu wartości instrumentu bazowego w okresie Δt , d oznacza wskaźnik spadku wartości instrumentu bazowego, r_f to stopa zwrotu z papierów

²⁷ Zgodnie z praktyką występującą w literaturze, podejście to w dalszej części pracy nazywane będzie także podejściem / modelem „Coxa-Rossa-Rubinsteina” lub też w skrócie „CRR”.

wartościowych pozbawionych ryzyka, natomiast δ oznacza koszt utraconych korzyści wynikający z odsuwania w czasie decyzji o wykonaniu opcji.

Wartość całkowita opcji, C , w danym węźle drzewa dwumianowego, określona jest natomiast wzorem:

$$C = \max((q * C_u + (1 - q) * C_d)e^{-rf}, C_{wew}) \quad (32)$$

gdzie: C_{wew} oznacza wartość wewnętrzną opcji w danym węźle drzewa dwumianowego, C_u to wartość całkowita opcji w kolejnym węźle drzewa dwumianowego, odpowiadającym scenariuszowi wzrostu wartości instrumentu bazowego, natomiast C_d oznacza wartość całkowitą opcji w węźle drzewa dwumianowego odpowiadającym scenariuszowi spadku wartości instrumentu bazowego w kolejnym okresie.

W przypadku modelu analitycznych wyceny opcji, najczęściej bazuje się na rozkładzie prawdopodobieństwa przyszłej wartości instrumentu bazowego w postaci zmiennej stochastycznej. Rozkład ten umożliwia wyliczenie oczekiwanej przyszłej wartości wewnętrznej opcji, która następnie jest dyskontowana na moment wyceny stopą wolną od ryzyka. Alternatywnie zakłada się, że wartość oczekiwana przyrostów wartości portfela zabezpieczonego złożonego z opcji oraz instrumentu bazowego, w odpowiednich proporcjach, odpowiada stopie zwrotu wolnej od ryzyka. Jeśli parametry charakterystyki rozkładu prawdopodobieństwa przyrostów wartości instrumentu bazowego są znane, możliwe jest obliczenie na ich podstawie wartości opcji. Do najczęściej stosowanych modeli analitycznych wyceny opcji należą model wyceny opcji europejskiej Blacka i Scholesa [1973]²⁸ oraz model wyceny opcji amerykańskiej Dixita i Pindycka [1994, s. 141-142].

Black i Scholes [1973], którzy zaproponowali model analityczny wyceny europejskiej opcji zakupu akcji. Bazuje on na następujących założeniach:

- krótkoterminowa stopa procentowa jest znana i stała w czasie,
- ceny akcji podlegają błędzeniu losowemu w czasie ciągłym przy stałej wartości wariancji stóp zwrotu z akcji, przez co rozkład prawdopodobieństwa cen akcji na koniec okresu stanowi rozkład logarytmiczny normalny,
- zakłada się brak wypłaty dywidend,
- zakłada się brak kosztów transakcyjnych przy zakupie lub sprzedaży akcji lub opcji,
- akcje są doskonale podzielne i możliwe jest ich wypożyczenie przy uwzględnieniu krótkoterminowej stopy procentowej,

²⁸ Zgodnie z praktyką występującą w literaturze, model ten w dalszej części pracy nazywane będzie także modelem „Blacka-Scholesa”.

- dozwolona jest krótka sprzedaż.

Model wyceny opcji Blacka-Scholesa zakłada konstrukcję portfela złożonego z akcji i zaciągniętej pożyczki w taki sposób, by generowane przez niego płatności były równe płatnościom wynikającym z opcji kupna, a dodatkowo był zabezpieczony przed ryzykiem. Wartość takiego portfela określa formuła [Chriss 1997]:

$$c_t = \Delta_t V_t - e^{-r_f T} B_t \quad (33)$$

gdzie: c_t oznacza bieżącą (w momencie t) wartość opcji kupna, Δ_t to współczynnik delta opcji, V_t jest ceną instrumentu bazowego w momencie t , natomiast B_t oznacza obecną wartość pożyczki (obligacji) o terminie wykupu T .

Wartość pożyczki, B_t , odpowiadać musi iloczynowi wartości ceny wykonania, I , oraz prawdopodobieństwa, że opcja w terminie jej wygaśnięcia będzie opcją w cenie lub po cenie:

$$B_t = I \cdot P(V_t \geq X) \quad (34)$$

Przy założeniu, że zamiany instrumentu bazowego opisane są geometrycznym ruchem Browna, wartość logarytmicznej stopy zwrotu z wartości instrumentu bazowego, $\ln\left(\frac{V_T}{V_t}\right)$, ma rozkład normalny o średniej $\mu - \frac{\sigma^2}{2}$ i odchyleniu standardowym $\sigma\sqrt{T}$. Prawdopodobieństwo, że opcja w terminie jej wygaśnięcia będzie opcją w cenie lub po cenie, $P(V_t \geq I)$, określić można formułą:

$$\begin{aligned} P(V_t \geq I) &= P\left(\frac{\ln\left(\frac{V_t}{I}\right) + T\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}} \geq \frac{\ln\left(\frac{V_t}{V_T}\right) + T\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}}\right) \\ &= N\left(\frac{\ln\left(\frac{V_t}{I}\right) + T\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}}\right) = N(d_2) \end{aligned} \quad (35)$$

gdzie jako $N(p)$ oznaczono wartość dystrybuanty standaryzowanego rozkładu normalnego w punkcie p .

Wartość współczynnika delta opcji, Δ_t , określającej relację zmian ceny opcji do wywołującej ją zmiany wartości instrumentu bazowego, określa jednocześnie liczbę jednostek instrumentu bazowego przypadających na każdą opcję, jakiej umieszczenie w portfelu jest konieczne, by był on pozbawiony ryzyka. Współczynnik ten obliczyć można jako:

$$\Delta_t = N\left(\frac{\ln\left(\frac{V_t}{I}\right) + T\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right)}{\sigma\sqrt{T}}\right) = N(d_1) \quad (36)$$

Przy założeniu opisanej analogii pomiędzy opcjami finansowymi a realnymi (por. tabela 2) wartość europejskiej opcji inwestycji, c_t , której wykonanie możliwe jest w momencie T , określić można na podstawie modelu Blacka-Scholesa jako:

$$c_t = V_t \cdot N(d_1) - I \cdot e^{-r_f T} \cdot N(d_2) \quad (37)$$

gdzie: V_t oznacza wartość bieżącą korzyści (brutto) wynikających z realizacji projektu inwestycyjnego (instrumentu bazowego) w momencie t , natomiast I stanowi wartość nakładu inwestycyjnego (cenę wykonania).

Wartość opcji europejskiej rezygnacji, p_t , której wykonanie możliwe jest w momencie T , określić można natomiast jako:

$$p_t = A \cdot e^{-r_f T} \cdot N(-d_2) - V_t \cdot N(-d_1) \quad (38)$$

gdzie A oznacza wartość likwidacyjną aktywów (cenę wykonania).

W przypadku obu powyższych opcji rzeczywistych, wartość $N(d_1)$ oraz $N(d_2)$ kalkulowana jest przy założeniu, że wartość oczekiwana wartości projektu inwestycyjnego wynosi μ , natomiast odchylenie standardowe jej zmian równe jest σ .

Na gruncie literatury przedmiotu wypracowano również szereg modeli analitycznych służących wycenie opcji amerykańskich, które znajdują zastosowanie przy wycenie opcji rzeczywistych. Przykładem jest powszechnie wykorzystywane podejście zaproponowane przez Dixita i Pindycka [1994, s. 141-142]. Również polega ono na konstrukcji portfela złożonego z opcji opóźnienia, $c(V)$, oraz n jednostek projektu inwestycyjnego, w stosunku do którego stosowana jest krótka sprzedaż, przy czym²⁹:

$$n = \frac{dc}{dV} = c'(V). \quad (39)$$

Całkowita stopa zwrotu z tak skonstruowanego portfela w nieskończenie krótkim okresie dt wynosi:

$$dc - c'(V)dV - \delta c'(V)Vdt \quad (40)$$

gdzie δ odpowiada współczynnikowi wypłaty dywidendy i w przypadku opcji rzeczywistej oznacza spadek wartości instrumentu bazowego (projektu) wynikający z odsuwania w czasie momentu przyjęcia go do realizacji. Zgodnie z lematem Ito:

$$dc = c'(V)dV + \frac{1}{2} c''(V)(dV)^2 \quad (41)$$

stąd całkowita stopa zwrotu z inwestycji w rozważany portfel jest równa:

$$\frac{1}{2} c''(V)(dV)^2 - \delta c'(V)Vdt = \frac{1}{2} \sigma^2 V^2 c''(V)dt - \delta c'(V)Vdt \quad (42)$$

²⁹ n stanowi pierwszą pochodną funkcji c względem V , co odpowiada współczynnikowi delta opcji.

Zważając na to, że skonstruowany portfel pozbawiony jest ryzyka, stopa zwrotu z inwestycji w ten portfel powinna odpowiadać stopie zwrotu z papierów wartościowych pozbawionych ryzyka, zatem:

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2c''(V)dt - \delta c'(V)Vdt = r_f[c - c'(V)V]dt \quad (43)$$

Po podzieleniu powyższego wyrażenia obustronnie przez dt oraz odpowiednim jego przekształceniu otrzymać można następującą równość:

$$\frac{1}{2}\sigma^2V^2c''(V) - (r_f - \delta)Vc'(V) - r_fc(V) = 0 \quad (44)$$

Jednocześnie spełnione muszą być następujące warunki [Dixit Pindyck, s. 141-142]:

- wartość opcji opóźnienia musi być równa zero, jeśli projekt inwestycyjny nie wykazuje (dodatniej) wartości:

$$c(0) = 0 \quad (45)$$

- wartość opcji opóźnienia w momencie jej (optymalnego) wykonania odpowiada różnicy pomiędzy korzyściami z realizacji projektu inwestycyjnego, określonymi na ten (optymalny) moment, V^* , a wartością nakładu inwestycyjnego, I :

$$c(V^*) = V^* - I \quad (46)$$

- w punkcie V^* pochodne (ze względu na V) funkcji $c(V)$ oraz $V - I$ muszą być sobie równe:

$$c'(V^*) = 1 \quad (47)$$

Rozwiązanie równania różniczkowego (44) jest następujące:

$$c(V) = A_1V^{\beta_1} + A_2V^{\beta_2} \quad (48)$$

gdzie:

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{r_f - \delta}{\sigma^2} + \left[\left(\frac{r_f - \delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{2r_f}{\sigma^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (49)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{2} - \frac{r_f - \delta}{\sigma^2} - \left[\left(\frac{r_f - \delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{2r_f}{\sigma^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (50)$$

Przy uwzględnieniu jednak warunków (45) - (47) rozwiązanie to otrzymuje postać

$$c(V) = \begin{cases} AV^{\beta_1} & \text{dla } V < V^* \\ V - I & \text{dla } V \geq V^* \end{cases} \quad (51)$$

Graniczną wartość V^* (ang. *threshold*), dla której podjęcie decyzji o wykonaniu opcji jest optymalne, określić można formułą:

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} \cdot I \quad (52)$$

Dla tak określonej wartości instrumentu bazowego, V^* , korzyści z realizacji projektu zrównują się z sumą nakładu inwestycyjnego i utraconych korzyści wynikających z decyzji o (niezwłocznej) realizacji projektu w danym momencie czasu, a tym samym rezygnacji z dalszego odsuwania w czasie decyzji o rozpoczęciu projektu. Wartość tych utraconych korzyści odpowiada wartości czasowej opcji inwestowania, czyli wartości opcji opóźnienia.

Wartość parametru A określa się na podstawie poniższej formuły:

$$A = \frac{V^* - I}{(V^*)^{\beta_1}} = \frac{(\beta_1 - 1)\beta_1^{-1}}{\beta_1^{\beta_1} I^{\beta_1 - 1}} \quad (53)$$

co, podstawiając do równania (51), prowadzi do równości:

$$c(V) = (V^* - I) \left(\frac{V}{V^*} \right)^{\beta_1} \quad (54)$$

gdzie różnicę $V^* - I$ interpretować można jako NPV projektu inwestycyjnego, natomiast wyrażenie $\left(\frac{V}{V^*} \right)^{\beta_1}$ jako stochastyczny współczynnik dyskonta [Pawlina 2003, s. 105].

Modele wyceny opcji realnych są przedmiotem krytyki, jako że wymagają spełnienia restrykcyjnych założeń stojących u podstaw metod wyceny opcji finansowych. Spełnienie tych założeń w przypadku opcji rzeczywistych jest natomiast bardzo trudne, jeśli w ogóle możliwe. W szczególności dotyczy to założenia istnienia na rynku instrumentu bazowego będącego przedmiotem płynnego obrotu. Poruszany jest również aspekt własności, związany z kwestią wyłączności posiadania opcji³⁰, a także problem wpływu wykonania opcji na instrument bazowy [Zhu i Weyant 2003]. W konsekwencji, w literaturze przez wielu badaczy kwestionowana jest zasadność i poprawność całego procesu wyceny opcji rzeczywistych opartego na wykorzystaniu metod wyceny opcji finansowych.

Arnold i Shockley [2002] twierdzą natomiast, że założenia leżące u podstaw wyceny opcji realnych nie są bardziej restrykcyjne aniżeli te przyjmowane w przypadku metod opartych na zdyskontowanych przepływach pieniężnych (np. przy kalkulacji NPV). Zarówno metody DCF, jak i metody wyceny opcji realnych, bazują na hipotezie braku arbitrażu. Także w przypadku obu tych podejść wykorzystywane są ceny dostępnych na rynku aktywów, co wymaga spełnienia założenia o zupełności rynków. Jednocześnie jednak, zdaniem badaczy, nie jest konieczne istnienie aktywnego rynku, na którym możliwy byłby obrót podobnymi aktywami. Wystarczy jedynie możliwość skonstruowania portfela instrumentów o jednakowej charakterystyce, jak wyceniany składnik aktywów.

³⁰ Warunek ten często nie jest spełniony w przypadku opcji rzeczywistych. Problem współdzielenia opcji realnych oraz wpływu konkurencji na decyzje strategiczne oraz wartość projektów inwestycyjnych przedsiębiorstwa jest przedmiotem rozważań w ramach kolejnego rozdziału niniejszej rozprawy.

Choć analogia opcji rzeczywistych do opcji finansowych wydawać się może przejrzysta, w praktyce ze stosowaniem metod wyceny opcji finansowych do wyceny opcji realnych związane są także liczne trudności. Ograniczenia w tym zakresie porządkuje Wiśniewski [2008, s. 261] wskazując między innymi na:

- trudność zidentyfikowania opcji, jej właściwego zdefiniowania oraz opisu liczbowego,
- ograniczenia standardowych modeli wyceny opcji – uchwycenie złożonego charakteru wielu opcji w postaci prostej formuły optymalizacyjnej jest wielokrotnie trudne lub nawet niemożliwe; jednocześnie stosowanie formuły Blacka-Scholesa pozwala jedynie na wycenę opcji europejskich, podczas gdy większość opcji realnych ma charakter opcji amerykańskich,
- założenie o znanej i stałej cenie wykonania – w przypadku opcji finansowej cena wykonania jest pewna i jasno określona w kontrakcie opcyjnym, natomiast ceną wykonania opcji realnych są najczęściej miary ekonomiczne wymagające oszacowania i podlegające zmianom w czasie, jak na przykład wartość nakładów inwestycyjnych, czy wartość likwidacyjna aktywów,
- założenie o jednym źródle niepewności – w większości modeli wyceny opcji zakłada się występowania wyłącznie jednego czynnika ryzyka, od którego uzależniona jest wartość instrumentu bazowego, podczas gdy w przypadku opcji realnych liczba czynników wpływających na wartość projektu inwestycyjnego jest znaczna, przez co uproszczenie to jest trudniejsze do zaakceptowania, niż w przypadku opcji finansowych,
- współzależność opcji – większość opcji realnych stanowi opcje złożone, wzajemnie ze sobą powiązane, co utrudnia odrębne określenie wartości poszczególnych opcji prostych oraz dokonanie wyceny portfela opcji, w tym właściwe uwzględnienie ich współzależności,
- określenie wartości instrumentu bazowego – w przypadku opcji finansowych wartość instrumentu bazowego jest w sposób jednoznaczny określona poprzez notowanie giełdowe, natomiast wartość projektu inwestycyjnego, stanowiącego instrument bazowy opcji realnej, wymaga oszacowania, co oznacza konieczność zastosowania złożonych algorytmów opartych na podejściu dyskontowym,
- szacowanie zmienności wartości projektu inwestycyjnego – zmienność wartości projektu inwestycyjnego jest trudna do oszacowania w sytuacji, w której nie jest on przedmiotem obrotu giełdowego, a informacje o jego wartości wymagają złożonego procesu wyceny,

- założenie o logarytmiczno-normalnym rozkładzie wartości instrumentu bazowego ze stałym poziomem zmienności, stojące u podstaw większości modeli wyceny opcji, przyjmowane w przypadku wartości projektu inwestycyjnego, w stosunku do którego faktyczny rozkład prawdopodobieństwa jest trudny do zweryfikowania, może budzić pewne wątpliwości; jednocześnie jeśli założenie, że zmienność instrumentu bazowego może być opisana za pomocą geometrycznego ruchu Browna, jest nieuzasadnione, cała procedura wyceny okazuje się niepoprawna,
- szacowanie czasu życia opcji – o ile w przypadku opcji finansowych czas życia opcji określony jest wprost w kontrakcie opcyjnym, o tyle w przypadku opcji realnej czas, w którym możliwe jest jej wykonanie, najczęściej nie jest precyzyjnie i jednoznacznie określony.

Pomimo przedstawionych powyżej ograniczeń, koncepcja stosowania metod wyceny opcji finansowych dla potrzeb określenia wartości projektu inwestycyjnego z uwzględnieniem towarzyszącej mu elastyczności decyzyjnej stanowi podejście powszechnie akceptowane i ugruntowane w literaturze przedmiotu, a także znajdujące zastosowanie w praktyce gospodarczej.

1.4. Podejście opcyjne w sytuacjach strategicznych

Szczególnym ograniczeniem standardowego podejścia do analizy i wyceny³¹ opcji realnych jest przyjmowane *implicite* założenie co do wyłącznego posiadania praw do wykonania opcji przez dany podmiot. Sytuacja taka możliwa jest w szczególności wtedy, gdy wyłączność w zakresie prawa do wykonania opcji zagwarantowana jest w postaci odpowiednich zabezpieczeń takich jak posiadany patent, koncesja, kontrakt gwarantujący wyłączność, czy też istotne bariery wejścia zapewniające pozycję monopolistyczną.

W praktyce gospodarczej dany podmiot najczęściej nie posiada wyłącznego prawa do wykonania opcji. W takiej sytuacji opcja ma charakter opcji powszechnej. Podmiot ten posiada co prawda elastyczność w podejmowaniu pewnych decyzji ekonomicznych, jednak analogiczne decyzje mogą zostać podjęte również przez jego konkurentów. Jest zatem możliwe, że odsuwanie w czasie decyzji o wykonaniu opcji doprowadzi do wcześniejszego jej wykonania przez podmiot konkurencyjny, co natomiast może mieć istotny wpływ na wartość opcji dla rozważanego przedsiębiorstwa. W przypadku opcji opóźnienia bądź zwiększenia skali

³¹ W literaturze powszechnie stosowane są oba pojęcia: analizy oraz wyceny opcji rzeczywistych [Borison 2005], co wynika z interdyscyplinarnego charakteru podejścia opcyjnego (wykorzystywanego m.in. w obszarze finansów przedsiębiorstw oraz zarządzania strategicznego) i możliwości jego zastosowania zarówno dla określenia wartości projektu inwestycyjnego (lub firmy), jak i właściwego momentu wykonania opcji. Stąd też autor rozprawy świadomie stosuje równoległe oba te pojęcia w dalszej części dysertacji.

prowadzonej działalności wcześniejsze wykonanie opcji przez konkurenta może spowodować spadek wartości korzyści z realizacji inwestycji przez dany podmiot. Posiadanie opcji realnej na ten sam instrument bazowy (projekt inwestycyjny) przez wiele podmiotów konkurencyjnych może mieć istotny wpływ na optymalną strategię wykonania opcji przez poszczególne podmioty, a tym samym na wartość opcji rzeczywistych [Tallon i in. 2002; Zhu i Weyant 2003]. Model wyceny opcji powszechnej winien zatem właściwie odwzorowywać możliwe działania konkurentów, jako że mają one wpływ na wartość opcji.

W literaturze przedmiotu wpisującej się w nurt finansów neoklasycznych, w sytuacji istotnego znaczenia czynnika konkurencyjności proponuje się wykorzystanie podejścia do analizy i wyceny opcji realnych określanego mianem *option games*. Stanowi ono kombinację metod analizy i wyceny opcji rzeczywistych oraz elementów teorii gier.

Teorię gier nazywa się ogólną teorię sytuacji strategicznych, to jest sytuacji wzajemnej zależności, w których działanie jednego podmiotu decyzyjnego wpływa na sytuację decyzyjną drugiego podmiotu. Teoria ta znalazła szczegółowo opisana w dziele von Neumanna i Morgensterna [1944]. Badacze zaproponowali między innymi precyzyjny sposób reprezentacji gier oraz uogólnioną metodę analizy zachowań [Watson 2001].

Istnieją dwa fundamentalne założenia teorii gier: założenie pełnej racjonalności graczy, a także założenie wspólnej wiedzy (ang. *common knowledge*) wszystkich graczy. Poprzez pełną racjonalność graczy rozumie się dokonywanie przez każdego z nich wyborów najlepiej odpowiadających jego preferencjom, a dzięki temu maksymalizujących jego użyteczność. Założenie wspólnej wiedzy oznacza natomiast, że drugi gracz jest świadomy sposobu postępowania gracza pierwszego i zakłada jego pełną racjonalność działania. Podobnie gracz pierwszy świadomy jest wiedzy gracza drugiego co do racjonalności zachowania pierwszego i tak dalej [Watson 2001].

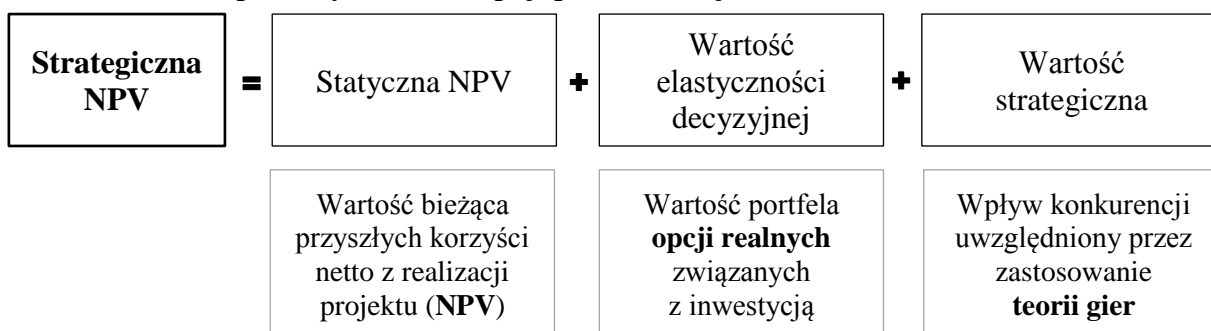
Nash [1950] zdefiniował pojęcie równowagi w grach strategicznych. Koncepcja ta określana jest w literaturze równowagą Nasha. Stanowi ona taką kombinację strategii poszczególnych graczy, dla której żaden z nich nie jest zainteresowany zmianą obranej strategii. Poszukiwanie punktu równowagi sprowadza się do podejmowania przez każdego gracza działania stanowiącego jego najlepszą odpowiedź na zachowanie pozostałych podmiotów. Zakłada się, że jeżeli podmiot mógłby w danej sytuacji podjąć decyzję dla niego bardziej korzystną, podejmie ją. To z kolei wywoła analogiczną reakcję innych podmiotów. Punkt równowagi poszukiwany jest tak długo, aż wszystkie podmioty uczestniczące w grze dokonają wyboru stanowiącego ich najlepszą odpowiedź na decyzję konkurentów.

Istnieją sytuacje w których znalezienie punktu równowagi Nasha nie jest możliwe w strategiach czystych (prostych), tj. strategiach, w których każdy z graczy dokonuje wyboru jednej możliwej alternatywy decyzyjnej i trwa przy niej. Alternatywę stanowi obranie strategii mieszanej, określającej prawdopodobieństwa, z jakimi gracz dokonuje wyboru pomiędzy możliwymi strategiami czystymi. Nash przedstawił twierdzenie, zgodnie z którym każda skończona gra strategiczna posiada równowagę Nasha w strategiach mieszanych. Rozwiązanie każdej takiej gry przedstawić można zatem w postaci zestawu prawdopodobieństw, z jakimi poszczególne strategie czyste stosowane są przed graczem.

Zastosowanie podejścia opcyjnego uwzględniającego elementy teorii gier pozwala na analizę oraz wycenę przedsięwzięć inwestycyjnych, zgodnie z założeniami ekonomii neoklasycznej, z uwzględnieniem trzech czynników wpływających na ich wartość [Smit i Trigeorgis 2006b]:

- wartości oczekiwanej przepływów pieniężnych wynikających z natychmiastowej i nieprzerwanej realizacji projektu inwestycyjnego – wartość tę określa miara NPV nazywana (w kontekście podejścia opcyjnego) miarą statyczną wartości inwestycji³²,
- wartości elastyczności decyzyjnej związanej z możliwością aktywnego zarządzania strategicznego w obszarze działalności inwestycyjnej przedsiębiorstwa – jest to wartość portfela opcji rzeczywistych związanych z inwestycją³³,
- strategicznej wartości interakcji zachodzących w środowisku konkurencyjnym, związanych z możliwością wykonania opcji przez inne podmioty – komponent ten uwzględniany jest w kalkulacji wartości opcji poprzez zastosowanie teorii gier.

Schemat 2: Komponenty wartości opcji powszechnej



Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Smit Trigeorgis 2006b].

³² Smit i Trigeorgis określają miarę NPV jako statyczną w tym sensie, że nie uwzględnia ona elastyczności decyzyjnej związanej z inwestycją.

³³ Należy pamiętać, że pomiędzy wartościami poszczególnych opcji realnych nie zachodzi zjawisko addytywności. Wartość elastyczności oznacza łączną wartość portfela opcji realnych, nie natomiast prostą sumę wartości poszczególnych opcji prostych. Suma ta uwzględnia dodatkowo wartość interakcji zachodzących pomiędzy opcjami.

Powszechna opcja rzeczywista zawiera tym samym elementy gry strategicznej zarówno przeciwko naturze, bowiem uwzględnia reakcje podmiotu na zmieniającą się sytuację w otoczeniu, jak i przeciwko konkurencji, jako że bierze pod uwagę zachowania innych podmiotów współdzielących opcję powszechną, uwzględniając możliwe ich działania oraz reakcje na zachowania innych konkurentów [Smit i Trigeorgis 2006b].

W przypadku projektów inwestycyjnych realizowanych w środowisku konkurencyjnym zaobserwować można wiele różnych typów gier strategicznych. Najczęściej wskazuje się na poniższe [Smit i Trigeorgis 2006b]:

- dylemat więźnia (ang. *prisoner's dilemma*) – skłonność do wcześniejszego wykonania opcji (np. realizacji inwestycji) w celu ubiegnięcia analogicznej decyzji ze strony konkurenta; najczęściej wcześniejsze wykonanie opcji prowadzi do uzyskania wyższych korzyści z tytułu pierwszeństwa,
- podział dolara (ang. *grab the dollar*) – możliwość osiągnięcia korzyści wyłącznie w przypadku wykonania opcji (np. realizacji inwestycji) przez jednego gracza,
- palenie mostów (ang. *burning the bridges*) – skłonność do odsuwania w czasie lub rezygnacji z wykonania opcji (np. realizacji inwestycji) wynikająca z obawy przed pojawieniem się na rynku gracza o znacznie silniejszej pozycji konkurencyjnej,
- walka płci (ang. *battle of sexes*) – skłonność do wzajemnego dostosowywania strategii i nawiązywania współpracy przez podmioty działające na rynku, dysponujące opcją rzeczywistą.

W ramach podejścia *option games*, analiza gier strategicznych odbywa się dla każdego momentu w czasie i stanu natury, dla którego opcja może zostać wykonana. W każdym z nich poszczególne podmioty dysponujące opcją powszechną mają możliwość wykonania opcji lub wstrzymania się z jej wykonaniem³⁴. W zależności od strategii obranych przez poszczególnych graczy, zróżnicowany jest profil wypłat dla poszczególnych podmiotów, tj. zestaw korzyści uzyskiwanych w zależności od zachowania pozostałych graczy. W modelach z czasem ciągłym fakt ten uwzględnia się w odpowiedniej konstrukcji równań opisujących wartość wypłat dla poszczególnych graczy, mających wpływ na uzyskane rozwiązanie analityczne. W przypadku podejścia z czasem dyskretnym oznacza to natomiast analizę podgier (ang. *subgame*) strategicznych dla każdego węzła drzewa dwumianowego. W każdym z nich określany jest profil wypłat dla graczy oraz poszukiwany jest punkt równowagi Nasha, stanowiący rozwiązanie podgry w danym węźle drzewa. Na schemacie 3 zaprezentowano przykładowe

³⁴ W terminie wygaśnięcia opcji wstrzymanie się z jej wykonaniem jest jednoznaczne z rezygnacją z wykonania opcji – odrzuceniem jej.

podejście do analizy podgry strategicznych dla przypadku współdzielonej opcji inwestowania, stanowiącej przykład dylematu więźnia [Smit i Ankum 1993]³⁵.

Schemat 3: Przykład podgry strategicznej w postaci normalnej – opcja inwestowania

		Firma B	
		<i>inwestuje</i>	<i>czeka</i>
Firma A	<i>inwestuje</i>	$V_t - I, V_t - I$	$V_t^{leader} - I, C_t^{follower}$
	<i>czeka</i>	$C_t^{follower}, V_t^{leader} - I$	C_t, C_t

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Smit i Ankum 1993].

W ramach przedstawionej przykładowej gry strategicznej [Smit i Ankum 1993] istnieją cztery możliwe sytuacje:

- realizacja inwestycji w rozważanym momencie przez obie firmy jednocześnie – każda z tych firm uzyskałaby korzyści w wysokości wartości bieżącej przepływów pieniężnych brutto związanych z projektem inwestycyjnym, V_t , pomniejszonych o wartość wydatku inwestycyjnego, I ,
- realizacja inwestycji w rozważanym momencie wyłącznie przez firmę A oraz wstrzymanie się z realizacją inwestycji przez firmę B – firma A otrzymałaby dodatkową korzyść wynikającą z pierwszeństwa realizacji inwestycji, przez co jej łączne korzyści wyniosłyby $V_t^{leader} - I$, natomiast firma B nadal dysponowałaby niewykonaną opcją inwestowania, jednak o niższej wartości, $C_t^{follower}$, gdzie $V_t^{leader} - I > C_t^{follower}$,
- realizacja inwestycji w rozważanym momencie wyłącznie przez firmę B oraz wstrzymanie się z realizacją inwestycji przez firmę A – firma B otrzymałaby dodatkową korzyść wynikającą z pierwszeństwa realizacji inwestycji, przez co jej łączne korzyści wyniosłyby $V_t^{leader} - I$, natomiast firma A nadal dysponowałaby niewykonaną opcją inwestowania o wartości $C_t^{follower}$, przy czym $V_t^{leader} - I > C_t^{follower}$
- wstrzymanie się z realizacją inwestycji przez obie firmy – obie firmy dysponowałaby niewykonaną opcją inwestowania o wartości C_t , przy czym $C_t > C_t^{follower}$.

W rozważanym przykładzie powszechnej opcji inwestowania obawa przed wcześniejszym wykonaniem opcji przez konkurenta wpływa negatywnie na wartość opcji

³⁵ Postać gry normalnej w niniejszej dysertacji zaprezentowano zgodnie z powszechnie przyjętą konwencją, wskazując w ramach poszczególnych kombinacji strategii prostych obu graczy (w poszczególnych komórkach tabeli) zestaw wypłat dla każdego z graczy. W pierwszej kolejności przedstawiono każdorazowo wartość wypłat dla gracza, którego dostępne strategie proste zaprezentowano w wierszach (Firma A), natomiast w drugiej kolejności (po przecinku) wskazano wartości wypłat dla gracza, którego strategie proste odpowiadają poszczególnym kolumnom tabeli (Firma B).

inwestowania, prowadząc do szybszego jej wykonania, niż miałyby to miejsce w przypadku opcji wyłącznej [Smit i Ankum 1993; Grenadier 2002].

Określenie wartości opcji powszechnej, w ramach podejścia neoklasycznego, wymaga wyznaczenia optymalnej strategii wykonania opcji realnych przez poszczególnych graczy. W przypadku modeli z czasem dyskretnym konstruowane jest w tym celu drzewo dwumianowe uwzględniające w każdym węźle analizę podgry strategicznej. Rozwiązania poszczególnych gier poszukuje się, stosując zasadę indukcji wstecznej. Wyznaczenia punktów równowagi Nasha w kolejnych węzłach drzewa dokonuje się począwszy od ostatniego okresu (terminu wygaśnięcia opcji), a następnie dla kolejnych sąsiednich węzłów poprzedzających. Rozwiązanie podgry strategicznej dla pierwszego węzła drzewa dwumianowego pozwala określić całkowitą wartość opcji powszechnej dla każdego z graczy na początek horyzontu analizy.

Wyznaczenie wartości opcji realnej dokonywane jest zatem dla każdego z graczy, w każdym okresie horyzontu analizy, a także dla każdego stanu natury. Jest to proces złożony, a przede wszystkim zakładający *implicite* realizację założenia kompletności informacji. Należy wspomnieć, iż założenie pełnej wiedzy graczy oraz całkowitej symetrii informacji uchylają w swoich badaniach Zhu i Weyant [2003]. Podkreślają oni konieczność dokonania przez graczy wyboru pomiędzy korzyściami z tytułu uzyskiwanych informacji dzięki odsuwaniu w czasie realizacji inwestycji a kosztami wynikającymi z możliwości wcześniejszego wykonania opcji przez konkurenta. Badacze wskazują, że zjawisko asymetrii informacji może mieć wpływ na moment (a więc i kolejność) wykonywania opcji przez poszczególnych graczy, a tym samym wartość opcji.

Literatura z zakresu analizy i wyceny powszechnych opcji realnych jest bogata. Pierwsza publikacja, w której analizowano interakcje występujące pomiędzy podmiotami dysponującymi powszechną opcją rzeczywistą przedstawił Smets [1993, cyt. za Azevedo i Paxson 2010] na przykładzie zagranicznych inwestycji bezpośrednich. Wśród prac wykorzystujących podejście z czasem dyskretnym warto wspomnieć artykuł Smita i Ankuma [1993], analizujących wartość powszechnej opcji opóźnienia inwestycji o charakterze badawczo-rozwojowym. Inwestycja ta związana jest z otwarciem zakładu produkcyjnego i stanowi grę typu „dylemat więźnia”. Autorzy wykorzystali w ramach prowadzonych badań model wyceny opcji z czasem dyskretnym Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979]. Literatura głównego nurtu w późniejszym okresie dotyczyła głównie modeli z czasem ciągłym. Grenadier [1996] prezentuje wyprowadzenie punktu równowagi dla sytuacji duopolu (zgodnej z modelem Cournota-Nasha), w którym obaj konkurenci dysponują opcją powszechną opóźnienia

inwestycji. Autor formułuje rozwiązanie oparte na modelu z czasem ciągłym, wskazując na istotny spadek wartości opcji wskutek występowania możliwości wcześniejszego wykonania opcji przez konkurenta. Problem równowagi w duopolu dyskutują także choćby Huisman i Kort [1999] koncentrujący swoją uwagę na sektorze nowych technologii, Weeds [2002] analizujący tzw. “wyścig patentowy” (ang. *patent race*) w ramach działalności badawczo-rozwojowej, Murto [2004] badający optymalną strategię wyjścia z rynku, czy Smit i Trigeorgis [2006a] koncentrujący swoją uwagę na inwestycjach w rozwój prototypów w sektorze elektroniki i telekomunikacji. Kulatilaka i Perotti [1998] prezentują analityczny model wyceny wartości opcji wzrostu w otoczeniu konkurencyjnym, przy założeniu występowania konkurencji niedoskonałej. Wskazują, że w przypadku istnienia istotnej przewagi konkurencyjnej, wzrost zmienności sytuacji rynkowej prowadzi do wzrostu wartości opcji. Jednocześnie w przypadku braku takiej przewagi wyższe ryzyko systematyczne przekłada się na niższą wartość opcji powszechnej i zniechęca do podjęcia decyzji o realizacji projektu inwestycyjnego. Lambrecht i Perraudin [2003] proponują model umożliwiający analizę wartości opcji opóźnienia przy założeniu posiadania niekompletnych informacji. W zaproponowanym przez nich ujęciu standardowa wartość NPV oraz wartość uzyskana z wykorzystaniem podejścia opcyjnego stanowią dwa skrajne specyficzne przypadki różniące się zakresem posiadanych informacji. Ważną publikację z zakresu *real option games* prezentują w końcu Smit i Trigeorgis [2006b], przedstawiając wieloaspektową analizę tego podejścia oraz syntezę najważniejszych wątków z zakresu teorii gier, opcji realnych oraz zarządzania strategicznego.

Azevedo i Paxson [2010] dokonują szerokiego przeglądu literatury z zakresu *real option games*. Są to modele różniące się formalnym ujęciem czasu (czas ciągły bądź dyskretny), przyjętymi założeniami w zakresie dostępu do informacji (kompletny bądź ograniczony zakres posiadanych informacji, symetryczny lub niesymetryczny dostęp do informacji itp.), typem analizowanych gier (jednorazowe bądź powtarzalne, zakładające występowanie współpracy lub nie, o sumie zerowej bądź nie itp.), czy też obszarem zastosowania (działalność badawczo-rozwojowa, sektor infrastruktury, analiza wartości patentów, analiza sytuacji duopolu itp.). Jako standardowy opisują model, w którym wartość projektu inwestycyjnego jest niepewna i daje się opisać znanym procesem stochastycznym, natomiast nakład inwestycyjny jest nieodwracalny, niepodzielny i określony co do wartości. Projekt rozpatrywany jest w oderwaniu od pozostałych obszarów działalności przedsiębiorstwa, które posiada wystarczające wewnętrzne zasoby niezbędne do realizacji inwestycji. Podmioty działają w sytuacji duopolu, przy czym gry mają charakter gier jednorazowych o sumie zerowej, w których gracze posiadają pełen, symetryczny dostęp do informacji. Jednocześnie nie istnieje

możliwość współpracy pomiędzy graczami. Modele tworzone są najczęściej w postaci analitycznej z czasem ciągłym i w nieograniczonym horyzoncie czasowym. Poniżej zestawiono wybrane pozycje literaturowe, dokonując wyodrębnienia propozycji określonych przez Azevedo i Paxsona [2010] jako niestandardowe.

Tabela 4: Przykłady badań w zakresie wyceny opcji powszechnych

Modele standardowe	Modele niestandardowe
<ul style="list-style-type: none"> • Standardowy projekt inwestycyjny [Paxson i Pinto 2005; Joaquim i Butler 1999; Kong i Kwon 2007; Mason i Weeds 2001] • Nowe technologie [Azevedo i Paxson 2009; Huisman 2001] • Rynek nieruchomości [Grenadier 1996] • Rynek telekomunikacyjny [Paxson i Pinto 2003] • Infrastruktura publiczna [Smit 2003] • Inwestycja w rozwój możliwości produkcyjnych • Inwestycje badawczo-rozwojowe [Smit i Ankum 1993] • Równowaga sektora [Carlson i in. 2006; Smit i Trigeorgis 2006a] • Wartość patentu [Cottrell i Sick 2001; Garlappi 2001; Lambrecht 1999] • Zagraniczne inwestycje bezpośrednie [Smets 1993] 	<ul style="list-style-type: none"> • Niekompletna informacja [Decamps i Mariotti 2004; Hsu i Lambrecht 2003; Lambrecht i Perraudin 2003; Maeland 2002; Martzoukos i Zacharias 2001; Murto i Keppo 2002; Savva i Scholtes 2005] • Niedoskonała informacja [Hsu i Lambrecht 2003; Maeland 2002; Martzoukos i Zacharias 2001; Savva i Scholtes 2005] • Gra typu “zwycięzca bierze wszystko” (ang. <i>winner takes all</i>) [Maeland 2002; Murto i Keppo 2002; Weeds 2002] • Gra powtarzana wielokrotnie [Garlappi 2001; Grenadier 2000; Martzoukos i Zacharias 2001; Murto 2004; Ruiz-Aliseda 2004; Weyant i Yao 2005; Wu 2006] • Możliwość współpracy pomiędzy graczami [Mason i Weeds 2001; Savva i Scholtes 2005; Thijssen 2004 Weeds 2002] • Założenie <i>ex-ante</i> symetrii pomiędzy graczami [Baba 2001; Decamps i Mariotti 2004; Grenadier 2000; Huisman 2001; Hsu i Lambrecht 2003; Kulatilaka i Perotti 1998; Maeland 2002; Mason i Weeds 2005; Pawlina i Kort 2006; Reiss 1998; Ruiz-Aliseda 2004; Shackleton, Tsekrekos i Wojakowski 2004; Sparla 2004] • Więcej niż dwóch graczy [Agguerevere 2003; Dixit i Pindyck 1994; Grenadier 2000; Grenadier 2002; Kyaltilaka i Perotti 1998; Lambrecht i Perraudin 1998; Maeland 2002; Murto i Keppo 2002; Murto, Näsäkkälä i Keppo 2004; Nielson 2002; Odening i in 2007; Reiss 1998; Thijssen 2004; Williams 1993] • Założenie endogenicznej przewagi jednego z graczy [Baba 2001; Grenadier 2000; Grenadier 2002; Kulatilaka i Perotti 1998; Mason i Weeds 2001; Martzoukos i Zacharias 2001; Murto i Keppo 2002; Murto, Näsäkkälä i Keppo 2004; Odening i in 2007; Shackleton i in 2004; Sparla 2004; Thijssen 2004; Weyant i Yao 2005; Williams 1993]

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Azevedo i Paxson 2010].

Podejście neoklasyczne do analizy i wyceny opcji powszechnych, oparte na założeniu pełnej racjonalności i wspólnej wiedzy graczy, jest przedmiotem dyskusji w zakresie jego aplikacyjności i zgodności z rzeczywistością. Przydatność modelowania z wykorzystaniem teorii gier w formułowaniu strategii funkcjonowania w otoczeniu konkurencyjnym analizuje Saloner [1991]. Wskazuje on na ograniczenia walorów deskryptywnych modelu opartego na teorii gier. W rzeczywistości konkurenci nie działają w pełni racjonalnie, choć nie oznacza to

zdaniem Saloner braku przydatności analizy wykorzystującej teorię gier. Aplikacyjności modeli wykorzystujących to podejście autor upatruje jednak przede wszystkim w ujęciu „metaforycznym” (cyt. za autorem). O ile nie pozwalają one na formułowanie precyzyjnych wskazań dla działania menedżerów, umożliwiają zobrazowanie pewnych tendencji co do sposobu myślenia i działania w otoczeniu konkurencyjnym.

Także Kadane i Larkey [1983] szeroko dyskutują problematykę rozróżnienia pomiędzy spojrzeniem normatywnym a deskryptywnym w kontekście teorii gier. Przedmiotem zainteresowania w ramach modeli deskryptywnych (opisowych) jest rzeczywisty stan rzeczy (ang. „*is*”), podczas gdy modele normatywne koncentrują się na ich stanie pożądanym (ang. „*ought*”) [Saloner 1965]. Jak twierdzą Kadane i Larkey, w literaturze istnieje niejednorodność poglądów w zakresie umiejscowienia teorii gier w ramach prezentowanej dychotomii podejść teoretycznych, ze względu na ambiwalentny charakter tej teorii. Z jednej strony bowiem ma ona charakter normatywny, jako że ma definiować optimum decyzyjne w sytuacji konkurencyjnej, z drugiej strony umożliwiać ma prognozowanie zachowania konkurentów, co przydawać ma jej walor opisowy. Autorzy wskazują na przyczyny różnicowania poglądów w zakresie umiejscowienia teorii gier w ramach rozróżnienia pomiędzy podejściem normatywnym i deskryptywnym, wskazując na będące jej właściwością (1) introspektywne teoretyzowanie – tj. formułowanie poglądów co do możliwego zachowania innych podmiotów, na które wpływ notabene mogą mieć zdaniem autorów czynniki behawioralne, przez co faktyczne działanie może odbiegać od optymalnego, (2) istnienie rzeczywistości obiektywnej (faktycznej) oraz subiektywnej – stanowiącej odzwierciedlenie rzeczywistości obiektywnej sformułowane przez aparat percepcji, nierzadko zniekształcone ze względu na stosowane heurystyki oraz niedoskonałości tego aparatu, (3) zróżnicowaną perspektywę postrzegania rzeczywistości przez podmioty, która może być uzależniona m.in. od posiadanych przez nie informacji, a także (4) nierzadko nadmiernie wywyższane przez badaczy kryterium rozwiązywalności matematycznej (ang. *tractability*), która wielokrotnie dominuje rozważania, stanowiąc kontrargument dla akceptowania rozbieżności modelu względem rzeczywistości.

* * *

Neoklasyczna teoria finansów zakłada spełnienie założenia pełnej racjonalności podmiotów, które podejmując decyzje zgodnie z teorią użyteczności oczekiwanej, maksymalizują własną użyteczność. W ramach tej teorii wypracowano podejście do oceny efektywności inwestycji polegające na wykorzystaniu bieżącej wartości netto przepływów pieniężnych (NPV). Z czasem dostrzeżono, że klasyczna miara NPV nie uwzględnia

elastyczności decyzyjnej związanej z możliwością odsuwania w czasie realizacji projektów inwestycyjnych oraz wpływania na ich losy, w zależności od pojawiających się nowych informacji o otoczeniu.

Na gruncie teorii neoklasycznej zaproponowano wykorzystanie analogii tejże elastyczności do opcji finansowych oraz wykorzystanie metod ich wyceny do określenia wartości opcji rzeczywistych. Wśród metod wyceny opcji realnych najczęściej wykorzystuje się podejścia polegające na analizie drzew dwumianowych, w tym model Coxa-Rossa-Rubinsteina, a także modele analityczne – model Blacka-Scholesa w przypadku opcji europejskich, czy podejście prezentowane przez Dixita i Pindycka służące wycenie opcji amerykańskich. Metody wyceny wypracowane dla potrzeb szacowania wartości opcji finansowych oparte są jednak na szeregu restrykcyjnych założeń, których spełnienie w przypadku opcji rzeczywistych napotyka na liczne ograniczenia.

Standardowe modele wyceny opcji rzeczywistych nie uwzględniają wpływu czynnika konkurencyjności, powszechnie występującego w praktyce gospodarczej i wielokrotnie istotnie wpływającego na wartość opcji. Większość opcji realnych ma charakter opcji powszechnych, a brak wyłączności w dysponowaniu opcją rodzi możliwość wcześniejszego jej wykonania przez konkurenta i w konsekwencji prowadzi do spadku wartości opcji. Analiza i wycena opcji powszechnych, pozwalająca na uwzględnienie wpływu konkurencji, realizowana jest w ramach podejścia neoklasycznego z zastosowaniem teorii gier. Teoria ta zakłada spełnienie założenia pełnej racjonalności graczy, a także ich wspólnej wiedzy, niezbędnych do wyznaczenia punktu równowagi Nasha.

O ile teoria gier trafnie opisuje zachowanie *homo oeconomicus*, o tyle jego walory deskryptywne oraz aplikacyjne w kontekście ograniczonej racjonalności jednostek są przedmiotem żywych dyskusji akademickich. Model analizy sytuacji strategicznych, w tym wyceny opcji powszechnych, powinien trafnie opisywać zachowanie podmiotów i umożliwiać jego prognozę, co napotyka na liczne ograniczenia w przypadku przyjęcia założenia pełnej racjonalności graczy. Wypracowanie przydatnych wskazań normatywnych wymaga właściwego odwzorowania faktycznego zachowania konkurentów, które często odbiega od założenia pełnej racjonalności. Pomocny w tym kontekście jest dorobek ekonomii behawioralnej, czyniącej przedmiotem szczególnego zainteresowania uwarunkowania psychologiczne i społeczne wyborów ekonomicznych jednostek. Dorobek tej dziedziny, jak i jego znaczenie dla poruszanej problematyki w ramach niniejszej dysertacji, są przedmiotem kolejnego rozdziału.

Rozdział 2

OPCJE REALNE W KONTEKŚCIE TEORII PERSPEKTYWY

Niniejszy rozdział stanowi realizację drugiego celu szczegółowego rozprawy obejmującego usystematyzowanie inklinacji behawioralnych, ze szczególnym uwzględnieniem teorii perspektywy, mających znaczenie dla wyceny opcji rzeczywistych. Systematyzacja ta ma na celu wskazanie źródeł uwarunkowań psychologiczno-społecznych wyceny opcji, z których szczególne znaczenie ma postrzeganie wartości i prawdopodobieństw w sposób opisany przez teorię perspektywy.

Dla realizacji powyższego celu dokonano przeglądu badań z zakresu ekonomii behawioralnej w obszarze dokonywania wyborów ekonomicznych. W szczególności zaprezentowano dorobek finansów behawioralnych w zakresie uwzględnienia psychologicznego podłoża decyzji inwestycyjnych. Wskazano tym samym na szerszy nurt w ramach rozwoju teorii ekonomii i finansów, koncentrujący się na analizie zachowania podmiotów gospodarujących i jego uwarunkowań psychologicznych i społecznych, w który wpisuje się teoria perspektywy.

W dalszej kolejności zaprezentowano istotę teorii perspektywy, kładąc szczególny nacisk na opisany w jej ramach etap oceny wariantów decyzyjnych. Etap ten ma bowiem szczególne znaczenie dla konstrukcji modelu uwzględniającego elementy dorobku teorii perspektywy w wycenie opcji rzeczywistych, który wpisuje się w realizację głównego celu niniejszej rozprawy.

W trzecim podrozdziale opisano znaczenie dorobku finansów behawioralnych, w tym teorii perspektywy, dla wyceny opcji rzeczywistych. W szczególności uzasadniono wybór tej właśnie teorii, stanowiącej fragment dorobku ekonomii behawioralnej, koncentrujący się na analizie podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka. Dokonano również identyfikacji elementów teorii perspektywy mających znaczenie dla wyceny opcji rzeczywistych.

Rozdział zamyka podsumowanie dorobku ekonomii behawioralnej związanego z dokonywaniem wyborów w warunkach ryzyka oraz jego znaczeniem dla wyceny opcji rzeczywistych. Akcentuje ono istniejącą w literaturze lukę badawczą w zakresie konstrukcji modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy oraz podkreśla zasadność stworzenia takiego modelu.

2.1. Dokonywanie wyborów ekonomicznych w ujęciu ekonomii behawioralnej

Ekonomia behawioralna stanowi nurt badawczy związany z uwzględnieniem dorobku psychologii na gruncie nauk ekonomicznych [Tomer 2007]. Także finanse behawioralne wpisują się w nurt badawczy, w ramach którego dąży się do uwzględnienia psychologicznego podłoża podejmowania decyzji ekonomicznych, przy czym przedmiotem zainteresowania badań prowadzonych w tym obszarze jest działalność związana z przepływem pieniądza [Szyszka 2009].

Standardowe podejście stosowane w ramach ekonomii behawioralnej zakłada czteroetapowe postępowanie: (1) identyfikację powszechnie stosowanych założeń lub modeli normatywnych, (2) identyfikację występujących anomalii – zjawisk sprzecznych z tymi założeniami lub modelami, (3) sformułowanie alternatywnych teorii stanowiących uogólnienie dotychczas stosowanych oraz (4) konstrukcję modeli ekonomicznych uwzględniających założenia określone w etapie poprzednim, a także wskazanie i testowanie implikacji nowych modeli [Camerer i Loewenstein 2004]. Poszczególne etapy realizowane są zwykle przez liczne wyodrębnione przyczynki literaturowe, które następnie układają się w szerszy nurt badań o opisanym wyżej przebiegu³⁶.

Wiele z metod stosowanych w ramach ekonomii behawioralnej jest podobnych, jak w pozostałych obszarach ekonomii. Początkowo szczególne znaczenie odgrywały badania eksperymentalne. Obecnie porównywalne znaczenie mają badania i eksperymenty terenowe, symulacje komputerowe czy skanowanie mózgu [Camerer i Loewenstein 2004]. Przykładem stosowania symulacji komputerowych jest choćby badanie Angeletosa i in. [2001] w zakresie hiperbolicznego modelu konsumpcji.

Wątki z zakresu finansów behawioralnych pojawiały się w literaturze przedmiotu na długo przed zdefiniowaniem i wyodrębnieniem nazwaniem tego obszaru badawczego. Przykładem może być komentarz Smitha [1759, s. 311] wskazujący na jego świadomość awersji do strat, oceniający jako bardziej dotkliwą zmianę stanu posiadania na niższy względem satysfakcji doznawanej w momencie jego zwiększenia. Innym przykładem jest sformułowane przez Keynes'a [1936, s. 156] przyrównanie działalności inwestycyjnej na rynku giełdowym do konkursu piękności, w którym inwestorzy wybierają jako przedmiot inwestycji aktywa nie tyle atrakcyjne z ich osobistego punktu widzenia, co mogące być atrakcyjnymi z punktu widzenia innych inwestorów [Fung 2006].

W kontekście podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka, jak ma to miejsce w przypadku opcji realnych, szczególne znaczenie odgrywa szeroki dorobek literatury z zakresu ekonomii behawioralnej w zakresie percepcji i przetwarzania informacji. Simon [1955] wskazał na ograniczone możliwości przetwarzania ludzkiego umysłu wynikające z ograniczeń czasowych i technologicznych, podkreślając brak możliwości uzyskania pełnego dostępu do wszystkich informacji, a także ich dokładnego przetworzenia w ograniczonym czasie oraz przy ograniczonych możliwościach technicznych. Ze względu na powyższe,

³⁶ Niniejsza praca wpisuje się w realizację etapu czwartego, w zakresie konstrukcji modelu ekonomicznego (wyceny opcji realnych) uwzględniającego dorobek ekonomii behawioralnej wynikający z obserwacji empirycznych i sformułowanej na ich gruncie teorii (perspektywy).

w ocenie Simona jednostki nie kierują się w pełni zasadami matematyki i statystyki – a co za tym idzie, są racjonalne jedynie w ograniczonym zakresie. Algorytm podejmowania decyzji opisany przez Simona [1955] prowadzi do poszukiwania nie tyle strategii racjonalnej postępowania, co „strategii satysfakcjonowania” (ang. *satisficing*). Oznaczać to może choćby poszukiwanie pierwszej napotkanej możliwości pozwalającej osiągnąć wcześniej ustalony minimalny oczekiwany poziom aspiracji.

Również Tversky i Kahneman [1974] wskazują na ograniczoną racjonalność podmiotów gospodarujących wynikającą z presji czasu oraz złożoności informacji. Ograniczenie złożoności analizy danych dokonywane jest poprzez stosowanie heurystyk, stanowiących uproszczony intuicyjny sposób oceny i szacowania prawdopodobieństwa. Tversky i Kahneman [1974] wskazują trzy podstawowe rodzaje heurystyk: dostępności, reprezentatywności oraz heurystykę kotwiczenia [Cieślak 2003, s. 50].

Heurystyka dostępności oznacza wnioskowanie na podstawie dostępnych informacji, łatwych do przywołania z pamięci na podstawie doświadczeń lub konotacji. Mentalna dostępność jest wskazówką wykorzystywaną przy szacowaniu prawdopodobieństw – zdarzenia łatwo dostępne w pamięci uznawane są za bardziej prawdopodobne. Natomiast w przypadku braku doświadczeń własnych za bardziej prawdopodobne uznaje się zdarzenia łatwo wyobrażalne z punktu widzenia danej jednostki [Tversky i Kahneman 1973]. Dodatkowo, posługiwanie się heurystyką dostępności prowadzi do dostrzegania iluzorycznych korelacji [Chapman i Chapman 1969; Tversky i Kahneman 1974] oraz myślenia przyczynowego (ang. *causal schema*), tj. nieuzasadnionego dostrzegania zależności przyczynowo-skutkowych mimo braku ich faktycznego występowania (np. w przypadku występowania po sobie niepowiązanych zjawisk). Jednocześnie jednak, taki sposób myślenia ułatwia percepcję rzeczywistości, umożliwiając spójną interpretację zdarzeń i faktów.

Heurystyka reprezentatywności polega na wnioskowaniu poprzez poszukiwanie podobieństw. Ocena stopnia, w jakim dana próba odpowiada całej populacji (np. dane zdarzenie danemu typowi możliwych zdarzeń), dokonywana jest w sposób uproszczony poprzez ocenę podobieństwa próbki do populacji lub też poprzez ocenę, jak bardzo próbka ta charakterystyczna jest dla całej populacji. Heurystyka reprezentatywności oznacza odstępstwo od wnioskowania Bayesowskiego poprzez ignorowanie prawdopodobieństwa bazowego (*a priori*) [Kahneman i Tversky 1973].

Z heurystyką reprezentatywności powiązany jest sposób postrzegania przez ludzi losowości. Istnieje przekonanie, iż proces losowy powinien wykazywać swoje charakterystyczne cechy niezależnie od swojej długości, co Tversky i Kahneman określili

mianem „prawa małych liczb”. Seria rzutów monetą O-R-O-R-R-O (gdzie: O-orzeł, R-reszka) uznawana jest za bardziej prawdopodobną od serii O-O-O-R-R-R [Kahneman i Tversky 1972]. Losowość rozumiana jest przy tym jako proces samokorygujący, co prowadzi do tzw. „błędu hazardzisty” (ang. *gambler's fallacy*), zgodnie z którym po wielokrotnym odchyleniu w jednym kierunku oczekuje się przeciwnego odchylenia, przeszacowując prawdopodobieństwo jego wystąpienia. Oczekiwanie to wynika między innymi z nieprawidłowego rozumienia statystycznego prawa regresji do średniej [Tversky i Kahneman 1974]. Z drugiej zaś strony powszechna jest wiara w „dobrą passę”, określana jako tzw. „efekt gorącej ręki” (ang. *hand fallacy*) [Gilovich, Vallone i Tversky 1985]. Wynika ona z przekonania o występowaniu trendu w przypadku kilkukrotnego powtórzenia się odchylenia w określonym kierunku. Ostatecznie na percepcję prawdopodobieństw wpływ ma tzw. „błąd koniunkcji” polegający na przypisywaniu większego prawdopodobieństwa koniunkcji zdarzeń, aniżeli pojedynczemu zdarzeniu [Tversky i Kahneman 1983].

Heurystyka kotwiczenia polega na wnioskowaniu z uwzględnieniem pewnej pierwotnie zasugerowanej (lub przyjętej) wartości (tzw. kotwicy), wykorzystywanej przy dokonywaniu ocen i szacowaniu wielkości [Slovic i Lichtenstein 1971]. Dla przykładu wartość 8! w zależności od sposobu zapisu $1 \times 2 \times 3 \dots$ lub $8 \times 7 \times 6 \dots$ estymowana jest na całkowicie odmiennym poziomie – odpowiednio 512 oraz 2250 [Tversky i Kahneman 1974]. Estymowane wartości ciążą w kierunku kotwicy, która może stanowić pierwotnie przyjętą, zasugerowaną wartość lub też wynik wstępnego oszacowania. Estymacja obciążona jest przez pierwotnie przyjętą wartość, przy czym ostateczne dopasowanie wartości szacowanej na podstawie kotwicy zwykle jest niedostateczne. Badania wskazują, że na błąd kotwiczenia podatni są zarówno eksperci, jak i amatorzy [Northcraft i Neale 1987; Stephan i Kiell 2000].

Kolejnym obszarem inklinacji behawioralnych są zniekształcenia procesu wnioskowania. Najczęściej są one wynikiem złożenia więcej niż jednej heurystyki, co prowadzi do opisywanych w literaturze zjawisk: nadmiernej pewności siebie, selektywnej percepcji informacji, błędu afirmacji, czy też błędu „post factum” [Cieślak 2003, s. 64].

Nadmierna pewność siebie wynika z nieuzasadnionego optymizmu w ocenie własnych możliwości, co prowadzi do tzw. „błędu kalibracji”, tj. zbyt wąskiej oceny przedziałów dla szacowanych wartości [Kahneman i Riepe 1998; De Bondt 1998; Stephan i Kiell 1998]. Nasilenie efektu nadmiernej pewności siebie uzależnione jest od złożoności danej problematyki czy zjawiska [Fischhoff, Slovic i Lichtenstein 1997], przy czym przypadłość ta w większym stopniu dotyczy ekspertów niż amatorów [Griffin i Tversky 1992].

Zjawisko selektywnej percepcja wynika z ograniczonych możliwości przyswajania nowych informacji lub też wypierania informacji niezgodnych z dotychczasowymi doświadczeniami jednostki [Goldberg i von Nitzsch 2000]. Ludzie poszukują potwierdzenia własnych sądów, co określa się mianem „błędu afirmacji” (ang. *confirmation bias*), polegającego na poszukiwaniu informacji potwierdzających prawidłowość własnych przekonań oraz ignorowanie faktów stojących w sprzeczności z nimi [Einhorn i Hogarth 1978].

Błąd „post factum” [Fischhoff 1975, 1980; Wood 1978] oznacza tendencję do przeszacowywania dokładności własnych prognoz przed zajściem danego zdarzenia oraz późniejszą (po zaistnieniu zdarzenia) niezdolność do oceny uprzednich przekonań co do prawdopodobieństwa zajścia tego zdarzenia (co znajduje odzwierciedlenie w częstym stwierdzeniu: „wiedziałem, że tak będzie”). Skłonność ta prowadzi do przeceniania własnej zdolności przewidywania przyszłości, a także prowadzi do niewłaściwej oceny przeszłych decyzji.

Należy podkreślić dwojaki charakter stosowanych heurystyk. Z jednej strony stanowią one skuteczne narzędzie ograniczenia złożoności zjawisk i ułatwiają sprawne podejmowanie decyzji, co ma wymiar racjonalny, bowiem pozwala na zwiększenie efektywności procesu decyzyjnego poprzez ograniczenie wysiłków i kosztów związanych z jego realizacją. Z drugiej strony heurystyki prowadzą do systematycznych błędów (ang. *biases*) wnioskowania, co negatywnie wpływa na racjonalność podejmowanych wyborów poprzez ograniczenie możliwości osiągnięcia rozwiązania optymalnego.

Pozytywny wymiar stosowania heurystyk podkreślają Gigerenzer i Todd [1999], formułując pogląd, iż pełna ekonomiczna racjonalność może dawać gorsze efekty od stosowania szybkich i oszczędnych heurystyk (ang. *fast and frugal heuristics*). Heurystyki te mają stanowić wyraz zdolności jednostek do adaptacji do nowych zaistniałych warunków zewnętrznych. W koncepcji Gigerenzera faktyczny proces decyzyjny definiowany jest przez pięć etapów: (1) rozpoznawania, (2) poszukiwania wskazówek, (3) rozróżniania, (4) zastępowania wskazówek oraz (5) maksymalizacji. Proces dokonywania wyboru może zostać zakończony już po pierwszym etapie, jeśli podmiot decyzyjny rozpozna obiekt, wybierając znaną alternatywę. W przeciwnym przypadku poszukuje on dodatkowych wskazówek, sprawdzając, czy pozwalają one na wartościowanie alternatyw (rozróżnienie). Jeśli wskazówki okazują się niewystarczające do podjęcia decyzji, jednostka poszukuje informacji (zastępując nimi pierwotne wskazówki) pozwalających na dokonanie ostatecznego wyboru najbardziej korzystnej alternatywy. Jeśli wybór ten nie jest możliwy, jednostka dokonuje wyboru losowego. Pierwsze cztery kroki stanowią tym samym etapy wnioskowania,

natomiast dopiero w ostatnim kroku podejmowana jest decyzja. Zdaniem Gigerenzera i Goldsteina [1999] skuteczności modelu podejmowania decyzji opartego na heurystykach szybkich i oszczędnych dowodzą badania wskazujące na ponadprzeciętną rentowność portfeli konstruowanych przez laików nieposiadających wiedzy eksperckiej [Borges i in. 1999].

Thaler [1980, 1985] oraz Kahneman i Tversky [1984] wprowadzili do literatury pojęcie mentalnej księgowości (ang. *mental accounting*). Związane jest ono z wyizolowanym postrzeganiem poszczególnych aspektów podejmowanych decyzji, rozważanych w ramach odrębnych „kont umysłowych”. W konsekwencji skutki podejmowania poszczególnych decyzji nie muszą być interpretowane łącznie – każdy z nich stanowić może przedmiot odrębnej, zróżnicowanej interpretacji. Wskazuje się przy tym między innymi na tzw. hedonistyczne kadrowanie (ang. *hedonic framing*) zysków i strat, oznaczające kodowanie osiągniętych wyników finansowych w sposób budzący możliwie wysokie zadowolenie lub możliwie ograniczone negatywne odczucia.

Literatura z zakresu ekonomii behawioralnej wskazuje także na systematycznie występujące zjawiska różniące występujące w rzeczywistości dynamiczne procesy decyzyjne względem modeli normatywnych, takich jak teoria użyteczności oczekiwanej, czy też neoklasyczne modele wyboru poziomu konsumpcji i inwestycji, w tym teoremat separacji Fishera [1930] czy teorię zdyskontowanej użyteczności Samuelsona [1937]. Dotyczy to w szczególności dwóch obszarów: indywidualnej stopy dyskonta oraz dynamiki procesów adaptacyjnych.

Anomalie wyboru międzyokresowego związane z niekonsekwencją decyzji prowadzone były przez Thalera [1981], który wskazał na trzy rodzaje zachowań sprzecznych z teorią zdyskontowanej użyteczności: (1) spadek stopy dyskonta wraz z wydłużaniem się okresu oczekiwania na wypłatę, (2) spadek stopy dyskonta wraz ze wzrostem wartości wypłaty, (3) wyższy poziom stopy dyskonta dla zysków aniżeli strat.

Zjawisko negatywnych preferencji czasowych związane jest z odmienną percepcją sekwencji wypłat względem wypłat pojedynczych. W przypadku sekwencji wypłat, stosowane stopy dyskonta mogą mieć wartość ujemną [Loewenstein i Prelec 1993], co jest sprzeczne z założeniami modelu zdyskontowanej użyteczności. Dodatni poziom stóp dyskonta sugerowałby, że jednostki preferują malejącą sekwencję wypłat, podczas gdy w rzeczywistości znacznie bardziej pożądaną jest sekwencja rosnąca [Loewenstein i Thaler 1989; Hsee, Abelson i Salovey 1991; Varey i Kahneman 1992].

Niższy poziom stóp dyskonta dla wysokich wartości wypłat nazywany jest efektem skali (ang. *magnitude effect*). Efekt ten daje się wytłumaczyć w odniesieniu do problemu

samokontroli. Oczekiwanie na wypłatę związane jest z wysiłkiem, w przypadku którego oczekuje się odpowiedniego wynagrodzenia. Jednocześnie poziom tego wynagrodzenia oceniany jest odmiennie dla wysokich i niskich wartości wypłat, co wynika z malejącej wrażliwości na kolejne przyrosty ich wartości.

Asymetria w zakresie dyskontowania zysków oraz strat określana jest także efektem znaku. Empiryczne dowody na jej występowanie prezentują między innymi Lowenstein [1998] oraz Thaler [1981], wskazując na wyższy poziom dyskonta stosowany w przypadku strat aniżeli zysków. Zauważalne są również negatywne preferencje czasowe w zakresie ponoszenia strat, w przypadku których jednostki mogą preferować szybszą ich realizację względem oczekiwania na ich poniesienie.

Oprócz anomalii wyboru międzyokresowego wskazanych przez Thalera [1981], w literaturze omawiamy jest tzw. efekt źródła, zgodnie z którym jednostki stosują różne stopy dyskonta w zależności od źródła uzyskiwanych dochodów. Dotyczy to formy otrzymywania dochodów, np. różnych form uzyskiwanych premii lub sposobu postrzegania uzyskiwanych darowizn [Shefrin i Thaler 1988]. Obserwacje w tym zakresie są spójne z koncepcją mentalnej księgowości, bowiem różne źródła dochodów stanowią odrębne „konta umysłowe”, co znajduje odzwierciedlenie w odmiennych poziomach stopy dyskonta.

Szczególny obszar zainteresowania naukowców stanowi dokonywanie wyboru międzyokresowego w warunkach ryzyka, który włączy w siebie dwa elementy – preferencje czasowe oraz stosunek do ryzyka. Ahlbrecht i Weber [1997] wskazują na występowanie niższych stóp dyskonta w przypadku podejmowania decyzji w warunkach ryzyka, co jest sprzeczne z klasycznym rozumieniem ryzyka, jako uzasadniającego oczekiwania co do uzyskiwania dodatkowej premii. Ze względu na jednoczesne dyskontowanie ze względu na czas oraz ryzyko, czynnik ryzyka dominuje w percepcji jednostki, co prowadzi do niższego oczekiwania co do stopy dyskonta ze względu na odsunięcie w czasie [Stevenson 1992].

W literaturze z zakresu finansów behawioralnych sformułowano podejścia wpisujące się w dążenie do zbudowania deskryptywnego modelu dokonywania przez jednostki wyboru międzyokresowego. Istotny udział w tym zakresie mieli Loewenstein i Prelec [1992], którzy zaproponowali koncepcję dyskontowania hiperbolicznego. Zgodnie z tą koncepcją rzeczywista funkcja dyskontowa opisana jest poprzez hiperbolę, nie natomiast funkcję wykładniczą, jak postuluje się na gruncie modeli normatywnych. Negatywna zależność pomiędzy parametrem określającym czas oraz wartością stopy dyskonta prowadzi do odwracania się preferencji, a w konsekwencji dynamicznej niekonsekwencji wyborów. Wpływ czasu na siłę dyskontowania prowadzi do przecinania się krzywych użyteczności.

Problem dynamicznej niekonsekwencji wyborów związany jest natomiast z tzw. konfliktem intrapersonalnym [Thaler i Shefrin 1981; Shefrin i Thaler 1988] opisywanym na gruncie badań nad problemem samokontroli jednostek. Dyskontowanie hiperboliczne prowadzi do sprzeczności bieżących i przyszłych preferencji, co rodzi konflikt wewnętrzny pomiędzy dążeniem do racjonalnego planowania oraz jednoczesną tendencją do krótkowzrocznej percepcji zjawisk. Konsekwencją powyższego jest natomiast skłonność do zmian preferencji w czasie.

Znaczenie czynnika czasu w procesie dokonywania wyborów ekonomicznych wiąże się także z zagadnieniem pamiętania przeszłości. Dynamiczne odczuwanie użyteczności dyskutowane jest w literaturze między innymi w zakresie występowania i dynamiki procesów adaptacyjnych, a także oceny zdarzeń minionych, warunkujących bieżącą percepcję jednostek oraz formułowanie przez nie osądów dotyczących przyszłości.

Adaptacja stanowi mechanizm redukcji efektów powtarzalnego działania lub bodźców pojawiających się stale w otoczeniu. W przypadku decyzji ekonomicznych dotyczy to np. realizowanych zysków bądź strat z inwestycji [Frederick i Loewenstein 1992]. Mechanizm ten realizuje funkcję ochronną, poprzez ograniczenie działania zewnętrznego bodźca, a także funkcję ostrzegawczą, poprzez wzmocnienie odczuwania zmian istotnie odbiegających od poziomów uznawanych za normalne³⁷. Proces adaptacji może mieć szczególne implikacje dla mechanizmów podejmowania decyzji w warunkach ryzyka opisanych na gruncie teorii perspektywy. Procesy przystosowawcze związane z upływem czasu wpływają na sposób percepcji wartości i prawdopodobieństw. Między innymi dotyczyć to może zmian poziomu punktu odniesienia, związanych z przyzwyczajaniem się jednostki do bieżąco aktualizowanych wartości, np. osiągniętych strat, które mogą się z czasem stawać mniej dotkliwe. Punkt odniesienia w kontekście procesów adaptacyjnych może mieć zatem charakter dynamiczny.

Dla bieżącej percepcji zjawisk znaczenie ma również sposób postrzegania zdarzeń minionych, w tym decyzji podejmowanych w przeszłości i ich skutków. Nierzadko ich

³⁷ Pomiar procesów adaptacji zaproponowany został przez Helsona [1964], który wprowadził pojęcie poziomu adaptacji, tj. nasilenia bodźca uznawanego za normalne i niewywołującego reakcji. Odzworowanie procesów adaptacyjnych dokonywane jest powszechnie z wykorzystaniem modelu Hardie'go, Johnsona i Fadera [1993], zgodnie z którym bieżący poziom adaptacji stanowi średnią ważoną przeszłych wartości bodźca, przy czym ostatnia (najnowsza) wartość otrzymuje najwyższą wagę. Zgodnie z modelem Hardie'go, Johnsona i Fadera [1993] bieżąca użyteczność jest funkcją różnicy między aktualną wartością bodźca a bieżącym poziomem adaptacji. W konsekwencji postrzegana wartość bodźca zależy od jego wartości w przeszłości, natomiast intensywność bodźca o stałym poziomie z czasem jest coraz niższa.

percepcja jest obarczona systematycznym błędem. Kahneman [2000] różnicuje pojęcia użyteczności pod względem czasu, wskazując na:

- chwilową użyteczność (ang. *moment utility*) – związaną z odczuwaniem bodźców w danym momencie,
- profil użyteczności (ang. *utility profile*) – stanowiący sekwencję chwilowych użyteczności w pewnym odcinku czasu,
- pamiętaną użyteczność (ang. *remembered utility*) – będącą ogólną oceną przeszłego zdarzenia dokonywaną przez jednostkę.

Percepcję zdarzeń minionych cechują między innymi: reguła ekstremum i końca (ang. *peak-end rule*) oraz ignorowanie długości sekwencji (ang. *duration neglect*). Reguła ekstremum i końca [Fredrickson i Kahneman 1993] oznacza ocenę zdarzeń minionych odpowiadającą w przybliżeniu średniej arytmetycznej wartości ekstremalnej i końcowej zarejestrowanych w trakcie trwania zdarzenia. Możliwość stosowania tej reguły dla wypłat pieniężnych została potwierdzona przez Langer, Sarina i Webera [2002]. Ci sami badacze zaprezentowali badania dowodzące występowania zjawiska ignorowania długości sekwencji [Langer, Sarin i Weber 2002]. Zgodnie z wynikami ich badań, zapamiętywana użyteczność jest niezależna od długości trwania zdarzenia, czego nie daje się wytłumaczyć na gruncie teorii użyteczności oczekiwanej.

Szyszka [2009] porządkuje dorobek finansów behawioralnych, dokonując podziału na psychologiczne i społeczne uwarunkowania podejmowanych decyzji ekonomicznych. W ramach pierwszej z tych kategorii których wyróżnia:

- aspekty związane z budowaniem przekonań – w tym uwarunkowania postrzegania rzeczywistości, związane z ograniczonymi możliwościami przetwarzania informacji, zjawisko nadmiernej pewności siebie oraz zagadnienia dotyczące błędnej oceny reprezentatywności próby,
- aspekty związane z kształtowaniem preferencji – do których zalicza zjawiska opisane na gruncie teorii perspektywy, zjawisko lęku przed nieznanym, efekt status quo i pułapkę zaangażowania, a także zagadnienia dotyczące kształtowania preferencji w czasie,
- aspekty związane ze znaczeniem stanów emocjonalnych – w tym wpływ stanów emocjonalnych na podejmowanie decyzji ekonomicznych, znaczenie żalu i rozczarowania, a także strachu i chciwości.

O ile czynniki psychologiczne dotyczą indywidualnych uwarunkowań procesu decyzyjnego, stanowiących najczęściej charakterystykę jednostki dokonującej wyborów, o tyle

uwarunkowania społeczne związane są z funkcjonowaniem jednostki w ramach zbiorowości.

Obejmują one [Szyszka 2009]:

- wpływ otoczenia na jednostkę oraz zachodzące interakcje międzyludzkie – dotyczące m.in. procesu uczenia się w społeczności, bezpośredniej komunikacji międzyludzkiej, znaczenia informacji medialnych, czy oddziaływania grup społecznych,
- społeczno-etyczne przesłanki dokonywania wyborów,
- zachowania zbiorowe oraz związane z nimi kaskady informacyjne.

Szyszka [2009] na gruncie finansów behawioralnych porządkuje również zjawiska opisujące podejmowanie decyzji ekonomicznych. Najważniejsze z nich zebrano w tabeli 5.

Tabela 5: Psychologiczne i społeczne uwarunkowania decyzji ekonomicznych

I. UWARUNKOWANIA PSYCHOLOGICZNE			
1. Budowanie przekonań			
Postrzeganie rzeczywistości	Nadmierna pewność siebie	Błędna ocena reprezentatywności próby	Aktualizacja przekonań
<ul style="list-style-type: none"> • efekt wąskich ram – skłonność do analizowania problemów w oderwaniu od szerszego kontekstu [Kahneman i Tversky 1984; Kahneman i Lovallo 1993; Read, Loewenstein i Rabin 1999] • iluzja pieniędzy – brak rozróżnienia wartości nominalnych i realnych [Shafir, Diamond i Tversky 1997] • księgowanie umysłowe – odrębne postrzeganie poszczególnych aspektów dokonywanych wyborów [Thaler 1985; Thaler 1990; Thaler 1999] • błąd kotwiczenia – przywiązanie się do wartości wyjściowej w procesie szacowania parametrów [Kahneman i Tversky 1984] • błąd dostępności – przypisywanie nadmiernego prawdopodobieństwa zdarzeniom utrwalonym w pamięci [Tversky i Kahneman 1973] • efekt halo – przypisywanie pozytywnej oceny całościowej na podstawie obserwacji jednej pożądanej cechy [Nisbett i Wilson 1977] • teoria samopercepcji – wnioskowanie na podstawie własnych doświadczeń [Bem 1972] • iluzja prawdy – uznawanie prawdziwości stwierdzeń ze względu na ich czytelność [Reber i Schwartz 1999] • myślenie magiczne – wiara w przesady [Tambiah 1990] 	<ul style="list-style-type: none"> • efekt ponadprzeciętności – przekonanie o posiadaniu ponadprzeciętnej wiedzy i umiejętności [Weinstein 1980; Tyszka i Zaleskiewicz 2001] • efekt kalibracji – nadmierne przekonanie o precyzji własnej wiedzy [Keren 1991] • iluzja kontroli – przekonanie o możliwości wpływania na zdarzenia losowe [Strickland, Lewicki i Katz 1996] • nieuzasadniony optymizm – bezpodstawne przekonanie o korzystnym przebiegu zdarzeń w przyszłości [Buehler, Griffin i Ross 2002] • zjawisko wybiórczej atrybucji – przypisywanie porażek czynnikom zewnętrznym, a sukcesów własnym zdolnościom [Lager i Roth 1975; Miller i Ross 1975; Taylor i Brown 1998] • błąd retrospekcji – przekonanie o możliwości przewidzenia niekorzystnych zjawisk w przeszłości [Fischhoff 1982] 	<ul style="list-style-type: none"> • heurystyka reprezentatywności – estymacja prawdopodobieństwa na podstawie podobieństwa zjawisk do własnych doświadczeń [Kahneman i Tversky 1973; Tversky i Kahneman 1974; Grether 1980] • nadreaktywność – przeszacowywanie prawdopodobieństw określonego zdarzenia ze względu na wystąpienie charakterystycznej dla niego cechy [Griffin i Tversky 1992; Kahneman i Tversky 1973] • efekt „gorących rąk” – przekonanie o wyższym prawdopodobieństwie osiągnięcia pozytywnych przyszłych rezultatów przez jednostki osiągające je w przeszłości [Gilovich, Vallone i Tversky 1985] • błąd hazardzisty – przekonanie, że częstość występowania zjawisk nawet w małych próbach powinna odpowiadać prawdopodobieństwu ich wystąpienia [Clotfelter i Cook 1993] • błąd krótkich serii – niedoszacowanie prawdopodobieństwa (przypadkowego) powstawania długich serii jednakowych wyników [Shefrin 2000] • niewłaściwe rozumienie prawa regresji do średniej – oczekiwanie wystąpienia ponad- (poniżej-) przeciętnych wyników po wystąpieniu w przeszłości wyników niższych (wyższych) od średniej [Kahneman i Tversky 1973; Tversky i Kahneman 1974] 	<ul style="list-style-type: none"> • konserwatyzm poznawczy – opóźniona reakcja na nowe informacje [Edwards 1968] • błąd konfirmacji – unikanie informacji sprzecznych z wcześniej postawioną hipotezą oraz poszukiwanie faktów ją potwierdzających [Lord, Lepper i Ross 1979] • iluzja poprawności – nadmierna pewność siebie prowadząca do trwania w błędnych przekonaniach [Einhorn i Hogarth 1978; Shefrin 2000] • racjonalizacja – kreowanie <i>ex-post</i> racjonalnego uzasadnienia wyborów dokonywanych w przeszłości [Nisbett i Wilson 1977]

I. UWARUNKOWANIA PSYCHOLOGICZNE – c.d.

2. Kształtowanie preferencji

Teoria perspektywy	Lęk przed nieznanym	Efekt status quo i pułapka zaangażowania	Preferencje w czasie
<ul style="list-style-type: none"> • perspektywa zysków i strat – wartość alternatyw decyzyjnych postrzegana jest w postaci zysków lub strat względem pewnego punktu odniesienia [Kahneman i Tversky 1979] • awersja do strat – większe nachylenie i wypukły kształt funkcji oceny w obszarze strat [Kahneman i Tversky 1979] • efekt pewności – preferowanie niższych wartości pewnych względem wyższych obarczonych ryzykiem [Kahneman i Tversky 1979] 	<ul style="list-style-type: none"> • teoria subiektywnej rzeczywistości – podejmowanie decyzji na podstawie funkcji użyteczności oraz indywidualnie szacowanych prawdopodobieństw [Savage 1954] • lęk przed nieznanym – niechęć do podejmowania gier losowych o niedookreślonym rozkładzie prawdopodobieństwa [Ellsberg 1961; Fox i Tversky 1995; Rode i in. 1999] 	<ul style="list-style-type: none"> • efekt status quo – preferowanie zachowania aktualnego stanu posiadania [Samuelson i Zeckhauser 1988] • paraliż decyzyjny – trudność w dokonaniu jednoznacznego wyboru [Tversky i Simonson 1993; Shafir, Simonson i Tversky 1993] • pułapka zaangażowania – przeszacowywanie wartości rzeczy aktualnie posiadanym [Thaler 1980; Knetch i Siden 1984; Knetsch 1989; Kahneman, Knetsch i Thaler 1991] 	<ul style="list-style-type: none"> • dyskontowanie hiperboliczne – stosowanie wyższej stopy dyskonta w przypadku zdarzeń oczekiwanych w bliższej przyszłości [Kirby i Marković 1995; Azfar 1999] • uzależnienie stopy dyskonta od wartości nominalnych – stosowanie wyższej stopy dyskonta w przypadku niższych wartości [Thaler 1981; Benzion, Rapoport i Yagil 1989] • stosowanie odmiennych stóp dyskonta wobec zysków i strat – stosowanie wyższej stopy dyskonta w przypadku zysków niż strat [Thaler 1981; Benzion, Rapoport i Yagil 1989; Loewenstein i Prelec 1992] • dyskontowanie przyszłej użyteczności w relacji do punktu referencyjnego [Loewenstein 1988; Loewenstein i Prelec 1993] • niestalość preferencji pod wpływem osiągniętych wcześniej wyników [Thaler i Johnson 1990]

3. Stany emocjonalne

Wpływ stanów emocjonalnych	Żal i rozczarowanie	Strach i chciwość
<ul style="list-style-type: none"> • większy optymizm przy dobrym nastroju [Johnson i Tversky 1983; Wright i Bower 1992] • większy krytycyzm przy złym nastroju [Petty, Gleicher i Baker 1991] 	<ul style="list-style-type: none"> • odczuwanie żalu – badania obejmują m.in. reakcje w przypadku: podejmowania w przeszłości decyzji o negatywnych skutkach [Bell 1982], odrzucenia wariantów korzystnych na rzecz wariantów negatywnych w skutkach [Nofsinger 2001], podjęcie decyzji niekorzystnej w drodze wyjątku [Shefrin 2000], samodzielne podjęcie decyzji niekorzystnej w skutkach [Harbaugh 2002] • bierność w konsekwencji porażki w przeszłości [Tykociński i Pittman 1998] • unikanie rozczarowania [Bell 1985; Gul 1991] 	<ul style="list-style-type: none"> • chciwość nakłaniająca do podejmowania ryzyka w celu osiągnięcia zysku • strach przed poniesieniem straty

II. UWARUNKOWANIA SPOŁECZNE			
1. Wpływ otoczenia			
Proces uczenia się w społeczności	Bezpośrednia komunikacja międzyludzka	Doniesienia medialne	Oddziaływanie grup społecznych
<ul style="list-style-type: none"> • bezpośredni proces uczenia się – proces ukierunkowany na wykorzystywanie wskazówek innych osób, nierzadko sterowany systemem nagród i kar • pośredni proces uczenia się – obserwacja i powielanie działania innych jednostek • imitacja – powtarzanie obserwowanych schematów działania innych jednostek 	<ul style="list-style-type: none"> • wpływ informacji i rekomendacji uzyskanych od innych osób na podejmowanie decyzji 	<ul style="list-style-type: none"> • wpływ informacji rozpowszechnianych przez środki masowego przekazu na podejmowane decyzje 	<ul style="list-style-type: none"> • konformizm społeczny – powielanie zachowań grupy pomimo odmienności własnych przekonań • efekt „wozu z orkiestrą” – oddziaływanie wąskiej grupy osób na szerszą zbiorowość poprzez demonstrację własnych zachowań przez tę grupę [Leibenstein 1950]
2. Przesłanki społeczno-etyczne			
<ul style="list-style-type: none"> • podejmowanie decyzji na podstawie czynników pozaekonomicznych, w tym norm społeczno-etycznych 			
3. Zachowania zbiorowe i kaskady informacyjne			
Zachowania zbiorowe		Kaskady informacyjne	
<ul style="list-style-type: none"> • powielanie zachowań zbiorowości pomimo odrębności własnych przekonań; • racjonalne zachowania stadne – powielanie zachowań zbiorowości wynikające z obawy przed utratą reputacji, systemu nagradzania itp. [Devenov i Welch 1996; Bikchandani i Sharma 2000] • nieracjonalne zachowania stadne – powielanie zachowań zbiorowości wynikające z niewłaściwej interpretacji zachowań innych: efekt sprzężenia zwrotnego, wpływ emocji [Hirschleifer i Teoh 2003] 		<ul style="list-style-type: none"> • powielanie zachowań innych wbrew posiadanym własnym informacjom [Banerjee 1992; Bikchandani, Hirschleifer i Welch 1992] 	

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Szyszka 2009].

Przegląd najważniejszych aspektów poruszanych w ramach badań prowadzonych w zakresie finansów behawioralnych prezentują m.in. Shiller [1999], Goldberg i von Nitzsch [2001], Shefrin [2000, 2001], Barberis i Thaler [2003] oraz Thaler [2005].

W kontekście tematyki niniejszej dysertacji, wśród uwarunkowań psychologicznych podejmowania decyzji ekonomicznych, szczególne znaczenie ma perspektywa finansów przedsiębiorstw. Obszerne opracowanie prezentujące najnowsze dokonania w zakresie behawioralnych finansów przedsiębiorstw prezentuje Gajdka [2013], wskazując za Bakerem, Rubackiem i Wurglerem [2007] na obecne w literaturze dwa podstawowe aspekty tego obszaru badań [Baker i Wurgler 2013; Nguyen i Schüßler 2013]: (1) ograniczonej racjonalności inwestorów dokonujących inwestycji na rynku kapitałowym oraz (2) ograniczonej racjonalności menedżerów podejmujących decyzje finansowe w przedsiębiorstwie.

W ramach pierwszego podejścia, decyzje menedżerów dokonywane w przedsiębiorstwie wynikają z dążenia do zrównoważenia trzech celów: maksymalizacji wartości fundamentalnej, katering oraz zjawiska *market timing*. Katering oznacza przy tym dążenie do podwyższania cen akcji powyżej ich wartości fundamentalnej zgodnie z oczekiwaniami inwestorów, natomiast *market timing* oznacza wykorzystanie przejściowych rozbieżności pomiędzy ceną akcji a ich wartością fundamentalną, np. poprzez emisję akcji lub obligacji w korzystnym momencie. Nieefektywności rynku występujące wskutek występowania powyższego konfliktu szeroko prezentują między innymi Barberis i Thaler [2003] oraz Shleifer [2000], natomiast w ramach polskiej literatury Szyszka [2010].

W przypadku drugiego z prezentowanych podejść zakłada się natomiast, że nieracjonalni menedżerowie działają w ramach efektywnego rynku. Shefrin [2007] wskazuje trzy główne grupy zjawisk i inklinacji psychologicznych typowe dla menedżerów: (1) skłonność do systematycznych błędów wnioskowania – w tym nadmiernego optymizmu (ang. *excessive optimism*) i nadmiernej pewności siebie (ang. *overconfidence*), selektywnej percepcji i błędu afirmacji (ang. *confirmation bias*), a także błędu kontroli (ang. *illusion control*); (2) stosowanie heurystyk – w szczególności reprezentatywności, dostępności, kotwiczenia oraz afektu – a także (3) poddawanie się efektowi prezentacji (ang. *framing*). Za Gajdką [2013] w tabeli 6 zaprezentowano najważniejsze jego zdaniem obszary badań w zakresie behawioralnych finansów przedsiębiorstw.

Tabela 6: Obszary badań w zakresie behawioralnych finansów przedsiębiorstw

Budżetowanie kapitałowe	
Zagadnienia w ramach podejścia nieracjonalni inwestorzy – racjonalni menedżerowie	Zagadnienia w ramach podejścia racjonalni inwestorzy – nieracjonalni menedżerowie
<ul style="list-style-type: none"> • Wrażliwość inwestycji na ceny akcji kształtujące się powyżej wartości wynikających z miar krańcowej produktywności kapitału [Barro 1990; Morck i in. 1990; Blanchard, Rhee i Summers 1993] • Weryfikacja wpływu błędnej wyceny instrumentów finansowych na decyzje inwestycyjne spółek [Chrinko i Schaller 2001; Pangeas 2003; Polk i Sapienza 2009; Gilchrist, Himmerberg i Huberman 2005; Massa, Peyer i Tong 2005; Schaller 2011] 	<ul style="list-style-type: none"> • Efekt wybiórczej atrybucji przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych [Daniel, Hirshleifer i Subrahmanyam 1998; Gervais i Odean 2001; Heaton 2002] • Nadmierna pewność siebie menedżerów przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych [Gervais, Heaton i Odean 2009; Gervais 2010; Malmendier i Tate 2005] • Nadmierny optymizm i zbytnia pewność siebie przy szacowaniu przepływów pieniężnych generowanych przez projekt [Pohlmal, Santiago i Markel 1998; Marshall i Meckling 1962; Asher 1993], w tym w ujęciu świadomego działania w tym zakresie [Statman i i Tyebiee 1985; Pruitt i Gitman 1985] • Znaczenie optymizmu menedżerów dla wrażliwości inwestycji na przepływy pieniężne generowane przez spółkę [Glaser, Schäfers i Weber 2008; Lin, Hu i Chen 2005; Biondi i Marzo 2011] • Psychologiczne inklinacje przy szacowaniu nakładów inwestycyjnych, w tym ich niedoszacowanie [Kidd 1977; Hall 1982; Kahneman i Lavallo 1993; Buehler Griffin i Ross 1994, 2002], eskalacja zobowiązań podejmowanych przez menedżerów [Ross i Staw 1993], czy zjawisko samospełniającej się przepowiedni [Sherman 1980; Health, Larrick i Wu 1999] • Nadmierna pewność siebie i przesadny optymizm w kontekście szacowania stopy dyskonta [Gitman i Mercurio 1982; Poterba i Summers 1995; Stein 1996; Graham i Harvey 2001; Dobbs 2009] • Podejmowanie nowych projektów przez małe spółki ze względu na nadmierną pewność siebie przedsiębiorców [Davis 1985; Corman, Perles i Vancini 1988; De Meza i Southey 1996; Camerer i Lavallo 1999; Busenitz i Barney 1997; Moskovitz i Vissing-Jørgsen 2002; Van den Steen 2004; Baker, Ruback i Wurgler 2007; Koeliner, Minniti i Schade 2007] • Wpływ doświadczenia na decyzje inwestycyjne podejmowane przez menedżerów [Tyler i Steensma 1998; Landier i Thesmara 2009; Gervais 2010] • Pułapka zaangażowania w kontekście zakończenia realizacji projektu inwestycyjnego [Statman i Cadwell 1987] • Znaczenie emocji dla podejmowania decyzji o bezpośrednich inwestycjach zagranicznych (FDI) [van de Laar i de Neubourg 2006]

Polityka dywidendy		
Zagadnienia w ramach podejścia nieracjonalni inwestorzy – racjonalni menedżerowie	Zagadnienia w ramach podejścia racjonalni inwestorzy – nieracjonalni menedżerowie	Behawioralne sygnalizowanie
<ul style="list-style-type: none"> • Dywidenda a behawioralny cykl życia i ryzyko [Shefrin 2007] • Dywidenda a samokontrola [Thaler i Shefrin 1981, Shefrin i Thaler 1983; Graczyk 2009] • Dywidenda a teoria perspektywy [Shefrin i Statman 1984; Graham i Kumar 2006; Breuer, Rieger i Soypak 2010] • Kateringowa teoria dywidendy [Long 1978; Poterba 1986; Hubbard i Michaely 1997; Baker i Wurgler 2004] 	<ul style="list-style-type: none"> • Wpływ nieracjonalnego zachowania menedżerów na politykę dywidendową [Bouwman 2009; Cordeiro 2009; Ben-David, Graham i Harvey 2008] 	<ul style="list-style-type: none"> • Wpływa ograniczonej racjonalności inwestorów (którzy są „quasi-racjonalni”) na politykę dywidendy [Baker i Wurgler 2013]
Finansowanie i struktura kapitału		
Zagadnienia w ramach podejścia nieracjonalni inwestorzy – racjonalni menedżerowie	Zagadnienia w ramach podejścia racjonalni inwestorzy – nieracjonalni menedżerowie	
<ul style="list-style-type: none"> • Teoria struktury kapitału – koncepcja <i>market timing</i> [Baker i Wurgler 2002] • Polityka finansowania w kontekście <i>market timing</i>, związana z: <ul style="list-style-type: none"> ○ emisją akcji na rynku krajowym [Lerner 1994; Jung, Kim i Stulz 1996; Pagano, Nanetta i Zingales 1998; Graham i Harvey 2001; Hovakimian, Opler i Titman 2001] ○ wykupami akcji [Ikenberry, Lanishok i Vermaelen 1995; Brav, Harvey i Michaely 2005; Bursa 2013] ○ emisją długu [Marsh 1982; Baker, Stein i Wurgler 2003; Spiess i Affleck-Graves 1999; Richardson i Sloan 2003] ○ emisjami zagranicznymi [Froot i Dabora 1999; Henderson, Jegadeesh i Weisbach 2006] 	<ul style="list-style-type: none"> • Wpływ skłonności menedżerów na finansowanie spółki, w zakresie: <ul style="list-style-type: none"> ○ emisji akcji [Baker i Xuan 2011; Baker i Wurgler 2013] ○ emisji długu [Baker i Wurgler 2013; Dougal i in. 2011; Hackbarth 2009] 	

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Baker, Ruback i Wurgler 2004; Gajdka 2013].

Podjęcie behawioralne funkcjonuje również w obszarze analizy sytuacji strategicznych. Klasyczna teoria gier stanowi podejście normatywne do poszukiwania stabilnego rozwiązania sytuacji strategicznych, gdy uczestniczące w nich podmioty są w pełni racjonalne i posiadają pełną wiedzę [Camerer 2004]. W rzeczywistości jednak założenia te nie są w pełni spełnione, czego dowodzą liczne badania empiryczne. Dla przykładu Goeree i Holt [2001] prezentują wyniki badań laboratoryjnych gier jednorazowych, dokumentując liczne rozbieżności uzyskanych rozwiązań względem punktów równowagi Nasha.

Wright i Brown [2010] wskazują na sytuacje, w których punkty równowagi określone na gruncie klasycznej teorii gier mogą nie mieć zastosowania. Wyliczają przy tym: ograniczenia możliwości obliczeniowych złożonej analizy, potencjalne wątpliwości co do w pełni racjonalnego zachowania konkurenta, a także możliwość wystąpienia wielu punktów równowagi. Zarzuty kierowane pod kątem wykorzystania teorii gier jako podejścia deskryptywnego porządkuje również Camerer [1991] w kontekście ich przydatności dla zarządzania strategicznego. Wskazuje na cztery problemy związane z tym podejściem: (1) problem pałeczek do ryżu (ang. *chopstick problem*) oznaczający, że podejście to jest zbyt trudne do zastosowania, (2) problem kocha, zgodnie z którym teoretyczne modele wypracowane na gruncie teorii gier są niekoherentne i tłumaczą każdorazowo tylko wąski wycinek rzeczywistości, (3) problem testowania, którego możliwości w przypadku teorii gier są ograniczone, a także (4) problem puszek Pandory, oznaczający nadmierny uniwersalizm objaśnień formułowanych na gruncie teorii gier, jako że podejście to daje zbyt swobodną możliwość wytłumaczenia dowolnych zjawisk. Camerer [1991] jednocześnie podkreśla jednak zalety stosowania teorii gier, która w jego ocenie pozwala na wprowadzenie do analizy elementów faktycznie występującego sposobu rozumowania w sytuacjach strategicznych. Krytycznie odnosi się do oceny teorii gier jako mającej bazować zbyt dalece na założeniach pełnej racjonalności, a przez to odbiegać od rzeczywistości. Zdaniem badacza w przypadku wielu gier założenie pełnej realności nie jest konieczne do ustalenia punktu równowagi. Wskazuje, że istnieją inne niż introspekcja procesy (które nazywa siłami) wymuszające ustalenie punktu równowagi zgodnie ze wskazaniami teorii gier, takie jak: komunikacja pomiędzy graczami, adaptacja związana z procesami uczenia się dokonywania wyboru najbardziej korzystnego dla jednostki, a także ewolucja wymuszająca dokonywanie takiego wyboru w celu przetrwania.

Na gruncie literatury z zakresu ekonomii behawioralnej wykształcił się nurt badań nad sytuacjami strategicznymi. Behawioralna teoria gier, jak nurt ten się określa, uwzględnia ograniczenia procesów myślowych oraz skłonności podmiotów decyzyjnych [Crawford 1997,

Camerer 2003]. W szczególny sposób uwzględnia dwa obszary związane z sytuacjami strategicznymi: myślenie strategiczne, związane z dążeniem do osiągnięcia punktu równowagi, a także strategiczne uczenie się, umożliwiające przewidywanie decyzji oponentów poprzez powtarzanie gry.

Camerer [1997] wylicza obszary szczególnego zainteresowania behawioralnej teorii gier. Podkreśla między innymi kontekst społeczny podejmowanych decyzji, w ramach którego analizowany jest efekt altruizmu i zaufania, przeczące założeniu maksymalizacji wyłącznie własnej użyteczności i niespójne m.in. z klasycznym rozwiązaniem dylematu więźnia. Na gruncie behawioralnej teorii gier wskazuje się na poszukiwanie sprawiedliwej równowagi (ang. *fairness equilibrium*) [Rabin 1993] oraz interakcje zachodzące pomiędzy jednostkami uczestniczącymi w grze. Ujęcie behawioralne związane jest także z uwzględnieniem sposobu formułowania osądów oraz dokonywania wyborów, w tym efekt kadrowania [Neale i Bazerman 1985; Camerer i in. 1993; Cachon i Camerer 1996], czy wpływu nadmiernej pewności siebie [Babcock i Loewenstein 1997; van Huyck, Battalio i Beil 1990]. Szczególne znaczenie ma nurt badań dotyczący cech gier jako sytuacji strategicznych. W ramach tego obszaru wskazuje się między innymi na niespełnienie w praktyce założenia nieistotności sposobu opisu alternatyw decyzyjnych [Cooper i in. 1993; Mertha, Starmmer i Sugden 1994] oraz nieistotności czynnika czasu dla dokonywanych wyborów, w tym dążenia przez graczy do nawiązania współpracy [Camerer i Karjalainen 1992]. Badania weryfikują również występowanie iteracyjnej dominacji (ang. *iterated dominance*) [Nagel 1995; Stahl i Wilson 1995], dowodząc, że zjawiska te w praktyce występują w ograniczonym zakresie, w szczególności gracze dokonują przeciętnie analizy jedynie dwóch lub trzech poziomów introspekcji, zgodnie z zasadą ograniczonej racjonalności. Weryfikacji poddawane jest w końcu stosowanie mechanizmu indukcji wstecznej i ustalenia doskonałej równowagi w podgrach (ang. *subgame perfection*) [Camerer i in. 1993]. Okazuje się, że gracze ignorują możliwość powtórzenia gier w przyszłości i poszukują rozwiązania właściwego grom jednorazowym.

W konsekwencji powyższych obszarów zainteresowania behawioralnej teorii gier oraz sformułowanego na jej gruncie modelu opisującego poszukiwanie rozwiązań w sytuacjach strategicznych, Camerer [2004] wskazuje na trzy główne elementy behawioralnej teorii gier. Zalicza do nich: społeczne funkcje użyteczności, warunki początkowe (rozwiązanie gry w pierwszym okresie) oraz teorie uczenia się (rozwiązanie kolejnych gier), dokonując bogatego podsumowania dokonań w poszczególnych obszarach.

Standardowa analiza prowadzona w ramach teorii gier zakłada (1) formułowanie przekonań co do możliwego zachowania innych graczy na podstawie możliwych do uzyskania przez nich wypłat, (2) formułowanie najlepszej odpowiedzi oraz (3) ustalenie punktu równowagi. W rzeczywistości proces wyboru strategii warunkowany jest przez ograniczoną racjonalność graczy, których poziom wnikliwości analizy jest zróżnicowany. Modele wypracowane na gruncie behawioralnej teorii gier, weryfikowane w ramach badań eksperymentalnych, zakładają formułowanie przez graczy początkowej strategii na podstawie analizy przeciętnie dwóch do trzech kroków w ramach procesu introspekcji. Etap ten określany jest mianem myślenia strategicznego (ang. *strategic thinking*). Ilość tych kroków, stanowiąca sama w sobie przedmiot zainteresowania naukowców, odczytywana jest jako poziom racjonalności gracza. Wielokrotne powtarzanie gry umożliwia uruchomienie procesów uczenia się (ang. *strategic learning*), które związane są z doбором kolejnych strategii podług uzyskanych doświadczeń w ramach ponawianej gry. Doświadczenia te analizowane są przez pryzmat wypłat uzyskiwanych w ramach obranych strategii lub korzyści utraconych w przypadku strategii odrzuconych. Obie te kategorie mają wpływ na wartość funkcji przyszłych odpowiedzi [Camerer, Ho, Chong 2004].

Przegląd modeli wyboru strategii sformułowanych na gruncie behawioralnej teorii gier prezentują między innymi Wright i Leyton-Brown [2010, 2012], wskazując na cztery główne grupy podejść w zakresie modelowania etapu myślenia strategicznego: zakładające ograniczoną liczbę introspekcji (ang. *level-k*) [Costa-Gomez, Crawford i Broseta 2001], zakładające poszukiwania najlepszej odpowiedzi w sposób przybliżony i mniej kosztowny, ale zakładający możliwość popełnienia błędu (ang. *quantal response equilibrium*) [McKelvey i Palfrey 1995], będące kombinacją obu pierwszych podejść (ang. *quantal level-k*) [Stahl i Wilson 1994], a także modele związane z teorią kognitywnej hierarchii³⁸ (ang. *cognitive hierarchy*) [Camerer, Ho, Chang 2004]. Każdorazowo w modelach tych uwzględnia się jednak skłonność do minimalizacji pracochłonności w ramach realizowanego procesu decyzyjnego.

Camerer [1999] wskazuje trzy możliwe strategie badawcze w obszarze tworzenia modeli podejmowania decyzji w sytuacjach strategicznych przez podmioty o ograniczonej racjonalności: (1) modyfikację istniejących modeli zakładających pełną racjonalność, (2) konstrukcję całkowicie nowych modeli odwzorowujących wyniki badań eksperymentalnych lub (3) poszukiwanie rozwiązań łączących w sobie oba te podejścia. W zakresie modyfikacji istniejących modeli wskazuje na dwa kluczowe rozwiązania –

³⁸ Teoria ta zakłada m.in. możliwość występowania grup graczy różniących się głębokością dokonywanej analizy, np. liczbą analizowanych poziomów introspekcji.

wprowadzenie dodatkowych parametrów (ang. *proxy*) do funkcji użyteczności lub też uwzględnianie podejmowania decyzji w sposób odmienny od opisywanego na gruncie teorii użyteczności oczekiwanej. W przypadku dążenia do konstrukcji całkowicie nowych modeli deskryptywnych na podstawie wyników badań eksperymentalnych istnieją w przekonaniu Camerera trzy procesy myślowe wymagające uwzględnienia: motywacja – związana z efektem kontekstu podejmowania decyzji, adaptacja – związana z bazowaniem na racjonalności *ex-post*, wbrew założeniom wnioskowania Bayesowskiego, a także rozumowanie – obejmujące wnioskowanie co do możliwości nawiązania współpracy z oponentem. Strategie pośrednie obejmują natomiast modele ekonomizacji zachowań – biorące pod uwagę koszty związane z procesem decyzyjnym, modele ewolucyjne – uwzględniające różnorodność i dynamikę relacji gracza z innymi jednostkami oraz otoczeniem, a także modele uwzględniające podwójny poziom racjonalności – proceduralnej i faktycznej.

Ekonomia behawioralna, w tym finanse behawioralne stanowią stosunkowo nowy obszar zainteresowania środowiska naukowego, przez co w literaturze obserwowana jest wzmożona dyskusja obfitująca w liczne poglądy krytyczne kierowane pod adresem podejścia behawioralnego³⁹. Dyskusję tę w sposób kompleksowy podsumowuje Stracca [2004], w obszarze behawioralnych finansów przedsiębiorstwa Baker, Ruback i Wurgler [2007], natomiast na gruncie literatury polskiej Gajdka [2013]. Szczególne znaczenie dla tej dyskusji mają zastrzeżenia Famy [1998] w kontekście badań nad efektywnością rynku. Zdaniem Famy anomalie stanowiące centrum zainteresowania finansów behawioralnych mają charakter losowy. Efektywny rynek generuje zdarzenia, których indywidualne rozpatrywanie może sprawiać wrażenie nadreaktywności rynku, podczas gdy reakcje zbyt słabe zdarzają się równie często. Jednocześnie wskazuje silną wrażliwość długoterminowych anomalii na stosowaną metodykę badań, co może wskazywać na przypadkowy charakter opisywanych zjawisk. Fama wskazuje w końcu na liczne problemy metodyczne związane z badaniami prowadzonymi w obszarze finansów behawioralnych. Uwagi krytyczne pod kątem podejścia behawioralnego stosowanego w ramach behawioralnych finansów przedsiębiorstw formułują między innymi Hovakimian [2006], podkreślający krótkotrwały charakter zjawisk opisywanych przez teorię struktury kapitału określaną jako *market timing*, Hoberg i Prabhala [2006], kwestionujący cateringową teorię dywidendy, mającą stanowić efekt braku uwzględnienia ryzyka akcji w ramach prowadzonych analiz, czy De Bondt i in. [2008], wskazujący na wielość i niekoherentność teorii tłumaczących niektóre zjawiska. Krytykę pod kątem podejścia

³⁹ Gajdka [2013] dokonuje syntetycznego przeglądu krytycznych poglądów pojawiających się w literaturze przedmiotu w stosunku do obszaru finansów behawioralnych.

behawioralnego w finansach przedsiębiorstwa formułuje również Ross [2004], twierdząc, że większość zjawisk określanych jako anomalie da się wytłumaczyć także na gruncie teorii neoklasycznej, natomiast trudności z wyjaśnieniem pozostałych wynikać mogą z braku dotychczasowej wiedzy i w żaden sposób nie stanowią dowodu na niezasadność podejścia neoklasycznego. Pesendorfer [2006] podkreśla, że pomiar zmiennych stanowiących matematyczny opis zjawisk psychologicznych w praktyce jest w zasadzie niemożliwy, co stanowi istotne ograniczenie aplikacyjności modeli wypracowanych w ramach ekonomii behawioralnej. Za nieuzasadnione uważa on także dokonywanie analizy odchyłań ludzkiego działania względem modeli normatywnych, co czyni się to na kanwie ekonomii behawioralnej – modele te ze swej natury nie muszą bowiem stanowić odwzorowania faktycznego sposobu podejmowania decyzji. Ostatecznie Pesendorfer krytycznie odnosi się do koncentrowania uwagi na uwarunkowaniach psychologicznych, których odniesienie do rzeczywistych danych ekonomicznych jest utrudnione, jako że dotyczą one ludzkich myśli i odczuć, a nie zjawisk obiektywnie obserwowalnych. Uwagi krytyczne w stosunku do ekonomii behawioralnej przedstawili także Berg i Gigerenzer [2010], również poddając w wątpliwość przydatność podejścia skoncentrowanego na analizie odchyłań względem modelu normatywnego.

Stigler [1965] postuluje ocenę teorii ekonomicznych z wykorzystaniem trzech kryteriów: zgodności z rzeczywistością, właściwym poziomem ogólności, a także łatwości w stosowaniu. Camerer i Loewenstein [2004] argumentują, że w przypadku ekonomii behawioralnej kryteria te są spełnione, jako że uwzględnienie czynników psychologicznych prowadzi do zwiększenia zdolności objaśniającej formułowanych teorii. Modele behawioralne są zwykle uogólnieniem modeli klasycznych poprzez uwzględnienie dodatkowych parametrów – gdy parametry te przyjmują neutralne wartości, model odpowiada zwykle podejściu klasycznemu. Większa złożoność konstruowanych modeli nie wyklucza możliwości ich stosowania, a jednocześnie jest uzasadniona z punktu widzenia istotnie wyższej zdolności objaśniającej uzyskiwanych modeli.

2.2. Teoria perspektywy jako deskryptywny model decyzji w warunkach ryzyka

Wskazania teorii użyteczności oczekiwanej były przedmiotem weryfikacji na gruncie licznych badań empirycznych. Szczególne znaczenie dla weryfikacji przydatności teorii użyteczności oczekiwanej jako modelu deskryptywnego miały badania Allaisa [1953], Ellsberga [1961] i Markowitza [1952]. Ten ostatni na długo przed sformułowaniem teorii perspektywy przedstawił propozycję definiowania użyteczności poprzez kategorie zysków bądź strat, zamiast wartości bezwzględnych stanu posiadania, natomiast koncepcję stosowania

wag decyzyjnych w miejsce obiektywnych prawdopodobieństw proponowali już Fellner [1965], Edwards [1968], czy van Dama [1975].

Na gruncie literatury wykazano wiele rozbieżności występujących pomiędzy rozwiązaniami teoretycznymi problemów decyzyjnych, wynikającymi z teorii użyteczności oczekiwanej, a faktycznymi wyborami dokonywanymi przez uczestników eksperymentów. Udokumentowano między innymi następujące przykłady anomalii:

- efekt nieprzechodności preferencji – wykazywany m.in. na przykładzie gier losowych [Loomes, Starmer i Sugden 1991], związany z preferowaniem bardziej prawdopodobnej wygranej w przypadku występowania niewielkich różnic w wartości wygranych; w przypadku większych różnic w wartościach wygranych, wybór bardziej uzależniony był od wartości oczekiwanej,
- efekt pewności – zdarzenia o wysokim prawdopodobieństwie wystąpienia przeceniane są względem zdarzeń pewnych [Kahneman i Tversy 1979],
- efekt nieistotności prawdopodobieństw – związany z preferowaniem wygranej o wyższej wartości oraz ignorowaniem różnic w prawdopodobieństwach, gdy prawdopodobieństwa wygranych są bliskie zeru [Kahneman i Tversky 1979; MacCrimmon i Larsson 1979],
- efekt odwrócenia preferencji – związany z pojawiającą się skłonnością do ryzyka, gdy istnieje możliwość poniesienia straty [Lichtenstein i Silovic 1973; Kahneman i Tversky 1979],
- efekt punktu odniesienia – dla dokonywanych wyborów znaczenie mają wartości względne możliwych do uzyskania korzyści, interpretowane jako zysk lub strata względem przyjmowanego punktu odniesienia, nie natomiast ich wartości bezwzględne [Kahneman 2011],
- efekt braku stosowania aksjomatu eliminacji – na wybory wpływ mają wyniki realizowane niezależnie od podejmowanej decyzji, mimo że winny być neutralne (paradoks Allais [1953]),
- efekt ignorowania rozkładu prawdopodobieństwa w przypadku zdarzeń jednorazowych – jednostki nie kierują się zasadą maksymalizacji wartości oczekiwanej w przypadku pojedynczych zakładów w zakresie, w jakim czynią to w przypadku ich serii (problem Samuelsona [1963]),
- efekt kadrowania – różne sposoby przedstawienia procesu decyzyjnego prowadzić mogą do zmiany preferencji [Kahneman i Tversky 1984].

Suhonen [2007] porządkuje najważniejsze jego zdaniem teorie podejmowania decyzji w warunkach ryzyka, będące przykładem podejścia deskryptywnego, alternatywne względem teorii użyteczności oczekiwanej, stanowiącej podejście o charakterze normatywnym. Wlicza wśród nich teorię subiektywnej użyteczności oczekiwanej, teorię żalu, teorię perspektywy oraz teorię stochastycznych preferencji. Teoria subiektywnej użyteczności oczekiwanej [Savage 1954] zakłada subiektywną percepcję prawdopodobieństw oraz aktualizację przekonań zgodnie z regułami Bayesowskimi, a także funkcję użyteczności malejącą dla wysokich wartości, przy czym dopuszcza się możliwość, że funkcja ta nie jest wklęsła w całym jej przebiegu. W przypadku teorii żalu (ang. *regret theory*) [Bell 1982; Fishburn 1982; Loomes i Sugden 1982, 1987], przyjmuje się, że podmioty podejmujące decyzje biorą pod uwagę nie tylko możliwe konsekwencje dokonywanych wyborów, ale również skutki, jakie osiągnęłyby, podejmując decyzję alternatywną. Wybór dokonywany jest przy tym przy założeniu dążenia do minimalizacji odczucia żalu lub rozczarowania. Teoria perspektywy [Kahneman i Tversky 1979] oraz późniejsza jej wersja zwana kumulatywną teorią perspektywy (ang. *cumulative prospect theory*) [Tversky i Kahneman 1992], zakładają subiektywną percepcję wartości dokonywaną w sposób relatywny względem pewnego punktu odniesienia, a także przypisywanie scenariuszom decyzyjnym subiektywnych wag określanych na podstawie prawdopodobieństwa ich wystąpienia, przy czym sposób dokonywania ocen wartości i formułowania wag obciążony jest występowaniem licznych inklinacji⁴⁰. Teoria stochastycznych preferencji (ang. *stochastic preference theory*) [Hey i Orme 1994; Harless i Camerer 1994; Loomes i Sugden 1995; Starmer 2000] zakłada natomiast dokonywanie wyborów w warunkach ryzyka w sposób dający się opisać procesem stochastycznym, bazującym na składowej deterministycznej związanej z preferencjami jednostki, a także składowej stochastycznej. Losowy charakter dokonywanego wyboru jest tym silniejszy, im mniejsza jest różnica pomiędzy preferencjami jednostki w zakresie poszczególnych alternatyw decyzyjnych.

Kahneman i Tversky [1979] na podstawie prowadzonych badań nad psychologicznymi uwarunkowaniami podejmowania decyzji w warunkach ryzyka, zaproponowali spójną koncepcję deskryptywnego modelu opisującego tego typu decyzje, nazwaną przez siebie teorią perspektywy. Istota teorii perspektywy związana jest z postrzeganiem wartości jako wielkości względnych, interpretowanych jako zyski lub straty względem pewnego punktu odniesienia

⁴⁰ Teorię tę szczegółowo scharakteryzowano w dalszej części rozprawy.

(ang. *reference point*)⁴¹. Postrzeganie wartości oraz prawdopodobieństw możliwych przyszłych stanów natury przebiega natomiast w sposób subiektywny, przez co całkowita postrzegana przez decydenta wartość danego wariantu decyzyjnego nie stanowi wartości oczekiwanej możliwych do uzyskania przez niego korzyści. Percepcja wartości i prawdopodobieństw jest przy tym odmienna w przypadku osiągnięcia zysków oraz w sytuacji ponoszenia strat względem punktu referencyjnego.

Teoria perspektywy stanowić ma alternatywę dla teorii użyteczności oczekiwanej. Teoria użyteczności oczekiwanej jest powszechnie akceptowanym normatywnym modelem racjonalnego podejmowania decyzji w warunkach ryzyka. Zdaniem badaczy [Kahneman i Tversky 1979] wykorzystanie teorii użyteczności oczekiwanej jako modelu deskryptywnego oznacza przyjęcie *implicite* założenia o przestrzeganiu przez wszystkich ludzi aksjomatów teorii użyteczności oczekiwanej. Choć w wielu wypadkach założenie takie ma uzasadnienie, to istnieją sytuacje, w których rzeczywiste ludzkie preferencje istotnie odbiegają od założeń teorii użyteczności oczekiwanej, a tym samym jej stosowanie jako deskryptywnego modelu opisu rzeczywistości nie jest właściwe. Kahneman i Tversky [1979] opisali trzy takie sytuacje, dokumentując zjawiska: efektu pewności, efektu odbicia oraz efektu izolacji.

Efekt pewności określony jest w następujący sposób: jeśli wybór między perspektywami⁴² (y, pq) oraz (x, p) jest obojętny dla decydenta, to perspektywa (y, pqr) będzie preferowana względem (x, pr) , przy założeniu, że $0 < p, q, r < 1$. Oznacza to, że preferowane są prognozy dające pewny zysk, nawet jeśli alternatywna prognoza daje wyższy zysk oczekiwany, ale niepewny. Efekt odbicia objawia się awersją do ryzyka w obszarze zysków oraz skłonnością do ryzyka w obszarze strat. Pewne zyski o niższej wartości preferowane są względem mało prawdopodobnych wysokich zysków. Jednocześnie jednak wysokie straty o niskim prawdopodobieństwie preferowane są względem niższych, ale pewnych strat. Pewność uzyskania rezultatów zwiększa tym samym niechęć względem strat oraz pragnienie osiągnięcia zysków. Efekt izolacji oznacza natomiast pomijanie wspólnych elementów składowych poszczególnych alternatyw decyzyjnych. Wybór pomiędzy alternatywami oparty jest wyłącznie na cechach je różniących. Taka dekompozycja perspektyw może prowadzić do niespójności preferencji w zależności od doboru zestawu alternatyw decyzyjnych, w zakresie elementów wspólnych w ramach danego zestawu.

⁴¹ Inspirację dla twórców teorii perspektywy stanowiły prace z zakresu psychofizyki Helsona [1964], zawierające próbę wytłumaczenia relatywnej percepcji poprzez poziomy adaptacji (ang. *The Adaptation-Level Theory*).

⁴² Kahneman i Tversky [1979, s. 263] definiują perspektywę (prognozę) $(x_1, p_1; \dots; x_n, p_n)$ jako zestaw możliwych przyszłych stanów rzeczywistości, w których z prawdopodobieństwem p_i uzyskać można rezultat (korzyść) równy x_i , przy czym $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$.

Kahneman i Tversky [1979] wyróżniają dwa etapy procesu decyzyjnego: etap obróbki oraz etap oceny. Etap obróbki polega na wstępnej analizie perspektyw prowadzącej do opracowania uproszczonej ich postaci. W ramach drugiego etapu poddane wcześniejszej obróbce perspektywy podlegają ocenie oraz wybierany jest wariant decyzyjny o najwyższej wartości, tj. najbardziej korzystny dla decydenta.

Celem etapu obróbki jest przeformułowanie wariantu decyzyjnego w sposób pozwalający na uproszczenie późniejszego etapu oceny i wyboru wariantu decyzyjnego. Obróbka obejmuje następujące operacje prowadzące do przeformułowania zestawu wartości i prawdopodobieństw:

- kodowanie – wartości nie są postrzegane jako bezwzględne stany bogactwa, ale jako zyski lub straty względem pewnego (neutralnego) punktu odniesienia; punkt ten często odpowiada aktualnemu stanowi posiadania, jednak może być również wynikiem sposobu formułowania perspektywy (problemu decyzyjnego) lub też podlegać wpływowi oczekiwań decydenta,
- upraszczanie – perspektywy mogą podlegać uproszczeniu przez sumowanie prawdopodobieństw scenariuszy o jednakowych wartościach (korzyściach) dla decydenta⁴³,
- oddzielanie – w przypadku perspektyw zawierających składnik pozbawiony ryzyka, składnik ten podlega oddzieleniu od elementów obciążonych ryzykiem⁴⁴,
- pomijanie – usuwane są składniki perspektywy występujące we wszystkich wariantach w ramach danego problemu decyzyjnego; decyzja skoncentrowana jest na porównaniu elementów różniących poszczególne warianty⁴⁵,
- upraszczanie – prawdopodobieństwa oraz wartości podlegają zaokrągleniom⁴⁶, a także pomijane są scenariusze o znikomym prawdopodobieństwie,
- analiza dominacji – perspektywy podlegają analizie pod względem występowania alternatyw całkowicie zdominowanych, które są pomijane.

Po etapie obróbki następuje etap oceny. Polega on na przypisaniu wagi każdemu scenariuszowi na podstawie prawdopodobieństwa jego wystąpienia oraz subiektywnej jego

⁴³ Autorzy podają przykład perspektywy (200, 25%; 200, 25%) która może zostać zredukowana do postaci (200, 50%).

⁴⁴ Autorzy wskazują na przykład perspektywy (300, 80%; 200, 20%), która podlega dekompozycji na pewien zysk równy 200 oraz obciążoną ryzykiem perspektywę o postaci (100, 80%).

⁴⁵ Autorzy przytaczają przykład wyboru pomiędzy perspektywami (200, 20%; 100, 50%; -50, 30%) oraz (200, 20%; 150, 50%; -100, 30%), który może zostać zredukowany do wyboru pomiędzy perspektywami (100,50%; -50,30%) oraz (150, 50%; -100, 30%).

⁴⁶ Autorzy podają przykład perspektywy (101, 49%), która może być odebrana jako możliwość osiągnięcia zysku o wartości 100 z jednakowym prawdopodobieństwem, jak nie zyskanie niczego.

użyteczności (wartości) na podstawie wartości rezultatu (korzyści) związanego z tym scenariuszem. Spośród dostępnych wariantów wybierany jest ten o najwyższej łącznej wartości.

Wartość prognozy określana jest odmiennie dla perspektyw ostrych oraz perspektyw regularnych. Pierwsze z nich stanowią prognozy dające jednoznacznie pozytywne lub jednoznacznie negatywne rezultaty, a więc w przypadków dwóch perspektyw – (x, p) oraz (y, q) – spełniają warunek $p + q = 1$ oraz jeden z warunków: $x > y > 0$ albo $x < y < 0$. Prognozy regularne nie dają jednoznacznie pozytywnego lub negatywnego wyniku, spełniając przynajmniej jeden z warunków: $p + q < 1$ lub $x \geq 0 \geq y$ lub $x \leq 0 \leq y$.

Całkowita wartość danego wariantu, V , wynika z dwóch elementów składowych – oceny, $v(x)$, oraz wagi, $\pi(p)$. Ocena stanowi swoistą subiektywnie postrzeganą wartość określaną na podstawie zysku lub straty, x . Waga natomiast określa siłę wpływu poszczególnych przyszłych scenariuszy na całkowitą wartość danej prognozy, przy czym siła ta uzależniona jest od prawdopodobieństwa wystąpienia danego scenariusza, p . W przypadku regularnych perspektyw wartość całkowita prognozy opisana jest formułą:

$$V(x, p; y, q) = \pi(p)v(x) + \pi(q)v(y) \quad (55)$$

gdzie $v(0) = 0$, $\pi(0) = 0$ oraz $\pi(1) = 1$. W przypadku ostrych prognoz całkowita wartość danego wariantu, V , określona jest formułą:

$$V(x, p; y, q) = v(y) + \pi(q)[v(x) - v(y)] \quad (56)$$

W fazie obróbki całkowicie pozytywne lub negatywne perspektywy dzielone są każdorazowo na dwa składniki: pozbawiony ryzyka – pewny minimalny zysk lub stratę – oraz obciążony ryzykiem – dodatkowy zysk lub stratę stanowiący(a) nadwyżkę ponad składnik pewny. Wartość takiej perspektywy stanowi sumę wartości komponentu pewnego $v(y)$ oraz komponentu ryzykownego – niepewnej nadwyżki przemnożonej przez wagę przypisaną możliwości jej wystąpienia. Waga scenariusza przypisywana jest tym samym wyłącznie nadwyżce $v(x) - v(y)$ stanowiącej komponent ryzykowny. Należy zwrócić uwagę, że prawa strona równania (56) jest tożsama z wyrażeniem $\pi(p)v(x) + [1 - \pi(p)]v(y)$, przez co równanie (56) zredukować można do równania (55) jeśli tylko jest spełniony warunek $\pi(p) + \pi(1 - p) = 1$. Wagi nie posiadają jednak cech prawdopodobieństw, przez co nie muszą sumować się do jedności.

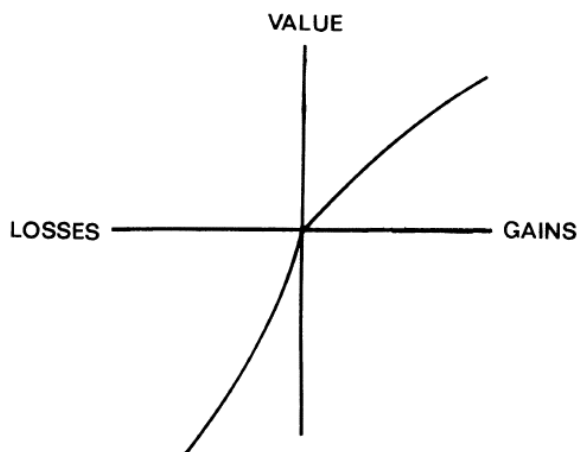
Sposób postrzegania wartości i określania na ich podstawie subiektywnej oceny opisuje funkcja oceny. Posiada ona trzy podstawowe cechy charakterystyczne:

- wartości określane są jako wielkości relatywne, na podstawie odchyłeń względem punktu odniesienia,

- funkcja wartości jest najczęściej wklęsła w obszarze zysków oraz wypukła w obszarze strat – co wynika z malejącej wrażliwości na kolejne przyrosty zysków (strat) względem punktu odniesienia; kształt ten odzwierciedla tzw. efekt odrzucenia (ang. *reflection effect*) związany ze zmianą kolejności preferencji w przypadku przejścia z wyboru dotyczącego zysków na związany z ponoszeniem strat,
- funkcja wartości jest najczęściej mniej nachylona w obszarze zysków oraz relatywnie stroma w obszarze strat – co wynika ze zjawiska awersji do strat, tj. większej dotkliwości strat względem korzyści odczuwanych wskutek osiągnięcia analogicznych zysków.

Uwzględniając powyższe charakterystyki Kahneman i Tversky [1979] przedstawili funkcję oceny posiadającą kształt litery „S”, którą zaprezentowano na wykresie 4.

Wykres 4: Hipotetyczna funkcja wartości w jej postaci przedstawionej przez Kahnemana i Tversky’ego w 1979 r.



Źródło: [Kahneman i Tversky 1979].

Wartość (ocena) rezultatu w ramach danego scenariusza mnożona jest przez wagę decyzyjną, określaną na podstawie prawdopodobieństwa jego wystąpienia. Wagi decyzyjne mają wiele cech subiektywnych prawdopodobieństw, jednak interpretowane są szerzej. Określają one siłę, z jaką dany scenariusz wpływa na postrzeganą atrakcyjność perspektywy. Sposób percepcji prawdopodobieństw i określania na ich podstawie wag decyzyjnych opisuje funkcja ważąca. Funkcja ważąca posiada następujące cechy charakterystyczne:

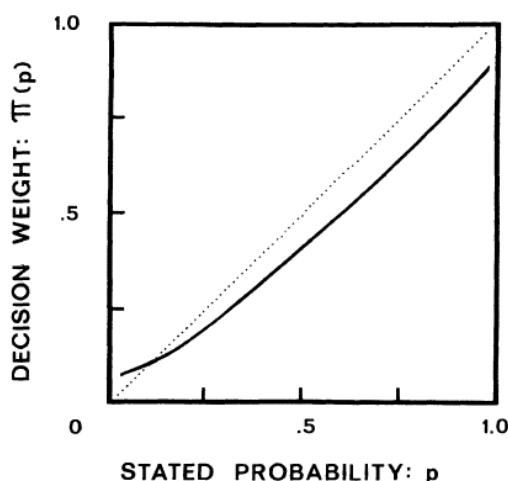
- wagi decyzyjne, $\pi(p)$, są rosnącą funkcją prawdopodobieństwa wystąpienia danego scenariusza, p ;
- rezultaty zdarzeń całkowicie nieprawdopodobnych są ignorowane ($\pi(0) = 0$), natomiast w przypadku zdarzeń pewnych decyzja oparta jest wyłącznie na analizie rezultatów tych zdarzeń ($\pi(1) = 1$),

- wagi decyzyjne zdarzeń mało prawdopodobnych są zawyżane⁴⁷ – ich możliwe rezultaty mają większy wpływ na decyzję, aniżeli wynikałoby to z prawdopodobieństwa ich wystąpienia; w konsekwencji wagi są subaddytywne w obszarze niskich prawdopodobieństw, co oznacza, że $\pi(rp) > r\pi(p)$,
- zdarzenia pewne są przeceniane w stosunku do wysoce prawdopodobnych, co określane jest efektem pewności,
- prawdopodobieństwa wysokie i średnie są niedoszacowane,
- funkcja ważąca jest wypukła (ang. *subproportionality*); jako że nachylenie funkcji ważącej stanowi miarę wrażliwości preferencji na zmiany prawdopodobieństwa, wypukłość funkcji ważącej oznacza, że wagi decyzyjne są generalnie mniej wrażliwe na wzrost wartości prawdopodobieństwa, aniżeli wynikałoby to z koncepcji wartości oczekiwanej,
- w konsekwencji powyższych cech, wagi decyzyjne często nie sumują się do jedności (ang. *subcertainty*).

Przedstawione powyżej własności funkcji ważącej opisują stosunek do ryzyka, który zgodnie z teorią perspektywy jest zróżnicowany w zależności od tego, czy dotyczy osiągnięcia zysków, czy też ponoszenia strat. Jednostki wykazują się bowiem awersją do ryzyka w sytuacji wysokiego prawdopodobieństwa osiągnięcia zysku lub niskiego prawdopodobieństwa poniesienia straty. Jednocześnie jednak wykazują skłonność do ryzyka, gdy osiągnięcie zysku jest niskie, bądź gdy występuje wysokie prawdopodobieństwo poniesienia straty [Kahneman i Tversky 1979]. Dodatkowo, w procesie przypisywania wag decyzyjnych, zdarzenia o wyjątkowo niskim prawdopodobieństwie są albo całkowicie ignorowane (na etapie obróbki) albo ich wpływ na decyzje jest nieracjonalnie wysoki. Także różnica pomiędzy wysokim prawdopodobieństwem wystąpienia danego zdarzenia a pewnością jest albo pomijana, albo też w nieracjonalnym zakresie uwzględniana w procesie podejmowania decyzji. Biorąc pod uwagę powyższe charakterystyki, Kahneman i Tversky [1979] przedstawili hipotetyczny kształt funkcji ważącej, który przedstawiono na wykresie 5.

⁴⁷ Kahneman i Tversky [1979] dokonują rozróżnienia pomiędzy przypisywaniem nadmiernej wagi (ang. *overweighting*), stanowiącym cechą wag decyzyjnych, a przeszacowaniem (ang. *overestimation*) związanym z szacowaniem samego prawdopodobieństwa.

Wykres 5: Hipotetyczna funkcja ważąca w jej postaci przedstawionej przez Kahnemana i Tversky'ego w 1979 r.



Źródło: [Kahneman i Tversky 1979].

Tversky i Kahneman [1992] w swojej późniejszej publikacji zaproponowali zmodyfikowaną wersję teorii perspektywy, opartą na skumulowanych wagach decyzyjnych – tzw. kumulatywną teorię perspektywy. Zmodyfikowana wersja teorii perspektywy wykorzystuje dorobek naukowy z zakresu modyfikacji teorii użyteczności oczekiwanej, związany z analizą skumulowanych funkcji prawdopodobieństwa [Schmeidler 1989; Yaari 1987].

Kumulatywna teoria perspektywy stanowi rozwinięcie pierwotnej wersji tej teorii, zachowując jej podstawowe założenia w zakresie przebiegu procesu decyzyjnego. W szczególności zakłada przeprowadzenie etapu obróbki oraz oceny, a także szacowanie wartości całkowitej wariantów decyzyjnych, na podstawie wartości relatywnych (zysków lub strat) względem punktu odniesienia, z wykorzystaniem subiektywnie postrzeganych wartości oraz subiektywnie przypisywanych wag decyzyjnych. Różnicę stanowi natomiast sposób szacowania wag – zakłada się bowiem ich określanie na podstawie całego rozkładu prawdopodobieństwa, nie natomiast na podstawie punktowych wartości prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych scenariuszy. Wagi określane są przy tym oddzielnie dla części rozkładu prawdopodobieństwa związanej z osiągnięciem zysków, a odrębnie dla pozostałej jego części, dotyczącej scenariuszy związanych z ponoszeniem strat. Zgodnie z kumulatywną teorią perspektywy, całkowita wartość prognozy określona jest formułą:

$$V = \sum_{i=-m}^0 \pi_i^- v(x_i) + \sum_{i=0}^n \pi_i^+ v(x_i) \quad (57)$$

przy czym x_i dla $0 < i < n$ oznacza kolejne wartości zysków, natomiast x_i dla $-m < i < 0$ oznacza kolejne wartości strat względem pewnego neutralnego punktu

odniesienia, uporządkowane w kolejności rosnącej wartości bezwzględnej. Na podstawie wartości tych określone są ich subiektywne oceny $v(x_i)$ z wykorzystaniem funkcji oceny $v(x)$. Tversky i Kahneman [1992] zaproponowali następującą formułę funkcji oceny:

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha, & x \geq 0 \\ -\lambda(-x^\beta), & x < 0 \end{cases} \quad (58)$$

Zgodnie z powyższą formułą ocena dokonywana jest odrębnie w obszarze zysków ($x \geq 0$) oraz strat ($x < 0$) względem punktu odniesienia. W obszarze zysków subiektywnie postrzegana wartość, v , jest funkcją potęgową jej wartości wyrażonej w pieniądzu, x , przy czym wykładnik potęgi, α , odzwierciedla wrażliwość oceny na kolejne przyrosty zysków. W obszarze strat subiektywnie postrzegana wartość jest funkcją wielomianową jej wartości wyrażonej gotówkowej, przy czym wykładnik potęgi, β , odzwierciedla wrażliwość oceny na kolejne przyrosty strat, natomiast współczynnik λ jest miarą awersji względem strat.

Wagi decyzyjne, π_i , określane są z wykorzystaniem funkcji ważącej, $w(p)$, na podstawie wartości prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych stanów natury, p , odrębnie w obszarze strat, π_i^- , oraz zysków, π_i^+ , zgodnie z formułą:

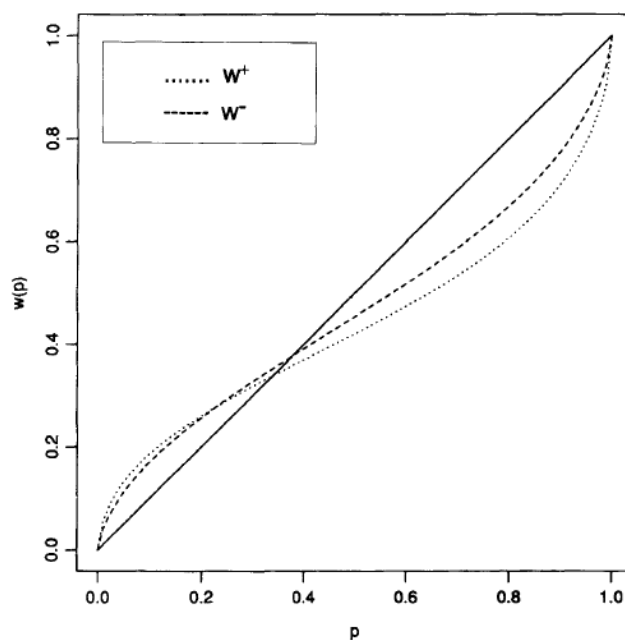
$$\pi_i = \begin{cases} w^-(p_{-m}) & i = -m \\ w^-\left(\sum_{j=-m}^i p_j\right) - w^-\left(\sum_{j=-m}^{i-1} p_j\right) & i = -m + 1, \dots, -1 \\ w^+\left(\sum_{j=1}^n p_j\right) - w^+\left(\sum_{j=i+1}^n p_j\right) & i = 0, \dots, n-1 \\ w^+(p_n) & i = n \end{cases} \quad (59)$$

gdzie $w^-(p)$ odpowiada funkcji ważącej w obszarze strat, natomiast $w^+(p)$ w obszarze zysków względem punktu odniesienia. Tversky i Kahneman [1992] zaproponowali następującą formułę funkcji ważącej:

$$w(p) = \begin{cases} \frac{p^{\gamma^+}}{(p^{\gamma^+} + (1-p)^{\gamma^+})^{\gamma^+-1}}, & x \geq 0 \\ \frac{p^{\gamma^-}}{(p^{\gamma^-} + (1-p)^{\gamma^-})^{\gamma^-1}}, & x < 0 \end{cases} \quad (60)$$

gdzie γ^+ oraz γ^- odpowiadają wrażliwości wag decyzyjnych na zmiany wartości prawdopodobieństw – odpowiednio – w obszarze zysków oraz strat względem punktu odniesienia. Wykorzystując powyższą formułę funkcji ważącej, Tversky i Kahneman [1992] przedstawili kształt funkcji ważącej wynikający z przeprowadzonych przez nich badań empirycznych, który zaprezentowano na wykresie 6.

Wykres 6: Funkcja ważąca w jej postaci określonej przez Tversky'ego i Kahnemana w 1993 r.



Źródło: [Tversky i Kahneman 1992].

Korzystając z dorobku Tversky'ego i Kahnemana [1992], Davies and Satchell [2007] zaproponowali analityczną postać kumulatywnej teorii perspektywy⁴⁸, zgodnie z którą całkowita wartość prognozy określana jest na podstawie formuły:

$$V = \int_{-\infty}^0 \Psi^-(F(x))f(x)v^-(x)dx + \int_0^{\infty} \Psi^+(F(x))f(x)v^+(x)dx \quad (61)$$

gdzie $\Psi = \frac{dw(p)}{dp}$ stanowi pierwszą pochodną funkcji ważącej względem wartości prawdopodobieństwa, $F(x)$ odpowiada skumulowanemu rozkładowi prawdopodobieństwa, natomiast $f(x)$ stanowi funkcję gęstości prawdopodobieństwa zysków lub strat względem punktu odniesienia. Jednocześnie $v^-(x)$ oraz $v^+(x)$ oznaczają funkcję oceny – odpowiednio – strat oraz zysków względem punktu odniesienia.

2.3. Behawioralne uwarunkowania wyceny opcji rzeczywistych

Klasyczne metody wyceny opcji bazują na założeniu pełnej racjonalności decydentów, którzy kierują się zasadą maksymalizacji użyteczności oczekiwanej. Pozwalają tym samym na określenie sprawiedliwej wartości rynkowej opcji. Nie określają natomiast wartości subiektywnej opcji, uwzględniającej indywidualny sposób percepcji decydentów.

⁴⁸ Alternatywną formę przedstawili Barberis i Huang [2010] jako $V = \int_{-\infty}^0 v^-(x)dw^-[F(x)] - \int_0^{\infty} v^+(x)dw^+[1 - F(x)]$, gdzie v oznacza funkcję wartości, w odpowiada funkcji ważącej, x stanowią wartości zysków („+”) bądź strat („-”) względem punktu odniesienia, natomiast $F(x)$ jest dystrybuantą rozkładu prawdopodobieństwa.

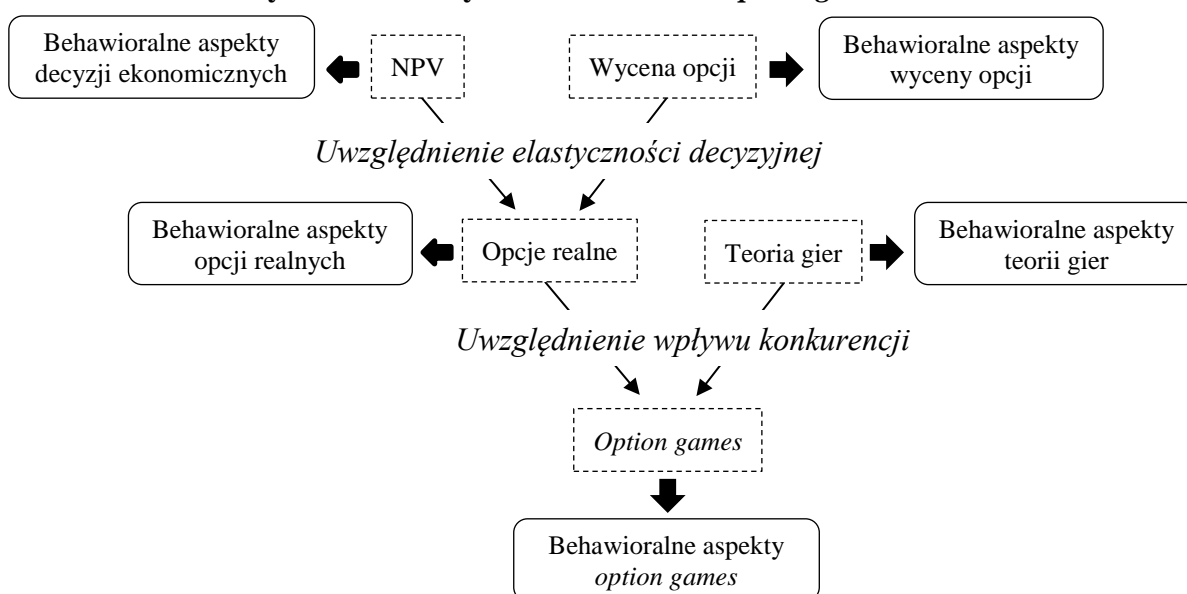
W rzeczywistości ludzie kierują się co najwyżej zasadą racjonalności ograniczonej, posługując się szeregiem heurystyk i wykazując liczne skłonności psychologiczne, różniące ich od koncepcji *homo oeconomicus*.

Także podejście *option games* posiada pewne ograniczenia w zakresie zgodności założeń leżących u jego podstaw z rzeczywistością. Bazując na założeniach pełnej racjonalności i wspólnej wiedzy, stanowią właściwe odwzorowanie sytuacji strategicznych, w których uczestniczą *homo oeconomicus*. Zważając jednak na liczne inklinacje behawioralne charakteryzujące jednostki, modele formułowane w ramach tego podejścia posiadają ograniczone walory aplikacyjne jako modele w pełni deskryptywne. Brak realizacji założenia pełnej racjonalności oponentów powoduje, że i formułowane na ich gruncie postulaty normatywne mogą stanowić rozwiązania suboptymalne. Założenie o pełnej racjonalności oponentów prowadzić może do niewłaściwej prognozy ich faktycznego możliwego przyszłego zachowania, a w konsekwencji do niewłaściwego oszacowania rzeczywistej wartości opcji powszechnej.

Badania nad (subiektywną) wyceną opcji, uwzględniającą wpływ inklinacji behawioralnych, poza ich walorem deskryptywnym, przysłużyć się mogą także formułowaniu postulatów o charakterze normatywnym. W sytuacjach strategicznych podmiot działający w pełni racjonalnie powinien dążyć do przewidywania rzeczywistego zachowania oponenta. Przedmiotem analizy w ramach podejścia *option games* są interakcje zachodzące pomiędzy podmiotami współdzielącymi powszechną opcję rzeczywistą. Kluczowe znaczenie ma zatem właściwa predykcja decyzji strategicznych konkurenta. W pełni racjonalny gracz powinien właściwie uwzględnić ograniczoną racjonalność pozostałych podmiotów. Optymalizacja decyzji w przypadku powszechnych opcji rzeczywistych wiąże się z właściwą predykcją subiektywnej wartości opcji postrzeganej przez pozostałych graczy, która ma przełożenie na możliwe ich rzeczywiste decyzje co do wyboru alternatyw decyzyjnych. Konieczna jest zatem budowa modelu normatywno-deskryptywnego, który z jednej strony pozwoli na prognozę, niekoniecznie w pełni racjonalnego, zachowania oponentów, z drugiej zaś na racjonalną optymalizację własnej decyzji na podstawie dokonanej prognozy. Model taki pozwoliłby na optymalizację decyzji przedsiębiorstwa (podejście normatywne) dzięki właściwemu przewidywaniu zachowań konkurenta (podejście deskryptywne). Podstawą racjonalnej optymalizacji decyzji w zakresie wykonania opcji oraz szacowania jej obiektywnej wartości rynkowej jest zatem możliwie bliska rzeczywistości prognoza zachowania konkurenta, uwzględniająca jego indywidualne uwarunkowania behawioralne wyceny i podejmowania decyzji o wykonaniu opcji powszechnej.

Istnieje wiele czynników o charakterze behawioralnym mogących wpływać na percepcję wartości opcji powszechnych. W szczególności decyzje te są przedmiotem ogólnych uwarunkowań psychologiczno-społecznych wspólnych dla różnych rodzajów decyzji ekonomicznych oraz metod ich analizy. Istnieje jednak szereg inklinacji specyficznych dla podejścia *option games*, lub też takich, na które podejście to może być szczególnie wrażliwe. Na kolejnym schemacie dokonano dekompozycji tego podejścia, wskazując na źródła behawioralnych uwarunkowań w poszczególnych obszarach. Poza zjawiskami wspólnymi dla wielu rodzajów decyzji ekonomicznych, czynniki psychologiczno-społeczne wiążą się z procesem wyceny opcji (w tym finansowych), percepcją wartości specyficzną dla opcji rzeczywistych, analizą sytuacji strategicznych i w końcu z wyceną powszechnych opcji realnych.

Schemat 4: Obszary behawioralnych uwarunkowań *option games*



Źródło: [Jarzęcki 2013].

Wśród behawioralnych uwarunkowań podejmowania decyzji ekonomicznych, mających znaczenie także w przypadku analizy i wyceny powszechnych opcji rzeczywistych, wyróżnić można trzy główne zagadnienia: (1) psychologiczne podłoże prognozowania zdarzeń przyszłych na podstawie przeszłości, (2) behawioralne uwarunkowania percepcji wartości i dokonywania wyborów strategicznych, a także (3) zagadnienia związane z zarządzaniem portfelem inwestycji. Behawioralne uwarunkowania podejmowania decyzji inwestycyjnych oraz przykładowe inklinacje z nimi związane zaprezentowano w tabeli 7.

Tabela 7: Behawioralne uwarunkowania podejmowania decyzji inwestycyjnych

Prognozowanie przyszłości na podstawie przeszłości	
Uwarunkowania behawioralne	Przykładowe inklinacje
<ul style="list-style-type: none"> • Nieuzasadniony optymizm • Efekt wąskich ram • Błąd kotwiczenia • Myślenie magiczne 	Wiara w trend
<ul style="list-style-type: none"> • Heurystyka reprezentatywności • Błąd krótkich serii • Niewłaściwe rozumienie prawa regresji do średniej • Błąd hazardzisty • Nadreaktywność 	Błąd ekstrapolacji
<ul style="list-style-type: none"> • Konserwatyzm poznawczy • Błąd potwierdzenia 	Niewłaściwa aktualizacja przekonań
Postrzeganie wartości i wybór inwestycji	
Uwarunkowania behawioralne	Przykładowe inklinacje
<ul style="list-style-type: none"> • Postrzeganie wartości jako zysków i strat względem punktu referencyjnego • Księgowanie umysłowe • Efekt halo 	Postrzeganie wartości w sposób subiektywny, sprzecznie z hipotezą użyteczności oczekiwanej
<ul style="list-style-type: none"> • Awersja do strat 	Większa wrażliwość na przyrosty strat niż zysków
<ul style="list-style-type: none"> • Błąd dostępności • Efekt pewności • Iluzja prawdy 	Niewłaściwa ocena prawdopodobieństwa
<ul style="list-style-type: none"> • Efekt ponadprzeciętności • Iluzja kontroli • Efekt kalibracji • Zjawisko wybiórczej atrybucji • Błąd retrospekcji 	Nadmierna pewność siebie
<ul style="list-style-type: none"> • Konserwatyzm poznawczy • Błąd potwierdzenia • Iluzja poprawności • Racjonalizacja 	Opóźniona reakcja na zmiany w otoczeniu
<ul style="list-style-type: none"> • Lęk przed nieznanym • Pułapka zaangażowania • Paraliż decyzyjny 	Awersja do zmian

Postrzeganie wartości i wybór inwestycji – c.d.	
Uwarunkowania behawioralne	Przykładowe inklinacje
<ul style="list-style-type: none"> • Dyskontowanie hiperboliczne • Uzależnienie stopy dyskonta od wartości nominalnych • Stosowanie odmiennych stóp dla zysków i strat • Dyskontowanie przyszłych użyteczności w odniesieniu do punktu referencyjnego 	Dobór stopy dyskonta odbierającej od poziomu rynkowego
<ul style="list-style-type: none"> • Niestalość preferencji, uzależnionych od osiągniętych wcześniej wyników 	Zmienność kryterium decyzyjnego i sposobu percepcji wartości
<ul style="list-style-type: none"> • Większy optymizm w przypadku dobrego nastroju • Krytycyzm towarzyszący złemu nastrojowi 	Podejmowanie decyzji pod wpływem emocji
<ul style="list-style-type: none"> • Odczuwanie żalu • Dążenie do unikania rozczarowania • Strach przed poniesieniem straty 	Niechęć do podejmowania ryzykownych decyzji
<ul style="list-style-type: none"> • Chciwość 	Skłonność do podejmowania ryzykownych decyzji
<ul style="list-style-type: none"> • Uczenie się w społeczności, imitacja zachowania innych podmiotów • Konformizm społeczny • Zachowania stadne 	Powielanie zachowania innych graczy
<ul style="list-style-type: none"> • Znaczenie kwestii społeczno-etycznych 	Uwzględnienie czynników pozaekonomicznych przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych
Zarządzanie portfelem inwestycji	
Uwarunkowania behawioralne	Przykładowe inklinacje
<ul style="list-style-type: none"> • Efekt wąskich ram • Lęk przed nieznanym 	Ograniczona dywersyfikacja portfela inwestycji
<ul style="list-style-type: none"> • Efekt dyspozycji 	Niezdolność do przerwania realizacji projektów nierentownych

Źródło: opracowanie własne.

Przykładowe uwarunkowania behawioralne *option games* zestawiono w tabeli 8. Uporządkowano je według obszarów wskazanych na schemacie 4. W pierwszej kolejności wskazano aspekty związane z wyceną opcji (w tym finansowych) dotyczące ograniczeń realizacji założenia o braku arbitrażu, percepcji wartości i prawdopodobieństw, księgowania umysłowego, czy efektu kadrowania. Zaprezentowane uwarunkowania behawioralne w zakresie analizy i wyceny opcji realnych dotyczą między innymi doboru kryterium decyzyjnego w zakresie wykonania opcji, prognozowania wartości parametrów wpływających

na wartość opcji, procesu podejmowania decyzji o wykonaniu opcji, czy sposobu dyskontowania wartości. W zakresie analizy sytuacji strategicznych wskazano na możliwą ograniczoną racjonalność graczy i brak realizacji założenia o wspólnej ich wiedzy, ograniczony zakres dokonywanej przez nich introspekcji i specyfikę procesów uczenia się w sytuacjach strategicznych, behawioralne uwarunkowania prognozowania wypłat oraz percepcji wartości, specyfikę procesu decyzyjnego, ograniczenia w dostępie do informacji, uwarunkowania kształtowania wyobrażeń o percepcji oponenta, czy też interakcje zachodzące pomiędzy graczami. Ostatecznie w przypadku analizy i wyceny powszechnych opcji rzeczywistych podkreślono złożoność ich analizy oraz ograniczenia mentalne związane z możliwością jej realizacji, problem odwzorowania decyzji konkurenta, czy ograniczenia w zakresie dostępności informacji. Przedstawiony katalog uwarunkowań psychologiczno-społecznych związanych z analizą i wyceną powszechnych opcji rzeczywistych, choć stanowi katalog otwarty, ilustruje wielość i różnorodność behawioralnych aspektów związanych z zagadnieniem elastyczności decyzyjnej w sytuacjach strategicznych dotyczących decyzji inwestycyjnych.

Tabela 8: Behawioralne uwarunkowania analizy i wyceny opcji powszechnych

Wycena opcji	
Aspekt	Przykładowe uwarunkowania
Brak realizacji założenia braku arbitrażu	Aktywność graczy nieracjonalnych Ryzyko synchronizacji – niepewność pojedynczego arbitrażysty co do reakcji pozostałych Bariery kosztowe i regulacyjne [Szyszka 2009]
Percepcja wartości i prawdopodobieństw	Percepcja wartości i prawdopodobieństw zgodnie z teorią perspektywy [Versluis, Lehnert i Wolff 2010; Nardon i Pianca 2012, 2014, 2015] skutkujące m.in. skłonnością do akceptowania ryzyka po uprzednim realizowaniu zysków [Thaler and Johnson 1990], czy też spadkiem wrażliwości na straty po uprzednim realizowaniu zysków [Barberis, Huang i Santos 2001]
Księgowanie umysłowe	Postrzeganie poszczególnych składowych portfela replikacyjnego oraz opcji w sposób odrębny i zróżnicowany [Fisher i Statman 1997, Shefrin i Statman 2000]
Efekt kadrowania	Znaczenie sposobu prezentacji opcji dla postrzeganej jej wartości [Fox, Rogers i Tversky 1996]

Postrzeganie projektu jako opcji	
Aspekt	Przykładowe uwarunkowania
Prognozowanie parametrów modelu	Uwarunkowania procesu budowania prognoz oraz aktualizacji przekonań w procesie analizy i wyceny opcji realnych
Kryterium decyzyjne	Stosowanie heurystyk, w tym uproszczonego kryterium decyzyjnego
	Uwarunkowania psychologiczne percepcji wartości przy analizie opcji realnych
	Uwzględnianie czynników pozaekonomicznych, w tym społeczno-etycznych kryteriów podejmowania decyzji
Proces podejmowania decyzji	Złożoność analizy wariantów decyzyjnych i ograniczona racjonalność w ramach procesu decyzyjnego
	Skłonność do odsuwania w czasie lub unikania podjęcia decyzji o wykonaniu opcji mimo spełnienia warunku granicznego
	Inklinacje psychologiczne oraz wpływ zbiorowości na proces podejmowania decyzji
Dyskontowanie wartości	Wycena opcji poniżej wartości oczekiwanej wypłat [Miller i Shapira 2004]
	Dyskontowanie hiperboliczne [Giang 2008]
Analiza sytuacji strategicznych	
Aspekt	Przykładowe uwarunkowania
Racjonalność graczy	Ograniczona racjonalność graczy, racjonalność subiektywna
Wspólna wiedza	Brak założenia pełnej racjonalności oponentów
Zakres introspekcji	Ograniczona liczba kroków analizy introspektywnej
Proces uczenia się	Uwarunkowania procesu uczenia się w przypadku gier powtarzalnych
Prognozowanie parametrów modelu	Uwarunkowania procesu budowania prognoz oraz aktualizacji przekonań w wielookresowej analizie podgier
Postrzeganie wartości	Uwarunkowania psychologicznych percepcji wartości w analizie podgier
Proces podejmowania decyzji	Złożoność i ograniczona racjonalność procesu decyzyjnego, niekoniecznie prowadzącego do wyboru strategii odpowiadającej sytuacji równowagi
Dostępność informacji	Ograniczoność i asymetria informacji
Perspektywa konkurenta	Brak pełnej wiedzy na temat kryterium decyzyjnego konkurenta, jego wypłat, punktu odniesienia
	Uwarunkowania psychologiczno-społeczne prognozowania i kształtowania oczekiwań przez konkurenta
	Uwarunkowania psychologiczno-społeczne postrzegania wartości przez konkurenta
	Uwarunkowania psychologiczno-społeczne procesu decyzyjnego konkurenta

Analiza sytuacji strategicznych – c.d.	
Aspekt	Przykładowe uwarunkowania
Interakcje pomiędzy graczami	Brak uwzględnienia interakcji pomiędzy graczami: możliwości kooperacji, zachowań altruistycznych, procesu naśladowania, uczenia się itp.
	Dążenie do nawiązania współpracy z konkurentem
	Imitacja, powielanie działania konkurenta
Analiza i wycena powszechnych opcji rzeczywistych	
Aspekt	Przykładowe uwarunkowania
Złożoność analizy	Ograniczenia percepcji ludzkiego umysłu oraz ich konsekwencje: stosowane heurystyki, znaczenie emocji i intuicji w procesie decyzyjnym
Odwzorowanie decyzji konkurenta	Uwzględnienie społeczno-psychologicznych aspektów prognozowania i kształtowania oczekiwań, postrzegania wartości, a także realizacji procesu decyzyjnego przez graczy
Dostępność informacji	Ograniczoność i asymetria informacji

Zródło: opracowanie własne.

Istnieje szeroki dorobek literatury związany z poszczególnymi behawioralnymi uwarunkowaniami analizy i wyceny powszechnych opcji rzeczywistych, w tym podkreślający znaczenie teorii perspektywy w procesie szacowania wartości opcji. Większa część tego dorobku z koncepcją *option games* wiąże się jednak w sposób pośredni, koncentrując się na wybranym pojedynczym obszarze: związanym z wyceną opcji (finansowych), postrzeganiem opcji rzeczywistych, czy też analizą sytuacji strategicznych.

Pierwsza koncepcja objaśnienia rzeczywistej wyceny opcji finansowych na gruncie behawioralnym, z wykorzystaniem kumulatywnej teorii perspektywy, została zaprezentowana przez Shefrina i Statmana [1993]. Autorzy dokonali porównania wartości opcji jednookresowych z wynikami wyceny uzyskiwanymi na podstawie modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina, wskazując na silną zależność pomiędzy wartościami parametrów funkcji oceny a postrzeganymi wartościami opcji. Shefrin i Statman w swojej analizie nie uwzględniali natomiast funkcji wazącej.

Rozbieżności wyceny opcji finansowych względem modeli teoretycznych analizowali także Poteshman i Serbin [2003], koncentrując swoją uwagę na wcześniejszym wykonaniu opcji finansowych. Badacze odnaleźli związek pomiędzy przedwczesnym wykonaniem opcji a wysokim poziomem cen instrumentu bazowego lub wysokim poziomem stóp zwrotu występującymi w okresie poprzedzającym wykonanie opcji. Wyniki przeprowadzonych przez nich badań pozwalają twierdzić, że podejmowanie decyzji o wykonaniu opcji daje się wytłumaczyć na gruncie teorii perspektywy. Podobne przyczynki w zakresie zastosowania elementów teorii perspektywy do wyjaśnienia zjawisk związanych z obrotem opcjami

finansowymi przedstawiają Blackburn i Ukhov [2006], koncentrujący swoją uwagę na kształcie stosowanej przez inwestorów funkcji oceny. Autorzy dowodzą wypukłości funkcji oceny w pewnych przedziałach, co jest spostrzeżeniem zgodnym z teorią perspektywy.

Breuer i Perst [2004] wprowadzili funkcję ważącą do modelu wyceny odwróconych zamiennych papierów wartościowych z dyskontem (DRC, ang. *discount reverse convertibles*), stanowiących kombinację papieru wartościowego wolnego od ryzyka oraz krótkiej pozycji w opcji sprzedaży. Wartości perspektyw określone na podstawie kumulatywnej teorii perspektywy zostały porównane z wynikami wyceny przeprowadzonej na podstawie modelu Blacka-Scholesa. Badacze wykazali przy tym preferowanie inwestycji w aktywa pozbawione ryzyka na rynkach cechujących się niskim dryfem notowań.

Abbink i Rockenbach [2005] na podstawie swoich badań wskazali na problem (nieuzasadnioną praktykę) stosowania jednakowego zestawu parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny dla wszystkich graczy rynkowych, który oznacza założenie *implicite* jednakowego nastawienia wszystkich podmiotów względem ryzyka. Abbink i Rockenbach dokumentują istotne różnice w sposobie wyceny opcji finansowych przez studentów i profesjonalnych traderów, stawiając pod znakiem zapytania możliwość uogólniania wartości parametrów opisujących sposób percepcji wartości i prawdopodobieństw wynikające z badań laboratoryjnych na szerokie niehomogeniczne grupy jednostek. Podobne wnioski wyciągnęli ze swoich badań Berkelaar, Kouwenberg i Post [2004].

Versluis, Lehnert i Wolff [2010] wskazują na inklinacje behawioralne związane z wyceną opcji finansowych, wymieniając wśród nich efekt kadrowania, księgowanie umysłowe oraz teorię perspektywy.

Fox, Rogers i Tversky [1996] wskazują na rozbieżności pomiędzy sposobem interpretacji prawdopodobieństw w sytuacjach niepewności oraz ryzyka, różniących się dostępnością informacji w zakresie obiektywnych wartości prawdopodobieństw. Brak takich informacji wzmacnia odchylenie postrzeganych wartości opcji finansowych względem wartości oczekiwanych przepływów pieniężnych z nimi związanych.

Fisher i Statman [1997] a także Shefrin i Statman [2000] dokumentują tzw. efekt wąskich ram [Thaler 1985, 1999] występujący w przypadku wyceny opcji finansowych. Efekt ten związany jest z wyodrębnionym postrzeganiem pojedynczych inwestycji, nie natomiast w postaci całościowego portfela.

Koncepcję łączącą wycenę opcji finansowych z koncepcją księgowania umysłowego przedstawia także Rockenbach [2004], wyodrębniając trzy różne konta umysłowe. Analizuje trzy podejścia: (1) zakładające, że opcja oraz akcja znajdują się w tym samym „koncie”,

(2) zakładające, że opcja i obligacja znajdują się na tym samym „koncie” oraz (3) zakładające, że opcja traktowana jest jako niezależne „konto.” Dokonuje porównania wyników badań laboratoryjnych ze wskazaniem modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina, dowodząc istotnego znaczenia księgowania umysłowego w procesie wyceny opcji finansowych.

Znaczenie teorii perspektywy dla postrzegania wartości opcji finansowych weryfikują między innymi Versluis, Lehnert i Wolff [2010], Nardon i Pianca [2012, 2014, 2015] wskazując na istotnie lepsze dopasowanie wartości opcji wynikających z modeli uwzględniających elementy kumulatywnej teorii perspektywy do danych empirycznych, aniżeli ma to miejsce w przypadku wyników wyceny przeprowadzanej z zastosowaniem standardowych modeli wyceny opcji finansowych. Badacze stwierdzają, że takie zjawiska jak postrzeganie wartości w sposób względny w odniesieniu do pewnego punktu referencyjnego, czy też awersja względem ryzyka w obszarze zysków oraz skłonność do ryzyka w obszarze strat, mają znaczenie dla sposobu postrzegania wartości opcji finansowych. Badania te są zgodne z wcześniejszymi badaniami empirycznymi wskazującymi na wzrost skłonności do akceptowania ryzyka po uprzednim realizowaniu zysków [Thaler and Johnson 1990], czy też spadek wrażliwości na straty po uprzednim realizowaniu zysków [Barberis, Huang i Santos 2001], interpretowanych jako dowód na znaczenie zmiany punktu referencyjnego wykorzystywanego przy ocenie wartości dla postrzeganych wartości instrumentów finansowych.

Dorobek literatury związanej z behawioralnymi uwarunkowaniami analizy i wyceny opcji rzeczywistych w znacznej części wynika z prowadzonych badań eksperymentalnych. W ramach badań tych weryfikacji poddawana jest zgodność wskazań wynikających z modeli wyceny opcji rzeczywistych z faktycznie postrzeganymi ich wartościami oraz stosowanymi strategiami w zakresie wykonania opcji. Znacząca część tych badań prowadzona jest w kontekście realizacji strategii wyższego rzędu przez przedsiębiorstwo [Bowman i Hurry 1993; McGrath 1997, 1999; Dess i in. 2003; Sirmon, Hitt i Ireland 2007; Klingebiel i Adner 2015]. Jednak istnieją liczne wątki związane z uwarunkowaniami wynikającymi z perspektywy mikro, w tym dotyczącymi indywidualnych skłonności w zakresie podejmowania decyzji w warunkach ryzyka.

Miller i Shapira [2004] prezentują wyniki badań empirycznych nad heurystykami i inklinacjami behawioralnymi związanymi z podejmowaniem decyzji z zakresu wykonania opcji realnych i ich wyceny. Wskazują na (1) wyższą wycenę wartości opcji względem wartości oczekiwanej korzyści związanych z możliwością ich wykonania, (2) niższą wycenę opcji przez kupujących względem wyceny dokonywanej przez sprzedających, (3) spadek wartości opcji

w przypadku możliwości wystąpienia zdarzeń o niskim prawdopodobieństwie, (4) zróżnicowanie stosowanych stóp dyskonta w zależności od horyzontu czasowego, a także (5) niską zależność wartości opcji od ceny jej wykonania.

Yavas i Sirmans [2005] w ramach prezentowanych badań empirycznych dowodzą powszechnej tendencji do wcześniejszego niż optymalne wykonywania opcji realnych, co autorzy wiążą z jednoczesnym niedoszacowaniem wartości elastyczności decyzyjnej związanej z opcją.

Tiwana i in. [2007] prezentują wyniki badań empirycznych nad sposobem wyceny opcji realnych dokonywanej przez menedżerów zarządzających projektami z sektora informatyki, przeprowadzonych w kontekście ograniczonej racjonalności i związanych z nią inklinacji behawioralnych. Badacze analizują rozbieżności występujące pomiędzy wartościami opcji szacowanymi przez menedżerów a określonymi przy zastosowaniu klasycznych metod wyceny. Rozbieżności te są większe w przypadku wysokich korzyści związanych z realizacją projektu inwestycyjnego, aniżeli w przypadku niskiego poziomu tych korzyści. Zgodnie z wynikami uzyskanymi przez autorów, opcjom realnym przypisywana jest jednocześnie wyższa wartość w przypadku wysokich korzyści związanych z realizacją projektu.

Wang, Bernstein i Chesney [2012a] prezentują wyniki eksperymentów, których uczestnicy określali wartość opcji na podstawie notowań cen instrumentu bazowego zmiennych w czasie. Autorzy dowodzą dwóch rodzajów inklinacji behawioralnych: ignorowania wartości oczekiwanej cen oraz niskiej wrażliwości na termin wygaśnięcia opcji. Odmienne wyniki zdają się uzyskiwać Oprea, Friedman i Anderson [2009], autorzy eksperymentu, którego uczestnicy mieli podjąć decyzję co do momentu wykonania opcji. Uczestnicy ci z czasem, w miarę kolejnych powtórzeń eksperymentu, uczyli się odsuwania w czasie decyzji o wykonaniu opcji i podejmowali ją dopiero po uzyskaniu pewnych informacji o kształtowaniu się wartości instrumentu bazowego. Jednocześnie jednak zachowanie zbliżone do optymalnego wykazywali dopiero w ostatnim etapie eksperymentu.

Behawioralna perspektywa analizy wykorzystującej podejście opcyjnie wykorzystywana jest także przez Hackbartha [2009], badającego interakcje pomiędzy decyzjami inwestycyjnymi i finansowymi z zastosowaniem opcji realnych, w tym wpływu na te zależności nadmiernego optymizmu i przesadnej pewności siebie menedżerów. Badacze wskazują na korzystny wpływ inklinacji menedżerów, prowadzących do ograniczenia konfliktu występującego pomiędzy akcjonariuszami a wierzycielami [Myers 1977], związanego z odsuwaniem w czasie momentu realizacji inwestycji w sytuacji występowania wysokiego zadłużenia. Optymistyczne nastawienie menedżerów, choć wiąże się z emisją wyższego

poziomu zadłużenia, prowadzić może do wcześniejszej realizacji projektów inwestycyjnych, co pozwala na zmniejszenie kosztów agencji długu.

Wang, Bernstein i Chesney [2012b] prezentują wyniki badań eksperymentalnych nad intuicyjnym wykorzystywaniem przez jednostki podejścia opcyjnego w działalności inwestycyjnej. Badacze wskazują na dwie inklinacje behawioralne: ignorowanie prawa regresji do średniej oraz działanie krótkowzroczne, które łącznie prowadzą do częstszych zmian decyzji niż wynikałoby to z modelu teoretycznego.

Badania eksperymentalne nad wykonaniem opcji realnych przeprowadzili także Murphy, Andraszkiewicz i Knaus [2016], dokumentując zjawisko awersji do strat i nieliniowe przełożenie prawdopodobieństw na wagi przypisywane scenariuszom decyzyjnym.

Behawioralny kontekst analizy opcji realnych obecny w literaturze dotyczy również sytuacji strategicznych. Koncepcja wykorzystania podejścia behawioralnego do analizy sytuacji strategicznych, w której występuje elastyczność decyzyjna w postaci powszechnych opcji rzeczywistych, wykorzystywana była między innymi przez Dhira i Mitala [2012], badających decyzje dotyczące przejęć firm. Nadmierna pewność siebie menedżerów podejmujących decyzję o przejęciu prowadzi do spadku wartości przedsiębiorstwa, podczas gdy brak wyłączności w posiadaniu opcji wzmacnia racjonalność podejmowanych decyzji.

W literaturze istnieją nieliczne próby uwzględnienia czynników behawioralnych w modelach wyceny opcji, w tym opcji realnych. Przykład uwzględnienia podłoża behawioralnego w ramach podejścia opcyjnego do analizy decyzji strategicznych w przedsiębiorstwie stanowi rozprawa doktorska Gentry'ego [2006]. Przedmiotem jego zainteresowania jest uwzględnienie teorii aspiracji menedżerów [March i Simon 1958; Cyert i March 1963] w ramach analizy opcji rzeczywistych. Gentry prezentuje badania empiryczne przeprowadzone na próbie firm z sektora telekomunikacyjnego, w przypadku których udzielona certyfikacja traktowana jest przez menedżerów tych firm jako opcja. Gentry w ramach prowadzonych badań nawiązuje do teorii perspektywy wykorzystując ją jednakże jedynie jako instrument interpretacji uzyskanych wyników, utożsamiając aspiracje menedżerów z punktem referencyjnym.

Jost i Wolff [2010] dokonali modyfikacji modeli Lamberta, Larckera i Verrecchia [1991] oraz Halla i Murphy'ego [2002] pozwalających na wycenę opcji menedżerskich w sytuacji braku realizacji zasady maksymalizacji oczekiwanej użyteczności. W szczególności dokonali implementacji elementów teorii perspektywy w jej wersji kumulatywnej. Badacze uwzględnili ocenę wartości z wykorzystaniem funkcji oceny zgodnie z formułą Tversky'ego

i Kahnemana [1992] oraz przypisywanie scenariuszom decyzyjnym wag z wykorzystaniem funkcji ważącej w formule zaproponowanej przez Gonzaleza i Wu [1999]. Zaproponowany przez nich model nie uwzględnia natomiast dokonywania oceny wartości w ujęciu względnym, tj. w relacji do punktu odniesienia. Ponadto analiza prowadzona jest w kontekście wyceny opcji finansowych, co oznacza założenie implicite wykazywania się przez wszystkich inwestorów uczestniczących w obrocie rynkowym jednakowymi charakterystykami psychologicznymi, mającymi odzwierciedlenie w jednakowych parametrach funkcji ważącej i funkcji oceny.

Grenadier i Wang [2007] oraz Hoang [2008] zaproponowali modele wyceny opcji realnych uwzględniające dyskontowanie hiperboliczne. Wprowadzenie tego założenia prowadzi do obniżenia wartości czasowej opcji opóźnienia oraz zmniejszenia bieżącej wartości oczekiwanej przyszłych przepływów pieniężnych.

Wu-Xiang [2006, 2007] oraz Wang, Bing i Zhang [2007] zaproponowali modele gier opcyjnych zakładające wycenę opcji realnych przy uwzględnieniu tendencji graczy do księgowania umysłowego. Badacze sformułowali trzy podejścia do behawioralnej wyceny realnych opcji powszechnych zgodnie z podejściem prezentowanym przez Rockenbacha [2004].

W ramach badań empirycznych, których wyniki prezentowane są w ramach literatury przedmiotu, wielokrotnie wykazano istotne systematyczne odchylenia postrzeganych wartości opcji względem ich wartości wynikających ze standardowych modeli wyceny. Większość z modeli uwzględniających inklinacje behawioralne w procesie szacowania wartości opcji abstrahuje jednak od preferencji inwestorów względem ryzyka. Istnieją jednak pewne wyjątki.

Versluis, Lehnert i Wolff [2010] proponują model wyceny opcji europejskiej uwzględniający elementy teorii perspektywy w postaci funkcji ważącej i funkcji oceny. Punktem wyjścia do jego konstrukcji jest model Blacka-Scholesa. Autorzy prezentują dwie wersje modelu w zależności od percepcji przepływów pieniężnych w czasie w sposób niezależny dla poszczególnych okresów (ang. *time segregated*) lub jako wartości zagregowanych w danym przedziale czasu (ang. *time aggregated*), zgodnie z wynikami badań Fishera i Statmana [1997] oraz Shefrina i Statmana [2000], bazujących na koncepcji księgowania umysłowego Thaler'a [1985, 1999].

Model Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010] wyceny L opcji europejskich o cenie wykonania K i terminie wygaśnięcia T , wystawionych na akcje spółki niewypłacających dywidend lub indeks, opisany jest formułą:

$$V_{Segg} = v^+ [Lce^{r_f T}] + \int_K^\infty \Psi^- [1 - F_A(S_T)] f_A(S_T) v^- [L(K - S_T)] dS_T \quad (62)$$

gdzie V_{Segg} stanowi bieżącą wartość tych opcji, c odpowiada premii opcyjnej, r_f oznacza stopę zwrotu wolną od ryzyka, S_T stanowi cenę instrumentu bazowego w terminie wygaśnięcia opcji opisanego rozkładem prawdopodobieństwa, którego funkcja gęstości określona jest jako $f_A(S_T)$, natomiast dystrybuanta jako $F_A(S_T)$. Badacze zakładają punkt odniesienia równy zero, korzystając w formuł funkcji ważącej i funkcji oceny określonych przez Tversky'ego i Kahnemana [1992]

Nardon i Pianca [2012, 2014] prezentują model analityczny wyceny europejskiej opcji waniliowej uwzględniający elementy kumulatywnej teorii perspektywy. Ich propozycja stanowi rozwinięcie modelu Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010] o zbadanie zależności pomiędzy wartościami opcji zakupu oraz sprzedaży. Badacze wykorzystują podejście analityczne Daviesa i Satchella [2007] do opisu teorii perspektywy. Wykorzystują także różne koncepcje krzywych ważących [Nardon i Pianca 2015].

W późniejszej publikacji, Nardon i Pianca [2014] proponują także model skonstruowany z wykorzystaniem funkcji ważącej o stałej względnej wrażliwości [Abdellaoui i in. 2010]. Przedmiotem analizy jest nastawienie inwestorów względem ryzyka, które może stanowić jedną z przyczyn niedoszacowania wartości opcji. Badacze analizują poziom optymizmu odzwierciedlony kształtem funkcji określania wag scenariuszy na podstawie obiektywnych wartości prawdopodobieństw, dokonując dekompozycji cech funkcji ważącej na jej wypukłość oraz nachylenie, interpretowane odpowiednio jako optymizm lub pesymizm oraz relatywny optymizm.

Podejście Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010], a także Nardona i Pianci [2012, 2014] stanowią najbardziej kompleksowe propozycje w zakresie wyceny opcji finansowych z wykorzystaniem teorii perspektywy. Należy jednak wskazać, iż badacze w ramach prowadzonych analiz za punkt referencyjny *implicite* uznają początkowy stan bogactwa, nie przeprowadzając szerszej dyskusji na temat stosowanego punktu odniesienia, jego dynamiki, ani też nie uogólniając proponowanego modelu o ten element.

Punkt odniesienia ma szczególne znaczenie w ramach teorii perspektywy, bowiem względem tego punktu wartości interpretowane są jako zyski bądź straty, co decyduje o sposobie ich percepcji. Poruszanie się w obszarze zysków lub strat ma również znaczenie dla

kształtowania stosunku do ryzyka oraz sposobu przypisywania wag decyzyjnych poszczególnym scenariuszom co do możliwego przyszłego stanu natury. Punkt referencyjny stanowi specyficzną charakterystykę psychologiczną jednostki, wpływając na percepcję wartości i prawdopodobieństw przez tę jednostkę oraz determinując sposób podejmowania przez nią decyzji w warunkach ryzyka. Wartość tego punktu ma charakter indywidualny i może być związana między innymi z aspiracjami inwestora [Gentry 2006], wynikać z wartości historycznych, osiągniętych przez konkurencję, czy też możliwych do osiągnięcia w ramach inwestycji alternatywnych [Fiegenbaum, Stuart i Schendel 1996]. Punkt odniesienia może być różny dla poszczególnych podmiotów, zarówno co do sposobu jego ustalania, jak i samej jego wartości. Stąd też uwzględnienie punktu odniesienia w modelu wyceny opcji jest niezbędne w celu właściwego ujęcia zjawisk opisywanych na gruncie teorii perspektywy, w tym obserwowania wpływu wartości tego punktu na wycenę i moment wykonania opcji.

Należy także podkreślić, iż w literaturze nie ma sformułowanych modeli wyceny opcji uwzględniających elementy teorii perspektywy formułowanych z wykorzystaniem podejścia numerycznego. Dostępne modele mają charakter analityczny, przez co ich modyfikacja posiada liczne ograniczenia i jest istotnie utrudniona ze względu na ich złożoność. Ma to szczególne znaczenie w przypadku opcji realnych, zważając na wielokrotnie bardziej złożoną ich naturę względem opcji finansowych. Opcje rzeczywiste posiadają często skomplikowaną konstrukcję wartości wewnętrznej, a także nierzadko występują w postaci kombinacji opcji prostych, przez co wypracowane modele analityczne wielokrotnie mogą być niewystarczające do ich analizy. Ograniczenia te dotyczą również sytuacji strategicznych. Ich analiza oraz poszukiwanie punktu równowagi w ujęciu analitycznym wymaga znajomości wysublimowanych technik analitycznych i specjalistycznej wiedzy.

Modele z czasem dyskretnym, oparte na analizie drzew dwumianowych, charakteryzują się znacznie mniejszym poziomem złożoności, co umożliwia łatwiejszą ich obróbkę i modyfikację, w tym poszukiwanie nowych zastosowań, bez konieczności posiadania specjalistycznej wiedzy matematycznej. Stworzenie tego typu modelu pozwoli na wzrost aplikacyjności proponowanego podejścia.

Ponadto, punktem wyjścia dostępnych w literaturze modeli wyceny opcji finansowych uwzględniających elementy teorii perspektywy jest model Blacka-Scholesa, pozwalający na wycenę opcji europejskiej. Dostępne w literaturze propozycje nie dają tym samym możliwości wyceny opcji amerykańskich, podczas gdy większość opcji realnych występujących w rzeczywistości ma charakter takich właśnie opcji. Wielookresowa analiza opcji jest

konieczna dla badania momentu wykonania opcji realnych, a także wyceny opcji rzeczywistych, których wykonania zwykle możliwe jest w pewnym dłuższym przedziale czasu.

Ostatecznie należy mieć na uwadze, iż występujące w literaturze modele analizy i wyceny opcji uwzględniające elementy teorii perspektywy konstruowane i wykorzystywane były dotychczas wyłącznie dla potrzeb wyceny opcji finansowych. Prowadzone z ich udziałem rozważania nie uwzględniały specyfiki opcji rzeczywistych. W przypadku opcji realnych znaczenie większe znaczenie dla ich analizy i wyceny mają specyficzne charakterystyki decydenckie, w tym behawioralne uwarunkowania jego indywidualnego procesu podejmowania decyzji w warunkach ryzyka. Przyjęcie kontekstu opcji realnych istotnie rzutuje na konstrukcję modelu wyceny opcji oraz doboru założeń przyjmowanych do ich analizy. Oznacza to konieczność szczególnego uwzględnienia indywidualnych charakterystyk opisujących subiektywną percepcję wartości i prawdopodobieństw, w tym m.in. parametrów funkcji ważącej i oceny, czy poziom stosowanego punktu referencyjnego.

* * *

Dorobek ekonomii behawioralnej wskazuje na ograniczoną racjonalność podmiotów w zakresie dokonywania wyborów ekonomicznych, dokumentując liczne zniekształcenia procesów percepcji i przetwarzania informacji, wnioskowania, czy anomalie wyboru międzyokresowego. Wpływ psychologicznych i społecznych uwarunkowań funkcjonowania jednostek widoczny jest również w zakresie podejmowanych przez nie decyzji finansowych, w tym dotyczących finansów przedsiębiorstw, i stanowi przedmiot zainteresowania behawioralnych finansów (przedsiębiorstwa). Inklinacje behawioralne dotyczą także sytuacji strategicznych opisywanych w ramach behawioralnej teorii gier, wiążąc się z ograniczoną racjonalnością procesów myślenia i uczenia się strategicznego oraz wpływu społeczności. Choć ekonomię behawioralną określa się jako nurt nowy i wciąż budzący pewne kontrowersje, wpływ uwarunkowań psychologiczno-społecznych na decyzje ekonomiczne jest coraz rzadziej kwestionowany.

W ramach uwarunkowań behawioralnych wyborów ekonomicznych szczególne znaczenie dla analizy i wyceny (powszechnych) opcji rzeczywistych mają zjawiska związane z podejmowaniem decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka, opisywane w ramach teorii perspektywy. Teoria ta stanowi model deskryptywny, w pewnym sensie stanowiący alternatywę względem normatywnego modelu teorii użyteczności oczekiwanej, uwzględniając obserwowane rozbieżności rzeczywistych wyborów dokonywanych przez jednostki względem wskazań normatywnych. Teoria perspektywy zakłada podejmowanie decyzji poprzez realizację etapu obróbki oraz etapu oceny, przy czym ten drugi ma szczególne znaczenie w przypadku

wyceny opcji. Ocena wartości dokonywana jest w sposób relatywny, w postaci zysków lub strat względem pewnego punktu odniesienia, a percepcja wartości opisana jest przez S-kształtną funkcję oceny. Na podstawie prawdopodobieństw wystąpienia scenariuszy przypisywane są im wagi decyzyjne w sposób określony poprzez wypukłą funkcję wag. Wersja kumulatywna teorii perspektywy, stanowiąca rozwinięcie jej wersji podstawowej, zakłada bazowanie w procesie przypisywania wag scenariuszom decyzyjnym na przyrostach prawdopodobieństw, nie natomiast na ich wartościach bezwzględnych.

Znaczenie teorii perspektywy dla analizy i wyceny opcji realnych związane jest z sytuacją ryzyka, które interpretowane jako szansa, wpisuje się w naturę opcji rzeczywistych, a jednocześnie stanowi środowisko podejmowania decyzji ekonomicznych analizowanych w ramach teorii perspektywy. Należy mieć przy tym na uwadze wielość i różnorodność innych inklinacji behawioralnych związanych z opcjami powszechnymi. Dorobek literatury z zakresu uwzględnienia tychże inklinacji jest niemały, jakkolwiek pozostawiający liczne obszary o znacznym potencjale dalszej eksploracji. Choć w literaturze dostępne są próby uwzględnienia elementów teorii perspektywy w ramach podejścia opcyjnego, to nie zidentyfikowano modelu konstruowanego w szczególnym kontekście opcji rzeczywistych, z którymi wiąże się większe znaczenie czynników subiektywnych w postaci specyficznej percepcji wartości i prawdopodobieństw. Zasadnym i przydatnym wydaje się także skonstruowanie modelu opartego na podejściu dwumianowym, pozwalającego na wycenę i analizę momentu wykonania opcji amerykańskiej, zważając, że większość opcji rzeczywistych ma taki właśnie charakter. Luka badawcza dotyczy w końcu uwzględnienia punktu odniesienia, który w ramach teorii perspektywy ma szczególne znaczenie, a który wydaje się być pomijany w ramach dotychczasowych przyczynków literaturowych. Konstrukcję modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy, stanowiącego uzupełnienie zidentyfikowanej luki badawczej, uczyniono przedmiotem kolejnego rozdziału dysertacji.

Rozdział 3

MODEL WYCENY OPCJI RZECZYWISTYCH

UWZGLĘDNIAJĄCY ELEMENTY TEORII PERSPEKTYWY

W ramach niniejszego rozdziału skonstruowano model szacowania wartości opcji rzeczywistej uwzględniający elementy teorii perspektywy. Konstrukcja tego modelu stanowi realizację głównego celu rozprawy. Skonstruowany model pozwala na szacowanie wartości opcji rzeczywistej postrzeganej przez podmiot ją posiadający, wyrażając tę wartość w postaci ekwiwalentu pewności. Zakłada się przy tym, że proces podejmowania decyzji w warunkach ryzyka przez podmiot dysponujący opcją jest zgodny z założeniami teorii perspektywy. W szczególności przyjmuje się, iż podmiot ten dokonuje oceny scenariuszy przyszłych wartości wewnętrznych opcji na podstawie ich wartości względnych – to jest postrzega je jako zyski lub straty względem pewnego punktu odniesienia. Ponadto, percepcja wartości dokonywana przez ten podmiot jest opisana funkcją wartości, a sposób przypisywania scenariuszom decyzyjnym wag na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia – funkcją ważącą.

W ramach niniejszego rozdziału przedstawiono założenia modelu, a następnie propozycję konstrukcji modelu w dwóch jego wersjach – dwumianowej oraz analitycznej. Opis poszczególnych modeli opatrzono przykładami liczbowymi jednookresowej opcji inwestowania.

Dodatkowo przedstawiono propozycję wprowadzenia horyzontu wielookresowego do modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Modyfikacja ta pozwala na szacowanie momentu wykonania opcji, a następnie badanie wpływu psychologicznych cech podmiotu dysponującego opcją rzeczywistą na moment wykonania tej opcji.

Rozdział zamyka podsumowanie wskazujące na dokonany wkład w rozwój nauki poprzez realizację głównego celu rozprawy, a także zawierające propozycję możliwych kierunków dalszych badań w zakresie adaptacji i rozwoju zaproponowanego modelu.

3.1. Założenia modelu wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy

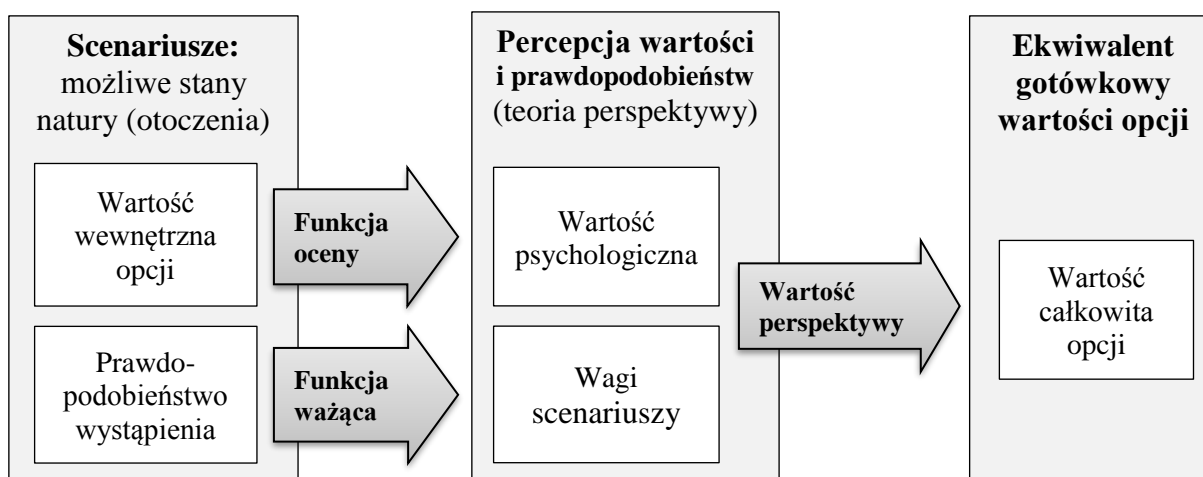
Istotą modelu skonstruowanego w ramach niniejszej dysertacji jest określenie wartości opcji rzeczywistej postrzeganej przez podmiot dysponujący tą opcją, przy założeniu, że percepcja wartości i prawdopodobieństw tego podmiotu opisana jest przez teorię perspektywy. Przedstawiony model koncentruje się na odwzorowaniu etapu oceny wartości opcji poprzez wprowadzenie funkcji ważącej oraz funkcji wartości.

Wprowadzenie elementów teorii perspektywy do modelu wyceny opcji rzeczywistych dotyczy w szczególności: (1) postrzegania wartości w postaci zysków lub strat względem punktu referencyjnego, (2) percepcji wartości zgodnie z funkcją oceny oraz (3) transformacji prawdopodobieństw scenariuszy na wagi im przypisywane w sposób określony funkcją ważącą.

Zakłada się, że podmiot dysponujący opcją dokonuje oceny scenariuszy przyszłych wartości wewnętrznych opcji na podstawie ich wartości względnych – postrzegając je jako zysk lub stratę względem pewnego punktu odniesienia. Wprowadzenie punktu odniesienia pozwala na uwzględnienie w modelu zróżnicowanej percepcji zysków oraz strat względem punktu referencyjnego. Obserwacje w tym zakresie stanowią istotę teorii perspektywy i mogą mieć kluczowe znaczenie dla sposobu postrzegania wartości opcji rzeczywistej. Ponadto zakłada się, iż na podstawie wyrażonych w pieniądzu wartości potencjalnych zysków (strat) względem punktu odniesienia, możliwych od uzyskania (poniesienia) w przyszłości w konsekwencji posiadania opcji rzeczywistej, podmiot ten określa ich subiektywną wartość psychiczną. Dokonuje tego w sposób opisany przez funkcję oceny, uwzględniającą kluczowe spostrzeżenia Kahnemana i Tversky'ego [1979] w zakresie percepcji wartości przy podejmowaniu decyzji w warunkach ryzyka. Są to zjawiska występujące powszechnie, takie jak awersja względem strat czy malejąca wrażliwość na kolejne przyrosty zysków (strat) względem punktu odniesienia. Skala tych zjawisk jest natomiast cechą indywidualną danego podmiotu, przez co parametry funkcji oceny stanowią specyficzne charakterystyki danej jednostki⁴⁹. Jednocześnie podmiot dysponujący opcją rzeczywistą dokonuje oceny obiektywnych prawdopodobieństw wystąpienia możliwych przyszłych scenariuszy. Na podstawie obiektywnych prawdopodobieństw przypisuje subiektywne wagi poszczególnym scenariuszom. Zakłada się, że szacowanie wag odbywa się w sposób opisany funkcją ważącą, której kształt uwzględnia sposób percepcji prawdopodobieństw zaobserwowany i opisany przez Tversky'ego i Kahnemana [1992]. Obejmuje on powszechnie występujące zjawiska, takie jak niska wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw umiarkowanych czy przypisywanie niskim prawdopodobieństwom wag nadmiernych, a także awersję do ryzyka w obszarze zysków przy jednoczesnej skłonności do jego ponoszenia w obszarze strat. Skala tych zjawisk stanowi natomiast indywidualną charakterystykę psychiczną, specyficzną dla danej jednostki. Sposób wprowadzenia do modelu wyceny opcji funkcji ważącej oraz funkcji oceny zaprezentowano na schemacie 5.

⁴⁹ Wartość tych parametrów dotyczy każdorazowo danego momentu w czasie i stanu natury, a także określonego problemu decyzyjnego.

Schemat 5: Wykorzystanie funkcji oceny i funkcji wążącej w modelu wyceny opcji rzeczywistej



Źródło: opracowanie własne.

Ponieważ wartości parametrów funkcji wążącej oraz funkcji oceny wynikają z indywidualnych psychologicznych cech decydenta, postrzegana przez niego wartość opcji rzeczywistej ma charakter subiektywny. W konsekwencji, każdy podmiot inaczej postrzegać będzie wartość opcji rzeczywistej, w zależności od jego wrażliwości na kolejne przyrosty zysków (strat), skali awersji do strat, czy sposobu percepcji prawdopodobieństw. Wycena opcji rzeczywistych zgodna z teorią perspektywy powinna zatem uwzględniać indywidualne cechy psychologiczne inwestora, w tym specyficzny kształt (parametry) jego funkcji oceny oraz funkcji wagowej.

Oprócz parametrów funkcji wag i oceny, także wartość punktu odniesienia, względem którego rozpoznawane są zyski bądź straty, wynika ze specyfiki percepcji danej jednostki. Może być ona związana między innymi z indywidualnymi aspiracjami inwestora [Gentry 2006] lub wynikać z wartości historycznych, wartości wynikających z porównania z inwestycjami alternatywnymi bądź realizowanymi przez konkurencję⁵⁰ [Fiegenbaum, Stuart i Schendel 1996]. Punkt odniesienia może być różny dla poszczególnych podmiotów, zarówno co do sposobu jego ustalania, jak i wartości, przez co stanowi kolejną specyficzną charakterystykę psychologiczną danej jednostki.

Skonstruowany model ma charakter deskryptywny. Szacowana wartość opcji stanowi bowiem wartość subiektywną, postrzeganą przez decydenta. Wartość ta uzależniona jest od indywidualnego sposobu postrzegania przez niego wartości oraz prawdopodobieństw.

⁵⁰ Fiegenbaum, Stuart i Schendel [1996] sformułowali kompleksową teorię strategicznego punktu referencyjnego, zgodnie z którą istnieją trzy wymiary definiowania punktu odniesienia: wewnętrzne kompetencje, uwarunkowania zewnętrzne oraz czas. Zdaniem badaczy właściwa definicja punktu odniesienia w ramach organizacji umożliwia poprawę skuteczności jej funkcjonowania.

W szczególności uzależniona jest od indywidualnych cech psychologicznych tego podmiotu takich jak: wartość punktu odniesienia, względem którego postrzega on wartości jako zysk bądź stratę, wrażliwość na kolejne przyrosty zysków oraz strat, poziom awersji do strat, wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństw czy optymizm.

W celu uzyskania porównywalności poszczególnych subiektywnych wartości psychologicznych, przedmiotem analizy uczyniono ekwiwalent pewności. Przez tę kategorię rozumie się wyrażoną w pieniądzu kwotę, która otrzymana niezwłocznie przysporzyłaby danemu podmiotowi jednakowej użyteczności (miałaby jednakową wartość psychologiczną), jaką mógłby on osiągnąć, będąc właścicielem składnika aktywów generującego przepływy pieniężne obciążone ryzykiem. Takim składnikiem jest opcja rzeczywista, której przyszła wartość wewnętrzna nie jest pewna, a uzależniona jest od przyszłej wartości instrumentu bazowego. Ekwiwalent pewności stanowi w przypadku opcji kwotę, której niezwłoczne otrzymanie przysporzyłoby danemu podmiotowi jednakowych (subiektywnie przez niego postrzeganych) korzyści do tych, jakie osiągnąłby, będąc w posiadaniu opcji rzeczywistej.

Ze względu na zróżnicowaną percepcję wartości i prawdopodobieństw przez poszczególne podmioty funkcjonujące na rynku, wartość opcji jest z natury subiektywna, różna dla poszczególnych podmiotów występujących na rynku. W konsekwencji, nie jest możliwe utrzymanie założenia jednej ceny, która stanowi podstawę klasycznego modelu wyceny opcji rzeczywistych. W efekcie nie ma uzasadnienia stosowanie prawdopodobieństw arbitrażowych czy dyskonta w wysokości stopy zwrotu wolnej od ryzyka. Konieczne jest zastosowanie podejścia opartego na programowaniu dynamicznym Bellmana, które może być wykorzystywane do wyceny opcji rzeczywistych [Dixit i Pindyck 1994, s. 120, 152]. W konsekwencji właściwą stopą dyskonta jest stopa zwrotu obciążona ryzykiem, a kalkulacja wartości opcji winna opierać się na wartościach rzeczywistych prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych scenariuszy.

Model szacowania wartości opcji rzeczywistej uwzględniający elementy teorii perspektywy skonstruowano w dwóch wariantach – w postaci modelu dwumianowego oraz modelu analitycznego. Szczegółowe założenia obu modeli zaprezentowano w dalszej części niniejszego rozdziału.

3.2. Konstrukcja modelu dwumianowego wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy

Konstrukcję modelu dwumianowego wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy zaprezentowano na przykładzie modelu jednookresowego opcji europejskiej. Następnie model ten rozszerzono poprzez wydłużenie terminu wygaśnięcia opcji oraz

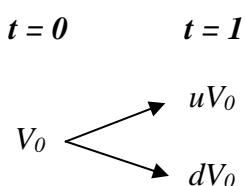
dopuszczenie możliwości przedterminowego jej wykonania, nadając jej charakter opcji amerykańskiej.

3.2.1. Model dwumianowy jednookresowy

Punktem wyjścia do konstrukcji modelu dwumianowego szacowania wartości opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy jest podejście Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979].

Zgodnie z koncepcją drzewa dwumianowego założono, że wartość instrumentu bazowego, która w okresie $t = 0$ wynosi V_0 , w kolejnym okresie ($t = 1$) może wzrosnąć o wskaźnik wzrostu u do wartości $V_u = uV_0$ lub spaść o wskaźnik spadku d do wartości $V_d = dV_0$. Przyjęto jednocześnie, że wskaźnik spadku równy jest odwrotności wskaźnika wzrostu ($d = \frac{1}{u}$). Konstrukcję drzewa dwumianowego wartości instrumentu bazowego wykorzystaną w ramach jednookresowego modelu dwumianowego wyceny europejskiej opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy zaprezentowano na schemacie 6.

Schemat 6: Drzewo dwumianowe wartości instrumentu bazowego – jednookresowy model dwumianowy wyceny opcji rzeczywistej uwzględniający elementy teorii perspektywy

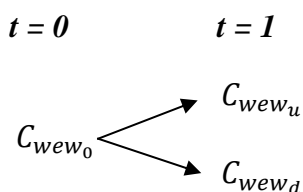


Źródło: opracowanie własne.

Wartość wewnętrzna opcji rzeczywistej w każdym węźle drzewa dwumianowego, tj. w każdym momencie czasu oraz stanie natury, uzależniona jest od wartości instrumentu bazowego. Konstrukcja wartości wewnętrznej uzależniona jest od rodzaju opcji rzeczywistej podlegającej wycenie. Dla zachowania uniwersalności modelu dopuszcza się możliwość zastosowania dowolnej formuły liczenia wartości wewnętrznej opcji rzeczywistej, w zależności od jej charakteru. Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej opcji rzeczywistej zaprezentowano na schemacie 7. Ponieważ wartość wewnętrzna oznacza wartość korzyści z posiadania opcji rzeczywistej (możliwości, ale nie obowiązku, jej wykonania) w danym węźle drzewa dwumianowego, wartość wewnętrzna uzależniona jest wyłącznie od wartości instrumentu bazowego w danym momencie czasu i stanie natury. Wartość instrumentu bazowego w określonym węźle drzewa dwumianowego jest znana, przez co wartość wewnętrzna opcji rzeczywistej nie jest obciążona ryzykiem zmiany wartości instrumentu bazowego. Kategorią wartości stosowaną w ramach proponowanego w ramach niniejszego

rozdziału modelu jest ekwiwalent pewności. W sytuacji pozbawionej ryzyka, kiedy określona wartość jest pewna, ekwiwalent pewności wartości psychologicznej odpowiada wartości pieniężnej. Ze względu na powyższe, wartość wewnętrzną opcji rzeczywistej w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego, w ramach modelu uwzględniającego elementy teorii perspektywy, odpowiada ich wartości gotówkowej.

Schemat 7: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej opcji rzeczywistej – jednookresowy model dwumianowy wyceny opcji rzeczywistej uwzględniający elementy teorii perspektywy



Źródło: opracowanie własne.

Podejście Coxa-Rossa-Rubinsteina w swojej klasycznej postaci zakłada wycenę opcji opartą na hipotezie braku arbitrażu. W ramach tego podejścia wykorzystywane są prawdopodobieństwa arbitrażowe wzrostu, q , lub spadku, $1-q$, wartości instrumentu bazowego, interpretowane jako prawdopodobieństwa hipotetycznie występujące w świecie pozbawionym ryzyka. Stopą dyskontową jest natomiast stopa zwrotu wolna od ryzyka.

W modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina wartość całkowita opcji rzeczywistej w okresie $t = 0$ kalkulowana jest na podstawie poniższej równości:

$$C_0(1 + r_f) = qC_u + (1 - q)C_d \quad (63)$$

Zakłada się, że wartość opcji rzeczywistej C_0 , skapitalizowana według stopy zwrotu wolnej od ryzyka r_f (lewa strona równania (63)), powinna odpowiadać możliwym do osiągnięcia przyszłym korzyściom wynikającym z posiadania opcji rzeczywistej, ważonym prawdopodobieństwami arbitrażowymi wzrostu (q) i spadku ($1-q$) wartości instrumentu bazowego (prawa strona równania (63)). Korzyści te⁵¹ w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego w okresie $t + 1$ wynoszą C_u , natomiast w przypadku jego spadku są równe C_d . Innymi słowy, w klasycznym modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina wartość całkowita opcji rzeczywistej odpowiada bieżącej wartości oczekiwanej przyszłych korzyści wynikających z posiadania opcji rzeczywistej, ważonych prawdopodobieństwami

⁵¹ W przypadku opcji europejskiej jednookresowej wartość całkowita opcji w okresie $t = 1$, tj. w terminie wygaśnięcia opcji, odpowiada jej wartości wewnętrznej.

arbitrażowymi wzrostu i spadku wartości instrumentu bazowego, zdyskontowanej stopą zwrotu wolną od ryzyka, zgodnie z poniższą formułą:

$$C_0 = \frac{qC_u + (1-q)C_d}{1+r_f} \quad (64)$$

W modelu wyceny opcji rzeczywistej uwzględniającym elementy teorii perspektywy wartość opcji rzeczywistej stanowi ekwiwalent gotówkowy przyszłych, subiektywnie postrzeganych, korzyści wynikających z posiadania opcji. W stosunku do modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina oznacza to zmianę w postaci uwzględnienia subiektywnych wartości psychologicznych, nie natomiast obiektywnych wartości pieniężnych. Wartość psychologiczna określana jest na podstawie wartości względnych korzyści wynikających z posiadania opcji rzeczywistej, liczonych jako zysk lub strata względem punktu referencyjnego. Wartość subiektywna szacowana jest z wykorzystaniem funkcji oceny $v(x)$, gdzie x oznacza zysk lub stratę względem punktu odniesienia RP . Co więcej, zamiast obiektywnych prawdopodobieństw poszczególnych scenariuszy stosowane są ich wagi decyzyjne. Wagi te szacowane są na podstawie prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych przyszłych scenariuszy rzeczywistości, z wykorzystaniem funkcji ważącej $\pi(p)$. Odstąpienie od hipotezy braku arbitrażu (założenia jednej ceny) oznacza konieczność zastosowania stopy zwrotu obciążonej ryzykiem⁵² r oraz rzeczywistych prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych scenariuszy – wzrostu p lub spadku $(1-p)$ wartości instrumentu bazowego. Wartość opcji rzeczywistej C_0 w momencie $t = 0$ odpowiada wartości gotówki, jaką inwestor byłby skłonny zainwestować, osiągając stopę zwrotu równą r , aby uzyskać jednakową subiektywną użyteczność jak w przypadku dysponowania opcją rzeczywistą, co odpowiada następującej równości:

$$v(C_0 \cdot (1+r) - RP) = \pi(p) \cdot v(C_u - RP) + \pi(1-p) \cdot v(C_d - RP). \quad (65)$$

Po przekształceniu powyższego równania wartość całkowitą opcji rzeczywistej szacowaną na podstawie modelu dwumianowego uwzględniającego elementy teorii perspektywy określa następująca formuła:

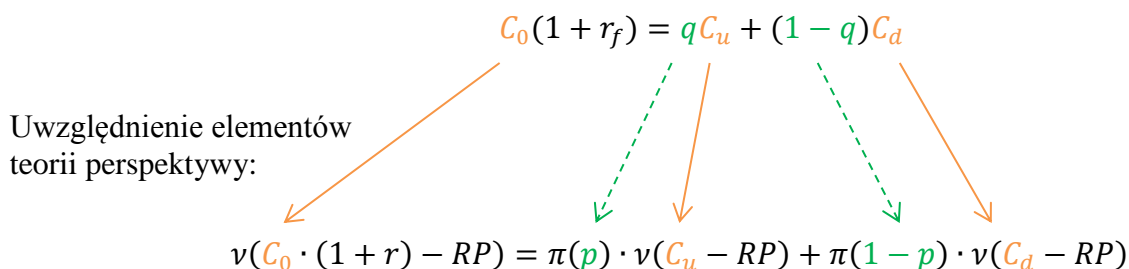
$$C_0 = \frac{v^{-1}(\pi(p)v(C_u - RP) + \pi(1-p)v(C_d - RP)) + RP}{(1+r)} \quad (66)$$

Na schemacie 8 zaprezentowano porównanie podejścia do wyceny opcji CRR oraz podejścia uwzględniającego elementy teorii perspektywy, zaproponowanego w ramach niniejszej dysertacji.

⁵² Prezentowane podejście nawiązuje do koncepcji programowania dynamicznego Bellmana, które może być wykorzystywane do wyceny opcji rzeczywistych [Dixit i Pindyk 1994, s. 120, 152].

Schemat 8: Porównanie podejścia do wyceny opcji CRR oraz podejścia uwzględniającego elementy teorii perspektywy

Podejście CRR:



Źródło: opracowanie własne.

Funkcja oceny wykorzystana na potrzeby niniejszego modelu została przyjęta zgodnie z jej formułą proponowaną przez Tversky’ego i Kahnemana [1992] zaprezentowaną w równaniu (58) dysertacji. Możliwe jest również przyjęcie alternatywnych funkcji wartości – wybrane z nich zaprezentowano w tabeli 9.

Tabela 9: Alternatywne funkcje wartości

Funkcja	Formuła
Liniowa	$v(x) = x$
Logarytmiczna	$v(x) = \ln(a + x)$
Potęgowa	$v(x) = x^a$
Kwadratowa	$v(x) = ax - x^2$
Wykładnicza	$v(x) = 1 - e^{-ax}$
Gausa	$v(x) = bx - e^{-ax}$
HARA	$v(x) = -(b + x)^a$

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Nardon i Pianca 2012].

Funkcję ważącą przyjęto w jej kształcie zbliżonym do proponowanego przez Lattimore, Baker i Witte [1992]. Formuła funkcji ważącej proponowana przez Lattimore, Baker i Witte [1992] pozwala na wprowadzenie dodatkowego parametru, jakim jest optymizm. Dzięki temu możliwe jest uwzględnienie w modelu czynnika powszechnie opisywanego na kanwie literatury z zakresu finansów behawioralnych jako istotnie wpływającego na sposób podejmowania decyzji. Optymizm ma również szczególne znaczenie w przypadku decyzji podejmowanych w warunkach ryzyka, a jego wpływ na sposób podejmowania decyzji inwestycyjnych i wartość projektów inwestycyjnych szeroko dyskutowany jest również na

gruncie literatury z zakresu opcji rzeczywistych⁵³. Formuła funkcji ważącej Lattimore, Baker i Witte [1992] jest następująca:

$$\pi(p) = \frac{\delta p^\gamma}{\delta p^\gamma + (1-p)^\gamma} \quad (67)$$

Na potrzeby modelu wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy dokonano modyfikacji propozycji funkcji ważącej Lattimore, Baker i Witte [1992] poprzez zróżnicowanie wartości jej parametrów w zależności od tego, czy waga dotyczy obszaru zysków czy strat względem punktu odniesienia. Tversky i Kahneman [1979, 1992] wskazują bowiem na zróżnicowanie sposobu podejmowania decyzji, w tym ustalania wag poszczególnych scenariuszy, w obu obszarach. Stąd też przyjęto, że parametr γ przyjmuje wartość γ^+ w obszarze zysków oraz wartość γ^- w obszarze strat. Dokonano również modyfikacji sposobu uwzględnienia parametru δ odzwierciedlającego optymizm. W propozycji Lattimore, Baker i Witte [1992] parametr ten oznacza doważanie wartości prawdopodobieństwa, niezależnie od tego, czy dotyczy ono osiągnięcia zysków, czy też ponoszenia strat. Taki sposób rozumienia optymizmu byłby niezgodny z założeniami teorii perspektywy, zgodnie z którymi oba obszary różnią się sposobem percepcji przez dany podmiot. O ile w obszarze zysków doważanie wartości prawdopodobieństwa wystąpienia określonego scenariusza interpretować można jako przejaw optymizmu, o tyle w obszarze strat zależność jest odmienna. Optymistyczne podejście cechuje się bowiem niedoszacowaniem prawdopodobieństwa wystąpienia straty. Stąd też w ramach modelu dwumianowego prezentowanego w ramach niniejszej dysertacji przyjęto, że parametr delta przyjmować będzie wartości odwrotne $\left(\frac{1}{\delta}\right)$ w obszarze strat względem punktu odniesienia. Zgodnie z powyższym, funkcja oceny wykorzystana na potrzeby niniejszego modelu została przyjęta zgodnie z następującą formułą:

$$\pi(p) = \begin{cases} \frac{\delta p^{\gamma^+}}{\delta p^{\gamma^+} + (1-p)^{\gamma^+}}, & x \geq 0 \\ \frac{\frac{1}{\delta} p^{\gamma^-}}{\frac{1}{\delta} p^{\gamma^-} + (1-p)^{\gamma^-}}, & x < 0 \end{cases} \quad (68)$$

W ramach prezentowanego modelu możliwe jest również przyjęcie alternatywnych funkcji ważących⁵⁴ – wybrane z nich zaprezentowano w tabeli 10.

⁵³ Dorobek literatury wskazujący na istotne znaczenie optymizmu w procesie podejmowania decyzji inwestycyjnej w przedsiębiorstwie zaprezentowano w podrozdziale 2.1 dysertacji (por. m.in. Tabela 6).

⁵⁴ Nardon i Pianca [2015] dokonują bogatego przeglądu literatury w zakresie dostępnych koncepcji funkcji ważących.

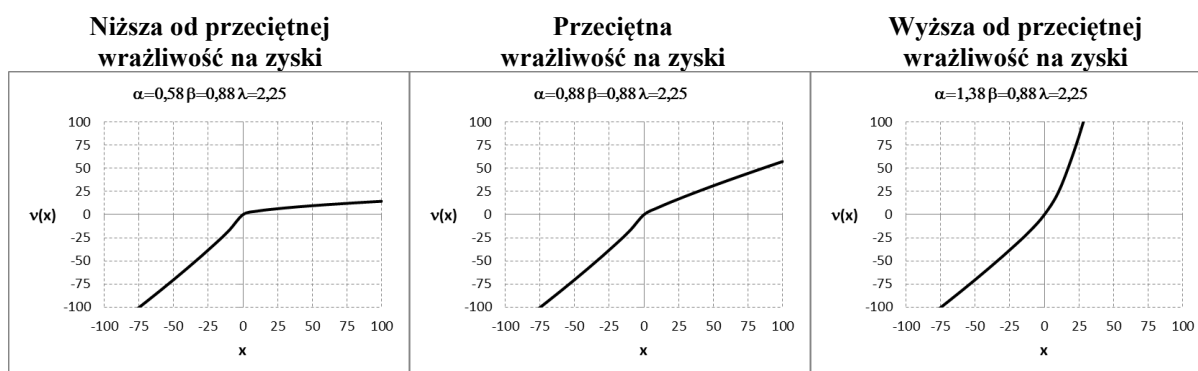
Tabela 10: Alternatywne funkcje ważące

Funkcja	Formuła
Liniowa	$\pi(p) = p$
Potęgowa	$\pi(p) = p^\gamma$
Lattimore, Baker i Witte [1992]	$\pi(p) = \frac{\delta p^\gamma}{\delta p^\gamma + (1-p)^\gamma}$
Tversky i Kahneman [1992]	$\pi(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\gamma^{-1}}}$
Gonzales i Wu [1999]	$\pi(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^\delta}$
Prelec [1998]	$\pi(p) = e^{-(-\ln p)^\gamma}$
Prelec [1998]	$\pi(p) = e^{-\delta(-\ln p)^\gamma}$

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Nardon i Pianca 2012].

Przeanalizowano wpływ poszczególnych parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny na kształt obu funkcji. Na wykresach 7 - 9 zaprezentowano kształt wybranej na potrzeby konstruowanego modelu funkcji oceny dla przykładowych wartości jej parametrów. Środkowe wykresy obrazują każdorazowo kształt funkcji oceny uwzględniający przeciętne wartości parametrów oszacowane przez Tversky'ego i Kahnemana [1992] na podstawie przeprowadzonych przez nich badań empirycznych. Analogicznie zaprezentowano kształt funkcji oceny dla przykładowych wartości danego parametru o wartości niższej (wykres po lewej stronie) lub wyższej (wykres po prawej stronie) od przeciętnej, *caeteris paribus*.

Wykres 7. Przebieg funkcji oceny w zależności od poziomu wrażliwości na zyski (α)



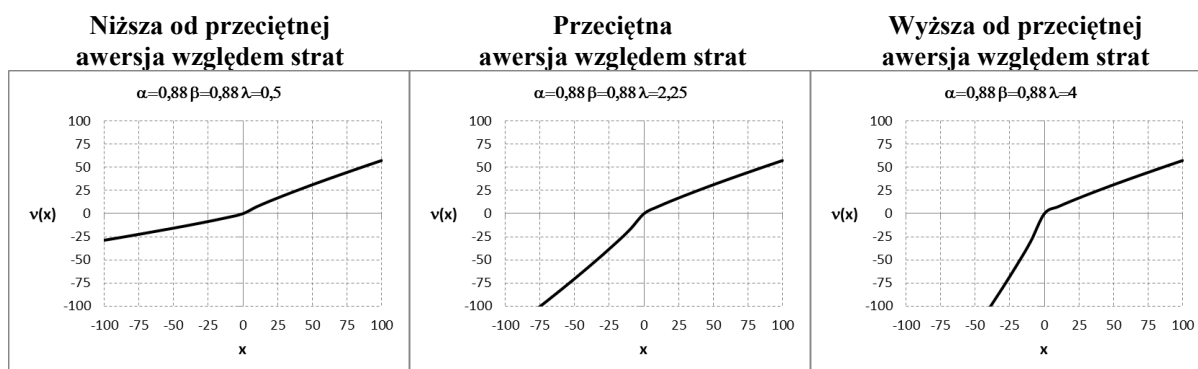
Źródło: opracowanie własne.

Wykres 8. Przebieg funkcji oceny w zależności od poziomu wrażliwości na straty (β)



Źródło: opracowanie własne.

Wykres 9. Przebieg funkcji oceny w zależności od skali awersji do strat (λ)



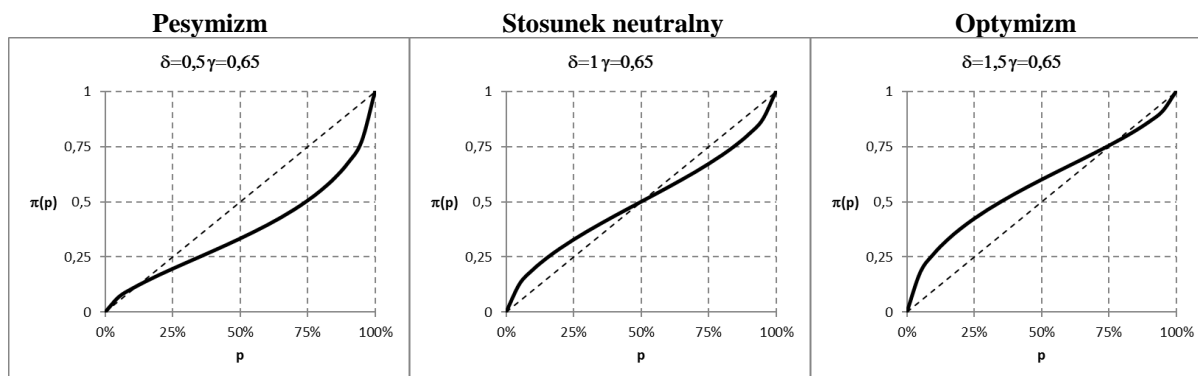
Źródło: opracowanie własne.

Jak obrazuje wykres 7, wzrost wrażliwości na zyski przekłada się na coraz wyższe przyrosty użyteczności wynikające z kolejnych przyrostów zysków, co prowadzi do wyższego nachylenia funkcji oceny w obszarze zysków. Analogicznie, rosnąca wrażliwość na straty oznacza coraz większe ubytki użyteczności wskutek rosnącej wartości straty, co skutkuje wyższym nachyleniem funkcji oceny w obszarze strat, co zobrazowano na wykresie 8. Natomiast na wykresie 9 przedstawiono kształt funkcji oceny w zależności od nasilenia zjawiska awersji do strat. Straty są bardziej dotkliwe od analogicznej wartości zysków, co oznacza, że jednostkowa strata przynosi większy ubytek użyteczności względem przyrostu użyteczności wynikającego z osiągnięcia jednostkowego zysku. W konsekwencji funkcja oceny jest bardziej stroma w obszarze strat, aniżeli w obszarze zysków. Rosnąca skala awersji do strat, odzwierciedlona wyższą wartością parametru ujmującego nasilenie tego zjawiska (λ), przekłada się na wyższe nachylenie funkcji oceny w obszarze strat. Wynika to z definicji funkcji oceny zaproponowanej przez Tversky'ego i Kahnemana [1992], zgodnie z którą parametr λ występuje w przedziale wartości oznaczających straty względem punktu odniesienia, modyfikując nachylenie funkcji oceny w tym obszarze.

Na wykresach 10 i 11 zaprezentowano kształt funkcji ważącej dla przykładowych różnych wartości jej parametrów. Wykresy umieszczone w środku ilustrują kształt funkcji

ważącej uwzględniający przeciętne wartości parametrów oszacowane przez Tversky'ego i Kahnemana [1992] na podstawie badań empirycznych oraz dla neutralnej wartości parametru odpowiadającego poziomowi optymizmu. Na wykresach prezentowanych po lewej (prawej) stronie zaprezentowano kształt funkcji ważącej dla przykładowych wartości danego parametru o wartości niższej (wyższej) od przeciętnej, *caeteris paribus*.

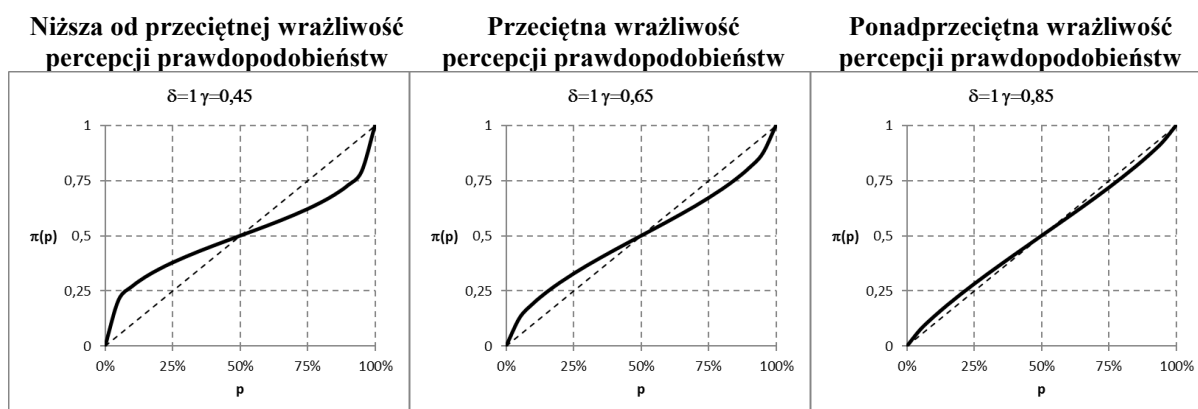
Wykres 10. Przebieg funkcji wag w zależności od poziomu optymizmu (δ)



Źródło: opracowanie własne.

Jak zaprezentowano na wykresie 10, optymizm oznacza postrzeganie prawdopodobieństwa jako wyższego niż to w rzeczywistości ma miejsce. Zgodnie z zaproponowaną zmodyfikowaną formułą funkcji ważącej, wyższy poziom optymizmu oznacza doważanie scenariuszy korzystnych z punktu widzenia decydenta, a tym samym większego wpływu scenariuszy pozytywnych na podejmowaną decyzję (na wartość perspektywy). Wyższy poziom optymizmu oznacza jednocześnie przypisywanie niższej wagi scenariuszom niekorzystnym. Wzrost poziomu optymizmu przekłada się na wyższą wartość wag scenariuszy decyzyjnych, a tym samym wyższą wartość perspektywy. Niższa wartość parametru odpowiadającej poziomowi optymizmu przekłada się na niższą wartość wag decyzyjnych wykorzystywanych przy kalkulacji wartości perspektywy.

Wykres 11. Przebieg funkcji wag w zależności od poziomu wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw (γ)



Źródło: opracowanie własne.

Wykres 11 ilustruje wpływ poziomu wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw na kształt funkcji ważącej. Przeciętna wartość parametru gamma przekłada się na przypisywanie niskim wartościom prawdopodobieństwa osiągnięcia zysku (poniesienia straty) wyższych wag, aniżeli wynikałoby to z prawdopodobieństwa ich wystąpienia. Jednocześnie, zgodnie z założeniami teorii perspektywy, wysokie prawdopodobieństwa są niedoszacowane. Niższe wartości parametru gamma (wykres po lewej stronie) oznaczają pogłębienie się opisanych wyżej zjawisk związanych ze sposobem przypisywania scenariuszom decyzyjnym wag na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia. Przekładają się tym samym na większą rozbieżność pomiędzy poziomem prawdopodobieństwa (linia przerywana) a wartością wagi decyzyjnej przypisywanej scenariuszowi na jego podstawie (linia ciągła).

Aby zobrazować proces wyceny jednookresowej europejskiej opcji rzeczywistej z wykorzystaniem modelu dwumianowego uwzględniającego elementy teorii perspektywy, wykorzystano liczbowy przykład wyceny hipotetycznej jednookresowej europejskiej opcji inwestowania. Hipotetyczna jednookresowa opcja inwestowania dotyczy przykładowej sytuacji, w której podmiot (Firma A) dysponuje opcją rzeczywistą. Firma A posiada kablową sieć telekomunikacyjną zlokalizowaną w niewielkiej miejscowości (Miejscowość X). Świadczy usługi z zakresu udostępniania sygnału telewizji kablowej. W ofercie Firmy A znajduje się również dostęp do Internetu szerokopasmowego oraz usługi z zakresu telefonii stacjonarnej. Firma A jest jedynym podmiotem świadczącym tego typu usługi w Miejscowości X. Firma A jest średniej wielkości spółką, w której kluczowe decyzje podejmowane są jednoosobowo przez jej jedyne go właściciela.

W Miejscowości X deweloper planuje stworzenie nowego osiedla mieszkaniowego o charakterze osiedla zamkniętego. W osiedlu tym zarząd sprawować będzie wspólnota mieszkaniowa zawiązywana przez dewelopera. Deweloper na etapie sporządzania projektu osiedla rozważa wyposażenie mieszkań w kablową instalację telekomunikacyjną. Deweloper zaproponował Firmie A możliwość świadczenia przez nią usług na rzecz mieszkańców nowej wspólnoty mieszkaniowej. Dostawca usług telekomunikacyjnych będzie jednak zobowiązany do poniesienia we własnym zakresie wszelkich nakładów inwestycyjnych związanych z doprowadzeniem sygnału telewizji kablowej do poszczególnych mieszkań.

Doprowadzenie sygnału przez Firmę A do mieszkańców nowopowstającego osiedla wymaga poniesienia znaczących nakładów inwestycyjnych związanych z rozbudową sieci głównej, w tym budową nowej stacji czołowej oraz rozproszania sieci optycznej oraz koncentrycznej (magistralno-dystrybucyjnej). Łączna wartość bieżąca nakładów

inwestycyjnych szacowana jest na $I = 95 \text{ j.p.}$ Sieć budynkowa wykonywana jest przez dewelopera na etapie realizacji inwestycji, a koszty związane z jej budową stanowią część składową wartości nieruchomości.

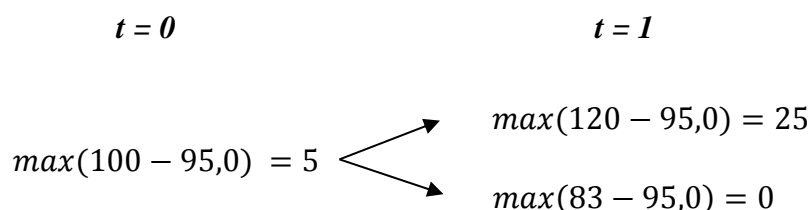
Na etapie sporządzania projektu inwestycji nie są jednak znane możliwe przyszłe ceny usług telekomunikacyjnych, a tym samym potencjalne przyszłe korzyści z jej realizacji. Według wstępnych szacunków właściciela Firmy A wartość bieżąca korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej wynosi (obecnie, tj. w momencie $t = 0$) $V_0 = 100 \text{ j.p.}$ Ich rzeczywista przyszła wysokość jest jednak uzależniona od przyszłych cen usług telekomunikacyjnych, znane (pewne) będą dopiero po okresie jednego roku. Zgodnie z szacunkami właściciela Firmy A istnieje 60% prawdopodobieństwa, że ceny te wzrosną względem ich poziomu bieżącego, oraz 40% prawdopodobieństwa spadku cen. Korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej oszacowane przez właściciela Firmy A w przypadku wysokiego poziomu cen wynoszą $V_u = 120 \text{ j.p.}$, natomiast w przypadku niskiego ich poziomu bieżąca wartość korzyści z inwestycji będzie równa $V_d = 83 \text{ j.p.}$

Możliwe jest odsunięcie w czasie realizacji inwestycji w rozbudowę sieci kablowej o jeden rok w celu uzyskania bardziej wiarygodnych informacji dotyczących przyszłych cen. Możliwość uczestnictwa Firmy A w przedsięwzięciu uwarunkowana jest jednak uiszczeniem wynagrodzenia na rzecz dewelopera na etapie sporządzania projektu osiedla, celem uzyskania przyszłej możliwości obsługi sieci kablowej na terenie nowego osiedla. Konieczne jest zatem oszacowanie wartości projektu inwestycyjnego z punktu widzenia Firmy A już na etapie projektowania osiedla.

Powyższy przykład ma charakter jednookresowej opcji europejskiej. Nakład inwestycyjny (cena wykonania opcji) wynosi $I = 95 \text{ j.p.}$ Wartość obecna korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego (wartość instrumentu bazowego) wynosi obecnie $V_0 = 100 \text{ j.p.}$ Roczna zmienność wartości tych korzyści wynosi $\sigma = 20\%$. Korzyści te mogą zatem w okresie $t = 1$ wzrosnąć o $u = 1,20$ do $V_u = 120 \text{ j.p.}$ lub spaść o $d = 0,83$ do $V_d = 83 \text{ j.p.}$ Rzeczywiste (obiektywne) prawdopodobieństwo wzrostu wartości korzyści z realizacji inwestycji wynosi $p = 60\%$, natomiast prawdopodobieństwo ich spadku wynosi $1 - p = 40\%$.

Wartość wewnętrzna opcji inwestowania odpowiada każdorazowo dodatniej różnicy pomiędzy korzyściami z tytułu realizacji projektu inwestycyjnego a wartością koniecznych do poniesienia nakładów inwestycyjnych. Na schemacie 9 zaprezentowano drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej jednookresowej europejskiej opcji inwestowania.

Schemat 9: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

W klasycznym modelu CRR wartość całkowita opcji wynikałaby z równania (64). Przy założeniu stopy wolnej od ryzyka na poziomie⁵⁵ $r_f = 5\%$ całkowita wartość hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania wynosiłaby *14,07 j.p.*, zgodnie z poniższą kalkulacją.

$$C_0 = \frac{qC_u + (1-q)C_d}{1+r_f} = \frac{59,1\% \cdot 25 + 40,9\% \cdot 0}{1+5\%} = 14,07 \quad (69)$$

Na potrzeby niniejszego przykładu zakłada się jednak, że percepcja wartości i prawdopodobieństw właściciela Firmy A jest zgodna z teorią perspektywy. W szczególności, jego ocena wartości ma charakter relatywny, bowiem dokonywana jest względem pewnego punktu odniesienia. Wartości postrzegane są jako zyski lub straty względem punktu referencyjnego. Ponadto percepcja wartości opisana jest indywidualną funkcją oceny. Jednocześnie właściciel Firmy A w procesie decyzyjnym przypisuje wagi poszczególnym możliwym scenariuszom rzeczywistości na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia, w sposób opisany jego indywidualną funkcją wagową.

Właściciel Firmy A w przeszłości zrealizował już podobną inwestycję. Wartość dodana wygenerowana dzięki realizacji poprzedniego projektu inwestycyjnego może być zatem punktem odniesienia, względem którego właściciel Firmy A będzie oceniał efekty realizacji nowego projektu. Poprzednia inwestycja pozwoliła na zwiększenie wartości przedsiębiorstwa Firmy A o $RP = 10$ j.p. Wartość ta stanowi punkt odniesienia w procesie szacowania wartości nowego projektu inwestycyjnego przez właściciela Firmy A.

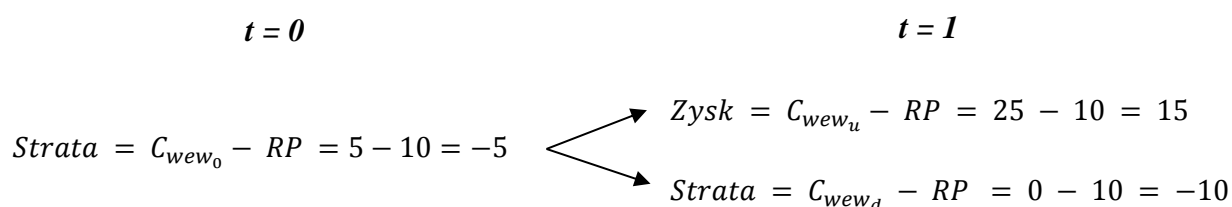
Zgodnie z założeniami teorii perspektywy, właściciel Firmy A będzie oceniał korzyści wynikające z realizacji nowego projektu inwestycyjnego w kategorii zysków lub strat względem punktu odniesienia. W przypadku wystąpienia wysokiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych bieżąca wartość netto projektu inwestycyjnego równa 25 j.p. będzie dla niego oznaczać zysk w wysokości 15 j.p. względem przyjętego przez niego punktu odniesienia.

⁵⁵ Prawdopodobieństwo arbitrażowe wzrostu wartości instrumentu bazowego, skalkulowane przy założeniu kapitalizacji prostej, wynosiłoby $q = \frac{1+r_f-d}{u-d} = \frac{1+5\%-0,83}{1,20-0,83} = 59,1\%$.

Wzrost wartości przedsiębiorstwa będzie bowiem o 15 j.p. wyższy niż w przypadku realizacji poprzedniego projektu. Wystąpienie niskiego poziomu cen usług skutkować będzie natomiast poniesieniem straty równej -10 j.p. W takim bowiem przypadku nowy projekt inwestycyjny nie zostanie zrealizowany. Oczekiwane korzyści z jego realizacji wynoszą jednocześnie 10 j.p., ponieważ właściciel Firmy A oczekuje wygenerowania jednakowych nadwyżek finansowych, jak w przypadku poprzednio zrealizowanej inwestycji. Niezrealizowanie aspiracji właściciela Firmy A jest w jego odbiorze jednoznaczne z poniesieniem straty w wysokości 10 j.p.

Na schemacie 10 zaprezentowano wartość gotówkową zysku (straty) względem punktu odniesienia osiąganego (ponoszonej) przez Firmę A w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania.

Schemat 10: Drzewo dwumianowe wartości gotówkowej zysku lub straty względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania

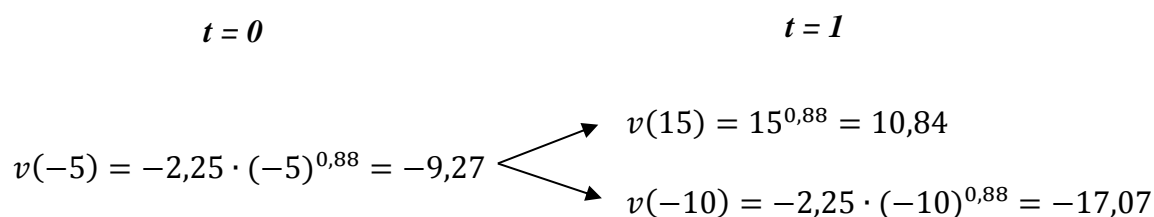


Źródło: opracowanie własne.

Zgodnie z teorią perspektywy, percepcja zysków i strat względem punktu odniesienia nie jest jednakowa. W szczególności wiąże się to z większą dotkliwością strat względem zysków (awersją do strat) oraz malejącą wrażliwością na kolejne przyrosty zysków oraz strat względem punktu odniesienia. Percepcję zysków i strat względem punktu odniesienia opisuje funkcja oceny definiowana formułą (58). Założono, że funkcję oceny właściciela Firmy A charakteryzują następujące parametry: $\alpha = \beta = 0,88$ oraz $\lambda = 2,25$.

Na schemacie 11 zaprezentowano wartość psychologiczną (subiektywną) zysków lub strat względem punktu odniesienia w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania.

Schemat 11: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

W postrzeganiu właściciela Firmy A, ponoszona przez niego strata w przypadku wystąpienia niskiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych (równa -17,07) jest niemal dwukrotnie większa od jej wartości gotówkowej (równiej -10 j.p.). Jest to wynikiem awersji względem strat ($\lambda = 2,25$). Straty są w odczuciu właściciela Firmy A ponad dwukrotnie bardziej dotkliwe od zysków, powodując ponad dwukrotnie większy ubytek użyteczności aniżeli wskazywałaby na to wartość gotówkowa ponoszonej straty. Jednocześnie kolejne przyrosty strat w coraz mniejszym stopniu obniżają wartość psychologiczną postrzeganą przez właściciela Firmy A. Jego wrażliwość na kolejne przyrosty strat jest bowiem malejąca ($\beta = 0,88$).

Z drugiej zaś strony, zysk osiągnany w sytuacji wystąpienia wysokiego poziomu cen usług (równy 10,84) jest w percepcji właściciela Firmy A o niemal jedną trzecią niższy od jego wartości gotówkowej (równiej 15 j.p.). Kolejne przyrosty zysków w coraz mniejszym stopniu wpływają na wartość psychologiczną postrzeganą przez właściciela Firmy A. Jego wrażliwość na kolejne przyrosty zysków także jest malejąca ($\alpha = 0,88$).

Zgodnie z teorią perspektywy, proces przypisywania wag decyzyjnych charakteryzuje się niską wrażliwością na zmiany wartości prawdopodobieństw umiarkowanych. Prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego (wystąpienia wysokiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych) wynosi $p = 60\%$. Percepcję prawdopodobieństw, na podstawie których poszczególnym przyszłym scenariuszom co do stanu natury przypisywane są wagi, opisuje funkcja ważąca definiowana formułą (68). Założono, że funkcję ważącą właściciela Firmy A charakteryzują następujące parametry: $\delta = 1,00$ oraz $\gamma = 0,65$. W konsekwencji, waga przypisywana scenariuszowi wystąpienia wysokiego poziomu cen usług wynosi $\pi(p) = 56,6\%$, zgodnie z poniższą kalkulacją:

$$\pi(60\%) = \frac{60\%^{0,65}}{60\%^{0,65} + (40\%)^{0,65}} = 56,6\% \quad (70)$$

natomiast waga przypisywana scenariuszowi spadku poziomu cen wynosi $\pi(40\%) = 43,4\%$.

Wartość perspektywy kalkulowana jest na podstawie psychologicznej wartości zysków (strat) względem punktu odniesienia możliwych do osiągnięcia (poniesienia) w okresie $t = 1$ oraz wag poszczególnych scenariuszy, zgodnie z równaniem (55). Wartość ta w przypadku hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania wynosi:

$$\begin{aligned} \pi(p) \cdot v(C_{wew_u} - RP) + \pi(1 - p) \cdot v(C_{wew_d} - RP) \\ = 56,6\% \cdot 10,84 + 43,4\% \cdot (-17,07) = -1,29 \end{aligned} \quad (71)$$

Jest to wartość psychologiczna możliwych do osiągnięcia przyszłych korzyści wynikających z posiadania hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania, postrzegana

przez właściciela Firmy A. Korzyści te rozumiane są jako zyski (straty) możliwe do osiągnięcia (poniesienia) względem punktu odniesienia.

Zgodnie z modelem wyceny opcji uwzględniającym elementy teorii perspektywy, skonstruowanym w niniejszej dysertacji, wartość opcji rzeczywistej odpowiada kwocie wyrażonej w gotówce, której przyszła wartość przyniosłaby jednakowe korzyści do tych, jakich uzyskania w przyszłości oczekuje się w konsekwencji posiadania opcji rzeczywistej. Jest to ekwiwalent gotówkowy korzyści wynikających z dysponowania opcją rzeczywistą, przy założeniu percepcji wartości korzyści ekonomicznych oraz prawdopodobieństw zgodnej z teorią perspektywy.

Stopą dyskonta stosowaną w prezentowanym modelu jest stopa zwrotu obciążona ryzykiem, uwzględniająca profil ryzyka danej inwestycji. W ramach omawianego przykładu założono, że stopa zwrotu z inwestycji o zbliżonym profilu ryzyka do rozpatrywanego projektu inwestycyjnego wynosi $r = 10\%$.

Wartość hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania, szacowana z uwzględnieniem elementów teorii perspektywy na podstawie modelu skonstruowanego w ramach niniejszego rozdziału dysertacji, wynosi $C_0 = 8,61$ j.p., zgodnie z poniższą kalkulacją opartą na równaniu (66):

$$C_0 = \frac{v^{-1}(\pi(p)v(C_u - RP) + \pi(1 - p)v(C_d - RP)) + RP}{(1 + r)} = \frac{-\left(\frac{(56,5\% \cdot 10,84 + 43,4\% \cdot (-17,07))}{-2,25}\right)^{\frac{1}{0,88}} + 10}{(1 + 10\%)} = 8,61 \quad (72)$$

Jest to bowiem jedyna kwota, której wartość przyszła (przy kapitalizacji według stopy zwrotu równej $r = 10\%$) – równanie (73), pozwala osiągnąć jednakową użyteczność, jaką osiągnąć można dzięki posiadaniu opcji rzeczywistej – równanie (71).

$$v(C_0 * (1 + r) - RP) = v(8,61 \cdot (1 + 10\%) - 10) = v(-0,53) = -2,25 \cdot (-0,53)^{0,88} = -1,29 \quad (73)$$

Przyszła wartość gotówkowa kwoty $8,61$ j.p. skapitalizowana z wykorzystaniem stopy zwrotu równej $r = 10\%$ wynosi $9,47$ j.p. Ze względu na punkt odniesienia równy $RP = 10$, osiągnięcie korzyści wysokości $9,47$ j.p. interpretowane jest przez właściciela Firmy A jako strata równa $-0,53$. Psychologiczna wartość tej straty, zgodnie z funkcją oceny właściciela Firmy A wynosi $-1,29$, co wynika z jego awersji do ponoszenia strat oraz relatywnie niskiej wartości straty przy wysokiej wrażliwości na pierwsze przyrosty strat względem punktu odniesienia. Bieżąca wartość gotówkowa równa $8,61$ j.p. oznacza tym samym dla właściciela

Firmy A stratę względem przyjętego przez niego punktu odniesienia, tak samo dotkliwą, jak strata, której poniesienia spodziewa się w przypadku dysponowania opcją rzeczywistą. Wartość 8,61 j.p. odpowiada tym samym całkowitej wartości hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania.

Wartość opcji wynikająca z modelu wyceny uwzględniającego elementy teorii perspektywy jest niższa od wyniku wyceny klasycznej, opartej na modelu Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979], prezentowanego w ramach formuły (64), wynoszącego 14,07 j.p.

Model Coxa-Rossa-Rubinsteina zakłada nie tylko pełną racjonalność percepcji wartości i prawdopodobieństw, ale i wycenę opartą na hipotezie braku arbitrażu, przy zastosowaniu stopy zwrotu wolnej od ryzyka oraz prawdopodobieństw arbitrażowych. Dlatego też dodatkowo przedstawiono kalkulację wartości całkowitej opcji zgodnie z podejściem opartym na programowaniu dynamicznym Bellmana, które może być wykorzystywane do wyceny opcji rzeczywistych [Dixit i Pindyck 1994, s. 120-152]. Podejście to zakłada wykorzystanie obiektywnych wartości prawdopodobieństwa jako wag poszczególnych scenariuszy, a także stopy zwrotu odzwierciedlającej profil ryzyka danej inwestycji [Bellman 1954]. Tak skalkulowana wartość odpowiada zastosowaniu modelu prezentowanego w ramach niniejszego podrozdziału, przy założeniu neutralnych parametrów funkcji oceny $\alpha=\beta=\lambda=1$, a także funkcji ważącej $\delta=\gamma=1$. Przy takiej wartości parametrów obu funkcji subiektywne wartości wynikające z funkcji oceny odpowiadają wartościom gotówkowym ($v(x) = x$), natomiast wagi określone na podstawie funkcji ważącej są tożsame z wartościami obiektywnych prawdopodobieństw ($\pi(p) = p$). Wynik kalkulacji zaprezentowano w poniższej formule:

$$C_0 = \frac{v^{-1}(\pi(p)v(C_u-RP)+\pi(1-p)v(C_d-RP))+RP}{1+r} = \frac{p(C_u-RP)+(1-p)(C_d-RP)+RP}{1+r} =$$

$$= \frac{pC_u+(1-p)C_d}{1+r} = \frac{60\% \cdot 25 + 40\% \cdot 0}{1+10\%} = 13,64 \quad (74)$$

Wynik wyceny uzyskany przy założeniu neutralnych wartości parametrów funkcji oceny i funkcji ważącej, wynoszący 13,64 j.p., również jest wyższy od wartości całkowitej opcji oszacowanej z wykorzystaniem modelu uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Klasyczne podejście do wyceny opcji zakłada bowiem w pełni racjonalną percepcję wartości w ich bezwzględnych wartościach gotówkowych. W jego ramach przyjmuje się również, że wagi przypisywane poszczególnym scenariuszom wynikają z obiektywnych prawdopodobieństw ich wystąpienia.

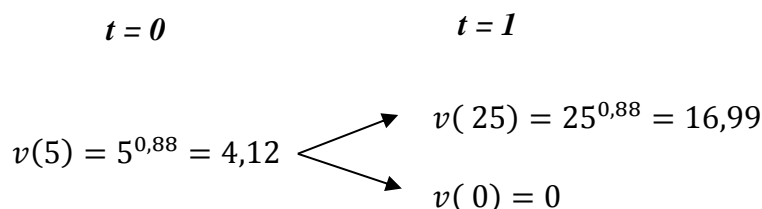
Jednakże w prezentowanym przykładzie percepcja wartości i prawdopodobieństw przez podmiot dysponujący opcją jest odmienna od zakładanej w modelu klasycznym. W szczególności, wartość wewnętrzna opcji wynikająca z jej wykonania w przyszłości

w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego (wystąpienia wysokiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych) stanowi dla właściciela Firmy A zysk względem jego punktu odniesienia. Nadwyżka ponad osiągnięte w przeszłości korzyści z podobnego projektu inwestycyjnego wynosi 15 j.p., przekładając się na relatywnie niższą wartość psychologiczną równą 10,84. Jednocześnie, w przypadku spadku wartości instrumentu bazowego (wystąpienia niskiego poziomu cen) właściciel Firmy A poniesie stratę względem jego punktu odniesienia, bowiem korzyści z realizacji nowego projektu inwestycyjnego będą o 10 j.p. niższe niż w przypadku porównywalnej inwestycji z przeszłości. Straty są znacznie bardziej dotkliwe od zysków, przez co wartość psychologiczna tego scenariusza jest wyraźnie niższa od wartości gotówkowej i wynosi -17,7 j.p. Jednocześnie prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego równe 60% postrzegane jest jako umiarkowane, przez co scenariuszowi wystąpienia wysokiego poziomu cen usług właściciel Firmy A przypisuje wagę nieznacznie od niego niższą, równą 56,6%. W konsekwencji, postrzegana przez właściciela Firmy A subiektywna wartość przyszłych korzyści z tytułu posiadania opcji wynosi -1,29, co oznacza przyszłą stratę względem punktu odniesienia. Strata ta jest dla właściciela Firmy A tożsama z zainwestowaniem dziś 8,61 j.p. przy stopie zwrotu wynoszącej 10%, co przyniesie po roku wyrażoną w gotówce korzyść w kwocie 9,47 j.p. Korzyść ta jest jednak oceniana przez właściciela Firmy A jako strata względem punktu odniesienia równego 10 j.p., przez co różnica pomiędzy kwotą 9,47 j.p. a wartością punktu odniesienia, równa -0,53 j.p., jest dla właściciela Firmy A relatywnie dotkliwa i posiada wartość psychologiczną równą -1,29. Traktowanie w prezentowanym przykładzie w różny sposób zysków i strat powoduje niższą subiektywną wartość przyszłych korzyści możliwych do uzyskania dzięki posiadaniu opcji, postrzeganą przez właściciela Firmy A.

W ramach prezentowanego przykładu zobrazować warto również dwie szczególne sytuacje, różniące się wartością punktu odniesienia. Rozważyć warto przykład, w którym punkt odniesienia wynosi $RP = 0$, przez co przyszła wartość wewnętrzna hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania interpretowana jest jako zysk, w przypadku wzrostu wartości punktu odniesienia, natomiast w przypadku jej spadku wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest jako wartość neutralna (wynosi 0 j.p.). Odpowiada to sytuacji, w której właściciel Firmy A w przeszłości, dzięki realizowanej wcześniej inwestycji, nie dokonałby zwiększenia ani zmniejszenia wartości przedsiębiorstwa (osiągając $NPV=0$), przez co jego oczekiwania względem nowego projektu inwestycyjnego zakładałyby osiągnięcie jednakowego poziomu NPV równego 0 j.p.

Na schemacie 12 zaprezentowano wartość psychologiczną (subiektywną) zysków lub strat względem punktu odniesienia w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania, przy założeniu punktu odniesienia równego $RP = 0$ j.p.

Schemat 12: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania dla $RP = 0$



Źródło: opracowanie własne.

W postrzeganiu właściciela Firmy A, ponoszony przez niego zysk w przypadku wystąpienia wysokiego poziomu cen usług (równy 16,99) jest o około jedną trzecią niższy od jego wartości gotówkowej (równiej 25 j.p.). Jest to wynikiem malejącej wrażliwości na kolejne przyrosty zysków ($\alpha = 0,88$). Wartość wewnętrzna opcji w przypadku wystąpienia niskiego poziomu cen usług jest neutralna, równa punktowi odniesienia. Wartość całkowita opcji wynika zatem wyłącznie z subiektywnej wartości zysku możliwego do uzyskania w przypadku wystąpienia wysokiego poziomu cen i wynosi:

$$C_0 = \frac{v^{-1}(\pi(p)v(C_u - RP) + \pi(1 - p)v(C_d - RP)) + RP}{(1 + r)} \tag{75}$$

$$= \frac{(56,5\% \cdot 16,99 + 43,4\% \cdot 0)^{\frac{1}{0,88}} + 0}{(1 + 10\%)} = 11,89$$

Wartość całkowita hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania w przypadku punktu odniesienia równego $RP = 0$ wynosi $C_0 = 11,89$ j.p. Wartość ta stanowi ekwiwalent gotówkowy zysku względem punktu odniesienia, jaki właścicielowi opcji przysporzyłaby kwota 11,89 j.p. skapitalizowana według stopy zwrotu równej $r = 10\%$. Jednakową subiektywną korzyść przyniósłby właścicielowi Firmy A zysk osiągniany w przypadku posiadania opcji, wynikający z możliwości wykonania opcji w przypadku wystąpienia w przyszłości wysokiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych.

Wartość całkowita hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania w przypadku punktu odniesienia równego $RP = 0$ jest wyższa niż wartość obliczona we wcześniej opisanym przypadku, w którym wartość punktu odniesienia wynosiła $RP = 10$. Wartość opcji w przypadku $RP = 0$ jest wyższa od wartości punktu odniesienia, stąd jej wartość psychologiczna uzależniona jest od sposobu postrzegania zysków. W przypadku $RP = 10$

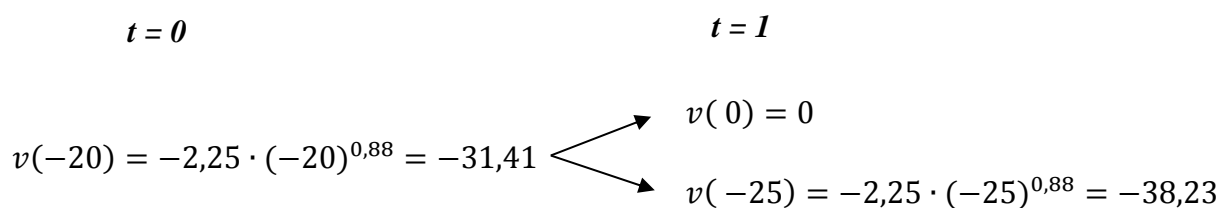
wartość opcji była natomiast niższa od wartości punktu odniesienia, dlatego też jej wartość psychologiczna uzależniona była od sposobu postrzegania strat, które zgodnie z teorią perspektywy są bardziej dotkliwe od zysków. Co więcej, w przypadku $RP = 10$ wartość wewnętrzna opcji w okresie $t = 1$ mogła być postrzegana jako zysk lub strata względem punktu odniesienia, w zależności od scenariusza przyszłego stanu natury. W przypadku $RP = 0$ wartość wewnętrzna opcji w okresie $t = 1$ interpretowana jest wyłącznie jako zysk.

Wartość opcji uzależniona jest od przyjmowanego punktu odniesienia, bowiem punkt ten determinuje mechanizmy percepcji wartości warunkujące sposób postrzegania korzyści wynikających z posiadania opcji. Mechanizmy te, zgodnie z teorią perspektywy, są natomiast różne w obszarze zysków oraz strat względem punktu referencyjnego.

Rozważono również sytuację, w której punkt odniesienia wynosi $RP = 25$, przez co przyszła wartość wewnętrzna hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania interpretowana jest jako strata, w przypadku spadku wartości instrumentu bazowego, natomiast w przypadku jej wzrostu wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest jako neutralna (wynosi 0 j.p.). Odpowiada to sytuacji, w której właściciel Firmy A w przeszłości, dzięki realizowanej wcześniej inwestycji, dokonałby zwiększenia wartości przedsiębiorstwa o 25 j.p., przez co jego oczekiwania względem nowego projektu inwestycyjnego zakładałyby osiągnięcie jednakowego poziomu NPV równego 25 j.p.

Na schemacie 13 zaprezentowano wartość psychologiczną (subiektywną) zysków lub strat względem punktu odniesienia w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania, przy założeniu punktu odniesienia równego $RP = 25$ j.p.

Schemat 13: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania dla $RP = 0$



Źródło: opracowanie własne.

W postrzeganiu właściciela Firmy A, ponoszona przez niego strata w przypadku wystąpienia niskiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych (równa -38,23) jest o około połowę większa od jej wartości gotówkowej (równa -25 j.p.). Jest to wynikiem malejącej wrażliwości na kolejne przyrosty strat ($\beta = 0,88$) przy jednoczesnej awersji do ryzyka ($\lambda = 2,25$). Wartość wewnętrzna opcji w przypadku wystąpienia wysokiego poziomu cen usług

telekomunikacyjnych jest neutralna, równa punktowi odniesienia. Wartość całkowita opcji wynika zatem w całości z subiektywnej wartości straty możliwej do poniesienia w przypadku wystąpienia niskiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych i wynosi:

$$C_0 = \frac{v^{-1}(\pi(p)v(C_u - RP) + \pi(1 - p)v(C_d - RP)) + RP}{(1 + r)}$$

$$= \frac{-\left(\frac{(56,5\% \cdot 0 + 43,4\% \cdot (-38,23))}{-2,25}\right)^{0,88} + 25}{(1 + 10\%)} = 13,91 \quad (76)$$

Wartość całkowita hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania w przypadku punktu odniesienia równego $RP = 25$ wynosi $C_0 = 13,91$ j.p. Wartość ta stanowi ekwiwalent gotówkowy straty względem punktu odniesienia, jaką właścicielowi opcji przysporzyłaby kwota $13,91$ j.p. skapitalizowana według stopy zwrotu równej $r = 10\%$. Jednakowa strata byłaby postrzegana przez właściciela opcji w przypadku posiadania tejże opcji, przy czym w szczególności wynikałaby ona ze straty ponoszonej w sytuacji niewykonania opcji w przypadku wystąpienia w przyszłości niskiego poziomu cen usług telekomunikacyjnych.

Wartość całkowita hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania w przypadku punktu odniesienia równego $RP = 25$ jest wyższa niż wartość obliczona we wcześniej opisanym przypadku, w którym wartość punktu odniesienia wynosiła $RP = 10$. W przypadku $RP = 10$ wartość wewnętrzna opcji w okresie $t = 1$ mogła być postrzegana zarówno jako zysk lub strata względem punktu odniesienia, w zależności od scenariusza przyszłego stanu natury. Wartość opcji w przypadku $RP = 25$ jest niższa od wartości punktu odniesienia, stąd jej wartość psychologiczna uzależniona jest od sposobu postrzegania strat. Jednocześnie jednak w tym przypadku przyszłe wartości wewnętrzne również interpretowane są wyłącznie jako straty względem punktu odniesienia, co neutralizuje wpływ zróżnicowanego sposobu percepcji zysków oraz strat, w tym większej dotkliwości strat, na wartość opcji.

Także w przypadku $RP = 25$ zaobserwować można, iż wartość opcji uzależniona jest od przyjmowanego punktu odniesienia, bowiem punkt ten determinuje mechanizmy percepcji wartości warunkujące sposób postrzegania korzyści wynikających z posiadania opcji. Mechanizmy te, zgodnie z teorią perspektywy, są natomiast różne w obszarze zysków oraz strat względem punktu referencyjnego.

3.2.2. Model dwumianowy wielookresowy

W niniejszym podrozdziale dysertacji zaprezentowano model dwumianowy wyceny wielookresowej opcji amerykańskiej uwzględniający elementy teorii perspektywy. Możliwość wykonania opcji przed upływem terminu jej wygaśnięcia stanowi cechą większości opcji

rzeczywistych występujących w praktyce gospodarczej. Stąd też konstrukcja modelu pozwalającego na wycenę opcji amerykańskiej ma szczególne znaczenie w przypadku opcji rzeczywistych. Wielookresowy model wyceny opcji pozwoli na analizę momentu wykonania opcji.

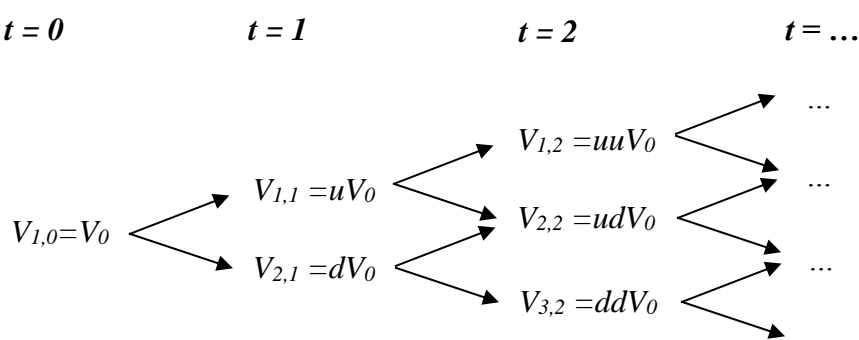
Z technicznego punktu widzenia budowa wielookresowego modelu wyceny opcji amerykańskiej uwzględniającego elementy teorii perspektywy oznacza rozwinięcie propozycji prezentowanej w podrozdziale 3.2.1 dysertacji poprzez rozbudowę drzewa dwumianowego oraz wprowadzenie większej liczby okresów, w których opcja może być wykonana. W każdym węźle drzewa dwumianowego, poza węzłami dotyczącymi ostatniego okresu, odpowiadającego terminowi wygaśnięcia opcji, istnieje możliwość niezwłocznego wykonania opcji albo też jego odsunięcia w czasie.

W ramach konstrukcji wielookresowego modelu dwumianowego przyjęto odwzorowanie zmienności wartości instrumentu bazowego w postaci kraty dwumianowej. Wartość tego instrumentu w momencie $t = 0$ wynosi V_0 , a w każdym kolejnym okresie może wzrosnąć o wskaźnik wzrostu u lub spaść o wskaźnik spadku d . Wartość instrumentu bazowego w okresie t oraz w i -tym stanie natury określona jest wzorem:

$$V_{i,t} = V_0 \cdot u^{t-i+1} \cdot d^{i-1} \quad (77)$$

Przyjęto jednocześnie, że wskaźnik spadku stanowi odwrotność wskaźnika wzrostu: $d = \frac{1}{u}$, co nadaje drzewu dwumianowemu instrumentu bazowego właściwość rekombinacji. Konstrukcję drzewa dwumianowego wartości instrumentu bazowego wykorzystaną w ramach wielookresowego modelu dwumianowego wyceny amerykańskiej opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy zaprezentowano na schemacie 14.

Schemat 14: Drzewo dwumianowe wartości instrumentu bazowego hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania

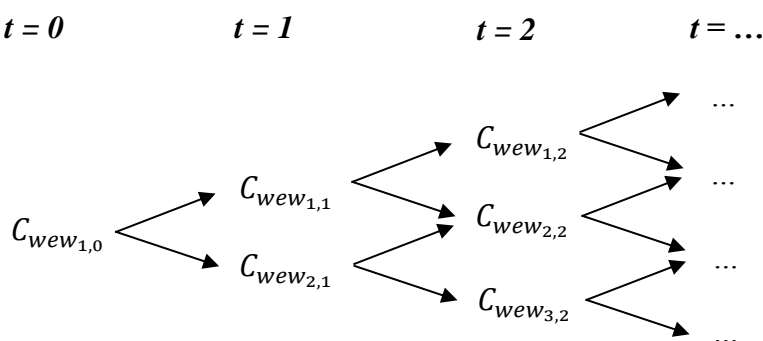


Źródło: opracowanie własne.

Wartość wewnętrzna opcji rzeczywistej w każdym węźle drzewa dwumianowego uzależniona jest od wartości instrumentu bazowego, przy czym konstrukcja wartości

wewnętrznej uzależniona jest od rodzaju opcji rzeczywistej podlegającej wycenie. Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej opcji rzeczywistej, oznaczonej jako $C_{wew_{i,t}}$ w przypadku i -tego stanu natury w okresie t , zaprezentowano na schemacie 15.

Schemat 15: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

W modelu wielookresowym wyceny opcji uwzględniającym elementy teorii perspektywy stosowaną kategorią wartości jest wyrażony w gotówce ekwiwalent pewności, podobnie jak proponowano w ramach modelu jednookresowego. Wyrażona w taki sposób wartość wewnętrzna opcji rzeczywistej w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego odpowiada jej wartości gotówkowej. Wartość instrumentu bazowego w określonym węźle drzewa dwumianowego jest bowiem znana, przez co wartość wewnętrzna opcji rzeczywistej nie jest obciążona ryzykiem zmiany wartości instrumentu bazowego. Jednocześnie, w sytuacji pozbawionej ryzyka, kiedy określona wartość jest pewna, ekwiwalent pewności wartości psychologicznej odpowiada wartości pieniężnej.

Wartość całkowita opcji w okresie t w i -tym węźle drzewa dwumianowego $C_{i,t}$ liczona jest analogicznie, jak w klasycznym modelu wyceny. W terminie wygaśnięcia opcji, kiedy późniejsze jej wykonanie nie jest możliwe, wartość całkowita opcji odpowiada jej wartości wewnętrznej. W pozostałych węzłach drzewa dwumianowego odpowiada ona natomiast wyższej z dwóch wartości: wartości wewnętrznej opcji w danym węźle, $C_{wew_{i,t}}$, lub wartości wynikającej z możliwości późniejszego wykonania opcji, $C_{p_{i,t}}$, zgodnie z poniższą formułą:

$$C_{i,t} = \max\{C_{wew_{i,t}}, C_{p_{i,t}}\} \tag{78}$$

Różnicę w sposobie obliczania wartości całkowitej opcji, w przypadku uwzględnienia elementów teorii perspektywy, stanowi natomiast sposób kalkulowania wartości wynikającej z możliwości przyszłego wykonania opcji. W modelu klasycznym stanowi ona wartość oczekiwaną wartości całkowitych opcji z okresu $t + 1$, ważonych prawdopodobieństwami

arbitrażowymi wzrostu (q) i spadku ($1 - q$) wartości instrumentu bazowego, zdyskontowaną według stopy wolnej od ryzyka (r_f), zgodnie z formułą:

$$C_{p_{i,t}} = \frac{qC_{i,t+1} + (1 - q)C_{i+1,t+1}}{1 + r_f} \quad (79)$$

Korzyści wynikające z możliwości późniejszego wykonania opcji obciążone są ryzykiem zmiany wartości instrumentu bazowego. Stąd też w modelu dwumianowym wyceny opcji uwzględniającym elementy teorii perspektywy wartość tych przyszłych korzyści uwzględniać musi sposób percepcji wartości i prawdopodobieństw opisany przez tę teorię. Oznacza to konieczność uwzględnienia subiektywnych wartości psychologicznych, nie natomiast obiektywnych wartości pieniężnych. Wartość subiektywna szacowana jest z wykorzystaniem funkcji oceny $v(x)$, gdzie x oznacza zysk lub stratę względem punktu odniesienia RP . Wartość psychologiczna określana jest na podstawie wartości względnych korzyści wynikających z posiadania opcji rzeczywistej, liczonych jako zysk lub strata względem punktu referencyjnego. Co więcej, zamiast obiektywnych prawdopodobieństw poszczególnych scenariuszy stosowane są ich wagi decyzyjne. Wagi te szacowane są na podstawie prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych przyszłych scenariuszy rzeczywistości, z wykorzystaniem funkcji ważącej $\pi(p)$. Odstąpienie od hipotezy braku arbitrażu (założenia jednej ceny) oznacza natomiast konieczność zastosowania stopy zwrotu obciążonej ryzykiem r oraz rzeczywistych prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych scenariuszy – wzrostu p lub spadku ($1-p$) wartości instrumentu bazowego. Stąd też wartość bieżąca korzyści wynikających z możliwości przyszłego wykonania opcji winna wynikać z następującego równania:

$$v(C_{p_{i,t}} \cdot (1 + r) - RP) = \pi(p) \cdot v(C_{i,t+1} - RP) + \pi(1 - p) \cdot v(C_{i+1,t+1} - RP) \quad (80)$$

stanowiącego analogię do równania (65) zaprezentowanego w podrozdziale 3.2.1 dysertacji. Wartość korzyści wynikających z możliwości przyszłego wykonania opcji $C_{p_{i,t}}$ w momencie t oraz w i -tym stanie natury odpowiada wartości gotówki, jaką inwestor byłby skłonny zainwestować, osiągając stopę zwrotu równą r , aby uzyskać jednakową subiektywną użyteczność jak w przypadku dysponowania opcją rzeczywistą.

Po przekształceniu powyższego równania wartość korzyści wynikających z możliwości przyszłego wykonania opcji, $C_{p_{i,t}}$, w momencie t oraz w i -tym stanie natury szacowaną na

podstawie modelu dwumianowego uwzględniającego elementy teorii perspektywy określa następująca formuła:

$$C_{p_{i,t}} = \frac{v^{-1} \left(\pi(p)v(C_{i,t+1} - RP) + \pi(1-p)v(C_{i+1,t+1} - RP) \right) + RP}{(1+r)} \quad (81)$$

Przyjęto jednakową definicję funkcji wartości oraz funkcji oceny, jak zaprezentowano w podrozdziale 3.2.1 dysertacji, w równaniach (58) oraz (67).

W celu zobrazowania procesu wyceny wielookresowej amerykańskiej opcji rzeczywistej z wykorzystaniem modelu dwumianowego uwzględniającego elementy teorii perspektywy, dokonano rozwinięcia liczbowego przykładu wyceny przykładowej jednookresowej opcji inwestowania, prezentowanego w ramach podrozdziału 3.2.1 dysertacji.

Przykładowa opcja inwestowania dotyczy możliwości odsunięcia w czasie realizacji projektu inwestycyjnego związanego z rozwojem telekomunikacyjnej sieci kablowej przez Firmę A oraz doprowadzeniem sygnału do mieszkańców nowopowstającego osiedla. Firma A posiada kablową sieć telekomunikacyjną zlokalizowaną w niewielkiej miejscowości i w jej okolicy jest jedynym podmiotem świadczącym usługi z zakresu udostępniania sygnału telewizji kablowej. Jest to średniej wielkości spółka, w której kluczowe decyzje podejmowane są jednoosobowo przez jej jedynego właściciela.

Doprowadzenie sygnału przez Firmę A do mieszkańców nowopowstającego osiedla wymaga poniesienia nakładów inwestycyjnych w wysokości $I = 95 \text{ j.p.}$ Według wstępnych szacunków właściciela Firmy A wartość bieżąca korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej w momencie $t = 0$ wynosi $V_0 = 100 \text{ j.p.}$

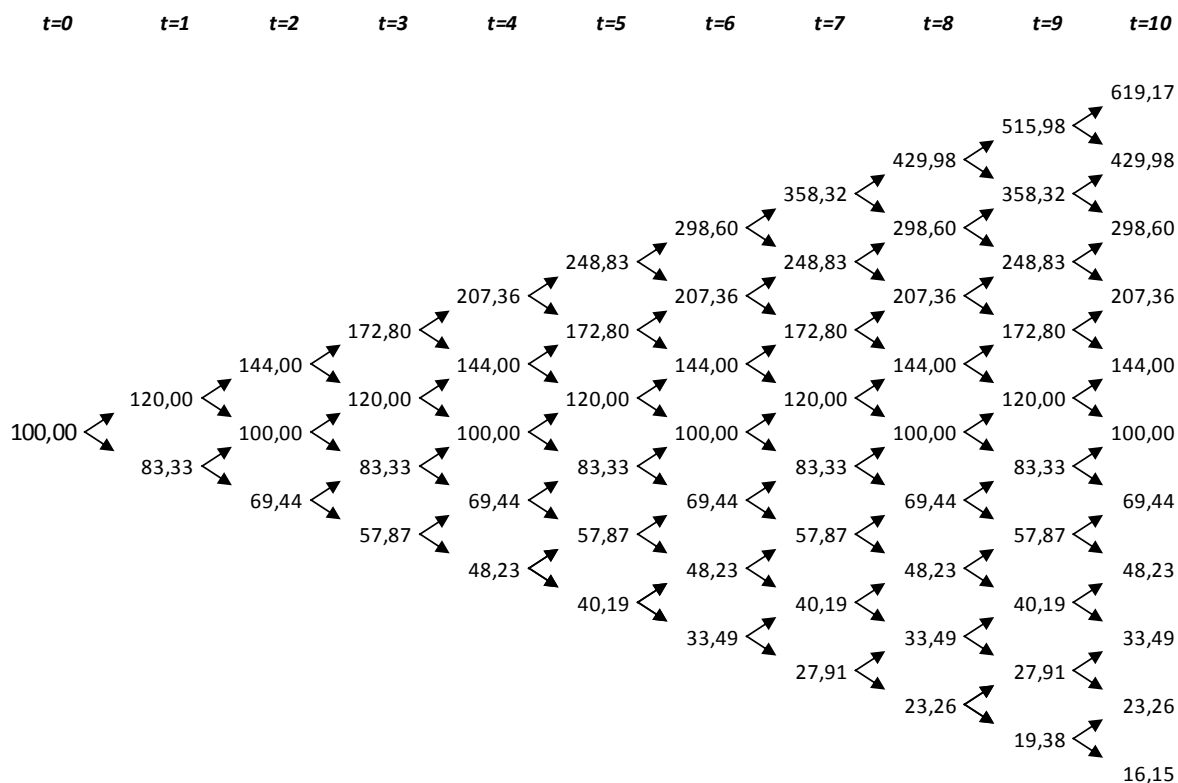
W ramach przykładu jednookresowej opcji inwestowania założono, że wartość przyszłych korzyści wynikających ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej jest niepewna i zależy w szczególności od przyszłego poziomu cen usług telekomunikacyjnych. Istnieje jednak możliwość odsunięcia w czasie realizacji inwestycji w rozbudowę sieci kablowej o ten rok. Firma A na etapie projektowania osiedla ma możliwość zapewnienia sobie przyszłej możliwości (opcji) realizacji projektu inwestycyjnego.

Na potrzeby przykładu wielookresowej opcji inwestowania dokonano modyfikacji powyższych założeń. Przyjęto, że umowa z deweloperem, gwarantująca wyłączność Firmy A w zakresie świadczenia usług telewizji kablowej na rzecz mieszkańców nowopowstającego osiedla, zawierałaby zapis definiujący okres możliwego odsunięcia w czasie realizacji inwestycji w rozbudowę sieci kablowej. Założono, że okres ten może wynosić maksymalnie dziesięć lat. Istnieje zatem możliwość odsunięcia w czasie momentu rozpoczęcia realizacji projektu inwestycyjnego o maksymalnie dziesięć okresów. Hipotetyczna wielookresowa opcja

inwestowania ma tym samym charakter opcji amerykańskiej, której wykonanie możliwe jest zarówno niezwłocznie, jak i w każdym z dziesięciu okresów dzielących okres $t = 0$ od terminu wygaśnięcia opcji $t = T = 10$.

Przyjęto, że zmienność wartości instrumentu bazowego w każdym z lat od nabycia do wygaśnięcia opcji jest jednakowa, jak w pierwszym roku analizowanym w ramach przykładu hipotetycznej opcji jednookresowej. Wartość instrumentu bazowego, tj. bieżąca na dany moment wartość korzyści ze świadczenia usług telewizji kablowej na rzecz mieszkańców nowego osiedla, może w każdym z dziesięciu lat dzielących moment podjęcia decyzji o zawarciu umowy z deweloperem a terminem jej wygaśnięcia (terminem wygaśnięcia opcji) wzrosnąć z prawdopodobieństwem $p = 60\%$ lub spaść z prawdopodobieństwem $1 - p = 40\%$. Roczną zmienność wartości tych korzyści przyjęto na poziomie $\sigma = 20\%$, przez co wskaźnik wzrostu wartości instrumentu bazowego wynosi $u = 1 + \sigma = 1,20$ natomiast wskaźnik spadku ma wartość $d = \frac{1}{u} = 0,83$. Na schemacie 16 zaprezentowano drzewo dwumianowe obejmujące wartości instrumentu bazowego hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.

Schemat 16: Drzewo dwumianowe wartości instrumentu bazowego hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

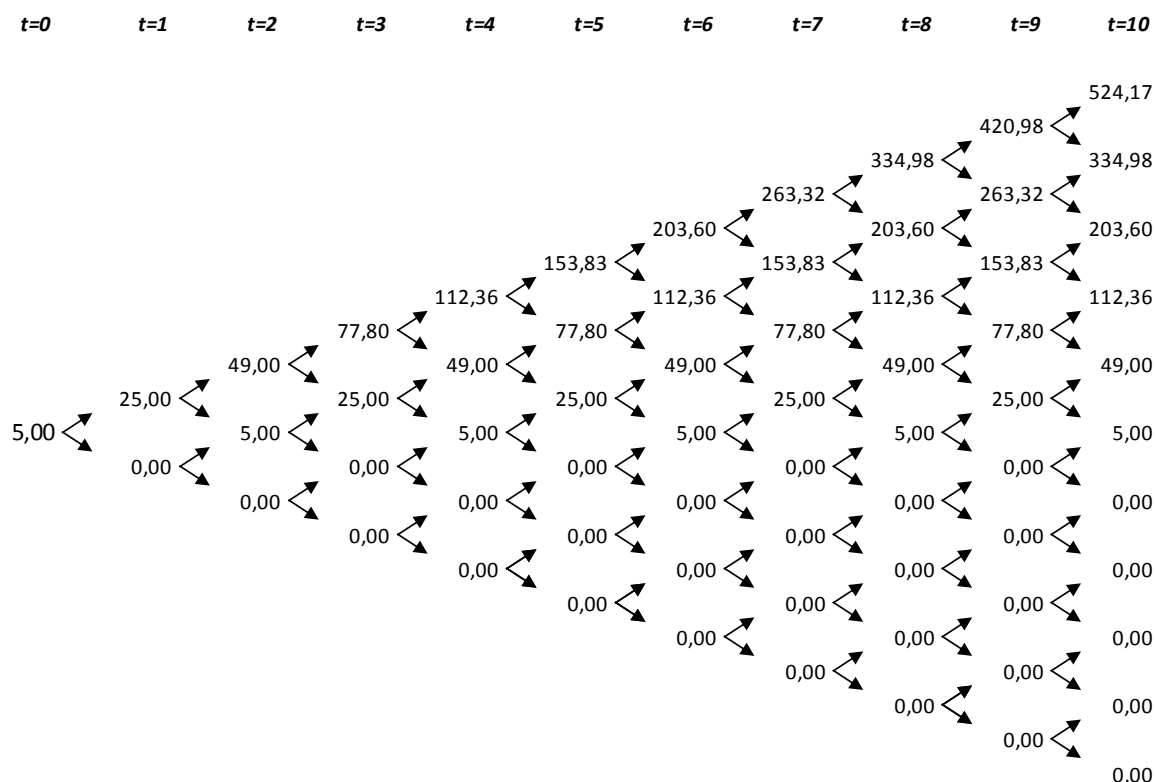
Wartość wewnętrzna opcji inwestowania, $C_{wew_{i,t}}$, w danym momencie t i w określonym stanie natury i , odpowiada dodatniej różnicy pomiędzy korzyściami z tytułu realizacji projektu

inwestycyjnego, $V_{i,t}$, a wartością koniecznych do poniesienia nakładów inwestycyjnych, I , zgodnie z formułą:

$$C_{wew_{i,t}} = \max(V_{i,t} - I; 0) \quad (82)$$

Wartość wewnętrzną hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego zaprezentowano na schemacie 17.

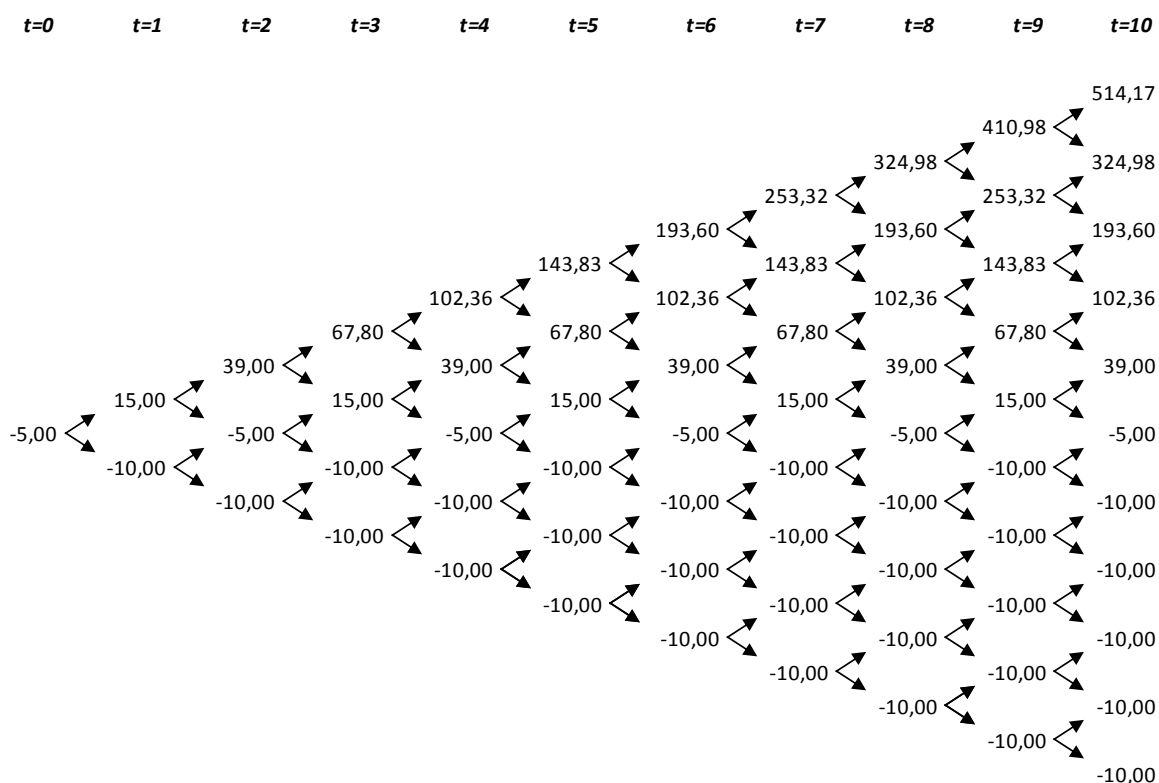
Schemat 17: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

Analogicznie jak w przypadku hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania założono, że właściciel Firmy A będzie oceniał efekty realizacji analizowanego projektu inwestycyjnego w kontekście zrealizowanej wcześniej inwestycji. Nadwyżka przez niego zrealizowana w przeszłości dzięki realizacji podobnej inwestycji wynosząca $RP = 10$ j.p. stanowi dla niego punkt odniesienia. Wartości wewnętrzne hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania będą przez niego postrzegane jako zyski lub straty względem tego punktu. Wartość gotówkową tak skalkulowanych zysków lub strat względem punktu odniesienia zaprezentowano na schemacie 18.

Schemat 18: Drzewo dwumianowe wartości gotówkowej zysku lub straty względem punktu odniesienia dla hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania

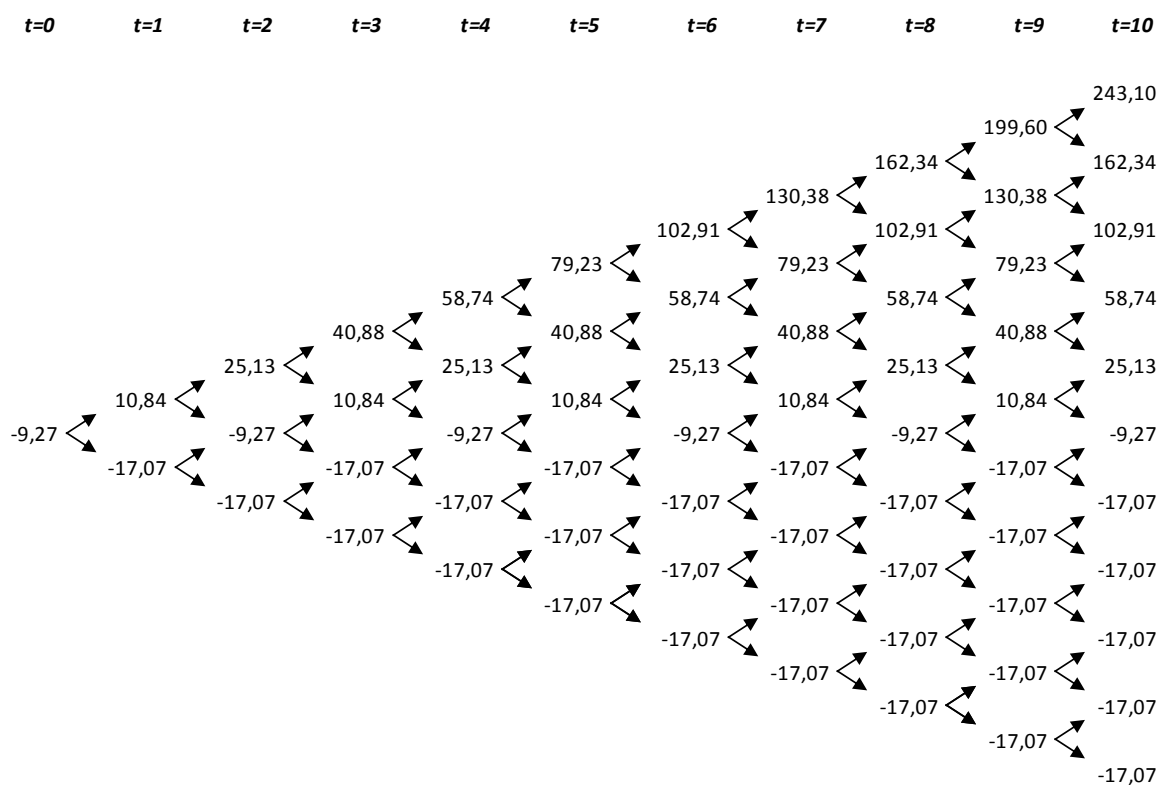


Źródło: opracowanie własne.

Zgodnie z teorią perspektywy, percepcję zysków i strat względem punktu odniesienia opisuje funkcja oceny Założono, że funkcję oceny właściciela Firmy A opisuje równanie (58) którego parametry wynoszą: $\alpha = \beta = 0,88$ oraz $\lambda = 2,25$. Na schemacie 19 zaprezentowano wartość psychologiczną (subiektywną) zysków lub strat względem punktu odniesienia w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.

Zgodnie z teorią perspektywy, percepcję prawdopodobieństw, na podstawie których poszczególnym przyszłym scenariuszom rzeczywistości przypisywane są wagi, opisuje funkcja ważąca. Prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego (tj. wartości korzyści ze świadczenia usług telewizji kablowej na rzecz mieszkańców osiedla) w każdym okresie wynosi $p = 60\%$. Założono, że funkcja ważąca właściciela Firmy A opisana jest formułą (68) o następujących parametrach: $\delta = 1,00$ oraz $\gamma = 0,65$. W konsekwencji, waga przypisywana scenariuszowi wzrostu wartości instrumentu bazowego w każdym węzle drzewa dwumianowego wynosi $\pi(p) = 56,6\%$ (por. równanie (70)), natomiast waga przypisywana scenariuszowi jego spadku wynosi $\pi(1-p) = 43,4\%$.

Schemat 19: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania

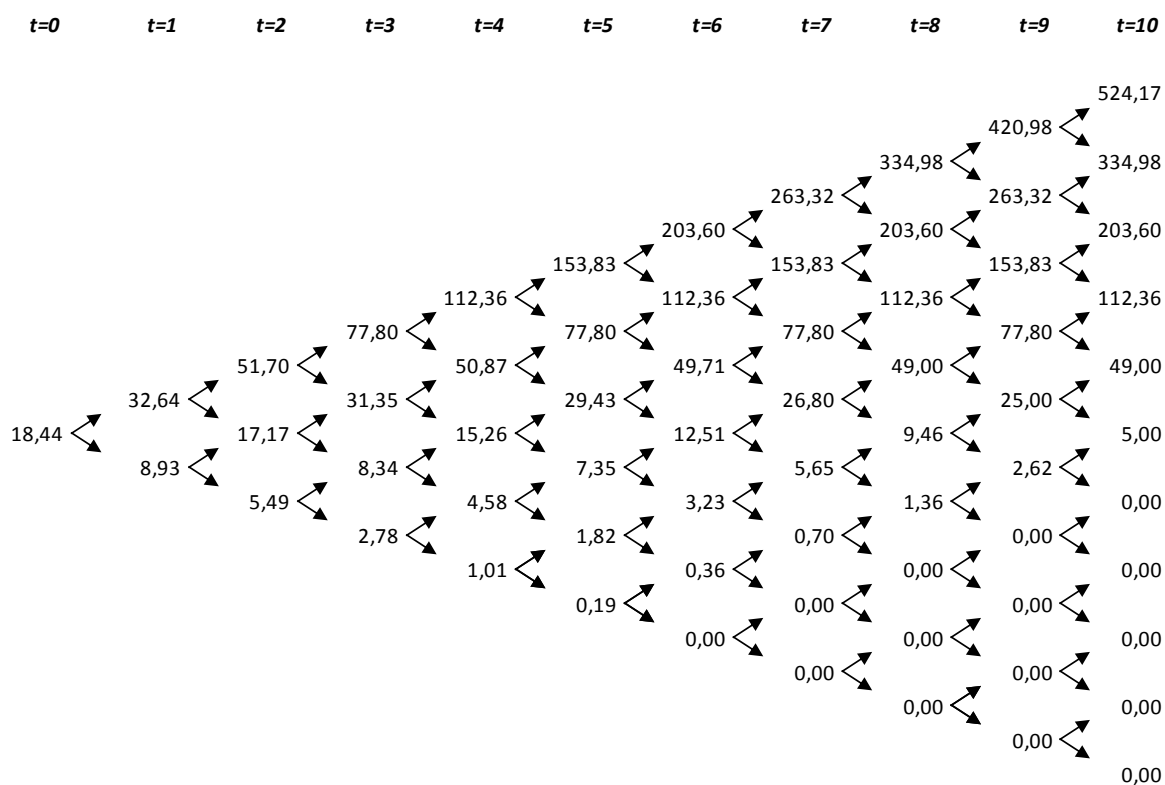


Źródło: opracowanie własne.

Wartość całkowita opcji w terminie wygaśnięcia opcji $t = T$ odpowiada jej wartości wewnętrznej. Ponieważ wartość wewnętrzna nie jest obciążona ryzykiem zmienności wartości instrumentu bazowego, ekwiwalent gotówkowy wartości całkowitej opcji w okresie $t = T$ odpowiada gotówkowej wartości wewnętrznej opcji. W pozostałych węzłach drzewa dwumianowego wartość całkowita opcji kalkulowana jest na zasadzie indukcji wstecznej. Wartość całkowita opcji w okresie t (dla $0 \leq t < T$) w i -tym stanie natury, $C_{i,t}$, kalkulowana jest zgodnie z równaniem (78) jako wyższa z dwóch wartości: wartość wewnętrzna opcji w danym węźle, $C_{wew_{i,t}}$, lub wartość wynikająca z możliwości późniejszego wykonania opcji, $C_{p_{i,t}}$. Ta ostatnia kalkulowana jest natomiast na podstawie równania (81), przy uwzględnieniu stopy dyskonta odzwierciedlającej profil ryzyka inwestycji, którą przyjęto w wysokości $r = 10\%$, analogicznie jak w przykładzie opcji jednookresowej.

Drzewo dwumianowe wartości całkowitych hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania zaprezentowano na schemacie 20.

Schemat 20: Drzewo dwumianowe wartości całkowitej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



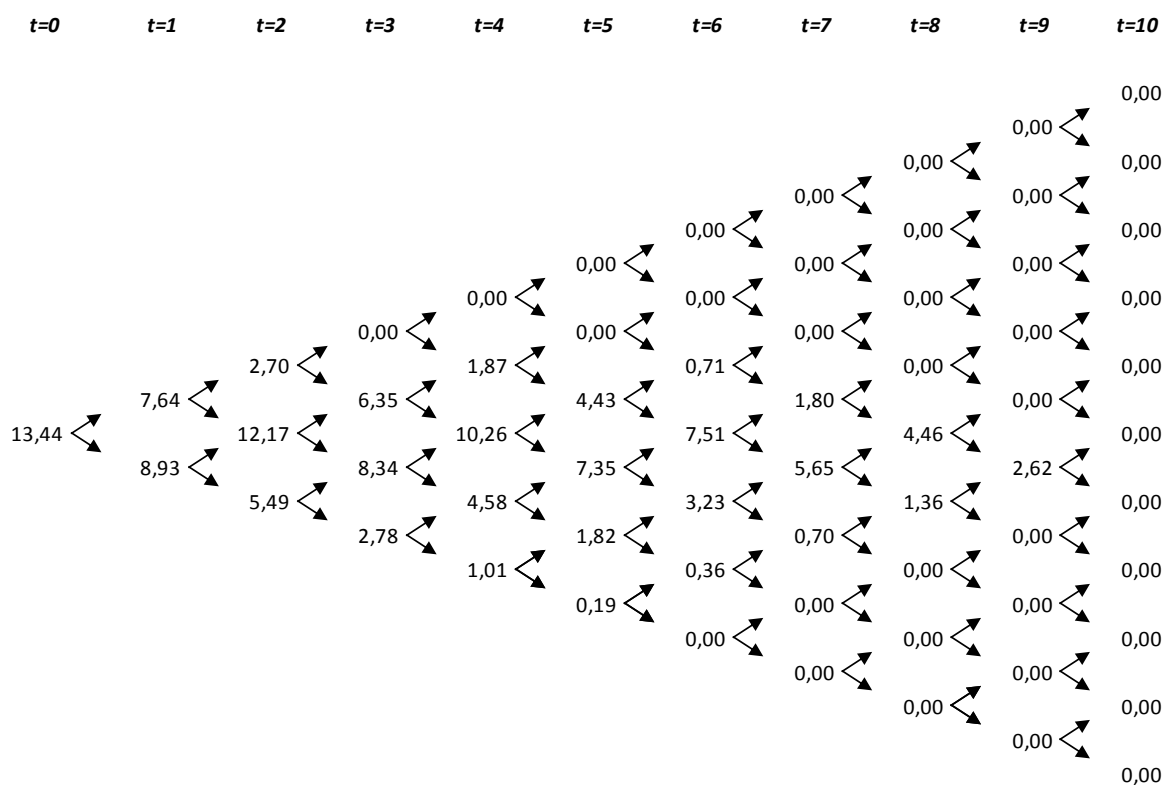
Źródło: opracowanie własne.

Wartość czasowa hipotetycznej opcji inwestowania, $C_{cz_{i,t}}$, została skalkulowana w każdym węzle drzewa dwumianowego jako nadwyżka całkowitej wartości opcji, $C_{i,t}$, mierzonej wyrażonym w pieniądzu ekwiwalentem pewności, nad jej wartością wewnętrzną, $C_{wew_{i,t}}$, zgodnie z poniższą formułą:

$$C_{cz_{i,t}} = C_{i,t} - C_{wew_{i,t}} \quad (83)$$

Drzewo dwumianowe wartości czasowych hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania zaprezentowano schemacie 21.

Schemat 21: Drzewo dwumianowe wartości czasowej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania

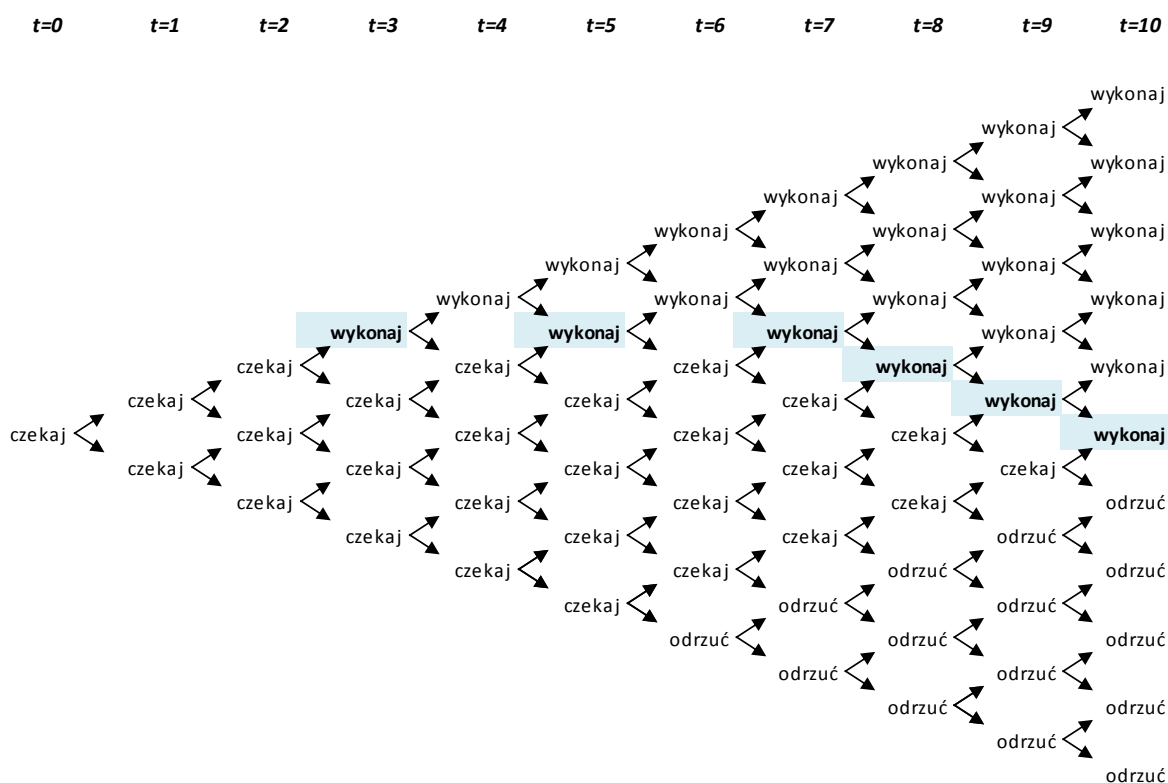


Źródło: opracowanie własne.

Przyjęto, że opcja wykonywana jest wyłącznie w pierwszym takim momencie i wyłącznie w takim stanie natury, w którym opcja nie posiada wartości czasowej, a zarazem jej wartość wewnętrzna jest dodatnia. Istnienie dodatniej wartości czasowej oznacza, że odsuwanie w czasie momentu wykonania opcji jest korzystne dla podmiotu nią dysponującego. Natomiast w sytuacji, gdy wartość czasowa nie występuje, wykonanie opcji ma uzasadnienie wyłącznie wtedy, jeśli opcja posiada dodatnią wartość wewnętrzną.

Na schemacie 22 zaprezentowano decyzje w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania. W każdym węźle drzewa wskazano, jaka decyzja jest podejmowana: wykonanie opcji (wykonaj), bezpowrotna rezygnacja z realizacji projektu inwestycyjnego (odrzuć) lub wstrzymanie się z podjęciem decyzji do kolejnego okresu (czekaj). Kolorem niebieskim zaznaczono węzły drzewa dwumianowego, w których następuje wykonanie opcji. Jest to moment, do którego podmiot posiadający opcję, wstrzymuje się z jej wykonaniem.

Schemat 22: Drzewo dwumianowe decyzji w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak w przypadku hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania, przeprowadzono analogiczną kalkulację wartości całkowitej opcji wielookresowej z wykorzystaniem podejścia klasycznego w dwóch wariantach: z wykorzystaniem modelu Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979] oraz opartego na koncepcji programowania dynamicznego Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, ss. 120, 152]. Kalkulację wartości hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania oraz drzewo dwumianowe decyzji w zakresie jej wykonania, sporządzone z wykorzystaniem obu wymienionych wyżej podejść, zaprezentowano w załączniku 1 do niniejszej rozprawy.

Wartość opcji wynikająca z modelu wyceny uwzględniającego elementy teorii perspektywy jest znacznie niższa od wyniku wyceny opartej na modelu Coxa-Rossa-Rubinsteina, opartego na hipotezie braku arbitrażu, wynoszącego 45,48 j.p. Jednocześnie model uwzględniający elementy teorii perspektywy wskazuje na szybszy moment wykonania opcji. Zgodnie z klasycznym modelem CRR wykonanie opcji winno bowiem nastąpić nie wcześniej niż w terminie wygaśnięcia opcji (w wybranych gałęziach drzewa dwumianowego).

Jako że model CRR zakłada nie tylko pełną racjonalność percepcji wartości i prawdopodobieństw, ale i wycenę opartą na hipotezie braku arbitrażu, przy zastosowaniu stopy zwrotu wolnej od ryzyka oraz prawdopodobieństw arbitrażowych, przedstawiono

również kalkulację wartości opcji z wykorzystaniem podejścia opartego na koncepcji programowania dynamicznego Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, s. 120-152]. Zgodnie z tym podejściem wartość całkowita przykładowej opcji inwestycji o terminie wygaśnięcia równym dziesięć lat kalkulowana jest z wykorzystaniem obiektywnych wartości prawdopodobieństw wzrostu i spadku wartości instrumentu bazowego jako wag poszczególnych scenariuszy, a także stopy zwrotu odzwierciedlającej profil ryzyka danej inwestycji. Wynik wyceny hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania przeprowadzonej zgodnie z tym podejściem również jest wyższy od wartości opcji wynikającej z modelu wyceny uwzględniającego elementy teorii perspektywy – wynosi bowiem 31,36 j.p. Także w tym przypadku model uwzględniający elementy teorii perspektywy wskazuje na szybszy moment wykonania opcji.

3.3. Konstrukcja modelu analitycznego wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy

Analogicznie do prezentowanego w podrozdziale 3.2.1 rozprawy modelu bazującego na podejściu z czasem dyskretnym, opartego na analizie drzew dwumianowych, skonstruowano również model analityczny wyceny opcji europejskiej uwzględniający elementy teorii perspektywy, co zaprezentowano w niniejszym podrozdziale dysertacji. Zważając na analityczną formę modelu, zmienność instrumentu bazowego została opisana w postaci rozkładu prawdopodobieństwa, nie natomiast w postaci punktowych wartości, jak ma to miejsce w przypadku modelu opartego na drzewie dwumianowym. Zastosowanie rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego umożliwia uwzględnienie kalkulacji wartości perspektywy zgodnie z teorią perspektywy w jej wersji kumulatywnej. Implementacji etapu oceny zgodnie z kumulatywną teorią perspektywy dokonano zgodnie z propozycją analityczną Daviesa i Satchella [2007]. Jednocześnie możliwa jest pogłębiona analiza wpływu zmienności wartości instrumentu bazowego na wartość opcji. Dzięki zastosowaniu modelowania percepcji wartości i prawdopodobieństw w postaci teorii perspektywy w jej wersji kumulatywnej możliwa jest także pogłębiona analiza procesu przypisywania wag scenariuszom decyzyjnym na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa instrumentu bazowego. Podejście to bliższe jest rzeczywistym mechanizmom psychologicznym, a jednocześnie umożliwia dokładniejsze obserwowanie wpływu percepcji prawdopodobieństw na wartość opcji oraz moment jej wykonania.

Punktem wyjścia do konstrukcji modelu analitycznego wyceny waniliowej opcji europejskiej uwzględniającego elementy perspektywy jest podejście Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010]. Jako że podejście to bazuje na modelu Blacka-Scholesa, zmienność instrumentu bazowego opisana jest w postaci geometrycznego ruchu Browna. Model Versluisa,

Lehnerta i Wolffa [2010] uwzględnia elementy teorii perspektywy w jej wersji kumulatywnej [Tversky i Kahneman 1992], w postaci definicji perspektywy opartej na przyrostach wartości prawdopodobieństw, percepcji wartości opisaną funkcją wartości oraz przypisywania wag scenariuszom przyszłego stanu natury na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia opisanego funkcją ważącą.

Model Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010] został zmodyfikowany w szczególności poprzez wprowadzenie punktu odniesienia. Wyjściowa wersja modelu zakłada bowiem wartość punktu odniesienia równą zero. Przyrost stanu bogactwa względem momentu, w którym dokonywana jest wycena opcji europejskiej, odpowiada w założeniu autorów osiąganemu zyskowi lub ponoszonej stracie przez inwestora. W ramach modelu analitycznego konstruowanego w niniejszej dysertacji punkt odniesienia wprowadzono jako dodatkową zmienną wejściową modelu, stanowiącą indywidualną charakterystykę percepcji wartości i prawdopodobieństw podmiotu decyzyjnego. Wprowadzenie punktu referencyjnego jako dodatkowej zmiennej wejściowej do modelu umożliwia weryfikację wpływu na wartość opcji oraz moment jej wykonania nie tylko samego punktu odniesienia, ale i parametrów opisujących funkcję oceny i wag. Zarówno bowiem ocena wartości, jak i przypisywanie wag decyzyjnych na podstawie prawdopodobieństw wystąpienia scenariuszy, dokonywane jest w stosunku do zysków i strat kalkulowanych względem punktu odniesienia. Punkt ten ma tym samym kluczowe znaczenie dla całokształtu percepcji wartości i prawdopodobieństw, jak i podejmowania decyzji na podstawie skalkulowanej wartości perspektywy decyzyjnej.

Ponadto, przedstawiona analiza prowadzona jest na gruncie opcji realnych, co rzutuje na fundamentalne założenia stojące u podstaw konstrukcji modelu. Opcje realne są ze swej natury w większym zakresie uzależnione od wpływu czynników specyficznych, w tym indywidualnej percepcji i sposobu podejmowania decyzji przez ich właściciela (właścicieli). Opcje realne nie są przedmiotem aktywnego obrotu rynkowego, przez co w ich przypadku nie występuje możliwość obiektywizacji wyceny i ograniczenia wpływu indywidualnych skłonności poszczególnych inwestorów w zakresie percepcji wartości i prawdopodobieństw, czy inklinacji w zakresie podejmowania decyzji w warunkach ryzyka. W konsekwencji, w modelu wyceny opcji realnych uwzględniającym elementy teorii perspektywy, prezentowanym w ramach niniejszego podrozdziału założono stosowanie indywidualnych parametrów funkcji oceny oraz funkcji ważącej, stanowiących specyficzne charakterystyki poszczególnych podmiotów. O ile w przypadku opcji finansowych zasadnym jest rozważanie możliwości ich uśrednienia w skali całego rynku kapitałowego, o tyle w przypadku opcji

rzeczywistych nie istnieje medium lub mechanizm umożliwiający takie uśrednienie. Proces analizy i wyceny opcji dokonywany jest indywidualnie przez poszczególne podmioty.

Dodatkowo, podobnie jak w przypadku modelu dwumianowego, założono zastosowanie podejścia opartego na koncepcji programowania dynamicznego Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, s. 120 i 152]. Podejście to zakłada stosowanie stopy dyskonta obciążonej ryzykiem oraz rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa opisującego zmienność instrumentu bazowego. Właściwą stopą dyskonta jest zatem stopa zwrotu odzwierciedlająca profil ryzyka danej inwestycji.

Istotą modelu Blacka-Scholesa jest *de facto* dyskontowanie z zastosowaniem stopy zwrotu wolnej od ryzyka wartości oczekiwanej przyszłych wartości wewnętrznych opcji. Rozkład prawdopodobieństwa wartości wewnętrznej opcji jest modyfikacją rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego, przesuniętego o wartość ceny wykonania w kierunku wartości ujemnych i odciętego poniżej prawdopodobieństwa wystąpienia tejże. Rozkład prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego opisany jest natomiast w postaci rozkładu logarytmiczno-normalnego, zgodnie z założeniami geometrycznego ruchu Browna. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa instrumentu bazowego opisana jest wzorem:

$$f(V_T) = \frac{1}{V_T \sigma \sqrt{2\pi T}} \exp\left(\frac{-\left[\ln\left(\frac{V_T}{V_0}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T\right]^2}{2\sigma^2 T}\right) \quad (84)$$

gdzie: $\mu, \sigma > 0$ są stałymi, σ to miara zmienności instrumentu bazowego, V_T stanowi wartość instrumentu bazowego w terminie wymagalności ($t = T$), natomiast V_0 odpowiada wartości tego instrumentu w momencie $t = 0$.

Skumulowana funkcja prawdopodobieństwa V_T opisana jest wzorem:

$$F(V_T) = \Phi\left(\frac{\ln\left(\frac{S_T}{S_0}\right) - \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma T}\right) \quad (85)$$

gdzie $\Phi(\cdot)$ stanowi dystrybuantę zstandaryzowanej zmiennej losowej o rozkładzie Gaussa.

Implementacja etapu oceny zgodnie z kumulatywną teorią perspektywy polega na kalkulacji wartości perspektywy z zastosowaniem funkcji ważącej i funkcji wagowej. W przypadku analitycznego modelu wyceny opcji oznacza to transformację rozkładu prawdopodobieństwa wartości wewnętrznej opcji z zastosowaniem funkcji ważącej oraz transformację samych wartości wewnętrznych opcji z zastosowaniem funkcji oceny. Podstawą

kalkulacji wartości subiektywnych są przy tym nadwyżki wartości wewnętrznych opcji ponad punkt odniesienia. Tak obliczone zyski lub straty względem punktu referencyjnego są również podstawą kalkulacji wag na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia. Efektem tego procesu kalkulacji jest wartość perspektywy odzwierciedlająca subiektywną wartość korzyści związanych z posiadaniem opcji.

Wykorzystano podejście analityczne Daviesa i Satchella [2007] do kalkulacji wartości perspektywy, zgodnie z formułą (61). Tak skalkulowana wartość perspektywy odzwierciedlającą psychologiczną wartość przyszłych korzyści związanych z możliwością wykonania opcji opisać można formułą:

$$V = \int \Psi[F(V_T)]f(V_T)v[C_{wew}(V_T) - RP]dV_T \quad (86)$$

gdzie $C_{wew}(V_T)$ oznacza wartość wewnętrzną opcji, której konstrukcji nie uszczegółowiono na tym etapie w celu zachowania uniwersalności modelu⁵⁶, $\Psi = \frac{dw(p)}{dp}$ stanowi pierwszą pochodną funkcji wazacej względem wartości prawdopodobieństwa, natomiast $v(x)$ oznaczają funkcję oceny, której argumentem jest zysk lub strata, x , względem punktu odniesienia, RP .

Analogicznie jak w przypadku modelu dwumianowego prezentowanego w ramach podrozdziału 3.2 dysertacji, stosowaną kategorią wartości jest ekwiwalent pewności. Stanowi on wartość wyrażoną w gotówce, której niezwłoczne i pewne otrzymanie przysparza jednostce jednakowej użyteczności (stanowi jednakową wartość psychologiczną), jaką osiągnęłyby dysponując wycenianym składnikiem aktywów. W celu kalkulacji ekwiwalentu pewności transformuje się uzyskaną wartość perspektywy, stosując proces odwrotny do przeprowadzanego przy jej kalkulacji. Zważając na pewność jego otrzymania, wartość przyszła ekwiwalentu pewności, C , odpowiada wartości generującej jednakową wartość psychologiczną, jak analizowana perspektywa, V , zgodnie z formułą:

$$v(Ce^{rt} - RP) = V, \text{ stąd } C = (v^{-1}(V) + RP) e^{-rt} \quad (87)$$

gdzie RP oznacza wartość punktu odniesienia, natomiast $v(\cdot)$ funkcję oceny. W celu określenia jego wartości na moment wykonania opcji, wartość ekwiwalentu pewności jest kapitalizowana⁵⁷ stopą dyskontową uwzględniającą profil ryzyka danej inwestycji, r , o okres pozostający do terminu wygaśnięcia opcji, t .

⁵⁶ W przypadku opcji inwestowania wartość wewnętrzną opcji odpowiadałaby $C_{wew} = V_T - I$, gdzie I stanowi wartość nakładu inwestycyjnego, natomiast V_T to wartość korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego w momencie terminie wygaśnięcia opcji, T .

⁵⁷ Możliwe jest stosowanie również kapitalizacji prostej uwzględniającej efektywną stopę dyskontową w analizowanym okresie.

W ramach modelu analitycznego wyceny opcji europejskiej założono jednakowe podejście w zakresie odwzorowania percepcji wartości, jak w przypadku modelu dwumianowego, wykorzystując funkcję oceny w jej kształcie proponowanym przez Tversky'ego i Kahnemana [1992], zgodnie z formułą (58).

Przypisywanie wag scenariuszom decyzyjnym na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia w przypadku modelu analitycznego wiąże się z transformacją rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego. W przypadku kumulatywnej teorii perspektywy wagi formułowane są na podstawie przyrostów wartości prawdopodobieństw, nie natomiast ich wartości bezwzględnych. Logarytmiczno-normalny rozkład wartości instrumentu bazowego, wynikający z założeń geometrycznego ruchu Browna i opisany formułą (84), odzwierciedla obiektywne, rzeczywiste prawdopodobieństwo realizacji wartości instrumentu bazowego. Przyrosty prawdopodobieństwa odzwierciedlone wartościami funkcji gęstości prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego, $f(V_T)$, są następnie konwertowane na przyrosty wag decyzyjnych z wykorzystaniem pierwszej pochodnej funkcji wagowej, $\Psi(\cdot)$. Konwersja prawdopodobieństw na wagi decyzyjne dokonywana jest odrębnie dla obszaru zysków i strat, z zastosowaniem odrębnego zestawu parametrów funkcji wagowej w obu tych obszarach, przez co w punkcie odniesienia występuje punkt nieciągłości. Wynika to z odmiennej percepcji prawdopodobieństw wystąpienia zysków oraz strat i przypisywania na ich podstawie wag decyzyjnych.

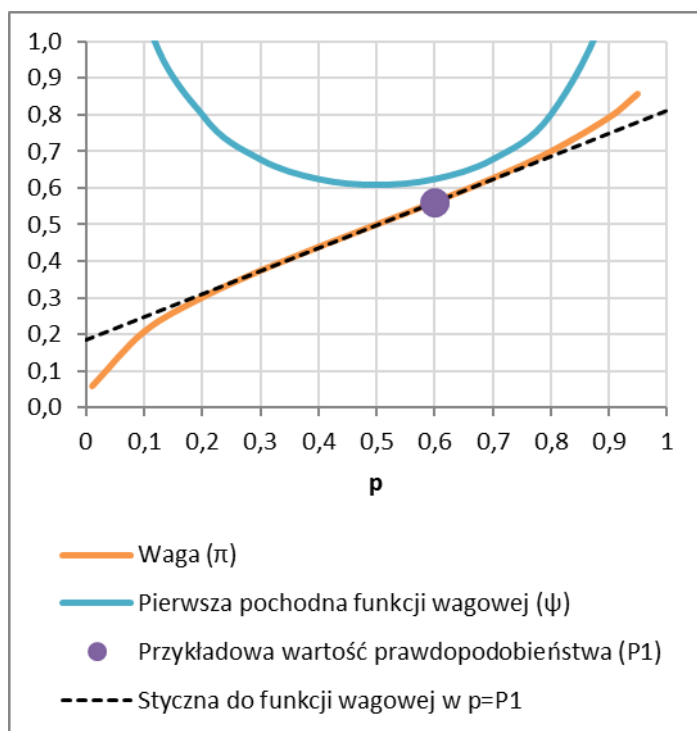
W ramach konstruowanego modelu analitycznego wyceny opcji europejskiej uwzględniającego elementy teorii perspektywy wykorzystano jednakową funkcję wagową, jak w przypadku modelu dwumianowego prezentowanego w podrozdziale 3.2 dysertacji. Jako funkcję wagową w ramach modelu wykorzystano funkcję Lattimore, Baker i Witte [1992] w jej wersji zmodyfikowanej o sposób uwzględnienia optymizmu jako doważania scenariuszy korzystnych dla decydenta, nie natomiast ogółu prawdopodobieństw, zgodnie z formułą (68). Istnieje możliwość wykorzystania alternatywnych formuł funkcji ważącej, których przykłady przedstawiono w tabeli 10.

Na potrzeby kalkulacji wag na podstawie rozkładu prawdopodobieństwa konieczne jest wyprowadzenie pierwszej pochodnej funkcji ważącej:

$$\Psi = \frac{d\pi(p)}{dp} = \begin{cases} \frac{(\gamma^+ \delta p^{\gamma^+ - 1} (\delta p^{\gamma^+} + (1-p)^{\gamma^+}) - \delta p^{\gamma^+} (\gamma^+ \delta p^{\gamma^+ - 1} - \gamma^+ (1-p)^{\gamma^+ - 1}))}{(\delta p^{\gamma^+} + (1-p)^{\gamma^+})^2}, & x \geq RP \\ \frac{(\gamma^- \frac{1}{\delta} p^{\gamma^- - 1} (\frac{1}{\delta} p^{\gamma^-} + (1-p)^{\gamma^-}) - \frac{1}{\delta} p^{\gamma^-} (\gamma^- \frac{1}{\delta} p^{\gamma^- - 1} - \gamma^- (1-p)^{\gamma^- - 1}))}{(\frac{1}{\delta} p^{\gamma^-} + (1-p)^{\gamma^-})^2}, & x < RP \end{cases} \quad (88)$$

Wykres 12 obrazuje funkcję wagową zgodnie z formułą (68), zaprezentowaną dla wartości parametrów $\delta = 1$ i $\gamma = 0,65$, jej pierwszą pochodną, wraz z prezentacją stycznej do funkcji wagowej (w przykładowym punkcie $P_1 = 60\%$), $\pi(60\%)$, której nachylenie odpowiada wartości pierwszej pochodnej funkcji ważącej, $\Psi(60\%)$.

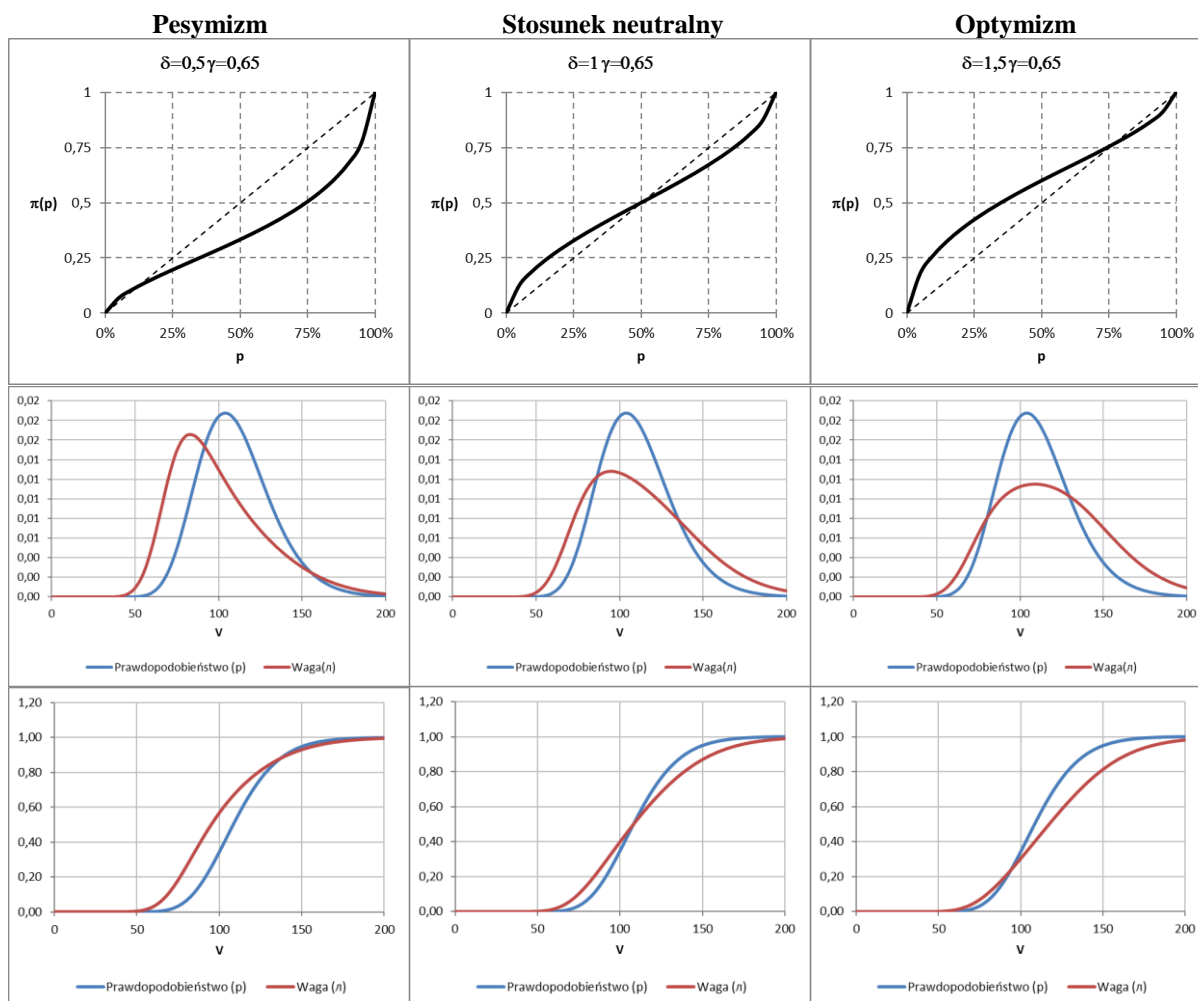
Wykres 12: Graficzna prezentacja funkcji ważącej dla $\delta = 1$ i $\gamma = 0,65$ oraz jej pierwszej pochodnej w punkcie $p = 60\%$



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 13 zaprezentowano kształt funkcji ważącej dla przykładowych różnych wartości parametru odzwierciedlającego poziom optymizmu, a także jego wpływ na przebieg funkcji gęstości (wykresy zaprezentowane w drugim wierszu) oraz dystrybuantę (wykresy zaprezentowane w trzecim wierszu) wag decyzyjnych. Wykresy umieszczone w środku odpowiadają neutralnej wartości parametru ($\delta = 0$). Na wykresach prezentowanych po lewej (prawej) stronie zaprezentowano kształt funkcji dla przypadku pesymizmu (optymizmu) decydena, *caeteris paribus*.

Wykres 13. Przebieg funkcji wag, funkcji gęstości oraz dystrybuanty wag w zależności od poziomu optymizmu (δ)



Źródło: opracowanie własne.

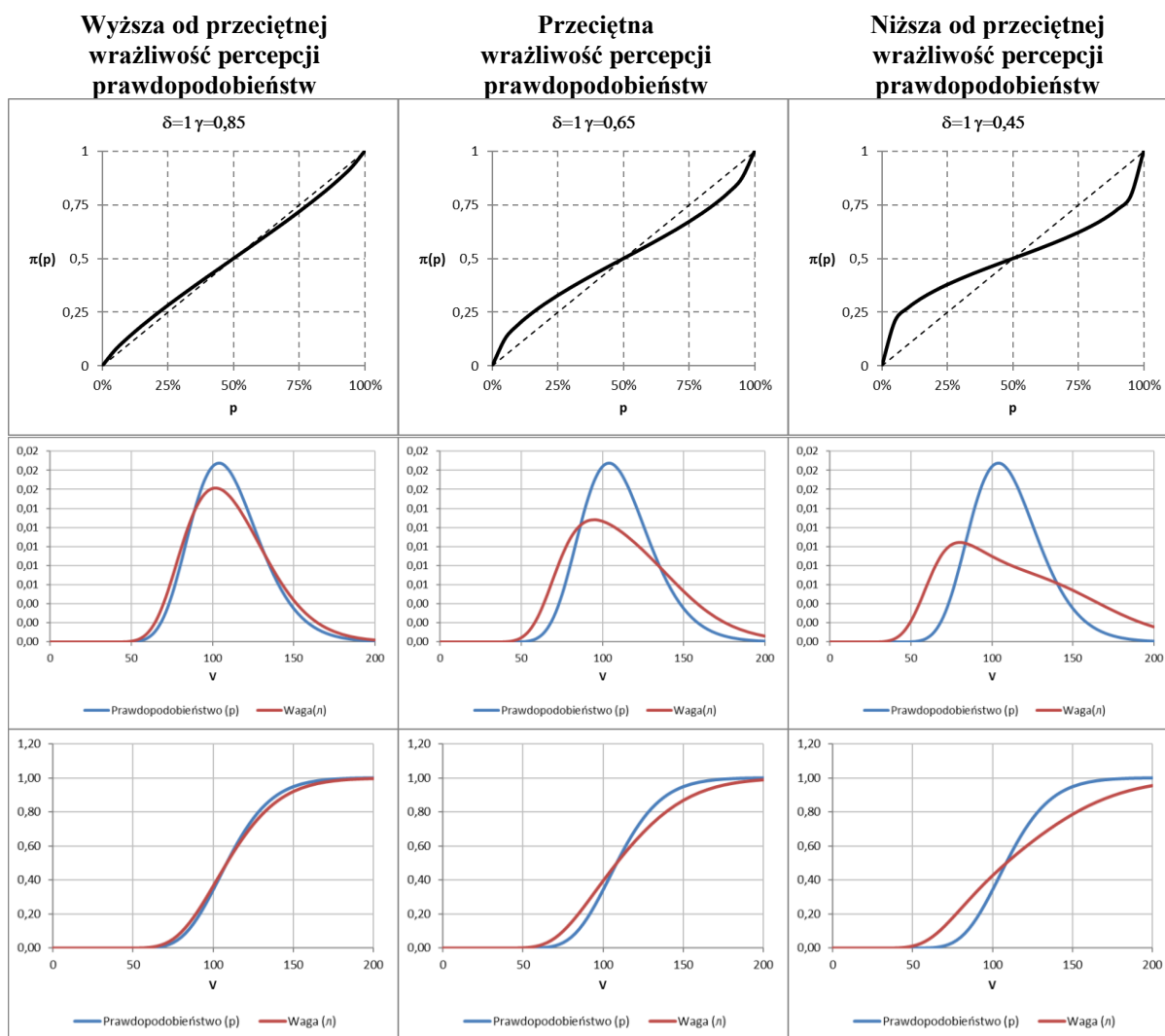
Wzrost poziomu optymizmu skutkuje rozciągnięciem pierwszej pochodnej funkcji wagowej w kierunku wartości dodatnich. W konsekwencji również dystrybuanta ulega przesunięciu ku wyższym wartościom. Wyższy poziom optymizmu oznacza dowożenie prawdopodobieństw wystąpienia wartości korzystnych z punktu widzenia decydenta, skutkując wzrostem wartości perspektywy.

Na wykresie 14 analogicznie zaprezentowano kształt funkcji ważącej dla przykładowych różnych wartości parametru odzwierciedlającego poziom wrażliwości na przyrosty prawdopodobieństw, a także jego wpływ na przebieg funkcji gęstości (wykresy zaprezentowane w drugim wierszu) oraz dystrybuantę (wykresy zaprezentowane w trzecim wierszu) wag decyzyjnych⁵⁸. Wykresy umieszczone w środku odpowiadają przeciętnej

⁵⁸ Symulację przeprowadzono dla zestawu parametrów opcji zakupu: wartość instrumentu bazowego w momencie $t = 0$ równa $V_0 = 100$, cena wykonania $I = 10$, punkt odniesienia na poziomie $RP = 10$, zmienność instrumentu bazowego opisana geometrycznym ruchem Browna o dryfie $\mu = 10\%$ i zmienności $\sigma = 20\%$.

wartości parametru γ wynikającego z badań empirycznych ($\gamma = 0,65$)⁵⁹. Na wykresach znajdujących się po lewej (prawej) stronie zaprezentowano kształt funkcji dla przykładowej wyższej (niższej) od przeciętnej wartości tego parametru, *caeteris paribus*. Spadek wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw powoduje wyższe rozproszenie funkcji gęstości wag oraz ich dystrybuanty.

Wykres 14. Przebieg funkcji wag, funkcji gęstości oraz dystrybuanty wag w zależności od poziomu wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw (γ)



Źródło: opracowanie własne.

Wartość opcji rzeczywistej C_0 w momencie $t = 0$ odpowiada wartości gotówki, jaką inwestor byłby skłonny zainwestować, uzyskując stopę zwrotu równą r , aby uzyskać jednakową subiektywną użyteczność jak w przypadku dysponowania opcją rzeczywistą. Przyszła wartość tej pewnej kwoty stanowi wartość psychologiczną równą wartości

⁵⁹ Wykorzystano wartość parametru γ skalkulowaną przez Tversky'ego i Kahnemana [1992], w uproszczeniu przyjmując na potrzeby prezentacji graficznej jego uśrednioną wartość dla obszaru zysków i strat. Badacze wskazali na wartość tego parametru w obszarze zysków równą $\gamma^+ = 0,61$ natomiast w przypadku strat $\gamma^- = 0,69$ (por. Tabela 11).

perspektywy związanej z posiadaniem opcji. W przypadku analitycznego modelu wyceny opcji europejskiej, uwzględniający etap oceny opisany w ramach kumulatywnej teorii perspektywy, sprowadza się to do następującej równości:

$$v(Ce^{rt} - RP) = \begin{cases} V_+, & RP < 0 \\ V_-, & RP \geq 0 \end{cases} \quad (89)$$

gdzie V_+ oraz V_- oznaczają wartości perspektywy związanej z posiadaniem opcji. Wartość perspektywy określana jest na podstawie odchyłeń względem punktu referencyjnego, stąd argumentem funkcji oceny, $v(\cdot)$, po lewej stronie równania (89) jest zysk lub strata rozumiana jako różnica pomiędzy przyszłą wartością ekwiwalentu pewności Ce^{rt} odzwierciedlającego wartość opcji, C , skapitalizowaną do momentu wykonania opcji, t , odpowiednią stopą dyskonta odzwierciedlającą profil ryzyka inwestycji, r .

Wartość perspektywy związanej z posiadaniem opcji określana jest na podstawie odchyłeń korzyści związanych z dysponowaniem opcją (wartości wewnętrznej opcji), $C_{wew}(V_T)$, względem punktu odniesienia, RP . Tak określony zysk lub strata stanowią argument funkcji oceny, co pozwala na określenie psychologicznej wartości wewnętrznej opcji, $v(C_{wew}(V_T) - RP)$. Wagi przypisywane są na podstawie funkcji gęstości prawdopodobieństwa przyszłej wartości instrumentu bazowego, $f(V_T)$, oraz pierwszej pochodnej funkcji wagowej, $\Psi[F(V_T)]$. Wartość perspektywy związanej z posiadaniem opcji stanowi całkę iloczynu przyrostów wag, $\Psi[F(V_T)]f(V_T)$, oraz przyrostów wartości psychologicznej wartości wewnętrznych opcji, $v(C_{wew}(V_T) - RP)dV_T$, w przedziale wartości instrumentu bazowego, V_T , sięgającym od ceny wykonania, X , do nieskończoności. Opcja wykonywana jest bowiem wyłącznie wtedy, gdy jest w cenie. Podejście to jest zgodne z modelem analitycznym kumulatywnej teorii perspektywy Davisa and Satchella [2007], którego zastosowanie do wyceny opcji zaprezentowano w formule (86).

W przypadku, gdy punkt odniesienia jest niższy od zera, dla dowolnych wartości instrumentu bazowego z przedziału $V_T \in \langle X, \infty \rangle$ wartość wewnętrzna opcji stanowi zysk względem punktu odniesienia. Wówczas wartość perspektywy związanej z posiadaniem opcji może zostać określona zgodnie z formułą (90) zakładającą zastosowanie parametrów funkcji oceny i funkcji wag właściwe dla obszaru zysków (co wskazano znakiem „+”).

$$V_+ = \int_X^{\infty} \Psi^+[F(V_T)]f(V_T)v^+(C_{wew}(V_T) - RP)dV_T \quad (90)$$

W przypadku, gdy punkt odniesienia ma wartość niższą od ceny wykonania opcji, wartość wewnętrzna opcji w przedziale wartości instrumentu bazowego $V_T \in \langle X, RP+X \rangle$ stanowi stratę względem punktu odniesienia, natomiast powyżej tego przedziału, tj. gdy

$V_T \in (RP+X, \infty)$, interpretowana jest jako zysk względem punktu referencyjnego. Stąd też wartość perspektywy złożona jest z dwóch składowych, kalkulowanych odrębnie dla obszaru zysków („+”) oraz strat („-”), ze względu na zróżnicowaną percepcją wartości i prawdopodobieństw w obu obszarach, zgodnie z formułą:

$$V_- = \int_X^{RP+X} \Psi^- [F(V_T)] f(V_T) v^-(C_{weW}(V_T) - RP) dV_T + \int_{RP+X}^{\infty} \Psi^+ [1 - F(V_T)] f(V_T) v^+(C_{weW}(V_T) - RP) dV_T \quad (91)$$

Wprowadzenie do modelu wyceny opcji punktu referencyjnego oraz zastosowanie zróżnicowanej percepcji wartości w obszarze zysków oraz strat, spójne z fundamentalnym założeniem teorii perspektywy, stanowi rozwinięcie propozycji Versluisa, Lehnerta i Wolffa [2010]. Jednocześnie analiza prowadzona w kontekście opcji rzeczywistych, wymagająca stosowania indywidualnych charakterystyk percepcji wartości i prawdopodobieństw, w tym wartości punktu odniesienia oraz parametrów funkcji ocen i wag, stanowi wkład do dotychczasowych rozważań prowadzonych w ramach literatury przedmiotu.

Po przekształceniu równania (89) z zastosowaniem formuły (87) uzyskać można całkowitą wartość opcji określoną na moment $t = 0$, wyrażoną w postaci ekwiwalentu pewności, zgodnie z poniższym wzorem:

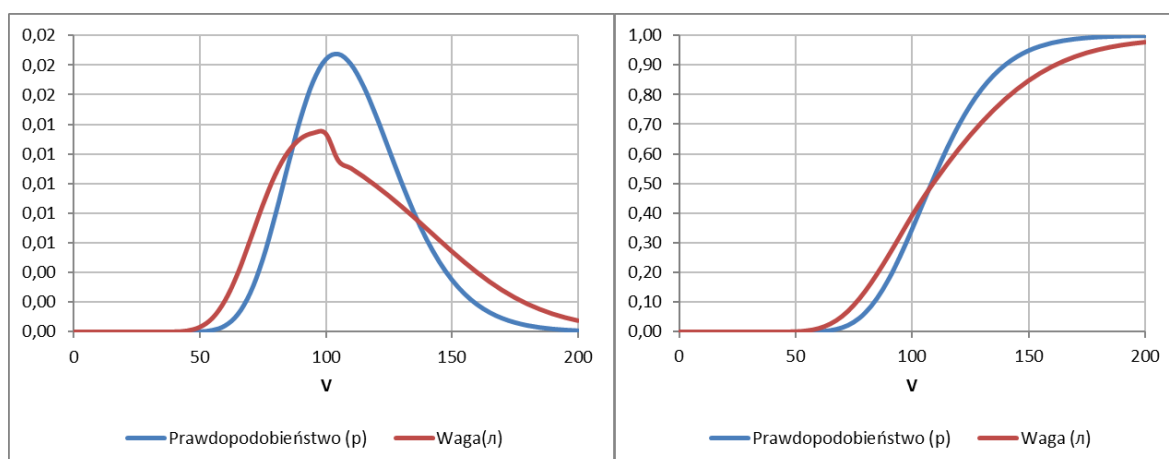
$$C = \begin{cases} [v^{-1}(V_+) + RP] e^{-rt}, & RP < 0 \\ [v^{-1}(V_-) + RP] e^{-rt}, & RP \geq 0 \end{cases} \quad (92)$$

Dla zobrazowania procesu wyceny jednookresowej europejskiej opcji rzeczywistej z wykorzystaniem modelu analitycznego uwzględniającego elementy kumulatywnej teorii perspektywy, wykorzystano liczbowy przykład wyceny hipotetycznej jednookresowej europejskiej opcji inwestowania, prezentowany w podrozdziale 3.2.1 dysertacji.

Hipotetyczna opcja inwestowania dotyczy możliwości odsunięcia w czasie realizacji projektu inwestycyjnego związanego z rozwojem telekomunikacyjnej sieci kablowej przez Firmę A oraz doprowadzeniem sygnału do mieszkańców nowopowstającego osiedla. Doprowadzenie sygnału przez Firmę A wymaga poniesienia nakładów inwestycyjnych w wysokości $I = 95 \text{ j.p.}$ Bieżąca wartość oczekiwana korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej w momencie $t = 0$ wynosi $V_0 = 100 \text{ j.p.}$ Na potrzeby prezentacji zastosowania modelu analitycznego przyjęto, że zmienność instrumentu bazowego opisana jest w postaci geometrycznego ruchu Browna o dryfie (wartości oczekiwanej rocznej stopy zwrotu z instrumentu bazowego) równym $\mu = 10\%$ oraz zmienności na poziomie $\sigma = 20\%$.

Na wykresie 15 zaprezentowano funkcję gęstości prawdopodobieństwa (po lewej stronie) oraz dystrybuantę (po prawej stronie) wartości instrumentu bazowego hipotetycznej opcji inwestowania oraz wag decyzyjnych przypisywanych na ich podstawie, przy założeniu przeciętnej wartości parametrów funkcji wag, wynikających z badań empirycznych ($\gamma^+ = 0,61$, $\gamma^- = 0,69$) [Tversky i Kahneman 1992].

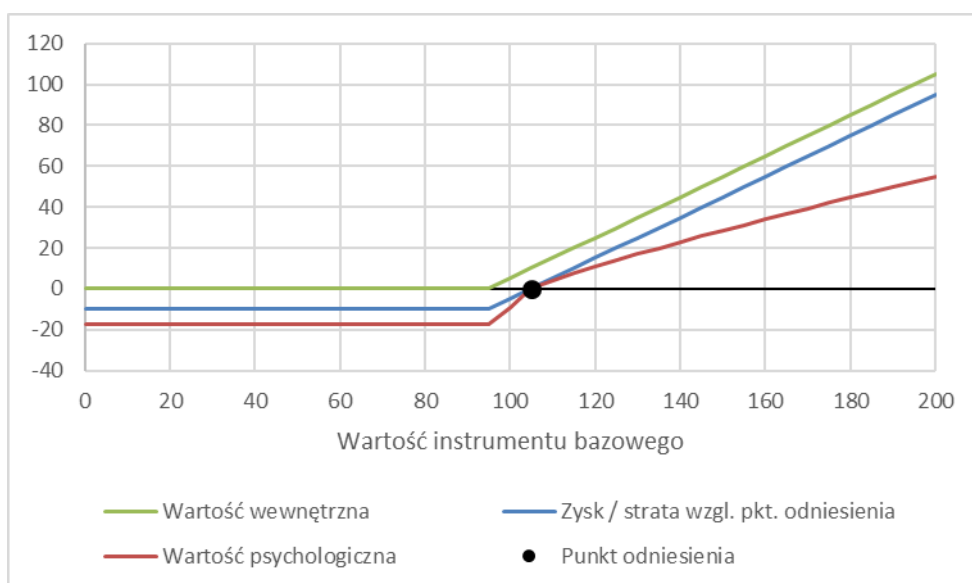
Wykres 15: Funkcja gęstości i dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego oraz wag



Źródło: opracowanie własne.

Proces kalkulacji wartości perspektywy związanej z posiadaniem opcji zakłada kalkulację wartości wewnętrznej, która w przypadku przykładowej opcji inwestycji definiowana jest jako $C_{wew}(V_T) = \max(0, V_T - I)$. Percepcja wartości dokonywana jest na podstawie odchylenia wartości wewnętrznej opcji względem punktu odniesienia ($C_{wew}(V_T) - RP$). Tak określone zyski lub straty są podstawą określenia wartości psychologicznej, z zastosowaniem funkcji oceny. Na potrzeby przykładu liczbowego założono następujące charakterystyki funkcji oceny: $\alpha = \beta = 0,88$ oraz $\lambda = 2,25$, zgodnie z ich wartościami przeciętnymi wynikającymi z badań empirycznych Tversky'ego i Kahnemana [1992]. Na wykresie 16 zaprezentowano wyniki kalkulacji wartości wewnętrznej analizowanej przykładowej opcji inwestowania dla różnych wartości instrumentu bazowego, a także skalkulowane na ich podstawie wartości odchylenia względem punktu referencyjnego, jak i wartość psychologiczną tychże odchylenia.

Wykres 16: Kalkulacja psychologicznej wartości wewnętrznej przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości instrumentu bazowego



Źródło: opracowanie własne.

Wartość perspektywy związanej z posiadaniem przykładowej opcji inwestowania określana jest z wykorzystaniem formuły (91), przy czym graficzną prezentację wartości wyrażenia $v(C_{wew}(V_T) - RP)$, odpowiadającego psychologicznej wartości wewnętrznej opcji, zawiera wykres 16, natomiast wyrażenie $\Psi[F(V_T)]f(V_T)$, odpowiada wartości dystrybuanty wag, którego graficzną prezentację obrazuje wykres 15. Wartość perspektywy związanej z posiadaniem przykładowej opcji inwestowania stanowi całość skalkulowaną dla przedziału wartości instrumentu bazowego $V_T \in (RP+X, \infty)$. W przypadku przykładowej opcji inwestowania tak skalkulowana wartość perspektywy związanej z posiadaniem opcji wynosi $V_- = 4,47$.

Określenie wartości opcji polega na ustaleniu kwoty, której przyszła wartość, skapitalizowana z zastosowaniem stopy dyskonta właściwej analizowanej inwestycji, oznacza dla decydenta jednakową wartość psychologiczną, jak korzyści związane z posiadaniem opcji. W analizowanym przykładzie wartość psychologiczna korzyści związanych z posiadaniem opcji wynosi 4,47. Wartość bieżąca ekwiwalentu pewności tej kwoty ustalana jest z zastosowaniem równania (92), przy założeniu stopy dyskonta odzwierciedlającej profil ryzyka analizowanej inwestycji na poziomie $r = 10\%$, jako:

$$C = [v^{-1}(V_-) + RP]e^{-rt} = \left[4,47^{0,88} + 10\right]e^{-10\%} = 14,01 \quad (93)$$

Wartość $C = 14,01$ j.p. stanowi wyrażoną w postaci ekwiwalentu pewności wartość całkowitą analizowanej przykładowej opcji inwestowania. Uzyskanie niezwłocznie pewnej kwoty 14,01 j.p. przyniesie decydentowi jednakową subiektywnie odczuwaną wartość, jak korzyści

wynikające z posiadania opcji. Wartość ta odpowiada wartości całkowitej analizowanej przykładowej opcji inwestowania ustalonej na moment $t = 0$ z wykorzystaniem modelu analitycznego uwzględniającego elementy kumulatywnej teorii perspektywy.

W celu walidacji wpływu percepcji wartości i prawdopodobieństw zgodnie z kumulatywną teorią perspektywy dokonano analogicznej kalkulacji wartości opcji przy założeniu neutralnych wartości parametrów funkcji oceny oraz wag ($\alpha, \beta, \lambda, \delta, \gamma = 1$). Parametry te odpowiadają w pełni racjonalnej i obiektywnej percepcji wartości oraz przypisywania wag scenariuszom decyzyjnym zgodnie z rzeczywistym prawdopodobieństwem ich wystąpienia. Jest to szczególnie przypadek skonstruowanego modelu wyceny opcji, odpowiadający założeniom finansów neoklasycznych. W konsekwencji, uzyskana wartość powinna odpowiadać wynikowi wyceny opcji przeprowadzonej z zastosowaniem modelu Blacka-Scholesa. Kalkulacja taka stanowi jednocześnie jedną z metod walidacji skonstruowanego modelu uwzględniającego elementy kumulatywnej teorii perspektywy. Opis procesu wyceny przykładowej opcji inwestowania z zastosowaniem modelu analitycznego zgodnie z podejściem klasycznym do wyceny zawiera załącznik 2 do rozprawy.

Uzyskany wynik wyceny opcji, skalkulowany przy założeniu w pełni racjonalnej percepcji wartości i prawdopodobieństw, zgodnie z hipotezą użyteczności oczekiwanej, wynosi $C = 16,44 \text{ j.p.}$ Jest to jednocześnie wartość opcji określona z wykorzystaniem formuły Blacka-Scholesa. Wartość analizowanej przykładowej opcji inwestowania określona z wykorzystaniem modelu analitycznego uwzględniającego elementy kumulatywnej teorii perspektywy, przy założeniu przeciętnych wartości parametrów funkcji ważącej i oceny ($\alpha = \beta = 0,88, \lambda = 2,25, \gamma^* = 0,61, \gamma = 0,69, \delta = 0$) oraz punktu odniesienia na poziomie $RP = 10 \text{ j.p.}$, jest zatem niższa od określonej przy założeniu w pełni racjonalnej percepcji wartości i prawdopodobieństw, zgodnie z hipotezą użyteczności oczekiwanej.

Niższa wartość opcji uzyskana przy założeniu percepcji wartości i prawdopodobieństw zgodnej z kumulatywną teorią perspektywy wynika z niedoważania prawdopodobieństw w obszarze dodatnich, umiarkowanych wartości wewnętrznych opcji, stanowiących zysk względem punktu odniesienia (por. wykres 15). Relatywnie wysokie prawdopodobieństwo realizacji wartości instrumentu bazowego w przedziale odpowiadającym wartości wewnętrznej opcji nieznacznie przekraczającej wartość punktu odniesienia, ze względu na ograniczoną wrażliwość percepcji prawdopodobieństw (parametr funkcji ważącej $\gamma < 1$), skutkuje niższą wartością wag przypisywanych możliwości ukształtowania się wartości wewnętrznej opcji w tym przedziale. Zjawiska tego nie rekompensuje w pełni wyższa wartość wag przypisywanych w prawym ogonie funkcji gęstości wag, tj. w przedziale odpowiadającym

scenariuszom wystąpienia wysokich wartości wewnętrznych opcji, wynikająca z przeszacowania prawdopodobieństw niskich i przypisywania im wag przekraczających wartość prawdopodobieństwa.

Jednocześnie malejąca wrażliwość na kolejne przyrosty wartości zysków skutkuje niższą postrzeganą ich wartością, co prowadzi do obniżenia psychologicznej wartości wewnętrznej opcji powyżej punktu odniesienia (por. wykres 16). Awersja do strat powoduje spadek psychologicznej wartości wewnętrznej opcji poniżej punktu odniesienia, który to spadek nie jest w pełni rekompensowany malejącą wrażliwością na kolejne przyrosty strat. W konsekwencji zysk, jaki przynieść ma wartość opcji, tj. kwota pewna uzyskiwana w zamian za korzyści wynikające z posiadania opcji, maleje ze względu na możliwość poniesienia strat względem punktu odniesienia, które ze względu na zjawisko awersji do strat skutkują większym uszczerbkiem wartości perspektywy niż potencjalne, możliwe do osiągnięcia zyski wynikające z posiadania opcji.

* * *

W ramach niniejszego rozdziału przedstawiono propozycję modelu wyceny opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Uwzględniono percepcję wartości dokonywaną w sposób względny, w relacji do pewnego punktu odniesienia, a także percepcję wartości i przypisywanie wag decyzyjnych na podstawie prawdopodobieństw w sposób opisany funkcjami oceny i wag. Model skonstruowano w dwóch wersjach – numerycznej, opartej na analizie drzew dwumianowych, oraz analitycznej. Model dwumianowy rozwinięto także poprzez wprowadzenie horyzontu wielookresowego analizy.

Przedstawiona propozycja stanowi uzupełnienie występującej w literaturze luki badawczej związanej z konstrukcją modelu wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Poczyniony wkład do nauki dotyczy w szczególności (1) konstrukcji modelu dwumianowego, odznaczającego się prostotą, zwiększającą aplikacyjność prezentowanego podejścia, (2) wprowadzenie horyzontu wielookresowego analizy, umożliwiającego analizę wartości i momentu wykonania opcji amerykańskiej, co ma szczególne znaczenie w przypadku opcji realnych, (3) uwzględnienie wartości punktu odniesienia, stanowiącego kluczowy element teorii perspektywy, dotychczas pomijany w modelach prezentowanych w literaturze, a także (4) przeprowadzenie analizy w kontekście opcji realnych, w przypadku których szczególne znaczenie mają indywidualne uwarunkowania percepcji jednostek.

Zaprezentowane modele stanowią przede wszystkim propozycję bardziej ogólnego podejścia do uwzględnienia w szacowaniu wartości opcji elementów teorii perspektywy, umożliwiając liczne modyfikacje, pozwalające na rozszerzenie badań prowadzonych z jego

wykorzystaniem. Ciekawym kierunkiem dalszego rozwoju modelu byłoby dopuszczenie możliwości zmian w czasie wartości punktu odniesienia oraz parametrów opisujących percepcję wartości i prawdopodobieństw, jak i rozbudowanie analizy o inklinacje behawioralne w zakresie aktualizacji przekonań. Uwzględnienie czynnika czasu w przypadku opcji wielookresowych warto byłoby uzupełnienia o zjawiska związane z wnioskowaniem o przyszłości na podstawie zdarzeń minionych, czy anomalie wyborów międzyokresowych, choćby w postaci dyskontowania hiperbolicznego. Prezentowane podejście w ramach dalszych badań warto byłoby w końcu uzupełnić o inne, poza opisanymi w ramach teorii perspektywy, zjawiska związane z percepcją wartości opcji realnych, związane z budowaniem przekonań i kształtowaniem preferencji, czy wpływem otoczenia.

Model wyceny opcji uwzględniający elementy teorii perspektywy, poza walorem poznawczym związanym z wpływem percepcji wartości i prawdopodobieństw na postrzeganą wartość opcji i moment jej wykonania, może stanowić punkt wyjścia do analizy opcji powszechnych. Wprowadzenie elementów teorii perspektywy, stanowiącej deskryptywny model podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka, pozwala na odwzorowanie towarzyszących tym decyzjom inklinacji behawioralnych. Ich uwzględnienie znajduje szczególne uzasadnienie w ramach analizy percepcji wartości i momentu wykonania opcji przez konkurentów w sytuacjach strategicznych.

Rozdział 4

WARTOŚĆ OPCJI RZECZYWISTEJ I MOMENT JEJ WYKONANIA PRZY UWZGLĘDNIENIU ELEMENTÓW TEORII PERSPEKTYWY

Realizacja szóstego i siódmego celu szczegółowego rozprawy wymagała przeprowadzenia symulacji numerycznych z wykorzystaniem modelu szacowania wartości opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy, opisanego w rozdziale trzecim.

Przeprowadzone symulacje obejmują dwa zasadnicze obszary. Pierwszym z nich jest oszacowanie wartości opcji rzeczywistej postrzeganej przez podmiot ją posiadający w zależności od przyjmowanego przez ten podmiot punktu odniesienia, a także charakteryzujących go indywidualnych parametrów funkcji ważącej oraz funkcji oceny. Symulacje przeprowadzone zostały zarówno dla modelu dwumianowego, jak i przy zastosowaniu modelu analitycznego.

Drugim obszarem symulacji jest zbadanie wpływu powyższych indywidualnych cech podmiotu dysponującego opcją rzeczywistą na moment wykonania tej opcji.

Niniejszy rozdział kończą rozważania w zakresie wpływu indywidualnych cech psychologicznych podmiotów na rozkład wypłat w sytuacji, gdy opcja rzeczywista jest opcją powszechną. Stanowią one przyczynek do analizy sytuacji strategicznych związanych z opcjami rzeczywistymi, w stosunku do których nie istnieje prawo wyłączności, uwzględniającej elementy teorii perspektywy.

Całość zamyka podsumowanie prezentujące najważniejsze spostrzeżenia dokonane w ramach przeprowadzonych symulacji i analiz.

4.1. Wartość opcji rzeczywistej w kontekście teorii perspektywy

4.1.1. Założenia przeprowadzonych symulacji

Istotą przeprowadzonych symulacji było oszacowanie wartości hipotetycznej opcji rzeczywistej dla różnych kombinacji zmiennych wejściowych modelu jej wyceny uwzględniającego elementy teorii perspektywy, zaprezentowanego w rozdziale trzecim rozprawy. W ramach niniejszego rozdziału zbadano wpływ poszczególnych parametrów definiujących sposób postrzegania wartości i prawdopodobieństw przez podmiot posiadający opcję rzeczywistą na postrzeganą przez niego wartość opcji. Podstawą przeprowadzonych symulacji była hipotetyczna jednookresowa opcja inwestowania zaprezentowana w podrozdziale 3.2.1 dysertacji.

Symulacje przeprowadzono dla dwóch wersji modelu szacowania wartości opcji rzeczywistej – dwumianowego oraz analitycznego. Wersje te różnią się przede wszystkim sposobem modelowania zmienności instrumentu bazowego. Model dwumianowy zakłada, że wartość instrumentu bazowego może wzrosnąć albo spaść o określony wskaźnik zmienności,

przez co uwzględnia każdorazowo dwa możliwe przyszłe stany natury. Model analityczny pozwala natomiast na modelowanie zmienności wartości instrumentu bazowego w postaci rozkładu prawdopodobieństwa, umożliwiając uwzględnienie nieskończonej liczby stanów natury. Co więcej, umożliwia implementację elementów teorii perspektywy w jej postaci kumulatywnej oraz dokładniejszą analizę wpływu procesu szacowania wag na wartość opcji. W przypadku hipotetycznej opcji inwestowania będącej przedmiotem symulacji, różnica w zakresie zastosowania obu wersji modelu dotyczy uwzględnienia przyszłych scenariuszy co do wartości zdyskontowanych korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego. W przypadku modelu dwumianowego zakłada się dwa scenariusze: wzrost albo spadek wartości korzyści z realizacji projektu, natomiast w przypadku modelu ciągłego przyszła wartość zdyskontowanych przepływów pieniężnych z realizacji projektu inwestycyjnego opisana jest rozkładem logarytmicznym normalnym.

W ramach symulacji zawartych w niniejszym rozdziale badany jest wpływ indywidualnych psychologicznych cech podmiotu dysponującego opcją rzeczywistą na wartość tej opcji. Cechy te charakteryzują sposób podejmowania decyzji ekonomicznych przez dany podmiot w warunkach ryzyka i dotyczą percepcji wartości oraz prawdopodobieństw. Odzwierciedlone są parametrami funkcji wazącej oraz funkcji oceny, a także punktem odniesienia, względem którego jednostka ocenia wartości jako zysk lub stratę, zgodnie z założeniami teorii perspektywy.

Zmiennymi wejściowymi modelu, będącymi przedmiotem symulacji zawartych w niniejszym rozdziale, są zatem następujące wielkości:

1. parametry funkcji wartości:
 - 1.1. parametr *alfa* (α) – mierzący wrażliwość na kolejne przyrosty zysków,
 - 1.2. parametr *beta* (β) – mierzący wrażliwość na kolejne przyrosty strat,
 - 1.3. parametr *lambda* (λ) – mierzący skalę awersji do ryzyka,
2. parametry funkcji wazącej:
 - 2.1. parametr *gamma+* (γ^+) – mierzący wrażliwość na kolejne przyrosty prawdopodobieństwa w obszarze zysków,
 - 2.2. parametr *gamma-* (γ^-) – mierzący wrażliwość na kolejne przyrosty prawdopodobieństwa w obszarze strat,
 - 2.3. parametr *delta* (δ) – mierzący optymizm,
3. punkt odniesienia (*RP*) – względem którego wartości oceniane są jako zysk lub strata.

Wartość wskazanych wyżej parametrów uzależniona jest od indywidualnych cech psychologicznych podmiotu, wpływając na przebieg jego funkcji oceny oraz funkcji ważącej, opisujące subiektywną percepcję wartości i prawdopodobieństw. Z tego względu postrzegana przez niego wartość opcji jest z natury subiektywna i może różnić się od wartości opcji postrzeganej przez inne podmioty.

Zmienną wyjściową modelu, będącą przedmiotem analiz zawartych w niniejszym rozdziale, jest miara odpowiadająca subiektywnie postrzeganej wartości opcji rzeczywistej przez podmiot nią dysponujący. Wartość ta mierzona jest z wykorzystaniem ekwiwalentu pewności, to jest kwoty wyrażonej w pieniądzu, która, otrzymana niezwłocznie, przysporzyłaby właścicielowi opcji rzeczywistej subiektywnie postrzeganych przez niego korzyści równych korzyściom wynikającym z posiadania przez niego opcji. W dalszej części niniejszego rozdziału poprzez wartość opcji rzeczywistej rozumiana będzie jej wartość wyrażona w postaci ekwiwalentu pewności.

Symulacje wartości opcji rzeczywistej w zależności od wartości parametrów funkcji ważącej oraz funkcji oceny przeprowadzono poprzez oszacowanie wartości ekwiwalentu pewności dla różnych kombinacji wartości zmiennych wejściowych. Wartości zmiennych wejściowych dobierano natomiast każdorazowo przy założeniu zmiany wartości jednego z parametrów funkcji ważącej lub funkcji oceny względem jego wartości wyjściowej, *caeteris paribus*, a więc przy założeniu utrzymania się niezmięionej wartości pozostałych parametrów. Tym samym dokonano weryfikacji, w jaki sposób zmieni się wartość opcji pod wpływem zmiany wartości danego, wybranego parametru. Symulację przeprowadzono każdorazowo dla różnych wartości punktu odniesienia w celu zobrazowania, w jaki sposób jego wartość wpływa na zależności pomiędzy danym parametrem funkcji ważącej lub funkcji oceny a wartością opcji mierzoną ekwiwalentem pewności.

Symulację przeprowadzono w dwóch wariantach, różniących się założeniami co do wartości początkowych zmiennych wejściowych modelu. Pierwsza wersja przeprowadzonych symulacji (symulacja 1) zakłada, że wszystkie parametry funkcji ważącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającym zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości neutralne, tj. charakterystyczne dla podmiotu w pełni racjonalnego. Są to wartości, przy których subiektywnie postrzegane wartości oraz wagi, określone poprzez funkcję oceny i funkcję ważącą, odpowiadają obiektywnym wartościom oraz rzeczywiście obserwowanym prawdopodobieństwom. W ramach drugiego z wariantów (symulacja 2) przyjęto natomiast wyjściowe wartości parametrów modelu w ich wartości typowej, oszacowanej przez Tversky i Kahneman [1992]. Są to przeciętne wartości parametrów funkcji wartości i funkcji oceny,

jakie zostały oszacowane na podstawie badań empirycznych. Wartości początkowe zmiennych wejściowych modelu przyjęte w obu wariantach symulacji zaprezentowano w tabeli 11.

Tabela 11: Wartości wyjściowe parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny przyjęte do symulacji

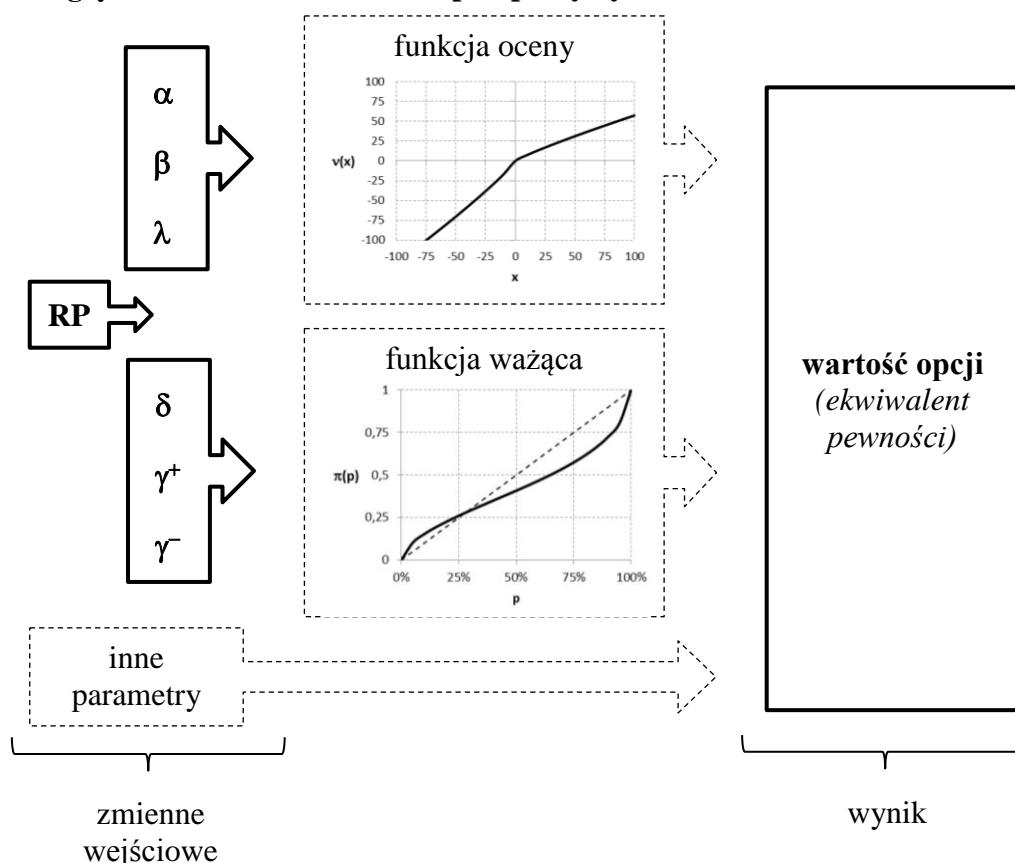
Funkcja	Parametr	Znaczenie	Wartość neutralna (symulacja 1)	Wartość typowa (symulacja 2)
Funkcja oceny	alfa (α)	wrażliwość na kolejne przyrosty zysków	1	0,88
	beta (β)	wrażliwość na kolejne przyrosty strat	1	0,88
	lambda (λ)	awersja do ryzyka	1	2,25
Funkcja ważąca	delta (δ)	optymizm	1	n/d (1,00)
	gamma+ (γ^+)	wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w obszarze zysków	1	0,61
	gamma- (γ^-)	wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w obszarze strat	1	0,69

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Tversky i Kahneman 1992].

Zastosowane podejście oparte na dwukrotnym przeprowadzeniu symulacji liczbowych, różniących się zestawem początkowych wartości parametrów modelu, ma na celu zobrazowanie, w jaki sposób wartości pozostałych parametrów, poza parametrem podlegającym badaniu, wpływa na charakter obserwowanych zależności pomiędzy wartością opcji a badanym parametrem.

Istotę przeprowadzonych symulacji w zakresie wpływu parametrów określających sposób postrzegania wartości i prawdopodobieństw przez podmiot dysponujący opcją rzeczywistą na wartość tej opcji zaprezentowano na schemacie 23.

Schemat 23: Istotna symulacji liczbowych w zakresie wartości opcji rzeczywistej przy uwzględnieniu elementów teorii perspektywy



Źródło: opracowanie własne.

Do kalkulacji przyjęto wartość stopy dyskontowej równą $r = 10\%$. Jest to stopa dyskontowa obciążona ryzykiem, uwzględniająca profil ryzyka inwestycji.

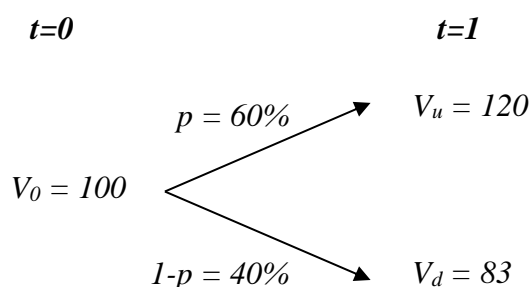
Symulacje zostały przeprowadzone z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego Microsoft Excel 2010 oraz zestawu autorskich makr i funkcji napisanych w języku programowania Visual Basic for Applications.

4.1.2. Symulacje wartości przykładowej opcji rzeczywistej przeprowadzone z wykorzystaniem modelu dwumianowego

W niniejszym podrozdziale przedstawiono wyniki symulacji przeprowadzonych z wykorzystaniem modelu dwumianowego prezentowanego w podrozdziale 3.2.1 dysertacji. W przypadku modelu dwumianowego zakłada się, że wartość instrumentu bazowego może wzrosnąć lub spaść z określonym prawdopodobieństwem. Na potrzeby symulacji opisanych w niniejszym rozdziale wykorzystano przykład liczbowy hipotetycznej opcji inwestowania, związanej z budową telekomunikacyjnej sieci kablowej, prezentowany w podrozdziale 3.2.1 dysertacji. Zgodnie z tym przykładem przyjęto, że korzyści z wykonania hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania w momencie $t = 0$ mają wartość $V_0 = 100$, natomiast

w okresie $t = 1$ mogą wzrosnąć z prawdopodobieństwem $p = 60\%$ lub spaść z prawdopodobieństwem $1-p = 40\%$. Przyjęto również, iż roczna zmienność wartości korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego wynosi $\sigma = 20\%$. Oznacza to, że w przypadku korzystnej zmiany sytuacji rynkowej wartość korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego wzrośnie o wskaźnik wzrostu $u = 1,20$, uzyskując wartość $V_u = 120$ j.p. W przypadku niekorzystnej zmiany otoczenia wartość korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego spadnie o wskaźnik spadku $d = \frac{1}{u} = 0,83$, uzyskując wartość $V_d = 83$ j.p. Na schemacie 24 zaprezentowano drzewo dwumianowe obejmujące wartości instrumentu bazowego przykładowej opcji inwestowania.

Schemat 24: Wartość instrumentu bazowego przykładowej opcji inwestowania



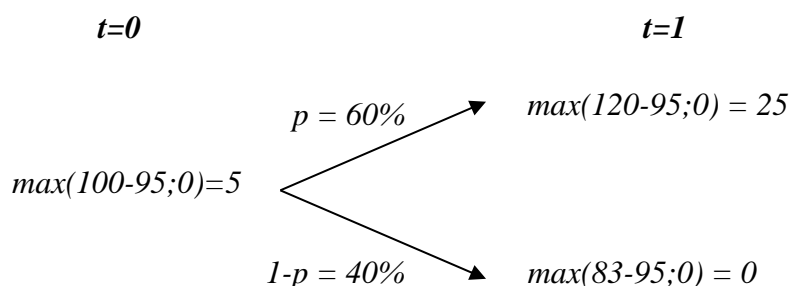
Źródło: opracowanie własne.

Wartość wewnętrzną opcji inwestowania szacowana jest w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego, zgodnie z formułą:

$$C_{w,i,t} = \max(V_{i,t} - I; 0), \quad (1)$$

gdzie: $V_{i,t}$ odpowiada wartości instrumentu bazowego w momencie t i i -tym stanie natury, natomiast I stanowi wartość nakładów inwestycyjnych związanych z realizacją projektu inwestycyjnego i w przypadku hipotetycznej opcji inwestowania wynosi $I = 95$ j.p. Wartość wewnętrzną przykładowej opcji inwestowania w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego zaprezentowano na schemacie 25.

Schemat 25: Wartość wewnętrzną przykładowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie wartości wewnętrznych opcji oraz informacji o prawdopodobieństwie wzrostu lub spadku wartości instrumentu bazowego w poszczególnych okresach, a także przy

uwzględnieniu założonej stopy dyskonta, szacowana jest wartość całkowita opcji. Dla uzyskania porównywalności wartości, symulacje obejmują szacowanie ekwiwalentu pewności korzyści wynikających z dysponowania opcją.

Ponieważ wartość wewnętrzna opcji w momencie jej wygaśnięcia jest znana (pewna), w terminie wygaśnięcia opcji ekwiwalent pewności odpowiada rzeczywistej wyrażonej w jednostkach pieniężnych wartości korzyści wynikających z posiadania opcji. Ze względu na powyższe, wartości opcji w momencie jej wygaśnięcia nie jest przedmiotem analizy w ramach niniejszego podrozdziału. Badaniu w ramach przeprowadzonych symulacji poddano natomiast wartość opcji w okresie $t = 0$, bowiem w momencie tym przyszłe korzyści z tytułu posiadania opcji nie są pewne.

Wartość całkowita hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania, C_0 , wynikać będzie z równania (66) prezentowanego w rozdziale trzecim rozprawy. Po uwzględnieniu sposobu kalkulacji wartości wewnętrznej opcji inwestowania równanie to przyjmuje postać:

$$C_0 = \frac{\nu^{-1}(\pi(p)\nu(\max(V_u - I) - RP) + \pi(1 - p)\nu(\max(V_d - I) - RP)) + RP}{(1 + r)} \quad (94)$$

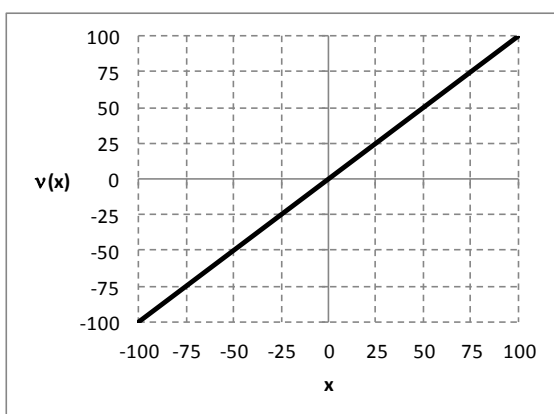
Zgodnie z modelem prezentowanym w rozdziale trzecim rozprawy założono postrzeganie wartości wewnętrznej opcji jako zysku lub straty względem punktu odniesienia, RP . Przyjęto, że sposób postrzegania tych wartości odzwierciedlony jest poprzez funkcję wartości, $\nu(x)$, opisaną równaniem (58). Założono również, iż szacowanie wag przypisywanych poszczególnym scenariuszom odbywa się na podstawie prawdopodobieństw ich wystąpienia, w sposób określony funkcją ważącą $\pi(p)$, opisaną równaniem (67). Wartości wyjściowe parametrów obu funkcji przyjęte na potrzeby symulacji liczbowych zaprezentowano w tabeli 11. W ramach przeprowadzonych symulacji liczbowych każdorazowo zmianie podlega wartość jednego z parametrów funkcji ważącej lub funkcji oceny, *caeteris paribus*.

Model szacowania wartości opcji na podstawie drzewa dwumianowego zakłada w swojej konstrukcji znaczące uproszczenie sposobu modelowania zmienności instrumentu bazowego, uwzględniając dwa scenariusze przyszłych stanów natury, którym przypisane są punktowe wartości prawdopodobieństw ich wystąpienia. Symulacje przeprowadzone na podstawie modelu dwumianowego nie pozwalają na szczegółowe badanie wpływu poziomu wrażliwości na zmiany wartości prawdopodobieństw na wartość opcji. Stąd też, w przypadku parametru funkcji ważącej *gamma* (γ), mierzącego wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństw, dokonano uproszczenia symulacji liczbowych, zakładając, że parametr ten jest jednakowy w obszarze zysków, jak i strat, to jest że $\gamma^+ = \gamma^-$. Parametrowi temu przypisano wyjściową wartość $\gamma = \gamma^+ = \gamma^- = 1$ w przypadku wariantu pierwszego symulacji,

wychodzącego od neutralnych wartości parametrów. W wariacie drugim symulacji, bazującym na typowych wartościach parametrów, wynikających z badań empirycznych, wartość wyjściową parametru γ przyjęto jako $\gamma = \gamma^+ = \gamma^- = 0,65$, co odpowiada wartości średniej γ^+ oraz γ^- . Zaproponowane podejście, w przypadku modelu dwumianowego opartego na punktowych wartościach prawdopodobieństwa wzrostu oraz spadku wartości instrumentu bazowego, jest wystarczające dla zaobserwowania badanych zależności.

W pierwszej kolejności przeprowadzono symulacje przy założeniu, że wszystkie parametry funkcji wazącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającym zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości neutralne (symulacja 1). W konsekwencji funkcja wartości $v(x)$ przyjmuje kształt, jaki zaprezentowano na wykresie 17.

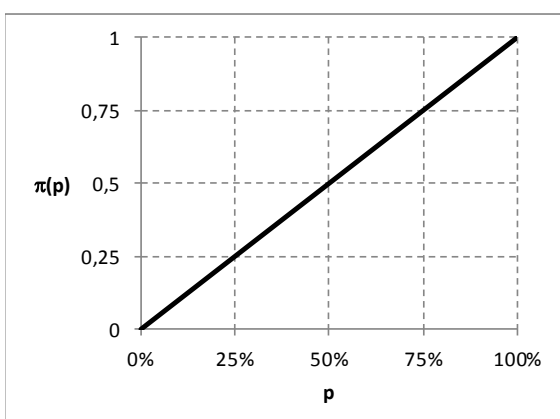
Wykres 17: Funkcja oceny dla neutralnych wartości parametrów (symulacja 1)



Źródło: opracowanie własne.

Kształt funkcji wazącej dla neutralnej wartości jej parametrów zaprezentowano na wykresie 18.

Wykres 18: Funkcja waząca dla neutralnych wartości parametrów (symulacja 1)

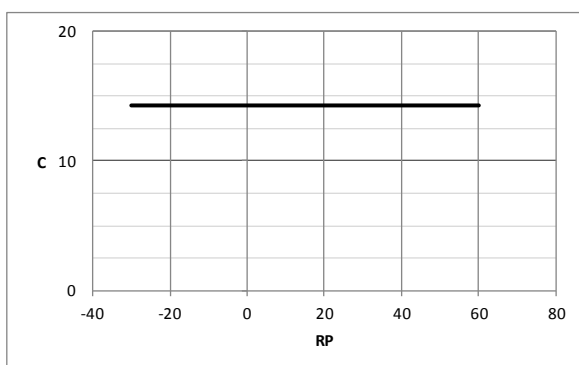


Źródło: opracowanie własne.

Zbadano zależność wartości całkowitej hipotetycznej opcji inwestowania, C , od wartości punktu odniesienia, RP , oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, σ .

W przypadku, gdy wszystkie parametry funkcji wazacej i funkcji oceny przyjmują wartość równą 1, wartość przyjmowanego punktu odniesienia nie ma wpływu na wartość opcji. Wartość ekwiwalentu pewności odpowiada pieniężnej wartości korzyści płynących z posiadania opcji. Wyniki kalkulacji wartości opcji inwestowania, C , w zależności od wartości punktu odniesienia, RP , przy założeniu $\sigma = 20\%$, zaprezentowano na wykresie 19.

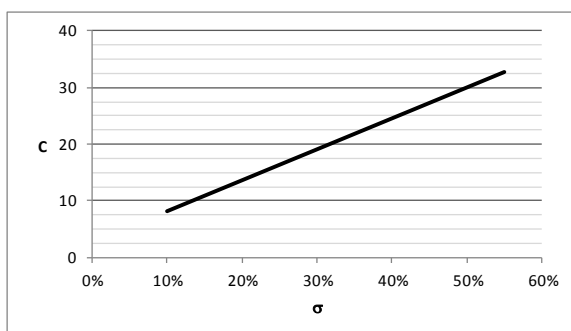
Wykres 19: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Jednocześnie, wyższa zmienność wartości instrumentu bazowego powoduje wzrost wartości opcji. Dzieje się tak, ponieważ rosnąca zmienność prowadzi do wzrostu wartości korzyści wynikających z posiadania opcji w sytuacji przyszłych korzystnych zmian sytuacji rynkowej – wtedy też opcja jest wykonywana. W przypadku negatywnych zmian zachodzących w otoczeniu opcja może pozostać niewykonana, przez co spadek korzyści z posiadania opcji, w sytuacji negatywnych zmian rynkowych, w mniejszym zakresie wpływa na wartość całkowitą opcji. Jest to zależność jednakowa co do kierunku do tej, którą zaobserwować można w przypadku klasycznej wyceny opcji inwestowania. Zależność wartości opcji inwestowania, C , od zmienności wartości instrumentu bazowego, σ , przy założeniu $RP = 10$, zaprezentowano na wykresie 20.

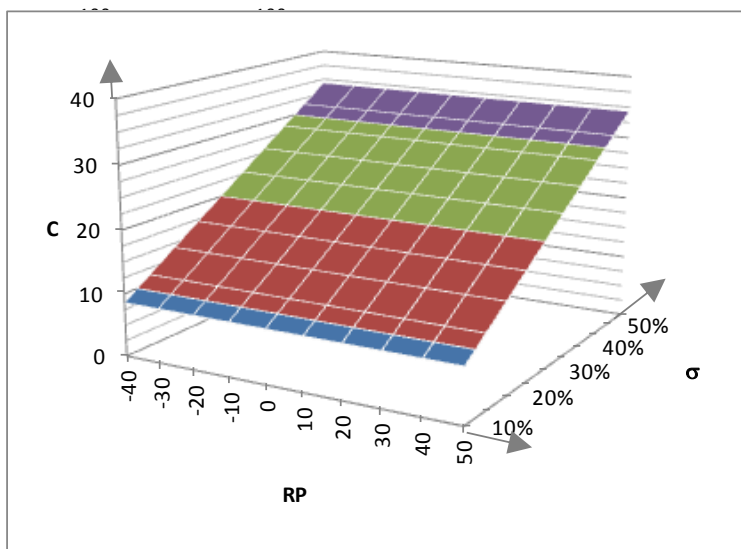
Wykres 20: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Wyniki przeprowadzonych symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , w zależności od wartości punktu odniesienia, RP , dla różnych wartości parametru zmienności instrumentu bazowego, σ , przy założeniu neutralnych wartości parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny, zaprezentowano na wykresie 21. Opisane powyżej zależności są jednakowe dla różnych kombinacji wyżej wymienionych parametrów.

Wykres 21: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego

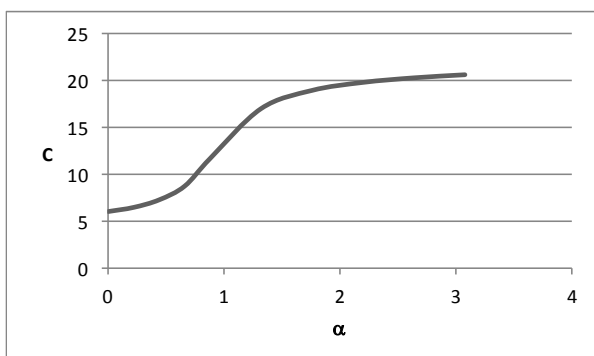


Źródło: opracowanie własne.

Zbadano także wpływ poszczególnych parametrów funkcji oceny na wartość przykładowej opcji inwestowania, przy założeniu neutralnych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 1).

Pierwszym z badanych parametrów jest parametr *alfa* (α) odzwierciedlający wrażliwość na kolejne przyrosty zysków. Przy założeniu $RP = 10$, wzrost wartości parametru α powoduje wzrost wartości przykładowej opcji inwestowania. Wzrost wartości parametru α powoduje przy tym największy wzrost wartości opcji inwestowania w przypadku, gdy przyjmuje on wartości zbliżone do $\alpha = 1$. Jest to wartość graniczna, powyżej (poniżej) której kolejne przyrosty zysków powodują ponad proporcjonalne (mniej niż proporcjonalne) wzrosty subiektywnie postrzeganej ich wartości. Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości parametru α , przy założeniu $RP = 10$, zaprezentowano na wykresie 22.

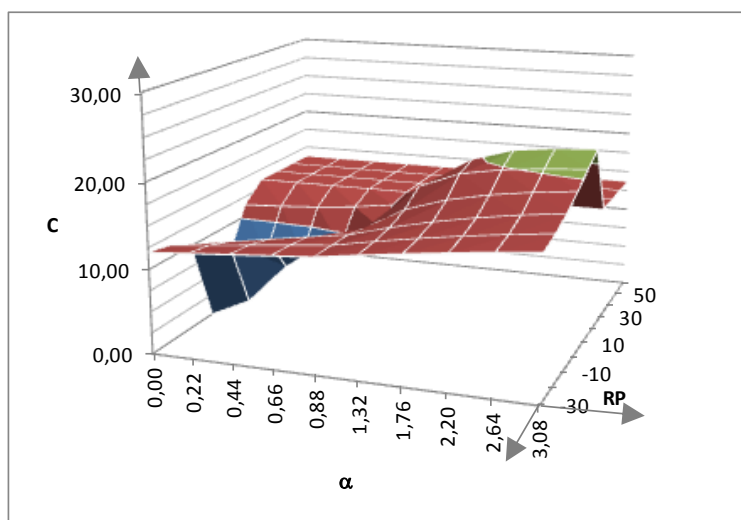
Wykres 22: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru α – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 23 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , dla różnych wartości parametru α oraz wartości punktu odniesienia, RP .

Wykres 23: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru α oraz punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



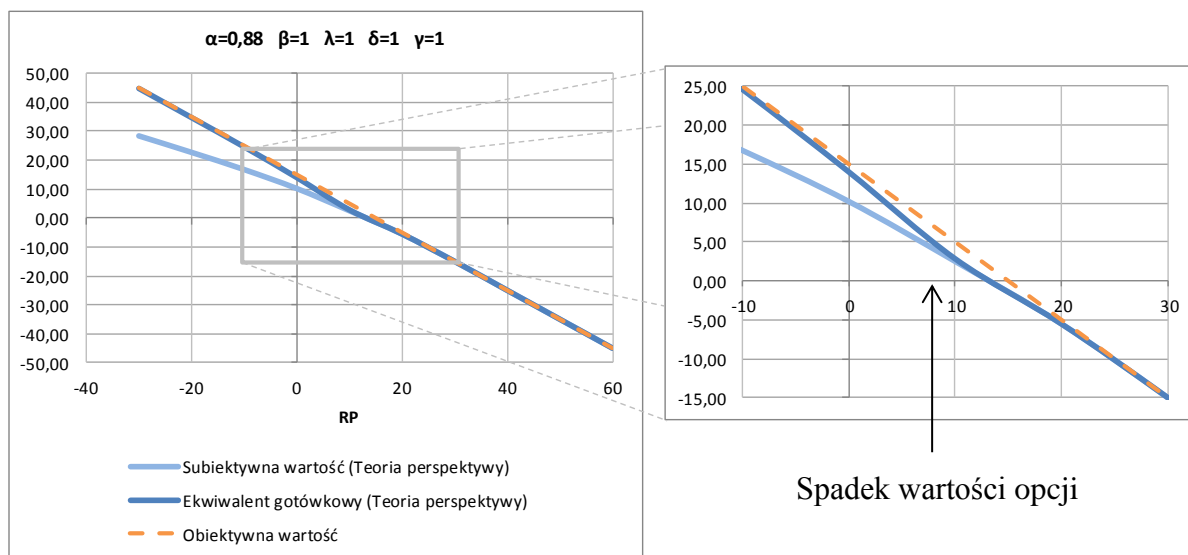
Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie przeprowadzonych kalkulacji zaobserwować można, że zależność pomiędzy parametrem α , mierzącym wrażliwość na kolejne przyrosty zysków, a wartością całkowitą przykładowej opcji inwestowania, występuje wyłącznie dla pewnego przedziału wartości punktu odniesienia. Zależność ta występuje bowiem wyłącznie wtedy, jeśli wartość wewnętrzna opcji w okresie $t = 0$ w przynajmniej jednym stanie natury interpretowana jest jako zysk. Poniżej tego przedziału wartości punktu odniesienia przyszłe wartości wewnętrzne opcji interpretowane są wyłącznie jako straty, przez co wartość parametru α , odzwierciedlającego wrażliwość na kolejne przyrosty zysków, nie ma znaczenia dla wartości całkowitej opcji.

Jednocześnie dla bardzo wysokich wartości punktu odniesienia dysponowanie opcją inwestowania we wszystkich przyszłych stanach otoczenia oznacza dla jej właściciela osiągnięcie zysków. W związku z powyższym wartość ekwiwalentu pewności określana jest wyłącznie na podstawie przyszłych zysków względem punktu odniesienia. Im niższą wartość będzie miał przyjmowany przez właściciela opcji punkt odniesienia, tym wyższe będą wartości potencjalnych zysków wynikających z posiadania opcji, a jednocześnie tym mniejsza będzie różnica pomiędzy wartościami potencjalnych przyszłych zysków. W konsekwencji wrażliwość na kolejne przyrosty zysków będzie miała co raz mniejsze znaczenie dla wartości ekwiwalentu pewności.

Opisane powyżej zjawisko zostało zaprezentowane na kolejnym wykresie. Wykres 24 obrazuje porównanie oszacowanej pieniężnej wartości zysku lub straty względem punktu odniesienia (zaznaczonej kolorem pomarańczowym), wartości postrzeganej subiektywnie (zaznaczonej kolorem jasnoniebieskim) oraz jej ekwiwalentu gotówkowego (zaznaczonego kolorem granatowym). Wartości subiektywne zostały oszacowane przy założeniu typowej wartości parametru $\alpha = 0,88$ oraz neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji wazącej oraz funkcji oceny (równych 1).

Wykres 24: Zysk lub strata względem punktu odniesienia – model dwumianowy przy założeniu typowej wartości parametru *alfa*



Źródło: opracowanie własne.

Dla coraz niższych wartości punktu odniesienia, gdy w przyszłości oczekiwać można wyłącznie osiągnięcia zysków, subiektywnie postrzegana wartość tych zysków w coraz większym stopniu różni się od ich wartości gotówkowej. Jest od niej niższa ze względu na malejącą wrażliwość na kolejne przyrosty zysków ($\alpha < 1$). W przedziale bardzo niskich wartości punktu odniesienia ekwiwalent pewności jest zbliżony do obiektywnej gotówkowej

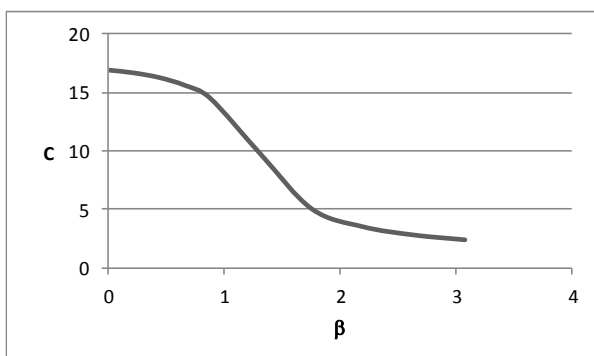
wartości oczekiwanej przyszłych zysków. Jest on bowiem interpretowany jako zysk stanowiący rekompensatę wyłącznie przyszłych zysków. Z tego też względu postrzegany jest w sposób zbieżny ze sposobem postrzegania przyszłych wartości wewnętrznych opcji.

W pewnym przedziale wartości punktu odniesienia, bliskim wartości wewnętrznej opcji okresie $t = 0$, w przeszłości możliwe jest zarówno poniesienie strat, jak i osiągnięcie zysków, względem punktu odniesienia. Percepcja obu kategorii wartości jest jednak różna. Ze względu na malejącą wrażliwość na kolejne przyrosty zysków ($\alpha < 1$), w przypadku gdy pozostałe parametry funkcji ważącej są neutralne (równe 1), wrażliwość na kolejne przyrosty zysków jest niższa od wrażliwości na kolejne przyrosty strat. W konsekwencji wartość ekwiwalentu pewności przyszłych korzyści z tytułu posiadania opcji postrzeganych subiektywnie (oznaczony kolorem granatowym) jest niższa od ich obiektywnej wartości gotówkowej (oznaczonej kolorem pomarańczowym).

Zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania, mierzonej ekwiwalentem pewności, od parametru *alfa* (por. wykres 23) występuje zatem wyłącznie w przypadku przyjmowania przez właściciela opcji punktu odniesienia poniżej pewnej wartości granicznej. Jest to wartość, poniżej której przynajmniej w jednym scenariuszu wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest jako zysk względem punktu odniesienia. Zależność ta jest pozytywna. Jest ona najsilniejsza dla wartości punktu odniesienia nieznacznie przewyższającego wspomnianą wyżej wartość graniczną. Wzrost wartości punktu odniesienia, powyżej tej wartości granicznej, powoduje osłabienie wspomnianej pozytywnej zależności. Dla odpowiednio wysokich wartości punktu odniesienia wpływ parametru α na wartość całkowitą opcji nie występuje.

Kolejnym parametrem podlegającym badaniu, w zakresie jego wpływu na wartość całkowitą przykładowej opcji inwestowania, jest parametr *beta*, mierzący wrażliwość na przyrosty strat. Jak wynika z przeprowadzonych symulacji, przy założeniu $RP = 10$, wzrost wartości parametru β powoduje spadek wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania. Spadek ten jest największy, gdy parametr β przyjmuje wartości zbliżone do $\beta = 1$. Jest to wartość graniczna, powyżej (poniżej) której kolejne przyrosty strat powodują ponad proporcjonalne (mniej niż proporcjonalne) wzrosty subiektywnie postrzeganej bezwzględnej ich wartości. Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości parametru β , przy założeniu $RP = 10$, zaprezentowano na wykresie 25.

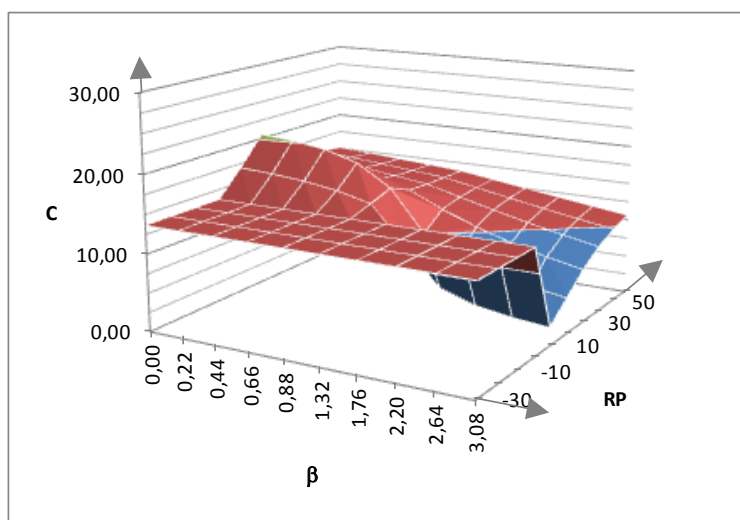
Wykres 25: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru β – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 26 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , dla różnych wartości parametru β oraz wartości punktu odniesienia, RP .

Wykres 26: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru β oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

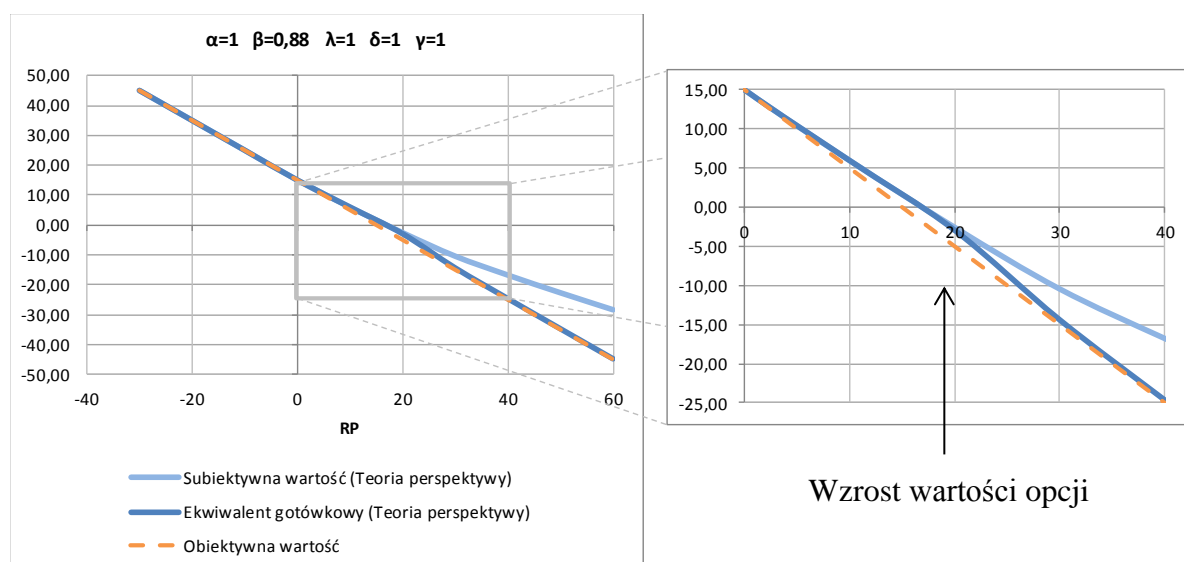
Analogicznie jak zaobserwowano w przypadku parametru α , zależność pomiędzy parametrem β , mierzącym wrażliwość na kolejne przyrosty strat, a wartością całkowitą przykładowej opcji inwestowania, występuje wyłącznie dla pewnego przedziału wartości punktu odniesienia. Zależność ta obserwowana jest wyłącznie wtedy, jeśli wartość wewnętrzna opcji w okresie $t = 1$ w przynajmniej jednym stanie natury interpretowana jest jako strata. Poniżej wskazanego wyżej przedziału wartości punktu odniesienia przyszłe wartości wewnętrzne opcji interpretowane są wyłącznie jako zyski, przez co wartość parametru β ,

odzwierciedlającego wrażliwość na kolejne przyrosty strat, nie ma znaczenia dla wartości całkowitej opcji.

Jednocześnie dla bardzo wysokich wartości punktu odniesienia dysponowanie opcją inwestowania we wszystkich przyszłych stanach otoczenia oznacza dla jej właściciela ponoszenie strat. W związku z powyższym wartość ekwiwalentu pewności określana jest wyłącznie na podstawie przyszłych strat względem punktu odniesienia. Im wyższą wartość będzie miał przyjmowany przez właściciela opcji punkt odniesienia, tym wyższe będą wartości (bezwzględne) potencjalnych strat wynikających z posiadania opcji, a jednocześnie tym mniejsza będzie różnica pomiędzy wartościami potencjalnych przyszłych strat. W konsekwencji wrażliwość na kolejne przyrosty strat będzie miała co raz mniejsze znaczenie dla wartości ekwiwalentu pewności.

Opisane powyżej zjawisko zostało zaprezentowane na kolejnym wykresie. Wykres 27 obrazuje porównanie oszacowanej pieniężnej wartości zysku lub straty względem punktu odniesienia (zaznaczonej kolorem pomarańczowym), wartości postrzeganej subiektywnie (zaznaczonej kolorem jasnoniebieskim) oraz jej ekwiwalentu gotówkowego (zaznaczonego kolorem granatowym). Wartości subiektywne zostały oszacowane przy założeniu typowej wartości parametru $\beta = 0,88$ oraz neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji wazącej oraz funkcji oceny (równych 1).

Wykres 27: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego przy założeniu typowej wartości parametru β



Źródło: opracowanie własne.

Dla coraz wyższych wartości punktu odniesienia, gdy w przyszłości oczekiwać można wyłącznie ponoszenia strat, subiektywnie postrzegana wartość tych strat w coraz większym

stopniu różni się od ich wartości gotówkowej. Jest od niej wyższa ze względu na malejącą wrażliwość na kolejne przyrosty strat ($\beta < 1$). W przedziale bardzo wysokich wartości punktu odniesienia ekwiwalent gotówkowy jest równy obiektywnej gotówkowej wartości oczekiwanej przyszłych strat. Jest on bowiem interpretowany jako strata stanowiąca ekwiwalent wyłącznie przyszłych strat. Z tego też względu postrzegany jest w sposób zbieżny ze sposobem postrzegania przyszłych wartości wewnętrznych opcji.

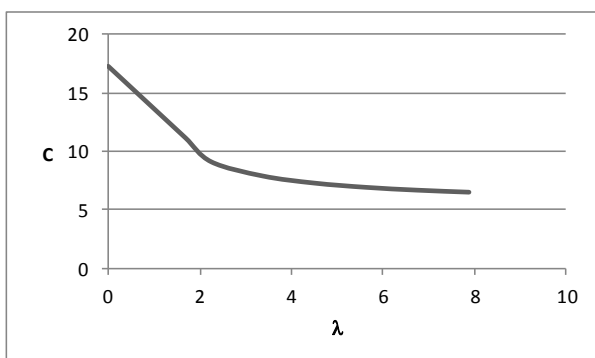
W pewnym przedziale wartości punktu odniesienia, bliskim wartości wewnętrznej opcji okresie $t = 0$, w przyszłości możliwe jest zarówno poniesienie strat, jak i osiągnięcie zysków, względem punktu odniesienia. Percepcja obu kategorii wartości jest jednak różna. Ze względu na malejącą wrażliwość na kolejne przyrosty strat ($\beta < 1$), w przypadku gdy pozostałe parametry funkcji wazącej i funkcji oceny są neutralne (równe 1), wrażliwość na kolejne przyrosty strat jest niższa od wrażliwości na kolejne przyrosty zysków. W konsekwencji, wartość ekwiwalentu pewności przyszłych korzyści wynikających z posiadania opcji postrzeganych subiektywnie (oznaczony kolorem granatowym) jest wyższa od ich obiektywnej wartości gotówkowej (oznaczonej kolorem pomarańczowym).

Zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania, mierzonej ekwiwalentem pewności, od parametru *beta* (por. wykres 26) występuje zatem wyłącznie w przypadku przyjmowania przez właściciela opcji punktu odniesienia powyżej pewnej wartości granicznej. Jest to wartość, powyżej której przynajmniej w jednym scenariuszu zmian otoczenia wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest jako strata względem punktu odniesienia. Zależność ta jest negatywna. Jest ona najsilniejsza dla wartości punktu odniesienia nieznacznie niższego od wspomnianej wyżej wartości granicznej. Spadek wartości punktu odniesienia poniżej tej wartości granicznej, powoduje osłabienie wspomnianej negatywnej zależności. Dla odpowiednio niskich wartości punktu odniesienia wpływ parametru β na wartość całkowitą opcji nie występuje.

Trzecim z parametrów funkcji oceny będących przedmiotem przeprowadzonych symulacji jest parametr *lambda*, odpowiadający skali awersji do strat. Jako że parametr ten dotyczy dotkliwości strat, istnieje pewne podobieństwo zależności zaobserwowanych w jego przypadku do tych opisywanych wyżej, dotyczących parametru *beta*. Parametr ten związany jest z dotkliwością kolejnych przyrostów strat, przez co ze swej natury także dotyczy wpływu strat na wartość perspektywy związanej z posiadaniem opcji. W konsekwencji, zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania od wartości parametru *lambda* jest co do kierunku jednakowa, jak prezentowana w przypadku parametru β , choć różni się co do siły.

Jak wynika z przeprowadzonych symulacji, przy założeniu $RP = 10$, wzrost wartości parametru λ powoduje spadek wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania. Tempo tego spadku jest malejące. Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości parametru λ , przy założeniu $RP = 10$, zaprezentowano na wykresie 28.

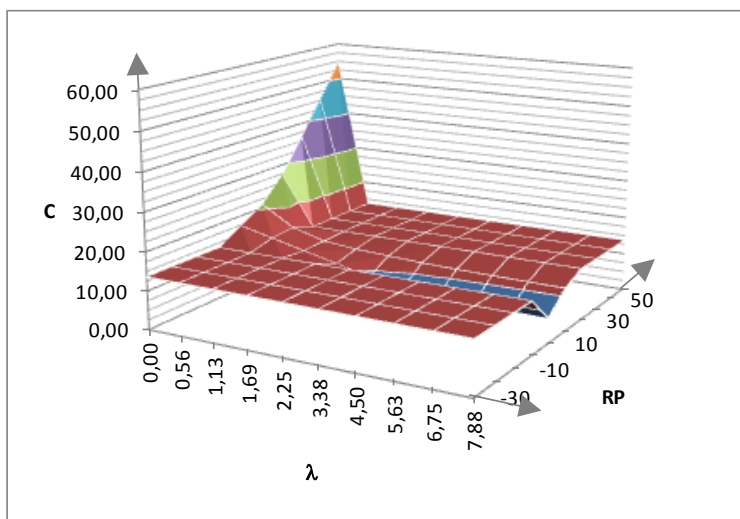
Wykres 28: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru λ – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 29 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , dla różnych wartości parametru λ oraz wartości punktu odniesienia, RP .

Wykres 29: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru λ oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

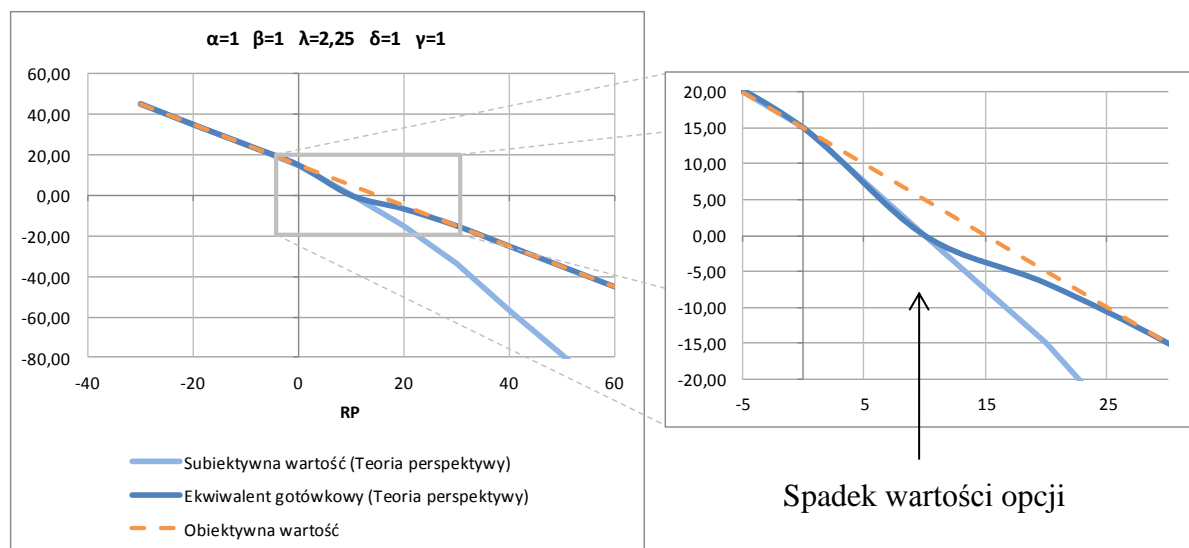
Podobnie jak zaobserwowano w przypadku parametru β , zależność pomiędzy parametrem λ , mierzącym poziom awersji do strat, a wartością całkowitą przykładowej opcji inwestowania, występuje wyłącznie dla pewnego przedziału wartości punktu odniesienia. Występuje wyłącznie wtedy, gdy wartość wewnętrzna opcji w okresie $t = 1$ w przynajmniej

jednym stanie natury interpretowana jest jako strata. Poniżej tego przedziału wartości punktu odniesienia przyszłe wartości wewnętrzne opcji interpretowane są wyłącznie jako zyski, przez co parametr λ , odzwierciedlający poziom awersji do strat, nie wpływa na wartość opcji.

Jednocześnie dla bardzo wysokich wartości punktu odniesienia dysponowanie opcją inwestowania we wszystkich przyszłych stanach otoczenia oznacza dla jej właściciela ponoszenie strat. W związku z powyższym wartość ekwiwalentu pewności określana jest wyłącznie na podstawie przyszłych strat względem punktu odniesienia. W konsekwencji awersja do strat będzie miała co raz mniejsze znaczenie dla wartości ekwiwalentu pewności.

Opisane powyżej zjawisko zostało zaprezentowane na kolejnym wykresie. Wykres 30 obrazuje porównanie oszacowanej pieniężnej wartości zysku lub straty względem punktu odniesienia (zaznaczonej kolorem pomarańczowym), wartości postrzeganej subiektywnie (zaznaczonej kolorem jasnoniebieskim) oraz jej ekwiwalentu gotówkowego (zaznaczonego kolorem granatowym). Wartości subiektywne zostały oszacowane przy założeniu typowej wartości parametru $\lambda = 2,25$ oraz neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji ważącej oraz funkcji oceny (równych 1).

Wykres 30: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego przy założeniu typowej wartości parametru λ



Źródło: opracowanie własne.

Dla coraz wyższych wartości punktu odniesienia, gdy w przyszłości oczekiwać można wyłącznie ponoszenia strat, subiektywnie postrzegana wartość tych strat w coraz większym stopniu różni się od ich wartości gotówkowej. Jest od niej niższa ze względu na awersję do strat ($\lambda > 1$). W przedziale bardzo wysokich wartości punktu odniesienia ekwiwalent pewności jest równy obiektywnej gotówkowej wartości oczekiwanej przyszłych strat. Jest on bowiem

interpretowany jako strata stanowiąca ekwiwalent wyłącznie przyszłych strat. Z tego też względu postrzegany jest w sposób zbieżny ze sposobem postrzegania przyszłych wartości wewnętrznych opcji.

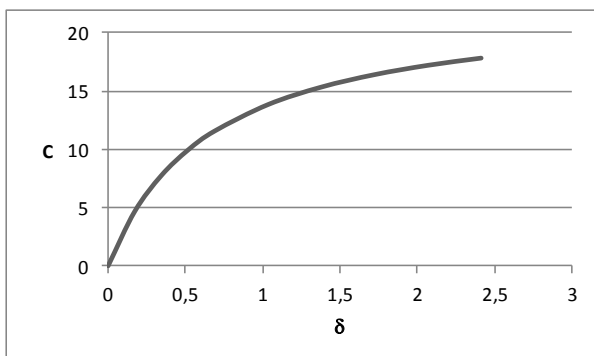
W pewnym przedziale wartości punktu odniesienia, bliskim wartości wewnętrznej opcji okresie $t = 0$, w przeszłości możliwe jest zarówno poniesienie strat, jak i osiągnięcie zysków, względem punktu odniesienia. Percepcja obu kategorii wartości jest jednak różna. Ze względu na awersję do strat ($\lambda > 1$), w przypadku, gdy pozostałe parametry funkcji ważącej i funkcji odniesienia są neutralne (równe 1), ponoszone straty postrzegane są jako bardziej dotkliwe w porównaniu do zysków. W konsekwencji, wartość ekwiwalentu pewności przyszłych korzyści wynikających z posiadania opcji postrzeganych subiektywnie (oznaczony kolorem granatowym) jest niższa od ich obiektywnej wartości gotówkowej (oznaczonej kolorem pomarańczowym).

Zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania, mierzonej ekwiwalentem pewności, od parametru λ (por. wykres 29) występuje zatem wyłącznie w przypadku przyjmowania przez właściciela opcji punktu odniesienia powyżej pewnej wartości granicznej. Jest to wartość, powyżej której przynajmniej w jednym scenariuszu zmian otoczenia wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest jako strata względem punktu odniesienia. Zależność ta jest negatywna, a jej siła wzrasta wraz ze wzrostem wartości punktu odniesienia.

W ramach przeprowadzonych symulacji liczbowych zbadano również zależność pomiędzy parametrami funkcji ważącej a wartością całkowitą opcji. Należy podkreślić, że zależności te zostały oszacowane dla prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego równego $p = 60\%$, zgodnie z prezentowanym wcześniej przykładem liczbowym. Ze względu na uproszczony sposób modelowania zmienności wartości instrumentu bazowego, możliwości badania wpływu wartości parametrów funkcji ważącej na wartość całkowitą opcji są ograniczone.

Z przeprowadzonych kalkulacji wynika pozytywna zależność wartości przykładowej opcji inwestowania od parametru δ , mierzącego optymizm. Oznacza to, że im wyższym poziomem optymizmu cechuje się podmiot dysponujący opcją inwestowania, tym wyższą wartość będzie jej przypisywać. Jednocześnie tempo wzrostu wartości opcji na skutek wzrostu wartości parametru δ jest malejące. Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości parametru δ , przy założeniu $RP = 10$, zaprezentowano na wykresie 31.

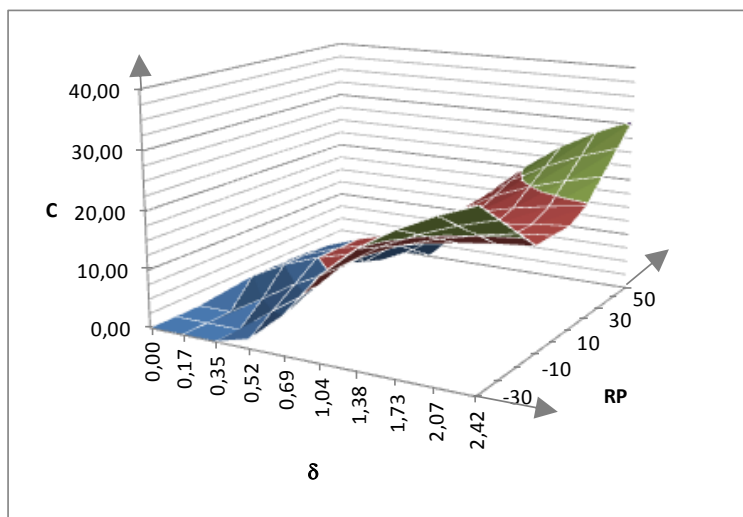
Wykres 31: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru δ – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 32 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , dla różnych wartości parametru δ oraz wartości punktu odniesienia, RP .

Wykres 32: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru δ oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

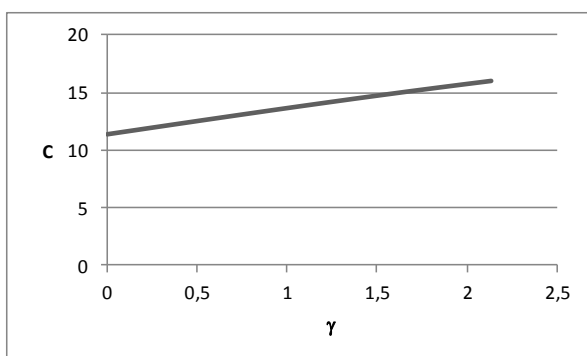
Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania od parametru δ , mierzącego poziom optymizmu, jest pozytywna i występuje dla wszystkich przyjętych do symulacji wartości punktu odniesienia. Siła tej zależności jest najmniejsza dla umiarkowanych wartości punktu odniesienia, kiedy możliwe jest zarówno osiągnięcie zysku, jak i poniesienie straty w okresie $t = 1$. Wartość całkowita opcji inwestowania jest wtedy rosnącą funkcją poziomu optymizmu, przy czym tempo wzrostów jest malejące. Badana zależność wartości całkowitej opcji inwestowania od parametru δ jest natomiast najsilniejsza w przypadku ekstremalnych wartości punktu odniesienia. Wraz ze wzrostem wartości bezwzględnej punktu odniesienia

zmianie ulega kształt funkcji zależności wartości całkowitej opcji od parametru *delta* – pojawia się punkt przegięcia. Dla wartości parametru δ poniżej tego punktu tempo wzrostu funkcji jest rosnące, natomiast dla wartości wyższych – funkcja rośnie w tempie malejącym

Opisany wyżej przebieg funkcji wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania od poziomu optymizmu oraz punktu odniesienia wynika w szczególności z przyjętego sposobu uwzględnienia optymizmu w formule funkcji wagowej. Założono, że optymizm oznacza przypisywanie wyższego prawdopodobieństwa występowaniu w przyszłości wartości instrumentu bazowego korzystnych dla podmiotu dysponującego opcją. Oznacza to, że podmiot charakteryzujący się wyższym poziomem optymizmu będzie przypisywał wyższą wagę scenariuszom korzystnym, a jednocześnie niższą wagę tym, które są przez niego niepożądane. W konsekwencji, zarówno w przypadku pojawienia się relatywnie wysokich zysków, jak i w sytuacji, gdy spodziewa się on relatywnie wysokich strat, parametr *delta* będzie miał szczególny wpływ na wartość całkowitą opcji, mierzoną ekwiwalentem pewności. Stąd też w przypadku ekstremalnych wartości punktu odniesienia, kiedy w okresie $t = 1$ możliwe jest osiągnięcie relatywnie wysokich zysków lub poniesienia relatywnie wysokich strat, zależność wartości całkowitej opcji od wartości parametru δ jest najsilniejsza.

Ostatnim parametrem uwzględnionym w przeprowadzonych symulacjach wartości przykładowej opcji inwestowania jest parametr *gamma*, odzwierciedlający wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństw. W przypadku punktowej wartości prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego równej $p = 60\%$, zależność ta jest pozytywna, czego graficzną prezentację stanowi wykres 33.

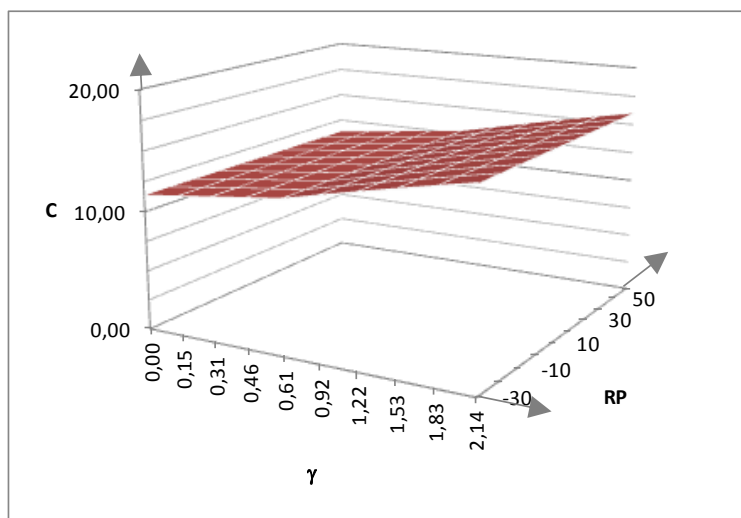
Wykres 33: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru *delta* – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Obliczono również wartość przykładowej opcji inwestowania, C , dla różnych wartości parametru γ oraz wartości punktu odniesienia, RP . Wyniki symulacji w tym zakresie zaprezentowano na wykresie 34.

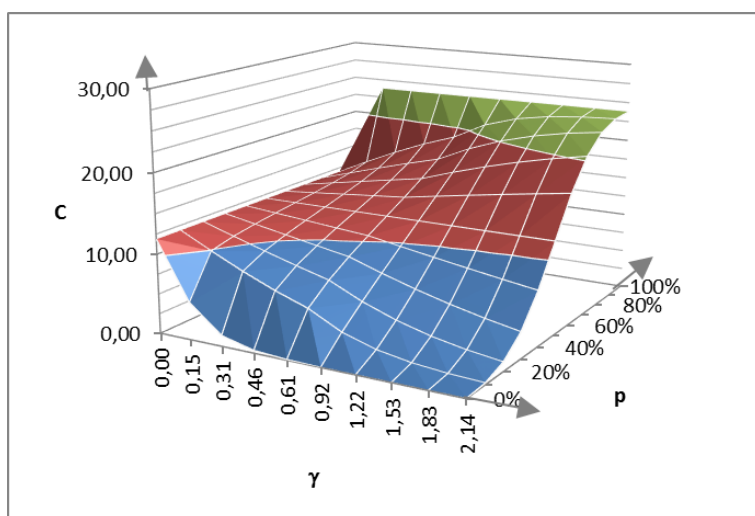
Wykres 34: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru γ oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania od wartości parametru γ , w przypadku przyjętego prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego równego $p = 60\%$, jest pozytywna i jednakowa dla wszystkich przyjętych do symulacji wartości punktu odniesienia. Jednocześnie kierunek tej zależności uzależniony jest od wartości prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego, a wyższe wartości tego prawdopodobieństwa skutkują wyższą wartością opcji. Wartości przykładowej opcji inwestowania dla różnych wartości parametru γ oraz różnych prawdopodobieństw wzrostu wartości instrumentu bazowego, p , zaprezentowano na wykresie 35.

Wykres 35: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru γ oraz prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego

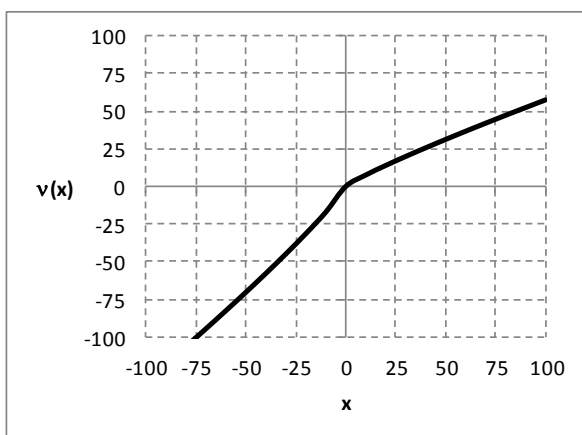


Źródło: opracowanie własne.

Punktowe wartości prawdopodobieństw scenariuszy przyszłych wartości instrumentu bazowego są niewystarczające dla pełnego zbadania wpływu parametrów funkcji wazacej na wartość opcji inwestowania. Stąd też w ramach niniejszej rozprawy przeprowadzono dodatkowo analogiczne symulacje liczbowe z wykorzystaniem modelu analitycznego, opartego na rozkładzie prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego, co stanowi treść podrozdziału 4.1.3 rozprawy.

Analogiczne symulacje do zaprezentowanych powyżej przeprowadzono także w drugim wariacie (symulacja 2), zakładającym, że wszystkie parametry funkcji wazacej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającymi zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości typowe, to jest wartości przeciętne oszacowane na podstawie badań empirycznych (por. tabela 11). W konsekwencji, funkcja wartości $v(x)$ przyjmuje kształt, jaki zaprezentowano na wykresie 36.

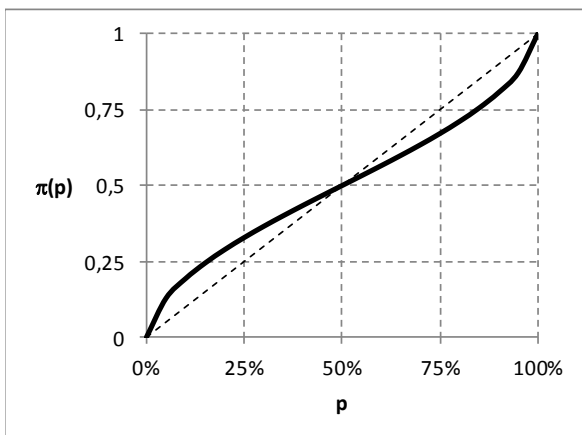
Wykres 36: Funkcja oceny dla typowych wartości parametrów (symulacja 2)



Źródło: opracowanie własne.

Kształt funkcji wazacej dla typowej wartości jej parametrów zaprezentowano na wykresie 37.

Wykres 37: Funkcja wazaca dla typowej wartości parametrów (symulacja 2)

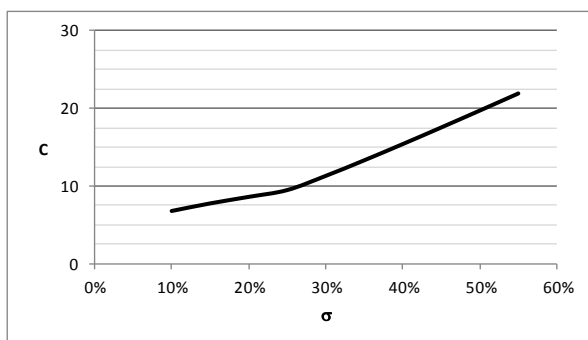


Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak w przypadku symulacji 1, zbadano zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości punktu odniesienia, RP , oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, σ .

W przypadku, gdy wszystkie parametry funkcji wazącej i funkcji oceny przyjmują wartości typowe, zależność wartości opcji inwestowania, C , od zmienności wartości instrumentu bazowego, σ , jest pozytywna, podobna do obserwowanej w przypadku symulacji 1. Graficzną prezentację tej zależności, przy założeniu $RP = 10$, stanowi wykres 38.

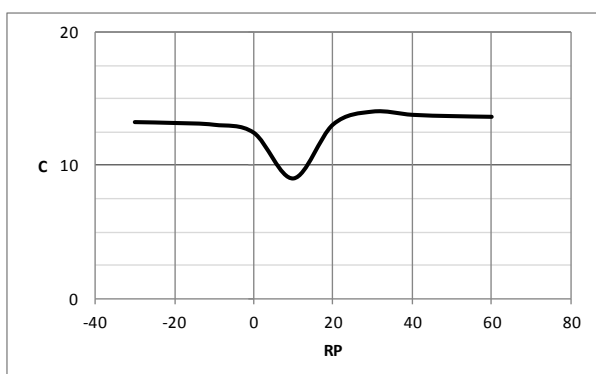
Wykres 38: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Dla typowych wartości parametrów funkcji wazącej i funkcji oceny, wartość przyjmowanego punktu odniesienia ma wpływ na wartość opcji. Jest to obserwacja odmienna od poczynionej w przypadku symulacji 1, gdy parametrom funkcji wazącej i funkcji oceny przypisano wartości neutralne. Dla typowych wartości parametrów obu funkcji, wartość całkowita opcji, mierzona ekwiwalentem pewności, ulega obniżeniu w przypadku wartości punktu odniesienia zbliżonych do wartości wewnętrznej opcji w momencie $t = 0$. Wartość punktu odniesienia ma znaczenie dla wartości opcji wyłącznie wtedy, gdy w okresie $t = 1$ można oczekiwać wystąpienia zarówno zysków, jak i strat względem punktu odniesienia, w zależności od przyszłego stanu natury. Wyniki kalkulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , w zależności od wartości punktu odniesienia, RP , przy założeniu $\sigma = 20\%$, zaprezentowano na wykresie 39.

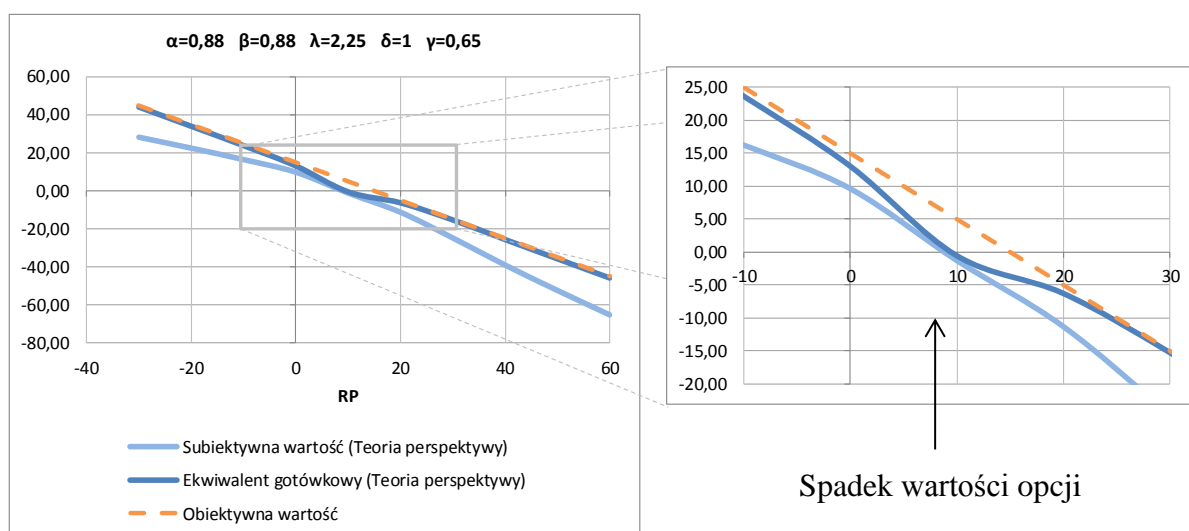
Wykres 39: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Obniżenie wartości opcji, w przypadku przyjmowania punktu odniesienia zbliżonego do wartości wewnętrznej opcji w momencie $t = 0$, wynika z odmiennej percepcji zysków i strat względem punktu odniesienia. W szczególności związane jest ze zjawiskiem awersji do strat, których ponoszenie postrzegane jest jako bardziej dotkliwe w porównaniu do korzyści wynikających z osiągnięcia analogicznych zysków. W konsekwencji, ekwiwalent pewności jest niższy w sytuacji możliwości zaistnienia w przyszłości zarówno scenariuszy oznaczających ponoszenie strat, jak i osiągnięcie zysków. Ekwiwalent gotówkowy straty jest bowiem zaniżony ze względu na zjawisko awersji do strat, co skutkuje niższą wartością całkowitą opcji. Prezentację tego zjawiska stanowi wykres 40.

Wykres 40: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia w zależności od wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 40 kolorem pomarańczowym oznaczono wyrażone w jednostkach pieniężnych, obiektywne wartości zysków lub strat względem punktu odniesienia,

skalkulowane dla różnych wartości punktu odniesienia. Krzywa oznaczona kolorem jasnoniebieskim odpowiada subiektywnie postrzeganym wartościom tychże zysków lub strat. Natomiast krzywa granatowa odpowiada ekwiwalentowi gotówkowemu, przynoszącemu jednakowe korzyści podmiotowi dysponującemu opcją, jak korzyści przez niego osiągnane dzięki posiadaniu przykładowej opcji inwestowania. Niższa wartość ekwiwalentu pewności (oznaczonego kolorem granatowym) względem wyrażonych w jednostkach pieniężnych wartości zysków lub strat względem punktu odniesienia (oznaczonych kolorem pomarańczowym), w przedziale wartości punktu odniesienia zbliżonych do wartości wewnętrznej przykładowej opcji inwestowania w okresie $t = 0$, jest przede wszystkim efektem występowania zjawiska awersji do strat.

W sytuacji, gdy w okresie $t = 0$ wartości wewnętrzne opcji w obu scenariuszach, zarówno wzrostu jak i spadku wartości instrumentu bazowego, interpretowane są jako zyski względem punktu odniesienia, krzywa granatowa i pomarańczowa się pokrywają. Oznacza to, że ekwiwalent pewności odpowiada gotówkowej wartości oczekiwanej przyszłych wartości wewnętrznych opcji, ważonych prawdopodobieństwami wystąpienia możliwych przyszłych stanów natury. Jest tak, ponieważ subiektywnie postrzegany zysk w okresie $t = 0$ wynikający z posiadania opcji podlega analogicznemu wpływowi sposobu postrzegania zysków, jak zyski możliwe do osiągnięcia w przypadku wzrostu lub spadku wartości instrumentu bazowego w przyszłości. W konsekwencji ekwiwalent pewności odpowiada gotówkowej wartości oczekiwanej przyszłych korzyści z tytułu posiadania opcji.

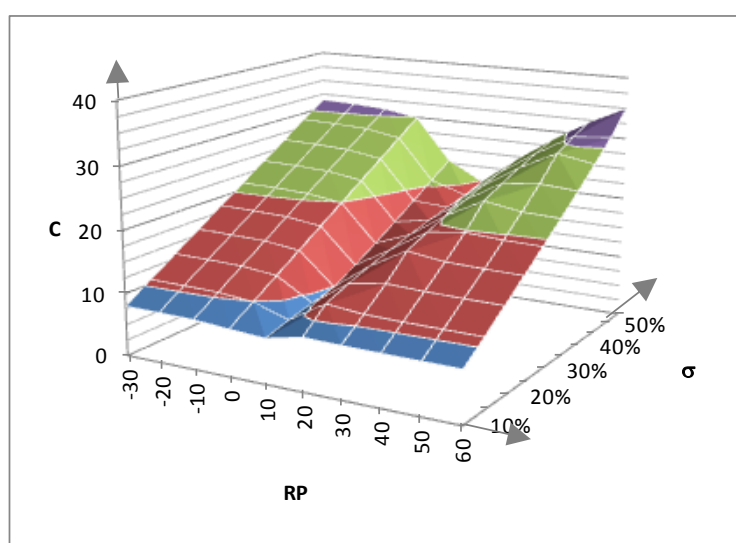
Analogiczna sytuacja ma miejsce w przypadku, gdy w obu przyszłych stanach natury wykonanie opcji oznaczałoby poniesienia straty względem punktu odniesienia. Strata w okresie $t = 0$, która miałaby być równie dotkliwa, jak strata z tytułu posiadania opcji w przyszłości, postrzegana byłaby analogicznie jak straty związane z posiadaniem opcji w momencie $t = 1$. W konsekwencji w takiej sytuacji ekwiwalent pewności odpowiada gotówkowej wartości oczekiwanej przyszłych wartości wewnętrznych opcji.

W przypadku możliwości zaistnienia w przeszłości zarówno scenariuszy oznaczających ponoszenie strat, jak i osiągnięcie zysków, powyższe podobieństwo w zakresie postrzegania ekwiwalentu pewności oraz korzyści związanych z posiadaniem opcji nie występuje. W tej sytuacji ekwiwalent gotówkowy jest niższy od gotówkowej wartości oczekiwanej przyszłych wartości wewnętrznych opcji. Ze względu na zjawisko awersji do strat, ponoszenie strat postrzegane jest jako bardziej dotkliwe w porównaniu do odczuwanych korzyści wynikających z osiągnięcia analogicznych zysków. Zysk odzwierciedlający korzyści związane z posiadaniem opcji jest zatem niższy w sytuacji, gdy w przyszłości możliwe jest zarówno osiągnięcie zysków

jak i strat, względem punktu odniesienia. O ile możliwy do osiągnięcia zysk w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego odczuwany jest podobnie jak zysk osiągany dzięki uzyskaniu ekwiwalentu pewności, o tyle strata możliwa do poniesienia w przypadku spadku wartości instrumentu bazowego, subiektywnie postrzegana jest jako bardziej dotkliwa.

Wyniki przeprowadzonych symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , w zależności od wartości punktu odniesienia, RP , dla różnych poziomów zmienności instrumentu bazowego, σ , przy założeniu typowych wartości parametrów funkcji wiążącej i funkcji oceny, zaprezentowano na wykresie 41.

Wykres 41: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego



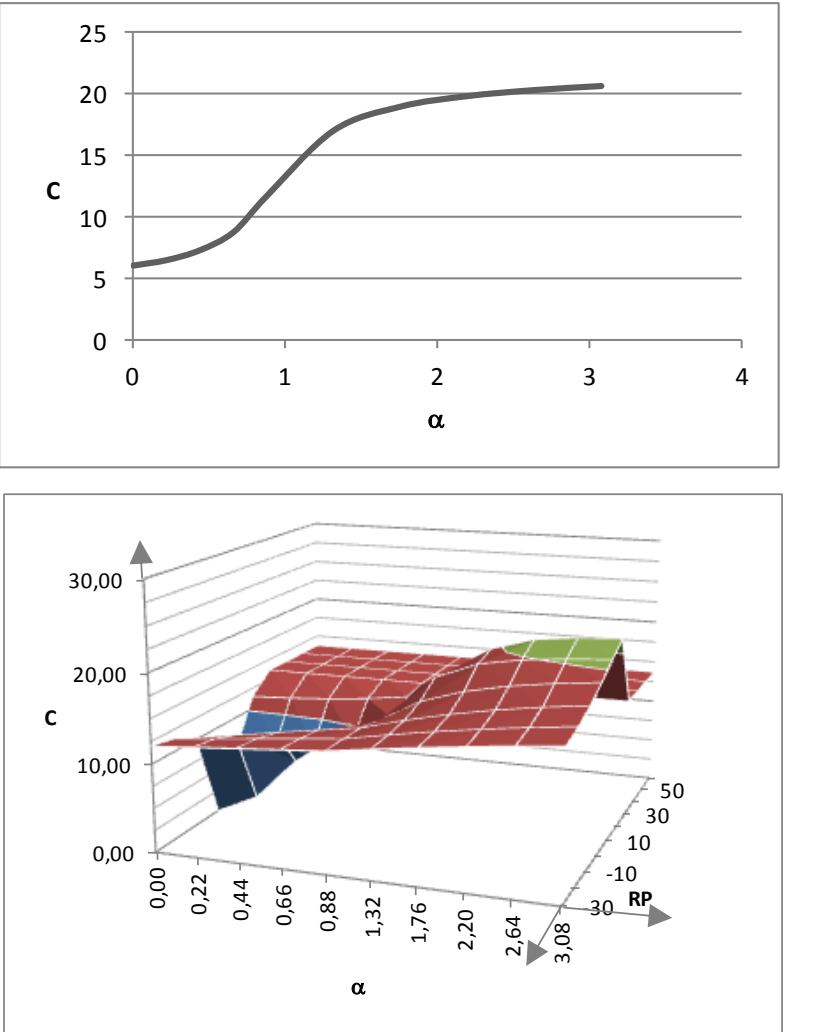
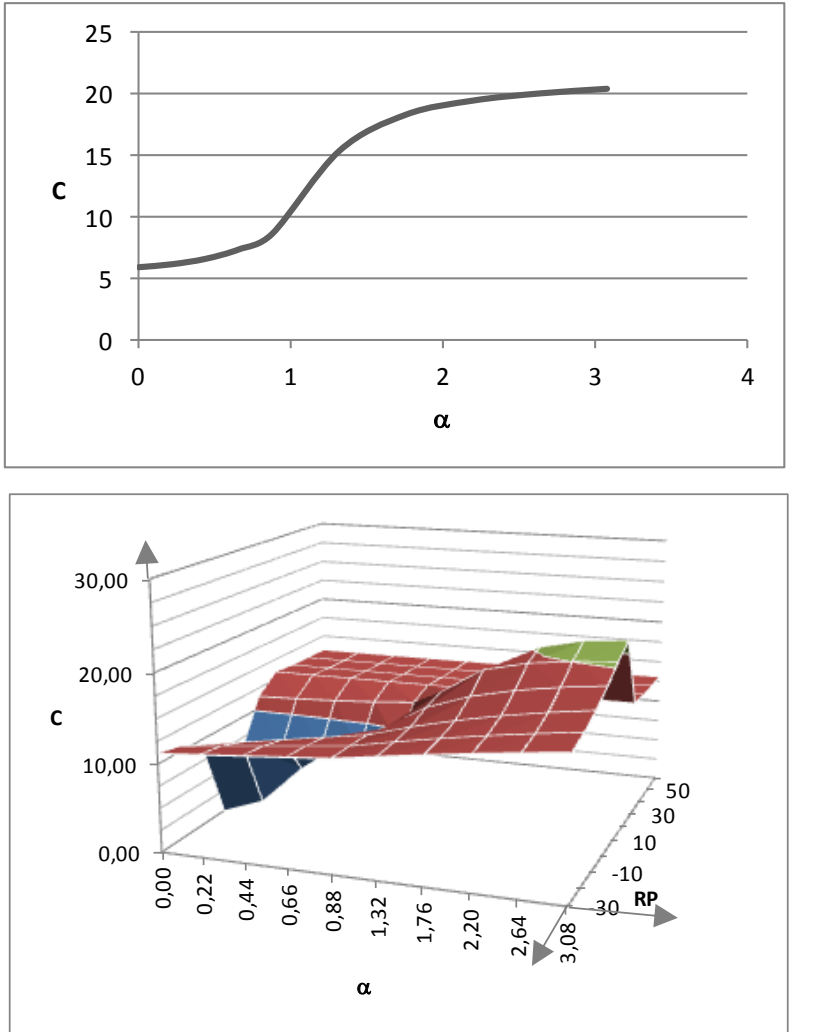
Źródło: opracowanie własne.

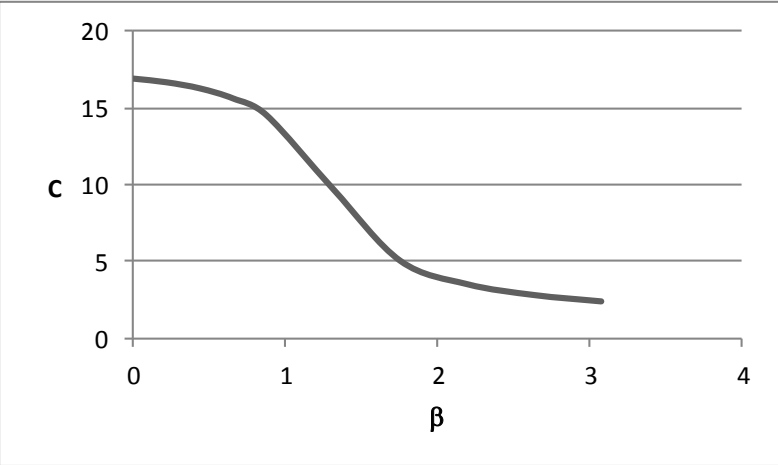
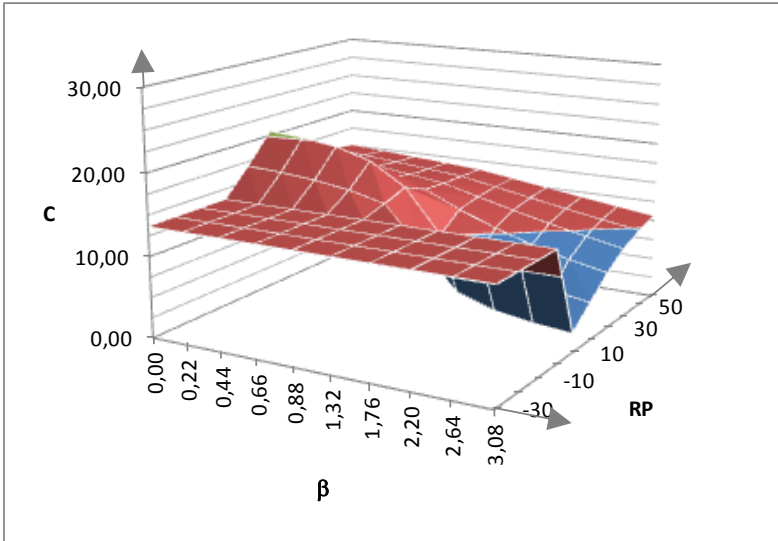
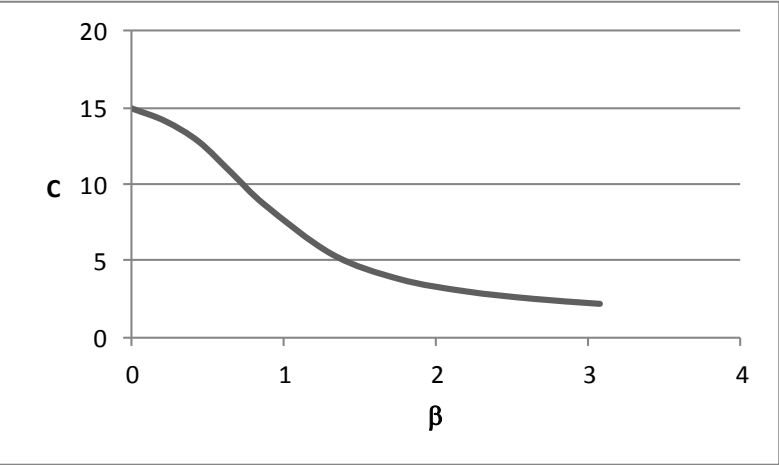
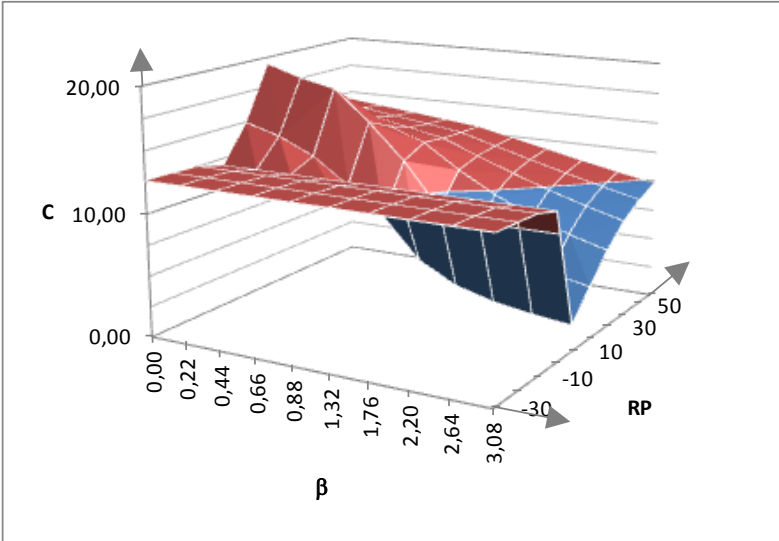
Opisana powyżej zależność wartości przykładowej opcji inwestowania od wartości punktu odniesienia, przy założeniu występowania typowych parametrów funkcji wiążącej i funkcji oceny, pogłębia się wraz ze wzrostem zmienności wartości instrumentu bazowego. Dotyczy to zarówno większego zakresu wartości punktu odniesienia, dla którego wartość opcji ulega obniżeniu, jak i rosnącej skali tego zjawiska. Szerszy przedział wartości punktu odniesienia, dla którego wartość opcji następuje obniżeniu, wynika z faktu wyższej zmienności wartości instrumentu bazowego. Ze względu na wyższą ich zmienność, rozpiętość możliwych przyszłych wartości wewnętrznych opcji ulega zwiększeniu. W konsekwencji, sytuacja, w której w okresie $t = 1$ oczekiwać można wystąpienia zysku albo strat względem punktu odniesienia, dotyczy szerszego przedziału wartości punktu odniesienia. Skala obniżenia wartości całkowitej opcji wynika natomiast z zakresu rozbieżności pomiędzy przyszłymi wartościami wewnętrznymi opcji inwestowania, w poszczególnych przyszłych scenariuszach

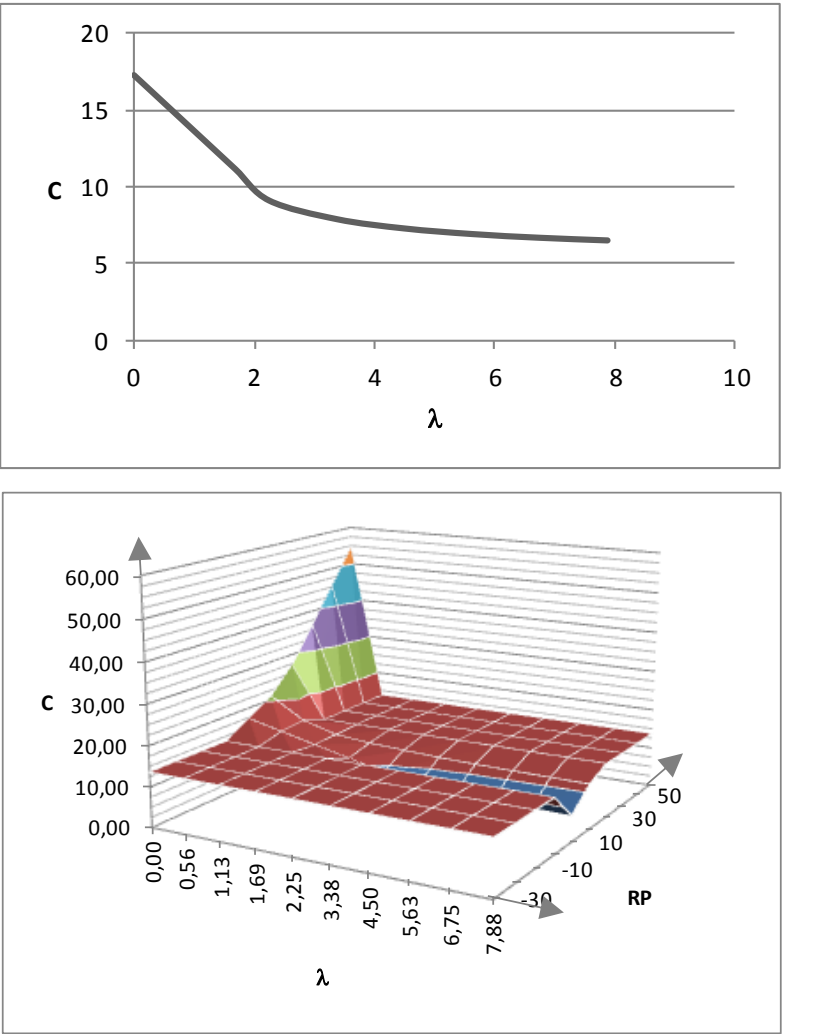
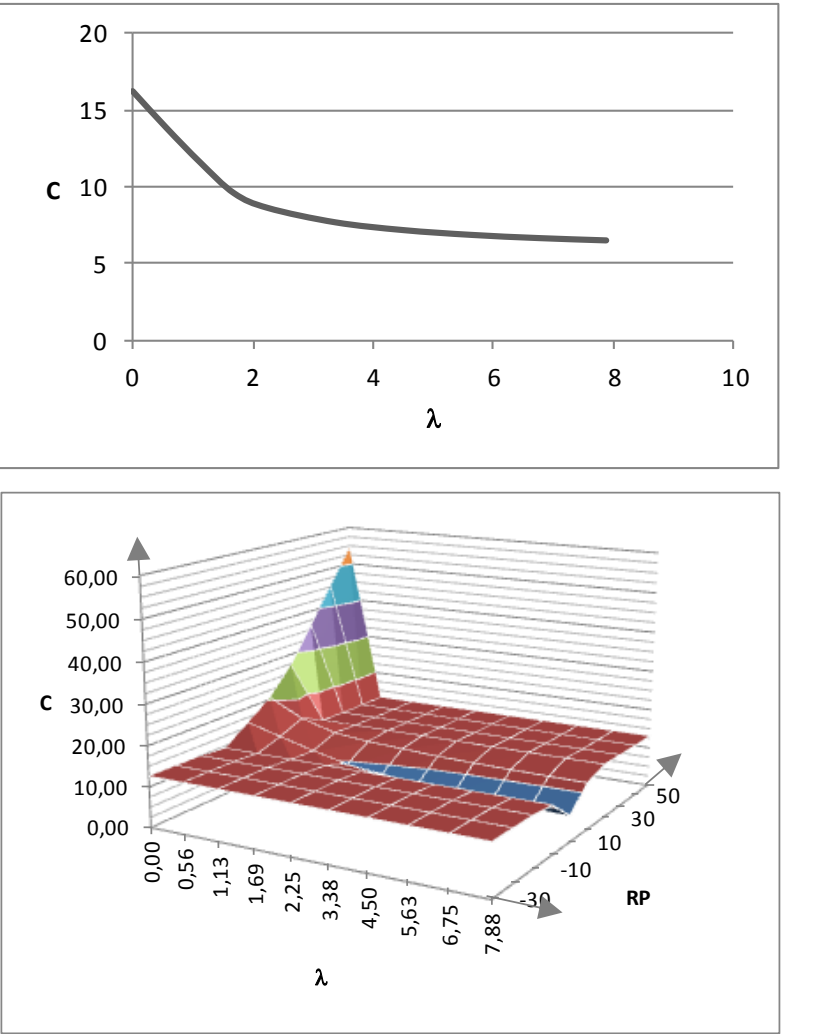
co do stanu natury. Im większa jest zmienność wartości instrumentu bazowego, tym większa jest wspomniana rozbieżność. Ze względu na odmienny sposób postrzegania zysków i strat, w przedziale wartości punktu odniesienia, dla którego możliwe jest przyszłe wystąpienie obu tych kategorii, większa rozbieżność pomiędzy przyszłymi wartościami wewnętrznymi opcji inwestowania skutkuje większą skalą obniżenia wartości całkowitej opcji.

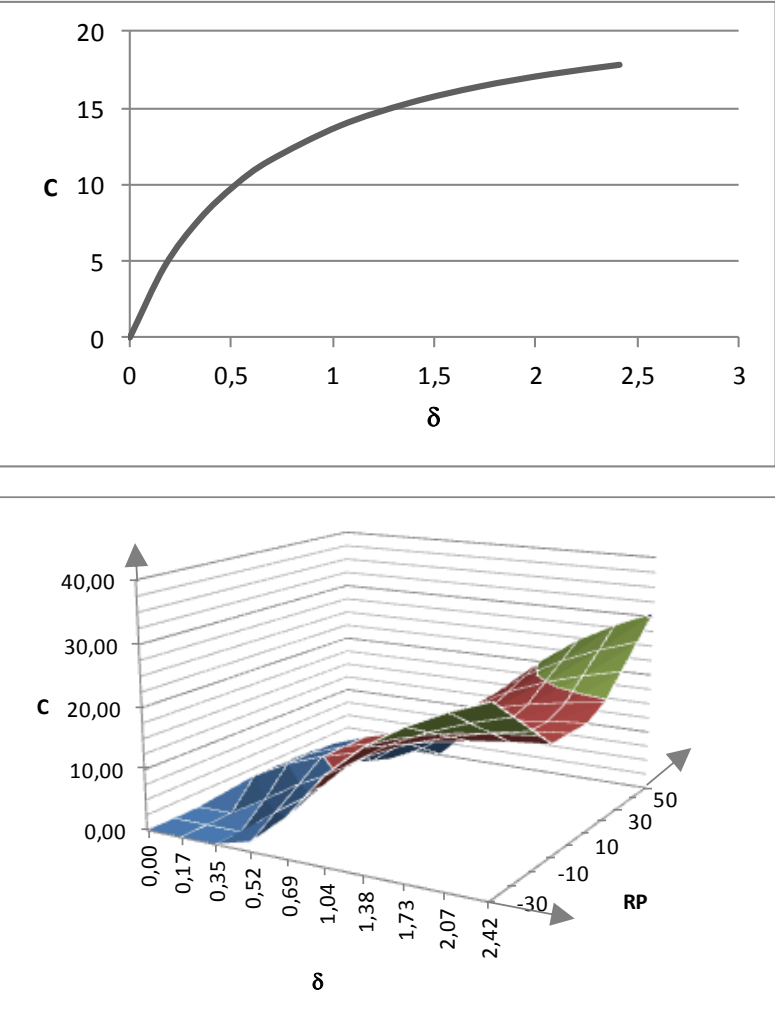
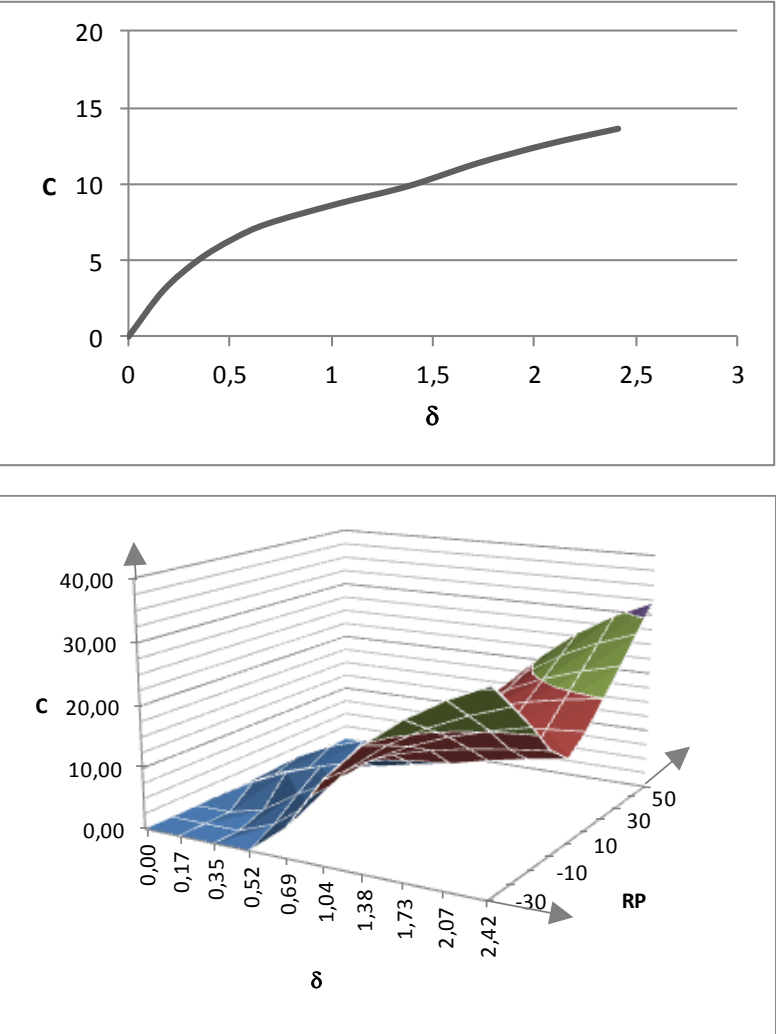
Zbadano także wpływ poszczególnych parametrów funkcji oceny i funkcji ważącej na wartość przykładowej opcji inwestowania, przy założeniu typowych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 2). Zaobserwowane zależności są zbliżone do tych uzyskanych w ramach symulacji 1, stąd na kolejnych wykresach zaprezentowano wyłącznie porównanie wyników obu symulacji. Nieznaczne różnice uzyskanych wyników są efektem interakcji pomiędzy parametrami funkcji ważącej i funkcji oceny.

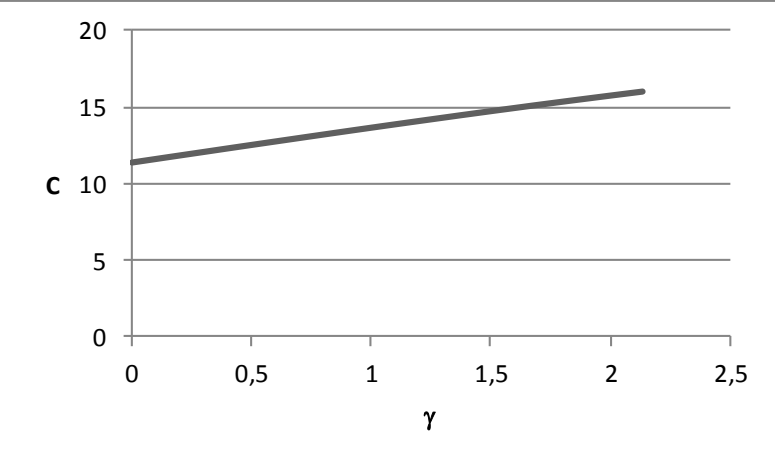
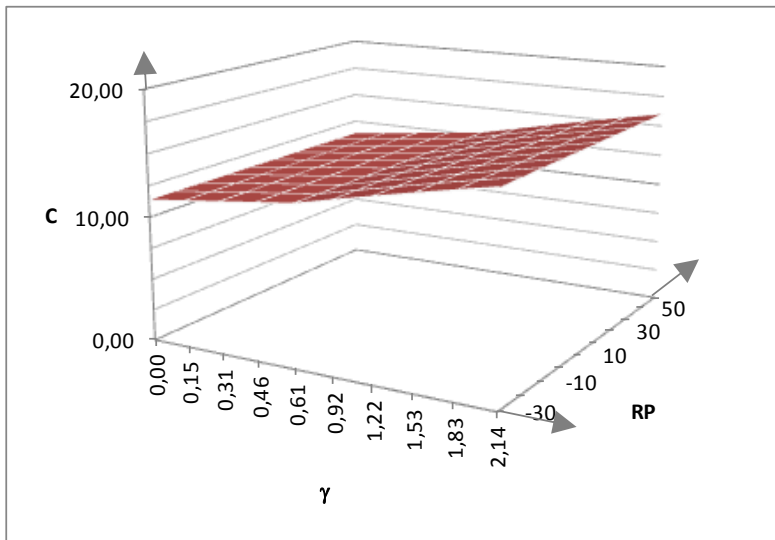
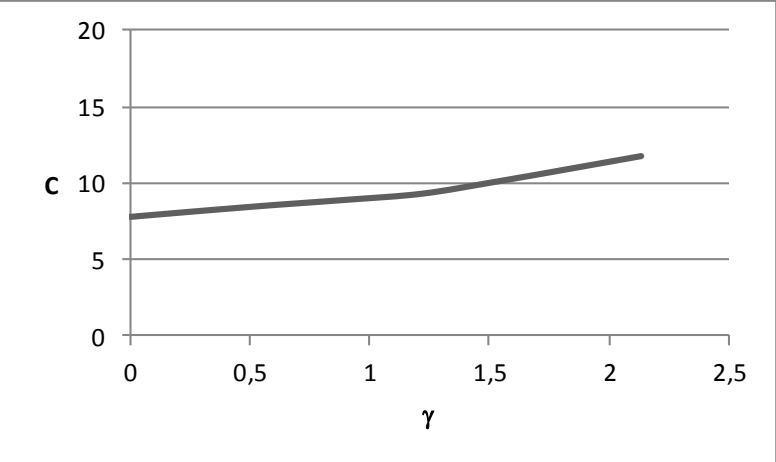
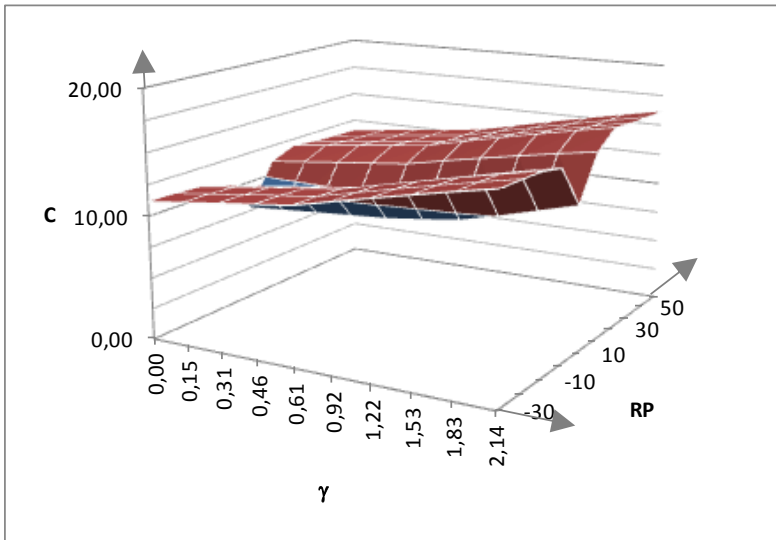
Tabela 12: Wyniki symulacji wartości hipotetycznej opcji inwestowania przeprowadzonych na podstawie modelu dwumianowego

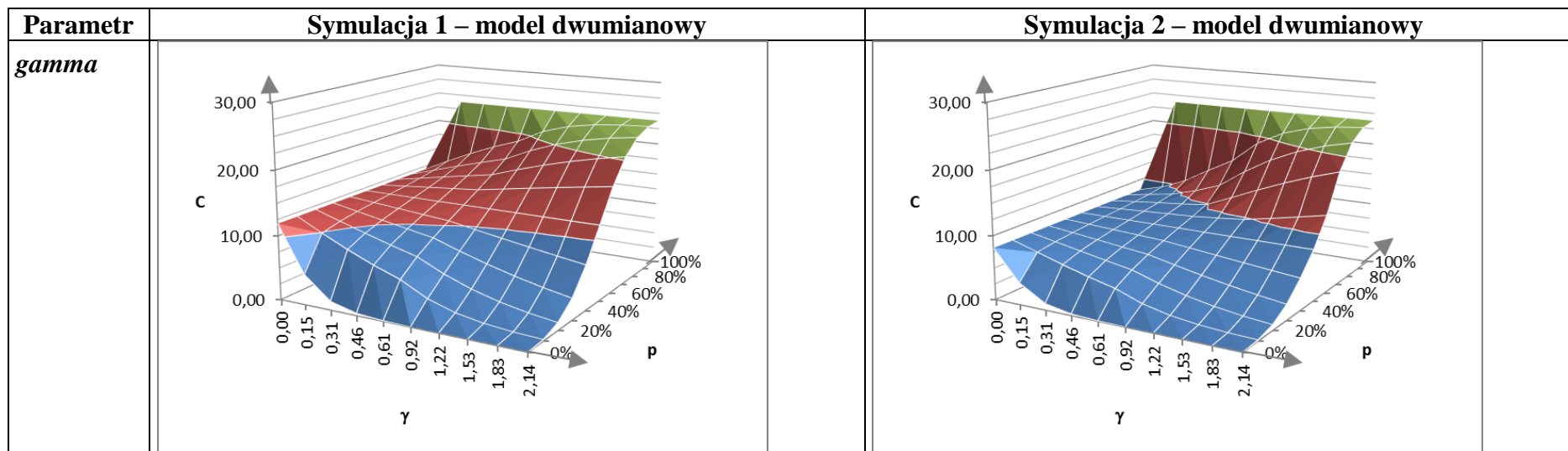
Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>alfa</i>	 <p>The 2D graphs for Symulacja 1 show a smooth, increasing curve of option value C as alpha increases from 0 to 4. The 3D surface plots show C as a function of alpha and RP, with a red surface that rises as alpha increases and has a slight dip as RP increases.</p>	 <p>The 2D graphs for Symulacja 2 show a smooth, increasing curve of option value C as alpha increases from 0 to 4. The 3D surface plots show C as a function of alpha and RP, with a red surface that rises as alpha increases and has a slight dip as RP increases.</p>

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>beta</i>	 	 

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>lambda</i>	 <p>The figure for Simulation 1 consists of three subplots. The top two are 2D line graphs showing the relationship between parameter λ (x-axis, 0 to 10) and variable c (y-axis, 0 to 20). Both graphs show a decreasing curve that starts at approximately $c=17.5$ for $\lambda=0$ and levels off around $c=6.5$ for $\lambda=8$. The bottom subplot is a 3D surface plot with λ on the x-axis (0.00 to 7.88) and RP on the y-axis (-10 to 50). The z-axis represents c (0.00 to 60.00). The surface shows a sharp peak at low λ and low RP, reaching a maximum value of approximately 60.00.</p>	 <p>The figure for Simulation 2 consists of three subplots. The top two are 2D line graphs showing the relationship between parameter λ (x-axis, 0 to 10) and variable c (y-axis, 0 to 20). Both graphs show a decreasing curve that starts at approximately $c=16.5$ for $\lambda=0$ and levels off around $c=6.5$ for $\lambda=8$. The bottom subplot is a 3D surface plot with λ on the x-axis (0.00 to 7.88) and RP on the y-axis (-10 to 50). The z-axis represents c (0.00 to 60.00). The surface shows a sharp peak at low λ and low RP, reaching a maximum value of approximately 60.00.</p>

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>delta</i>	 <p>The 2D line graph shows the relationship between δ (x-axis, 0 to 3) and C (y-axis, 0 to 20). The curve starts at (0,0) and increases with a decreasing slope, reaching approximately 18 at $\delta = 2.5$.</p> <p>The 3D surface plot shows C (z-axis, 0.00 to 40.00) as a function of δ (x-axis, 0.00 to 2.42) and RP (y-axis, -30 to 50). The surface is colored with a gradient from blue (low C) to red and green (high C).</p>	 <p>The 2D line graph shows the relationship between δ (x-axis, 0 to 3) and C (y-axis, 0 to 20). The curve starts at (0,0) and increases with a decreasing slope, reaching approximately 14 at $\delta = 2.5$.</p> <p>The 3D surface plot shows C (z-axis, 0.00 to 40.00) as a function of δ (x-axis, 0.00 to 2.42) and RP (y-axis, -30 to 50). The surface is colored with a gradient from blue (low C) to red and green (high C).</p>

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>gamma</i>	 	 



Źródło: opracowanie własne.

Zależności wartości przykładowej opcji inwestowania, określonej z wykorzystaniem modelu dwumianowego, od parametrów funkcji oceny oraz funkcji wag, dla poszczególnych przedziałów punktu odniesienia, zbiorczo opisano w tabeli 13. Wśród parametrów wpływających pozytywnie na wartość opcji wskazano wrażliwość na kolejne przyrosty zysków, optymizm oraz wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w przypadku wysokiego prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego. Oddziaływanie negatywne na wartość ekwiwalentu pewności korzyści związanych z dysponowaniem opcją zaobserwowano w przypadku wrażliwości na kolejne przyrosty strat oraz awersji do strat, a także wrażliwości na zmiany prawdopodobieństw, gdy prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego jest niskie.

Tabela 13: Zależność wartości przykładowej opcji jednookresowej od parametrów funkcji wag i oceny – model dwumianowy

Funkcja	Parametr	Wartość punktu odniesienia (<i>RP</i>)		
		Niska	Umiarkowana	Wysoka
Funkcja oceny	wrażliwość na kolejne przyrosty zysków (α)	+ zależność pozytywna	+++ zależność silnie pozytywna	x brak zależności
	wrażliwość na kolejne przyrosty strat (β)	x brak zależności	--- zależność silnie negatywna	- zależność negatywna
	awersja do ryzyka (λ)	x brak zależności	- zależność negatywna	--- zależność silnie negatywna
Funkcja wążąca	optymizm (δ)	++ zależność silnie pozytywna	+ zależność pozytywna	++ zależność silnie pozytywna
	wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw (γ)	+ / - zależność negatywna dla prawdopodobieństw niskich i pozytywna dla prawdopodobieństw wysokich		

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji wykazano szczególne znaczenie wartości punktu odniesienia. W szczególności sposób percepcji wartości, opisany parametrami funkcji oceny, ma znaczenie dla postrzeganej wartości opcji w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia. Traci natomiast na znaczeniu w sytuacji, gdy punkt odniesienia przyjmuje wartości skrajne.

Opisana w ramach teorii perspektywy obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty zysków skutkuje spadkiem wartości opcji. Podobny wpływ ma awersja do strat, której wysoki

poziom przekłada się na niższą wartość ekwiwalentu pewności korzyści związanych z dysponowaniem opcją. Odwrotny wpływ ma obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty strat, wpływająca pozytywnie na wartość opcji, przy czym w przypadku typowych wartości parametrów funkcji oceny wpływ ten jest zbyt słaby, by zrekompensować oddziaływanie pozostałych parametrów. W zakresie percepcji prawdopodobieństw wskazać należy na pozytywny wpływ optymizmu na wartość opcji. Wrażliwość procesu przypisywania wag na podstawie prawdopodobieństw w przypadku modelu dwumianowego ma natomiast wpływ ambiwalentny, wynikający z uproszczonego sposobu modelowania zmienności instrumentu bazowego w ramach tego modelu. Bardziej wnikliwe zbadanie wpływu parametrów funkcji wag na wartość opcji możliwe jest z zastosowaniem modelu analitycznego, co omówiono w ramach kolejnego podrozdziału.

4.1.3. Symulacje wartości przykładowej opcji rzeczywistej przeprowadzone z wykorzystaniem modelu analitycznego

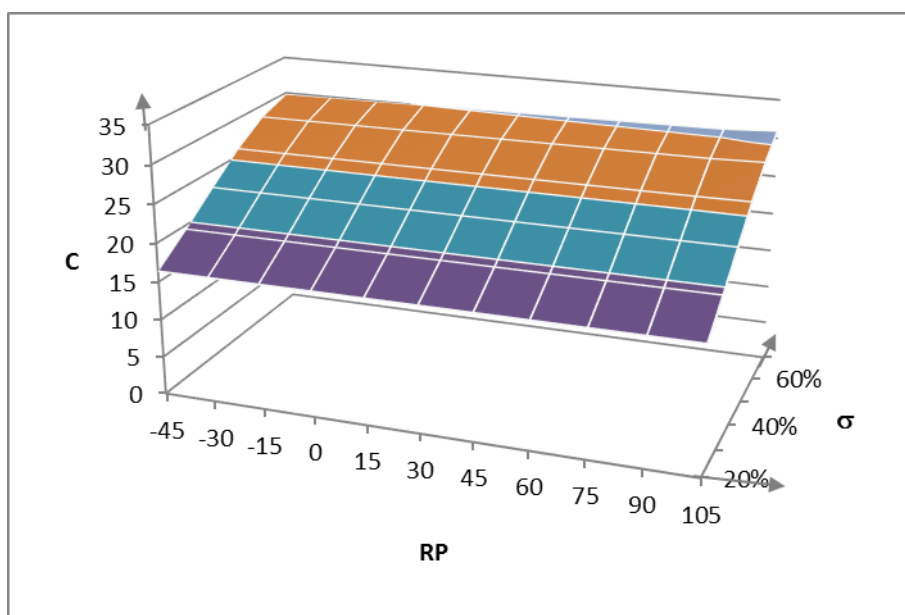
Symulacje wartości przykładowej opcji rzeczywistej dla różnych kombinacji parametrów wejściowych do modelu jej wyceny uwzględniającego elementy teorii perspektywy przeprowadzono także z wykorzystaniem modelu analitycznego, zaprezentowanego w podrozdziale 3.3 rozprawy. W ramach tego podejścia zmienność wartości instrumentu bazowego opisana jest w postaci geometrycznego ruchu Browna, dzięki czemu jego wartość w terminie wygaśnięcia opcji może zostać określona w postaci rozkładu prawdopodobieństwa. Dla potrzeb symulacji wykorzystano przykład liczbowy przykładowej opcji inwestowania prezentowany w podrozdziale 3.3 rozprawy, zgodnie z którym średnia roczna stopa zwrotu z instrumentu bazowego wynosi $\mu = 10\%$, natomiast jej roczna zmienność wynosi $\sigma = 20\%$. Funkcja gęstości prawdopodobieństwa realizacji wartości instrumentu bazowego opisana jest formułą (84) (por. wykres 66).

Podobnie jak w przypadku symulacji opisanych w podrozdziale 4.1.2, dla uzyskania porównywalności wartości, przedmiotem symulacji uczyniono ekwiwalent pewności korzyści wynikających z dysponowania opcją. W pierwszej kolejności przeprowadzono symulacje wartości przykładowej opcji inwestowania przy założeniu, że wszystkie parametry funkcji wążącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającym zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości neutralne (symulacja 1). W konsekwencji funkcja wartości $v(x)$ oraz funkcja oceny $\pi(p)$ przyjmują kształt, jaki zaprezentowano – odpowiednio – na wykresie 17 oraz 18. Wartości wyjściowe parametrów funkcji oceny oraz funkcji wagowej przyjęte na potrzeby symulacji liczbowych zostały przedstawione w tabeli 11. W ramach

przeprowadzonych symulacji liczbowych każdorazowo zmianie podlega wartość jednego z parametrów funkcji ważącej lub funkcji oceny, *caeteris paribus*.

Zbadano zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości punktu odniesienia, RP , oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, σ . Podobnie jak w przypadku symulacji opartej na modelu dwumianowym, gdy wszystkie parametry funkcji ważącej i funkcji oceny przyjmują wartość równą 1, wartość punktu odniesienia nie ma wpływu na wartość przykładowej opcji inwestowania. Jednocześnie wyższa zmienność wartości instrumentu bazowego powoduje wzrostu wartości opcji. Wyniki przeprowadzonych symulacji wartości opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia dla różnych poziomów zmienności instrumentu bazowego przy założeniu neutralnych wartości parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny zaprezentowano na wykresie 42.

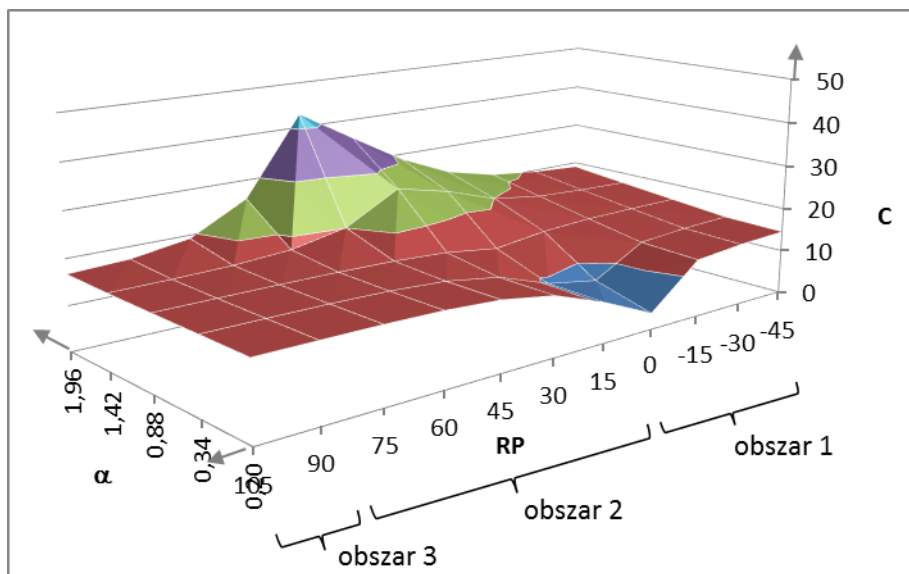
Wykres 42: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



Źródło: opracowanie własne.

Następnie zbadano wpływ poszczególnych parametrów funkcji oceny na wartość przykładowej opcji inwestowania, oszacowanej z wykorzystaniem modelu analitycznego, przy założeniu neutralnych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 1). Na wykresie 43 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , dla różnych wartości parametru α oraz wartości punktu odniesienia, RP .

Wykres 43: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru α oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



Źródło: opracowanie własne.

Zależność pomiędzy wartością przykładowej opcji inwestowania a wartością parametru α , odzwierciedlającego poziom wrażliwości na kolejne przyrosty zysków, jest podobna do zaobserwowanej w przypadku modelu dwumianowego. Istnieją jednak różnice wynikające z odmiennego sposobu uwzględnienia zmienności wartości instrumentu bazowego.

Dla bardzo wysokich wartości punktu odniesienia łączne korzyści z tytułu posiadania opcji postrzegane są jako straty. Im wyższa wartość punktu odniesienia, tym mniejsze znaczenie zysków, przez co wartość ekwiwalentu pewności zbliża się do wartości gotówkowej korzyści wynikających z dysponowania opcją. Wrażliwość w obszarze zysków ma coraz mniejsze znaczenie dla wartości opcji. Przykładem takiej sytuacji jest obszar 3 na wykresie 43.

Dla bardzo niskich wartości punktu odniesienia zarówno łączne korzyści z tytułu posiadania opcji, jak i sam ekwiwalent pewności, postrzegane są jako zyski. Wrażliwość na kolejne przyrosty zysków w jednakowym zakresie wpływa na obie wielkości, przez co ekwiwalent pewności zbliża się do wartości gotówkowej korzyści związanych z posiadaniem opcją. Przykładem takiej sytuacji jest obszar 1 zaznaczony na wykresie 43.

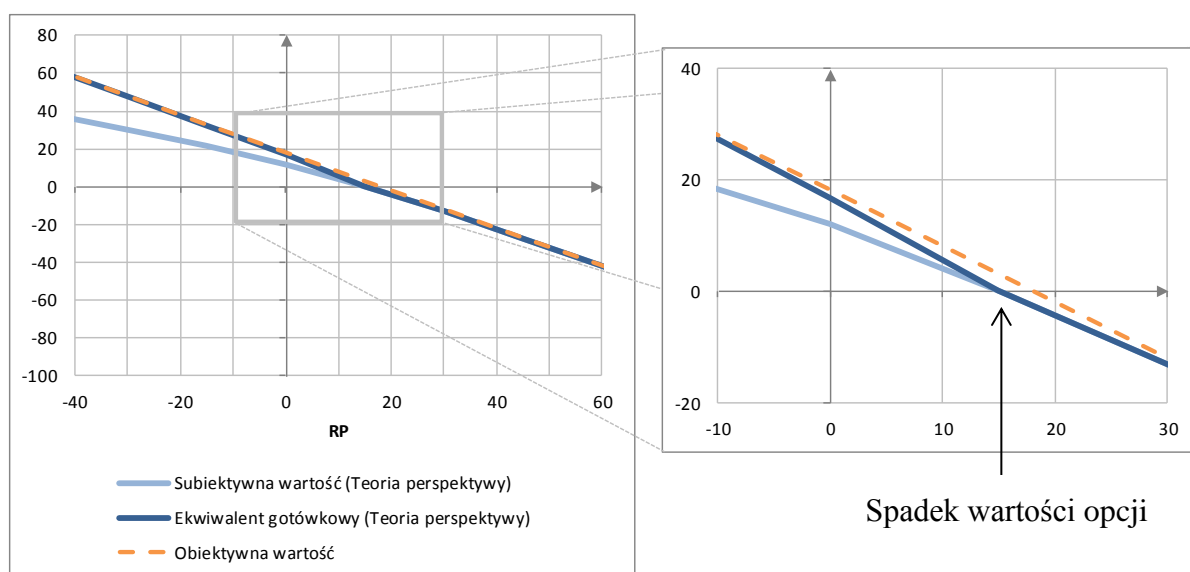
Istnieje jednak pewien przedział wartości punktu odniesienia, przy którym subiektywne korzyści z tytułu posiadania opcji są interpretowane jako zyski bądź relatywnie niewielkie straty. Przykładem takiej sytuacji jest obszar 2 zaznaczony na wykresie 43. Wartość parametru α ma wtedy największy wpływ na wartość opcji. W takiej sytuacji wartość parametru α niższa od wartości neutralnej ($\alpha < 1$) skutkuje spadkiem wartości opcji inwestowania, natomiast wzrost tego parametru powyżej wartości neutralnej ($\alpha > 1$) skutkuje wzrostem

wartości opcji. Wzrost wrażliwości na kolejne przyrosty zysków powoduje wzrost wartości opcji inwestowania.

Dla zakresu umiarkowanych wartości punktu odniesienia, istnieje pewien punkt ekstremum, dla którego wartość opcji jest maksymalna (minimalna). W przypadku $\alpha > 1$ ($\alpha < 1$), dla wartości punktu odniesienia poniżej (powyżej) tego punktu, wysoka (niska) wrażliwość na zyski powoduje spadek wartości ekwiwalentu gotówkowego. Natomiast dla wartości punktu odniesienia powyżej (poniżej) wskazanego punktu ekstremum maleje prawdopodobieństwo osiągnięcia gotówkowego zysku względem punktu odniesienia, co również przekłada się na spadek wartości ekwiwalentu gotówkowego. Powyższy punkt ekstremum występuje dla coraz wyższych wartości punktu odniesienia, w miarę wzrostu wrażliwości na zyski.

Zjawisko spadku wartości opcji dla typowej wartości parametru *alfa* ($\alpha = 0,88$) w przedziale umiarkowanych wartości punktu odniesienia zaprezentowano na wykresie 44. Wykres ten obrazuje porównanie gotówkowej wartości zysku lub straty względem punktu odniesienia (zaznaczonej kolorem pomarańczowym), oszacowanej z wykorzystaniem modelu analitycznego wartości postrzeganej subiektywnie (zaznaczonej kolorem jasnoniebieskim) oraz jej ekwiwalentu gotówkowego (zaznaczonego kolorem granatowym). Wartości subiektywne zostały oszacowane przy założeniu neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji ważącej oraz funkcji oceny (równych 1).

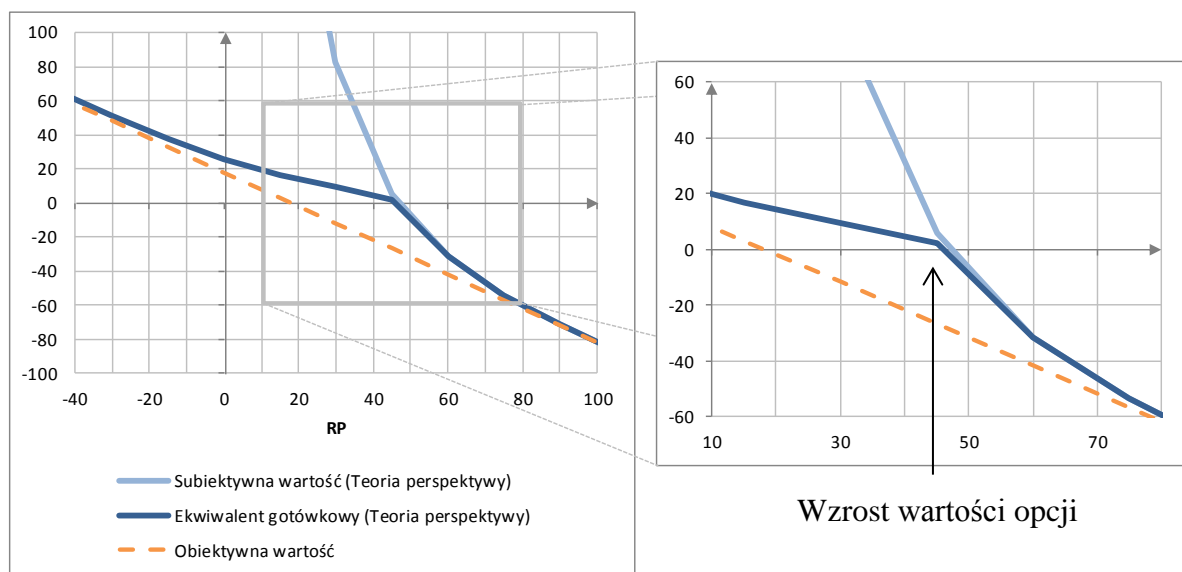
Wykres 44: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu typowej wartości parametru *alfa*



Źródło: opracowanie własne.

Przypadek relatywnie wysokiego poziomu wrażliwości na zyski obrazuje wykres 45 sporządzony dla przykładowej relatywnie wysokiej wartości parametru $\alpha = 1,96$. W pewnych przedziałach wartości instrumentu bazowego wysoka wartość parametru *alfa* prowadzi może do wzrostu wartości opcji mierzonej ekwiwalentem gotówkowym korzyści z jej posiadania. Na wykresie widoczny jest punkt ekstremum – maksymalnej wartości ekwiwalentu pewności.

Wykres 45: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\alpha = 1,96$

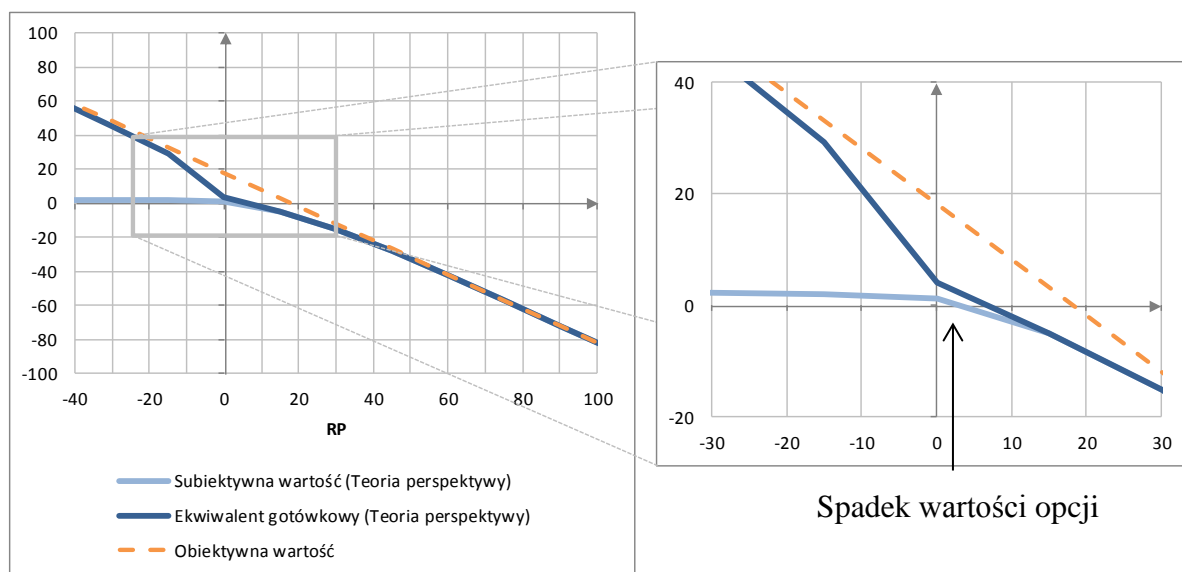


Źródło: opracowanie własne.

Analogiczne zjawisko, choć przeciwstawne w skutkach, ma miejsce w przypadku występowania relatywnie niskich wartości parametru *alfa*. W przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia, niższy poziom wrażliwości na zyski skutkuje spadkiem wartości opcji. Także w tym przypadku istnieje pewien punkt ekstremum – minimalnej wartości ekwiwalentu pewności. Graficzną prezentację tego zjawiska dla wartości parametru $\alpha = 0,20$ stanowi wykres 46.

Opisane powyżej obserwacje są zbliżone do zaprezentowanych w przypadku modelu dwumianowego, w podrozdziale 4.1.2 rozprawy, choć istnieją pewne różnice wynikające ze sposobu uwzględnienia przyszłych wartości instrumentu bazowego w postaci rozkładu prawdopodobieństwa, nie natomiast dwóch wartości punktowych.

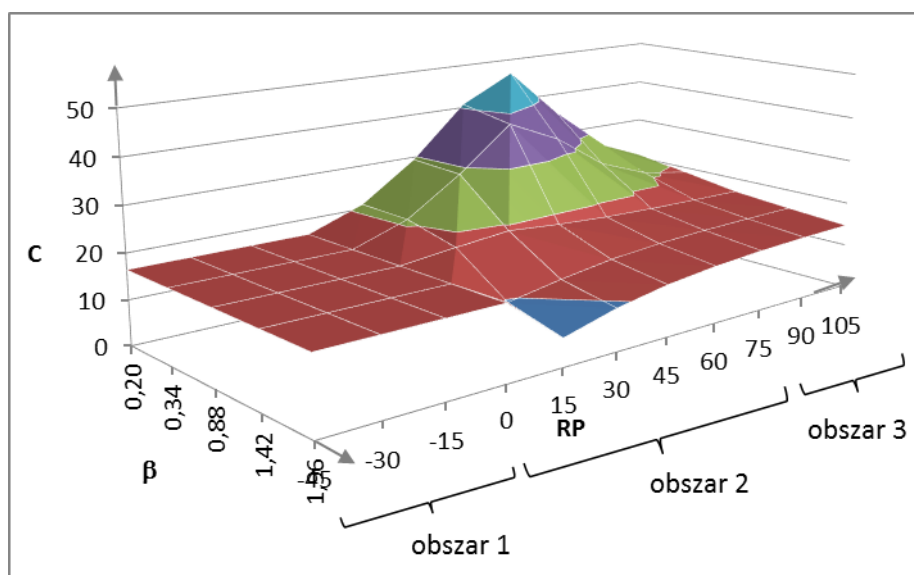
Wykres 46: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\alpha = 0,20$



Źródło: opracowanie własne.

Podobne symulacje przeprowadzono dla wartości przykładowej opcji inwestowania, C , w zależności od wartości parametru β oraz wartości punktu odniesienia, RP , dla neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji wartości (symulacja 1). Na wykresie 47 zaprezentowano wyniki przeprowadzonych symulacji.

Wykres 47: Wartość opcji inwestowania w zależności od wartości parametru β oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak w przypadku parametru α , zależność wartości przykładowej opcji inwestowania od wartości parametru β , odzwierciedlającego poziom wrażliwości na kolejne

przyrosty strat, jest podobna do zaobserwowanej w przypadku modelu dwumianowego, choć istnieją pewne różnice wynikające z odmiennego sposobu uwzględnienia zmienności wartości instrumentu bazowego.

Dla wartości punktu odniesienia znacząco niższych od wartości wewnętrznej opcji w okresie $t = 0$ wartość parametru β nie ma wpływu na wartość przykładowej opcji inwestowania. W przypadku odpowiednio niskich wartości punktu odniesienia prawdopodobieństwo wystąpienia w przyszłości strat jest bowiem znikome. W szczególności, dla ujemnych wartości punktu odniesienia, nie ma znaczenia, jakie wartości przyjmuje parametr β – zarówno jego wartość, jak i wartość punktu odniesienia nie mają wpływu na wartość opcji. Wynika to z możliwości wykonania opcji rzeczywistej wyłącznie wtedy, gdy miałyby ono przynieść dodatnie korzyści dla podmiotu dysponującego opcją. Dla ujemnych wartości punktu odniesienia, niezależnie od sposobu uwzględnienia w modelu zmienności wartości instrumentu bazowego, korzyści z tytułu posiadania opcji interpretowane będą jako zyski względem punktu odniesienia. Wrażliwość na przyrosty strat odzwierciedlone poprzez parametr β , w przedziale ujemnych wartości punktu odniesienia nie będzie więc miała wpływu na postrzeganą wartość opcji. Przykładem takiej sytuacji jest obszar 1 zaznaczony na wykresie 47.

Dla bardzo wysokich wartości punktu odniesienia zarówno łączne korzyści z tytułu posiadania opcji, jak i sam ekwiwalent pewności, postrzegane są jako straty. Wrażliwość na kolejne przyrosty strat w jednakowym zakresie wpływa na obie te wielkości, przez co ekwiwalent pewności odpowiada gotówkowej wartości korzyści wynikających z posiadania opcji. Przykładem takiej sytuacji jest obszar 3 zaznaczony na wykresie 47.

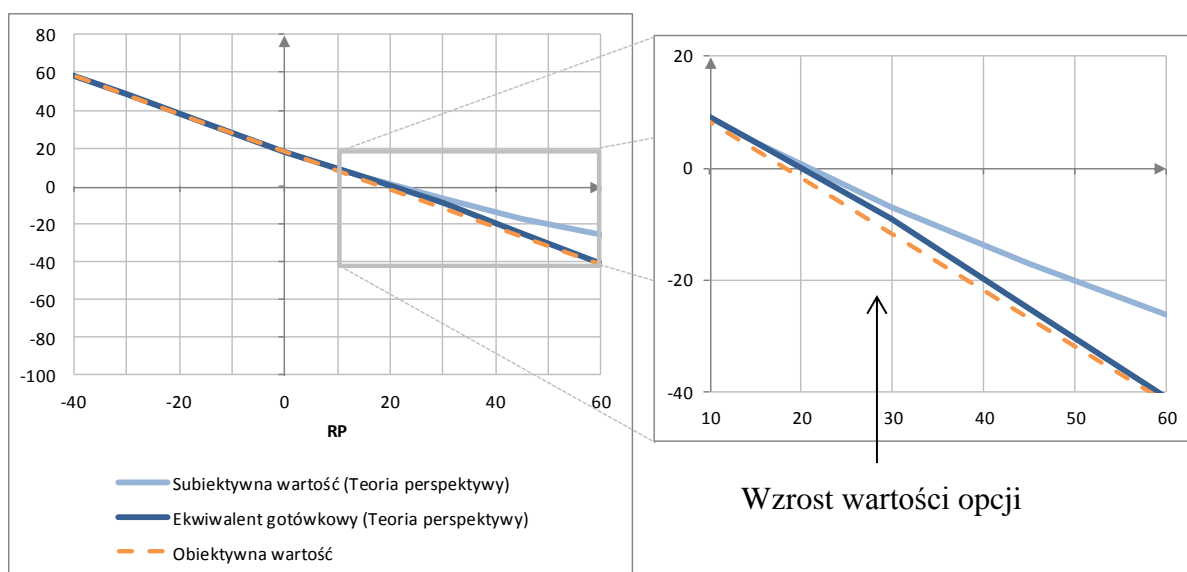
Istnieje jednak pewien przedział wartości punktu odniesienia, przy którym subiektywne korzyści z tytułu posiadania opcji są interpretowane jako zyski bądź relatywnie niewielkie straty. Przykładem takiej sytuacji jest powiększony obszar 2 zaznaczony na wykresie 47. Wartość parametru β ma wtedy największy wpływ na wartość opcji. Dla wartości punktu odniesienia wyższych od wartości wewnętrznej opcji w okresie $t = 0$, przyjmowanie parametru β niższego od wartości neutralnej ($\beta < 1$) skutkuje wzrostem wartości opcji inwestowania, natomiast wzrost tego parametru powyżej wartości neutralnej ($\beta > 1$) skutkuje spadkiem wartości tej opcji. Wzrost wrażliwości na kolejne przyrosty strat powoduje spadek wartości opcji inwestowania.

Dla zakresu umiarkowanych wartości punktu odniesienia, istnieje pewien punkt ekstremum dla którego wartość opcji jest maksymalna (minimalna). W przypadku $\beta < 1$ ($\beta > 1$), dla wartości punktu odniesienia powyżej (poniżej) tego punktu, niska (wysoka)

wrażliwość na straty powoduje wzrost wartości ekwiwalentu gotówkowego. Natomiast dla wartości punktu odniesienia poniżej (powyżej) wskazanego punktu ekstremum maleje prawdopodobieństwo osiągnięcia gotówkowej straty względem punktu odniesienia, co również przekłada się na wzrost wartości ekwiwalentu gotówkowego. Powyższy punkt ekstremum jest coraz wyższy, w miarę spadku wrażliwości na straty.

Zjawisko wzrostu wartości opcji dla typowej wartości parametru β ($\beta = 0,88$) w przedziale umiarkowanych wartości punktu odniesienia zaprezentowano na wykresie 48. Wykres ten obrazuje porównanie pieniężnej wartości zysku lub straty względem punktu odniesienia (zaznaczonej kolorem pomarańczowym), oszacowanej z wykorzystaniem modelu analitycznego wartości postrzeganej subiektywnie (zaznaczonej kolorem jasnoniebieskim) oraz jej ekwiwalentu gotówkowego (zaznaczonego kolorem granatowym). Wartości subiektywne zostały oszacowane przy założeniu neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji wazącej oraz funkcji oceny (równych 1).

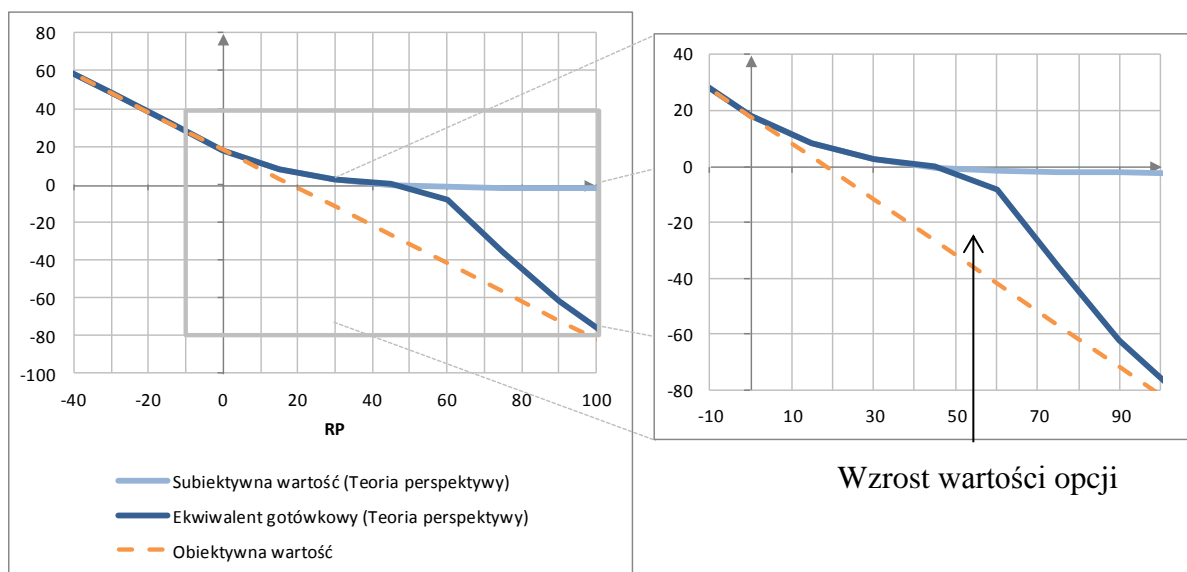
Wykres 48: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu typowej wartości parametru β



Źródło: opracowanie własne.

Przypadek relatywnie wysokiego poziomu wrażliwości na straty obrazuje wykres 49 sporządzony dla przykładowej relatywnie niskiej wartości parametru $\beta = 0,20$. W pewnych przedziałach wartości instrumentu bazowego niska wartość parametru β prowadzi do wzrostu wartości opcji mierzonej ekwiwalentem gotówkowym korzyści z jej posiadania. Na wykresie widoczny jest punkt ekstremum – maksymalnej wartości ekwiwalentu pewności.

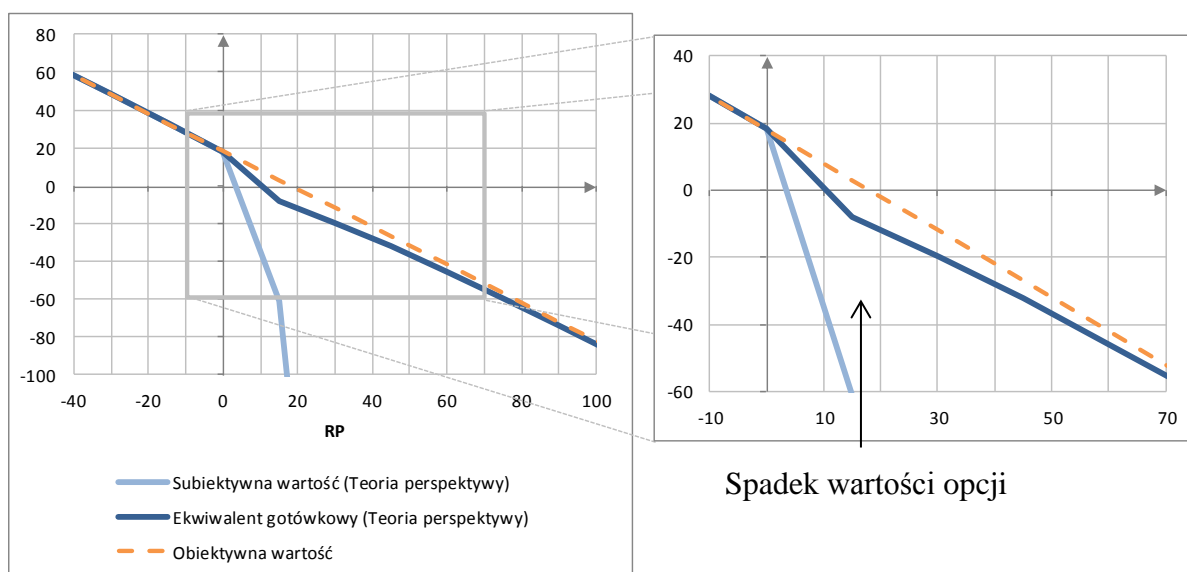
Wykres 49: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\beta = 0,20$



Źródło: opracowanie własne.

Analogiczne zjawisko, choć przeciwstawne w skutkach, ma miejsce w przypadku występowania relatywnie wysokich wartości parametru *beta*. W przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia, wyższy poziom wrażliwości na straty skutkuje spadkiem wartości przykładowej opcji inwestowania. Także w tym przypadku istnieje pewien punkt ekstremum – minimalnej wartości ekwiwalentu gotówkowego. Graficzną prezentację tego zjawiska dla wartości parametru $\beta = 1,96$ stanowi wykres 50.

Wykres 50: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\beta = 1,96$



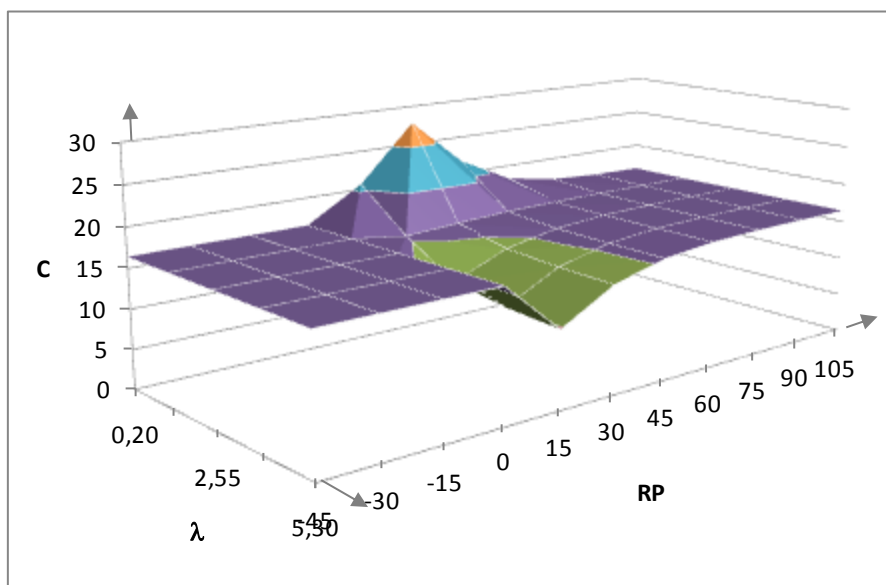
Źródło: opracowanie własne.

Także w przypadku parametru β , opisane powyżej obserwacje są zbliżone do zaprezentowanych w przypadku modelu dwumianowego, a obserwowane różnice wynikają ze sposobu uwzględnienia przyszłych wartości instrumentu bazowego w postaci rozkładu prawdopodobieństwa, nie natomiast wartości punktowych.

Ostatnim parametrem funkcji oceny uwzględnianym w symulacjach przeprowadzonych w wykorzystaniem modelu analitycznego jest parametr λ odzwierciedlający awersję do ryzyka. Dokonano kalkulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , w zależności od wartości tego parametru oraz wartości punktu odniesienia, RP , dla neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji wartości (symulacja 1). Na wykresie 51 zaprezentowano wyniki przeprowadzonych symulacji.

Ze względu na podobieństwo pomiędzy parametrem λ , odzwierciedlającym awersję do strat, a parametrem β , oznaczającym wrażliwość na kolejne przyrosty strat, zależności pomiędzy wartością przykładowej opcji inwestowania a parametrem λ , przy różnych wartościach punktu odniesienia są zbliżone do tych opisanych dla parametru β .

Wykres 51: Wartość opcji inwestowania w zależności od wartości parametru λ oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego

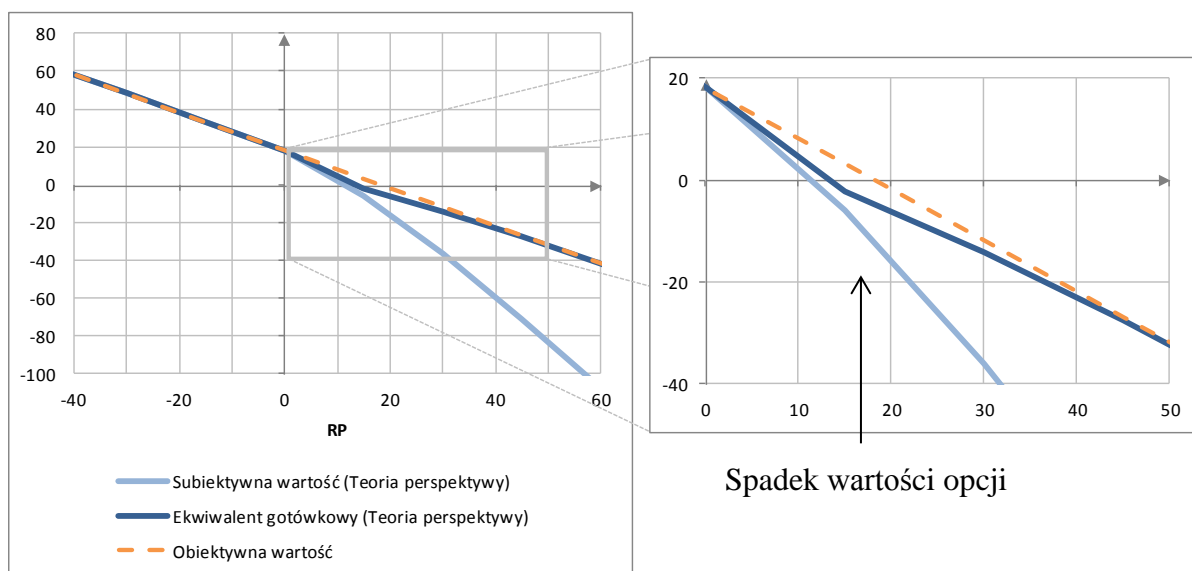


Źródło: opracowanie własne.

Zjawisko spadku wartości opcji dla typowej wartości parametru λ ($\lambda = 2,25$) w przedziale wartości punktu odniesienia wyższych od wartości wewnętrznej opcji w okresie $t = 0$ zaprezentowano na wykresie 48. Wykres ten obrazuje porównanie pieniężnej wartości zysku lub straty względem punktu odniesienia (zaznaczonej kolorem pomarańczowym), oszacowanej z wykorzystaniem modelu analitycznego wartości postrzeganej subiektywnie

(zaznaczonej kolorem jasnoniebieskim) oraz jej ekwiwalentu gotówkowego (zaznaczonego kolorem granatowym). Wartości subiektywne zostały oszacowane przy założeniu neutralnej wartości pozostałych parametrów funkcji wazącej oraz funkcji oceny (równych 1).

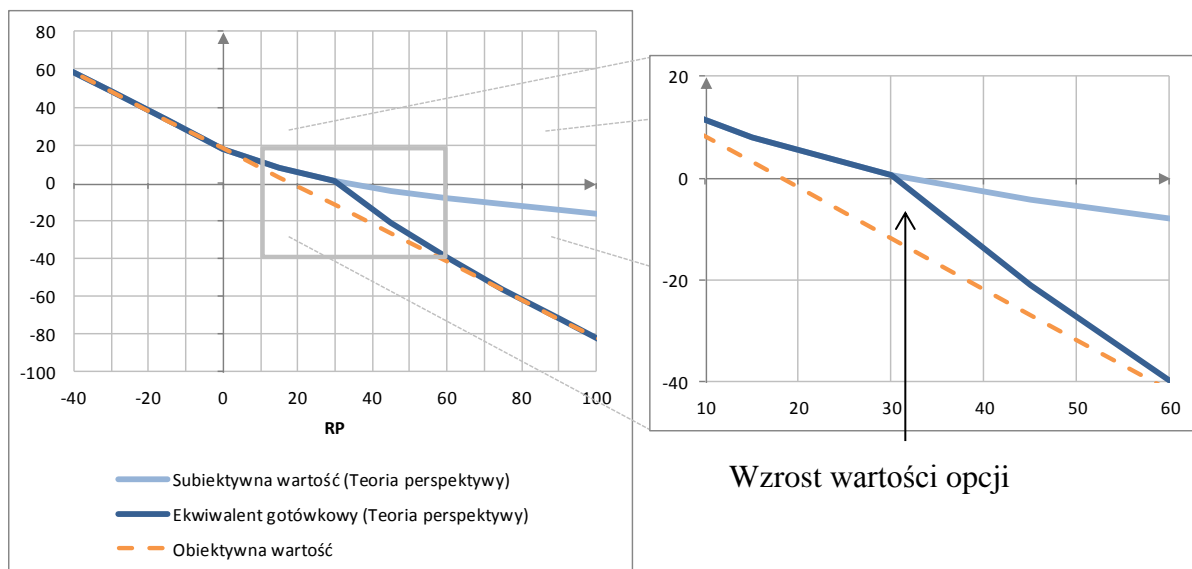
Wykres 52: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu typowej wartości parametru λ



Źródło: opracowanie własne.

Niski poziom awersji do strat (niska wartość parametru λ) powoduje wzrost subiektywnej wartości korzyści z tytułu posiadania opcji. Mimo niskiego prawdopodobieństwa wystąpienia przyszłego zysku, im niższa wartość parametru λ , tym większy wpływ zysku na subiektywną wartość korzyści z tytułu posiadania opcji. W pewnych przypadkach, przy umiarkowanych wartościach punktu odniesienia, niski poziom awersji do strat prowadzi do wzrostu wartości opcji mierzonej ekwiwalentem gotówkowym korzyści z jej posiadania. Przykładem takiej sytuacji jest powiększony obszar wykresu 53, sporządzonego dla przykładowej relatywnie niskiej wartości parametru $\lambda = 0,20$.

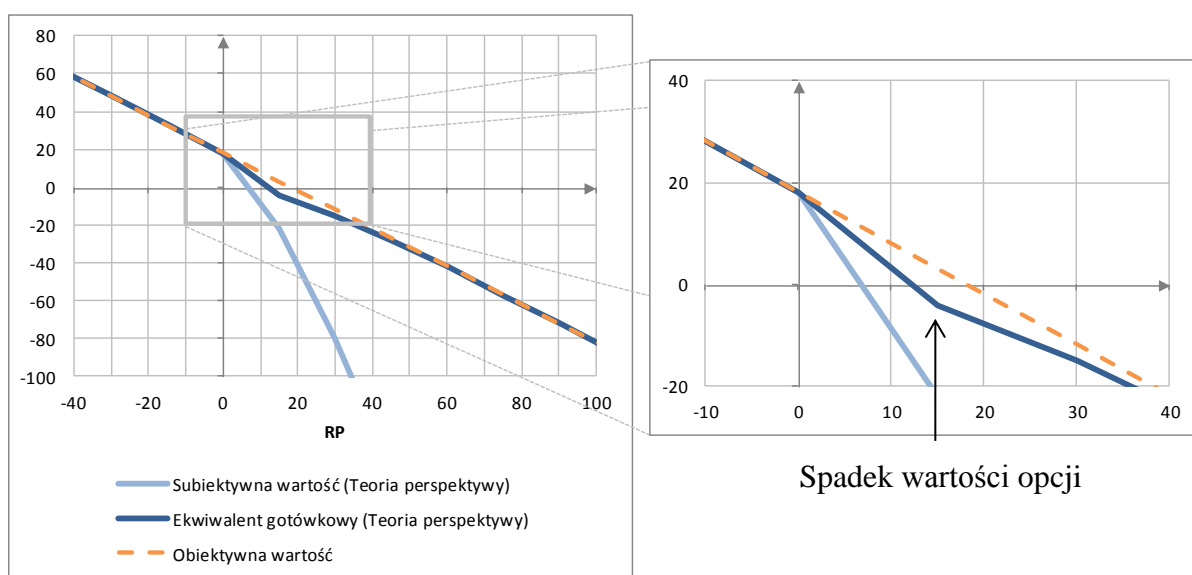
Wykres 53: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\lambda = 0,20$



Źródło: opracowanie własne.

Analogiczne zjawisko, choć przeciwstawne w skutkach, ma miejsce w przypadku występowania relatywnie wysokich wartości parametru λ . W przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia, wyższy poziom awersji do strat skutkuje spadkiem wartości przykładowej opcji inwestowania. Także w tym przypadku istnieje pewien punkt ekstremum – minimalnej wartości ekwiwalentu gotówkowego. Graficzną prezentację tego zjawiska dla wartości parametru $\lambda = 5,30$ stanowi wykres 54.

Wykres 54: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\lambda = 5,30$

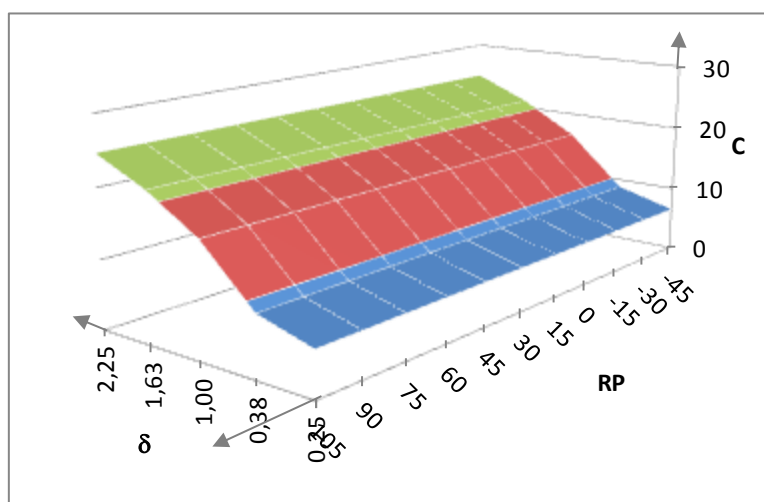


Źródło: opracowanie własne.

Następnie zbadano wpływ poszczególnych parametrów funkcji ważącej na wartość przykładowej opcji inwestowania, oszacowanej z wykorzystaniem modelu analitycznego, przy założeniu neutralnych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 1).

Pierwszym z parametrów uwzględnionych w symulacji był parametr *delta* odzwierciedlający optymizm. Optymizm rozumiany jest jako dowożenie prawdopodobieństw wystąpienia korzystnego scenariusza w przyszłości. W formule funkcji ważącej wyższa wartość parametru *delta* powoduje przesunięcie funkcji wag w górę (w lewo). Natomiast w skumulowanej wersji teorii perspektywy przekłada się na przesunięcie (rozciągnięcie) funkcji gęstości prawdopodobieństwa przyszłej wartości instrumentu bazowego w prawo – tj. ku wyższym jego wartościom. Na wykresie 55 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, *C*, dla różnych wartości parametru δ oraz wartości punktu odniesienia, *RP*.

Wykres 55: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru *delta* oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



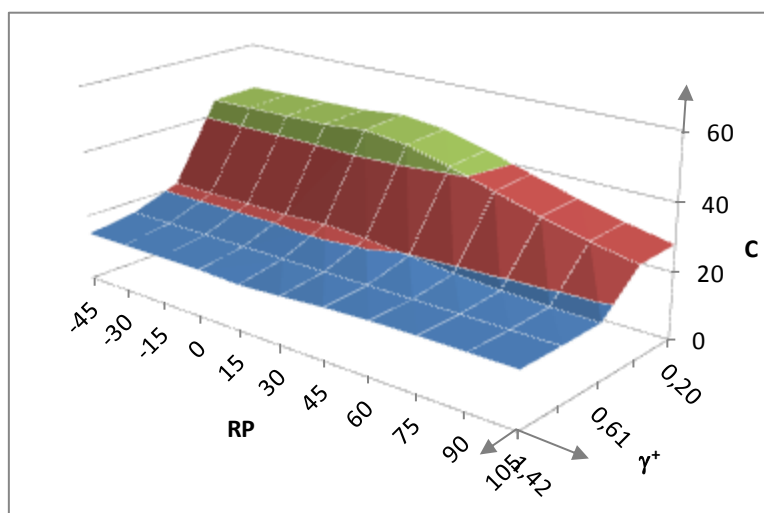
Źródło: opracowanie własne.

Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania od wartości parametru δ , odzwierciedlającego poziom optymizmu, jest podobna do zaobserwowanej w przypadku modelu dwumianowego. Zależność ta jest pozytywna – wzrost poziomu optymizmu skutkuje wyższą wartością opcji. Istnieje również punkt przegięcia krzywej wartości opcji w funkcji parametru δ , który występuje przy wartości neutralnej parametru *delta*. Poniżej tej wartości funkcja jest wypukła, co oznacza rosnące tempo przyrostów wartości opcji wskutek wzrostu poziomu optymizmu, natomiast powyżej tego punktu staje się funkcją wklęsłą, co odpowiada malejącemu tempu przyrostów wartości opcji.

Różnica względem wyników symulacji przeprowadzonych na podstawie modelu dwumianowego wynika z odmiennego sposobu uwzględnienia w modelu zmienności instrumentu bazowego, w postaci rozkładu prawdopodobieństwa, a także wykorzystania teorii perspektywy w jej skumulowanej postaci. W konsekwencji powyższych, opisana relacja pomiędzy wartością opcji a wartością parametru *delta*, w przypadku modelu analitycznego, jest jednakowa dla różnych wartości punktu odniesienia – zarówno co do kierunku zależności, jak i tempa wzrostów.

Kolejnymi parametrami funkcji ważącej, a zarazem ostatnimi parametrami uwzględnionymi w ramach przeprowadzonej symulacji, są parametry odzwierciedlające wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństw – odpowiednio – w obszarze zysków (γ^+) oraz strat (γ). Na wykresie 56 zaprezentowano wyniki symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, *C*, dla różnych wartości parametru γ^+ oraz wartości punktu odniesienia, *RP*.

Wykres 56: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru *gamma+* oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



Źródło: opracowanie własne.

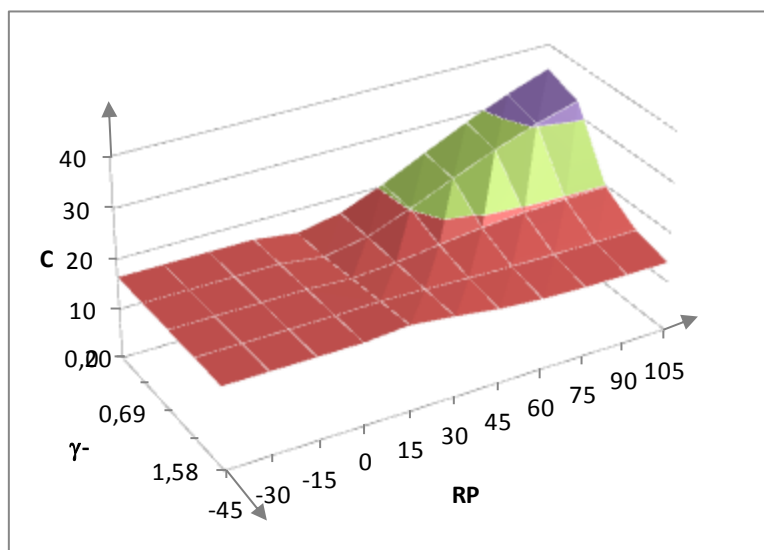
Spadek wartości parametru γ^+ , odzwierciedlającego wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństwa wystąpienia zysków względem punktu odniesienia w procesie ustalania wag poszczególnych scenariuszy, powoduje wzrost wartości przykładowej opcji inwestowania. Wartość opcji najwyższa jest w przypadku występowania niskich wartości parametru γ^+ , ponieważ niska wartość tego parametru skutkuje wydłużeniem prawego ogona funkcji gęstości wag, co oznacza doważanie scenariuszy wysokich przyszłych wartości instrumentu bazowego.

Zakres opisanego powyżej wzrostu wartości opcji wskutek spadku wartości parametru γ^+ uzależniony jest od prawdopodobieństwa wystąpienia w przyszłości zysków. Zależność

wartości przykładowej opcji inwestowania od parametru $gamma^+$ jest jednakowa dla wartości punktu odniesienia niższych od wartości wewnętrznej opcji w okresie $t = 0$. Wtedy bowiem wystąpienie w przyszłości strat względem punktu odniesienia jest niemożliwe, przez co wartość punktu odniesienia nie ma znaczenia dla wartości opcji. Dla wartości punktu odniesienia powyżej tego przedziału, im wyższa jest wartość punktu odniesienia, tym mniejszy wpływ ma parametr $gamma^+$ na wartość opcji. Dla coraz wyższych wartości punktu odniesienia wystąpienie w przyszłości zysków jest coraz mniej prawdopodobne. Dla odpowiednio wysokich wartości instrumentu bazowego, kiedy prawdopodobieństwo wystąpienia w przyszłości zysków jest bardzo niskie, wpływ ten jest znikomy.

Na wykresie 57 zaprezentowano wyniki analogicznej symulacji wartości przykładowej opcji inwestowania, C , przeprowadzonej dla różnych wartości parametru γ oraz wartości punktu odniesienia, RP .

Wykres 57: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru $gamma^-$ oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



Źródło: opracowanie własne.

Dla dodatnich wartości punktu odniesienia, spadek wartości parametru $gamma^-$, odzwierciedlającego wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństwa wystąpienia strat względem punktu odniesienia, powoduje wzrost wartości przykładowej opcji inwestowania. Wartość opcji najwyższa jest w przypadku występowania niskich wartości parametru $gamma^-$, ponieważ niska wartość tego parametru skutkuje wydłużeniem lewego ogona funkcji gęstości wag. Jako że podmiot dysponujący opcją ma możliwość, ale nie obowiązek, jej wykonania, wydłużanie lewego ogona funkcji gęstości wag w obszarze wartości instrumentu bazowego skutkujących ujemną wartością wewnętrzną opcji, nie ma wpływu na wartość całkowitą opcji.

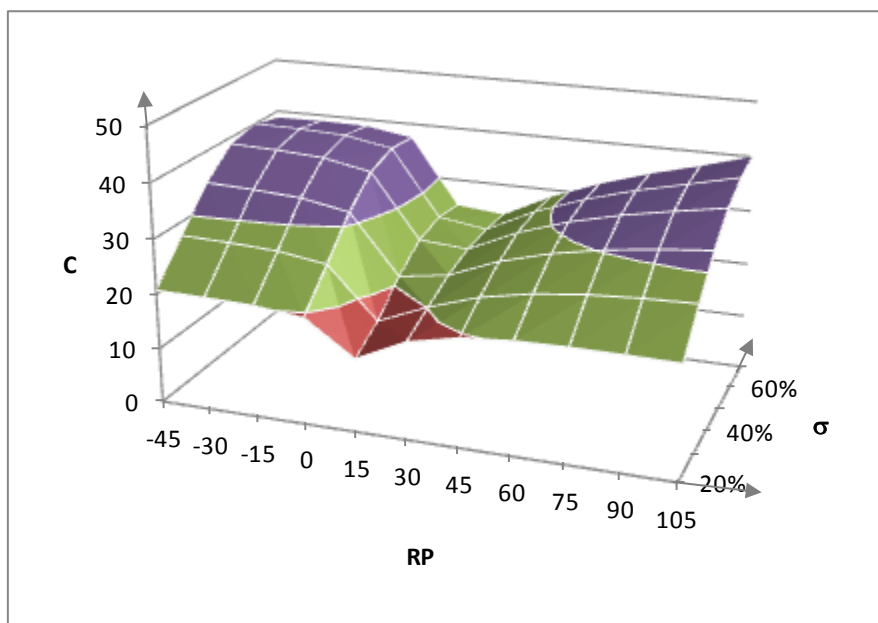
Skutkuje natomiast przypisaniem niższego prawdopodobieństwa wystąpienia strat względem punktu odniesienia w przedziale wartości instrumentu bazowego, w którym opcja jest wykonywana. W konsekwencji niska wartość parametru γ , odpowiadającego wrażliwości na zmiany wartości prawdopodobieństwa wystąpienia strat, skutkuje wzrostem całkowitej wartości opcji.

Zakres opisanego powyżej wzrostu wartości opcji wskutek spadku wartości parametru γ uzależniony jest od prawdopodobieństwa wystąpienia w przyszłości strat. Zależność wartości przykładowej opcji inwestowania od parametru γ nie występuje dla ujemnych wartości punktu odniesienia. Wtedy wystąpienie w przyszłości strat względem punktu odniesienia jest niemożliwe, przez co wartość punktu odniesienia nie ma znaczenia dla wartości opcji. Dla wartości punktu odniesienia powyżej tego przedziału, im wyższa jest wartość punktu odniesienia, tym większy wpływ ma parametr γ na wartość opcji. Dla coraz wyższych wartości punktu odniesienia wystąpienie w przyszłości strat jest coraz bardziej prawdopodobne. Dla odpowiednio wysokich wartości instrumentu bazowego, kiedy wystąpienie w przyszłości zysków jest bardzo mało prawdopodobne, siła tego wpływu stabilizuje się.

Analogiczne symulacje do zaprezentowanych powyżej przeprowadzono z wykorzystaniem modelu analitycznego w drugim wariantcie (symulacja 2), zakładającym, że wszystkie parametry funkcji wazącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającymi zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości typowe, to jest wartości przeciętne oszacowane na podstawie badań empirycznych (por. tabela 11).

Podobnie jak w przypadku symulacji 1, zbadano zależność wartości całkowitej przykładowej opcji inwestowania, C , od wartości punktu odniesienia, RP , oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, σ . W przypadku, gdy wszystkie parametry funkcji wazącej i funkcji oceny przyjmują wartości typowe, zależność wartości opcji inwestowania od zmienności wartości instrumentu bazowego jest pozytywna, podobna do obserwowanej w przypadku symulacji przeprowadzonych z wykorzystaniem modelu dwumianowego. Także wpływ wartości punktu odniesienia na siłę tej zależności jest zbliżony do prezentowanej w przypadku modelu dwumianowego. Na wykresie 58 zaprezentowano wyniki symulacji przeprowadzonych z zastosowaniem modelu analitycznego.

Wykres 58: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego



Źródło: opracowanie własne.

Dla typowych wartości parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny, wartość przyjmowanego punktu odniesienia ma wpływ na wartość opcji. Jest to obserwacja odmienna od poczynionej w przypadku symulacji 1, gdy parametrom funkcji ważącej i funkcji oceny przypisano wartości neutralne, a jednocześnie spójna z wnioskami prezentowanymi w przypadku modelu dwumianowego.

Dla typowych wartości parametrów obu funkcji, wartość całkowita opcji, mierzona ekwiwalentem pewności, ulega obniżeniu dla umiarkowanych wartości punktu odniesienia oraz podwyższeniu dla pozostałego przedziału wartości punktu odniesienia. Obniżenie wartości opcji ma miejsce wtedy, gdy prawdopodobne jest osiągnięcie w przyszłości zysku lub straty względem punktu odniesienia i wynika z odmiennej percepcji tychże zysków i strat. Obniżenie wartości całkowitej opcji we wskazanym przedziale związane jest w szczególności ze zjawiskiem awersji do strat oraz relatywnie niskiej wrażliwości na kolejne przyrosty zysków. Oba zjawiska wpływają negatywnie na wartość całkowitą opcji. Ich łączny wpływ jest silniejszy od pozytywnego wpływu relatywnie niskiej wrażliwości na kolejne przyrosty strat, czy też relatywnie niskiej wrażliwości na zmiany wartości prawdopodobieństw. Łączny wpływ typowej wartości wszystkich parametrów funkcji oceny i funkcji ważącej na wartość opcji, w obszarze możliwego występowania w przyszłości zarówno zysków jak i strat względem punktu odniesienia, jest negatywny.

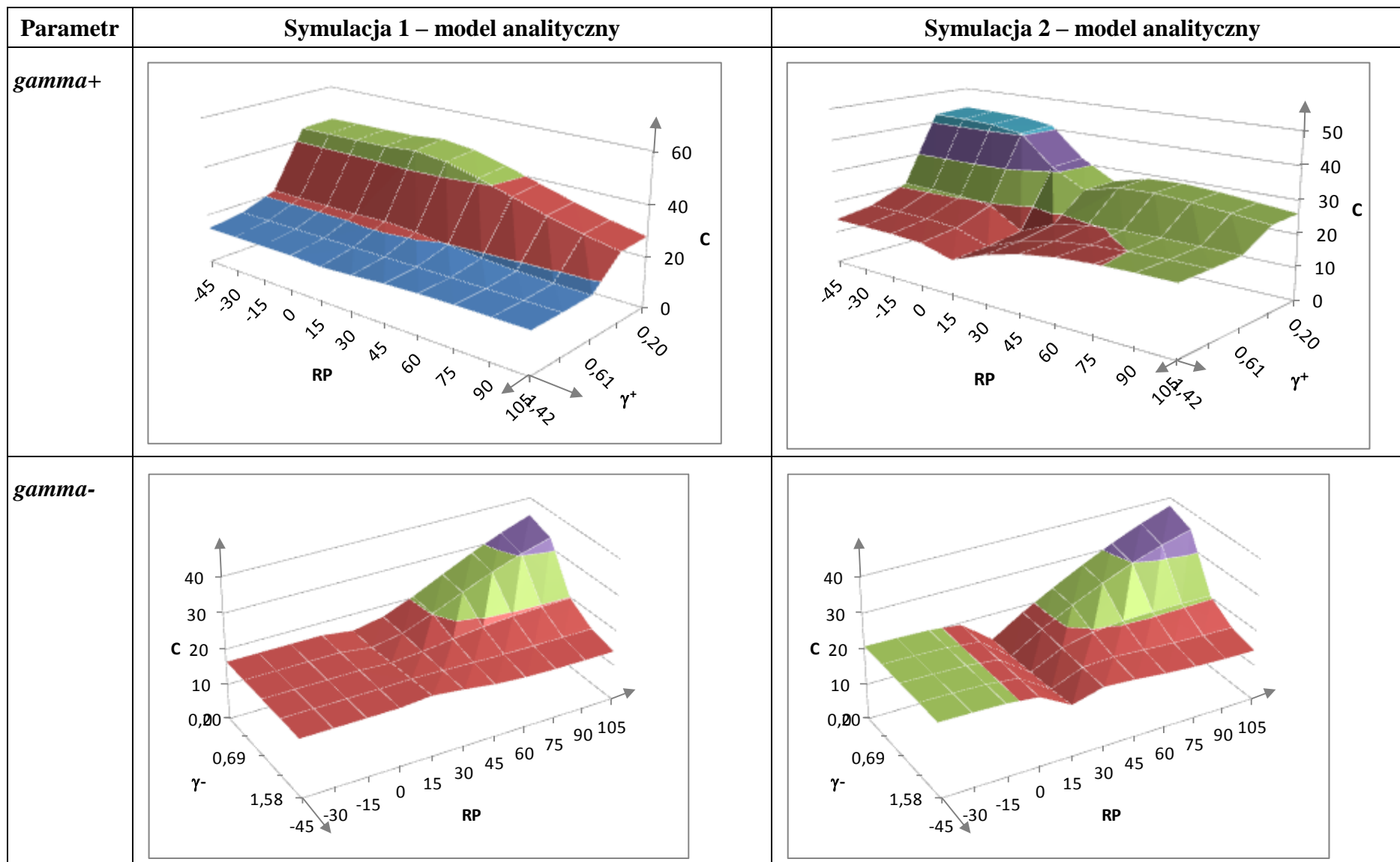
W pozostałych przedziałach wartości punktu odniesienia łączny wpływ typowych wartości wszystkich parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny na wartość przykładowej opcji inwestowania jest pozytywny. Dodatni wpływ relatywnie niskiej wrażliwości na kolejne przyrosty strat, czy też relatywnie niskiej wrażliwości na zmiany wartości prawdopodobieństw, przeważa w obszarze skrajnych wartości punktu odniesienia. Ich łączny wpływ dominuje nad negatywnym wpływem zjawiska awersji do strat oraz relatywnie niskiej wrażliwości na kolejne przyrosty zysków na wartość całkowitą opcji.

Zbadano także wpływ poszczególnych parametrów funkcji oceny i funkcji ważącej na wartość przykładowej opcji inwestowania, obliczonej z wykorzystaniem modelu analitycznego, przy założeniu typowych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 2). Zaobserwowane zależności są zbliżone do tych uzyskanych w ramach symulacji 1, stąd na kolejnych wykresach zaprezentowano wyłącznie porównanie wyników obu symulacji. Nieznaczne różnice uzyskanych wyników są efektem interakcji pomiędzy parametrami funkcji ważącej i funkcji oceny.

Tabela 14: Wyniki symulacji przeprowadzonych na podstawie modelu analitycznego

Parametr	Symulacja 1 – model analityczny	Symulacja 2 – model analityczny
<i>alfa</i>		
<i>beta</i>		

Parametr	Symulacja 1 – model analityczny	Symulacja 2 – model analityczny
<i>lambda</i>		
<i>delta</i>		



Źródło: opracowanie własne.

Zależności wartości przykładowej opcji inwestowania, określonej z wykorzystaniem modelu analitycznego, od parametrów funkcji oceny oraz funkcji wag, dla poszczególnych przedziałów punktu odniesienia, zbiorczo opisano w tabeli 15. Podobnie jak w przypadku modelu dwumianowego, wśród parametrów wpływających pozytywnie na wartość opcji wskazano wrażliwość na kolejne przyrosty zysków, optymizm oraz wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w obszarze strat. Oddziaływanie negatywne na wartość ekwiwalentu pewności korzyści związanych z dysponowaniem opcją zaobserwowano w przypadku wrażliwości na kolejne przyrosty strat oraz awersji do strat, a także wrażliwości na zmiany prawdopodobieństw w obszarze zysków.

Tabela 15: Zależność wartości przykładowej opcji jednookresowej od parametrów funkcji wag i oceny – model analityczny

Funkcja	Parametr	Wartość punktu odniesienia (<i>RP</i>)		
		Niska	Umiarkowana	Wysoka
Funkcja oceny	wrażliwość na kolejne przyrosty zysków (α)	x brak zależności	++ zależność pozytywna	x brak zależności
	wrażliwość na kolejne przyrosty strat (β)	x brak zależności	-- zależność negatywna	x brak zależności
	awersja do ryzyka (λ)	x brak zależności	-- zależność negatywna	x brak zależności
Funkcja ważąca	optymizm (δ)	++ zależność pozytywna	++ zależność pozytywna	++ zależność pozytywna
	wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w obszarze zysków (γ^+)	-- zależność negatywna	-- zależność negatywna	- słabnąca zależność negatywna
	wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w obszarze strat (γ^-)	x brak zależności	+ zależność pozytywna	++ rosnąca zależność pozytywna

Źródło: opracowanie własne.

Podobnie jak w przypadku modelu dwumianowego, w ramach przeprowadzonych symulacji wykazano szczególne znaczenie wartości punktu odniesienia. Sposób percepcji wartości, opisany parametrami funkcji oceny, ma znaczenie dla postrzeganej wartości opcji w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia. Traci natomiast na znaczeniu

w sytuacji, gdy punkt odniesienia przyjmuje wartości skrajne. Odwrotną sytuację zaobserwowano w przypadku parametrów funkcji oceny, których wpływ na wartość opcji nasila się w miarę zbliżania się punktu odniesienia do wartości skrajnych.

Podobnie jak w modelu dwumianowym, opisana w ramach teorii perspektywy obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty zysków skutkuje spadkiem wartości opcji. Podobny wpływ ma awersja do strat, której wysoki poziom przekłada się na niższą wartość ekwiwalentu pewności korzyści związanych z dysponowaniem opcją. Odwrotny wpływ ma obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty strat, wpływająca pozytywnie na wartość opcji, przy czym w przypadku typowych wartości parametrów funkcji oceny wpływ ten jest zbyt słaby, by zrekompensować oddziaływanie pozostałych parametrów.

W zakresie percepcji prawdopodobieństw również zaobserwowano pozytywny wpływ optymizmu na wartość opcji. Ze względu na inne niż w modelu dwumianowym podejście do modelowania zmienności wartości instrumentu bazowego, uzyskano bogatsze obserwacje w zakresie wpływu parametru odzwierciedlającego wrażliwość procesu przypisywania wag na podstawie prawdopodobieństw na zmiany ich wartości. Obniżony poziom wrażliwości na zmiany wartości prawdopodobieństw w obszarze zysków skutkuje wzrostem wartości opcji. Odwrotna zależność dotyczy natomiast wrażliwości na zmiany wartości prawdopodobieństw w obszarze strat, której obniżony poziom negatywnie wpływa na wartość ekwiwalentu pewności korzyści związanych z dysponowaniem opcją.

4.2. Moment wykonania opcji rzeczywistej w kontekście teorii perspektywy

4.2.1. Założenia przeprowadzonych symulacji

Istota symulacji przeprowadzonych w podrozdziale 4.1 rozprawy sprowadza się do oszacowania wartości hipotetycznej jednookresowej opcji rzeczywistej, mającej charakter opcji europejskiej. W niniejszym podrozdziale zaprezentowano wyniki symulacji momentu wykonania wielookresowej opcji inwestowania przy założeniu wyceny opcji zgodnie z wielookresowym modelem dwumianowym uwzględniającym elementy teorii perspektywy zaprezentowanym w podrozdziale 3.2.2 rozprawy.

Niniejszy podrozdział koncentruje się na analizie opcji wielookresowej, amerykańskiej. Przedmiotem zainteresowania jest tym razem moment wykonania hipotetycznej wielookresowej amerykańskiej opcji inwestowania. W ramach niniejszego podrozdziału zaprezentowano konsekwencje, jakie ma postrzeganie przez dany podmiot posiadający opcję rzeczywistą wartości i prawdopodobieństw w sposób opisany przez teorię perspektywy. W szczególności zaprezentowano wpływ poszczególnych parametrów definiujących sposób postrzegania wartości i prawdopodobieństw na moment wykonania tej opcji.

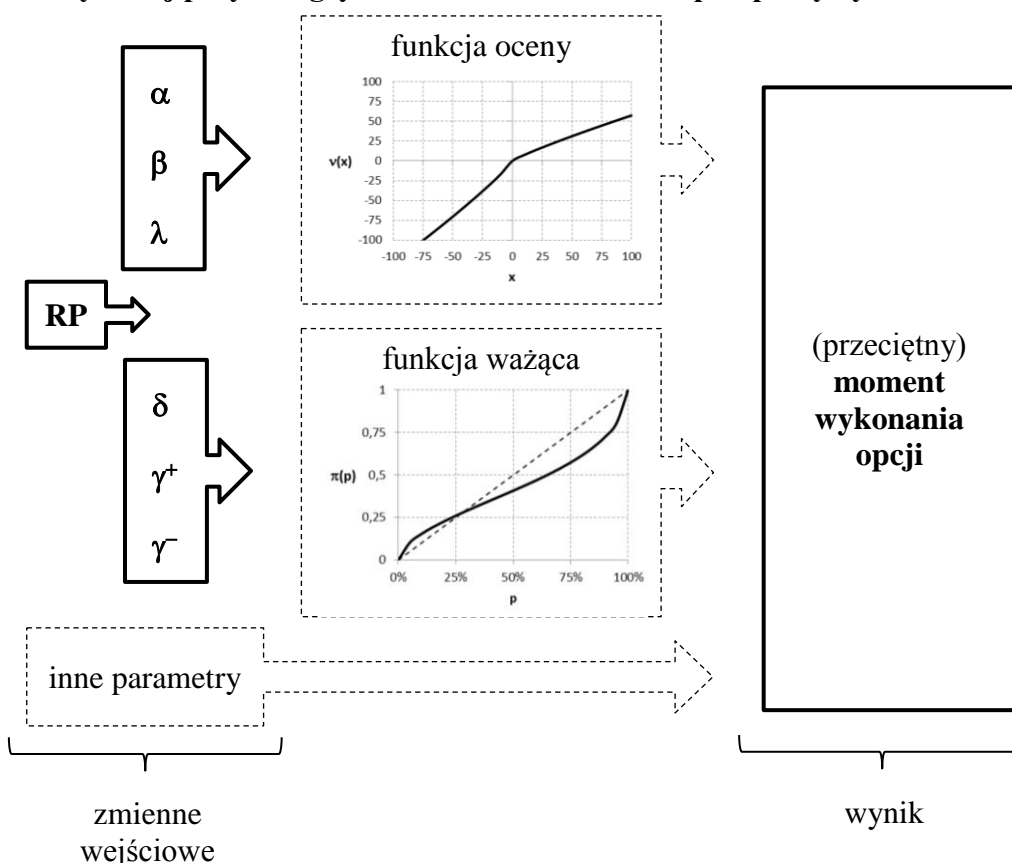
Podstawą przeprowadzonych symulacji jest hipotetyczna wielookresowa opcja rzeczywista, wykorzystywana w ramach przykładu liczbowego prezentowanego w podrozdziale 3.2.2 dysertacji⁶⁰. Jest to opcja inwestowania rozumiana w jednakowy sposób i posiadająca jednakową charakterystykę, jak opcja będąca podstawą symulacji zaprezentowanych w podrozdziale 4.1, przy czym analizowana opcja ma tym razem charakter opcji amerykańskiej o terminie wykonania równym dziesięć lat.

Ponieważ moment wykonania opcji może różnić się pomiędzy poszczególnymi gałęziami drzewa dwumianowego, przedmiotem symulacji w ramach niniejszego podrozdziału uczyniono przeciętny moment wykonania opcji, skalkulowany z uwzględnieniem prawdopodobieństw wystąpienia poszczególnych przyszłych stanów natury. Przeciętny moment wykonania opcji został obliczony jako wyrażony w liczbie okresów (lat) uśredniony czas wstrzymywania się podmiotu dysponującego opcją z jej wykonaniem. Stanowi on średnią ważoną czasu oczekiwania do momentu wykonania opcji dla poszczególnych gałęzi drzewa dwumianowego, gdzie wagami są prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych możliwych sekwencji przyszłych wzrostów i spadków wartości instrumentu bazowego.

Zmienne wejściowe do modelu będącego przedmiotem symulacji prezentowanych w niniejszym podrozdziale są jednakowe jak w podrozdziale 4.1 i obejmują parametry funkcji ważącej oraz funkcji oceny, a także punkt odniesienia. Zmienną wyjściową modelu jest natomiast przeciętny moment wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania. Istotę przeprowadzonych symulacji w zakresie wpływu parametrów określających sposób postrzegania wartości i prawdopodobieństw przez podmiot dysponujący opcją rzeczywistą na moment wykonania tej opcji zaprezentowano na schemacie 26.

⁶⁰ Opis hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania, a także sposobu kalkulacji wartości całkowitej oraz czasowej opcji w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego zaprezentowano w podrozdziale 3.2.2 dysertacji. Tam też przedstawiono algorytm określenia momentu wykonania opcji, przy uwzględnieniu teorii perspektywy.

Schemat 26: Istotna symulacji liczbowych w zakresie momentu wykonania opcji rzeczywistej przy uwzględnieniu elementów teorii perspektywy



Źródło: opracowanie własne.

Symulacje przeprowadzono w dwóch wariantach, różniących się założeniami co do wartości początkowych zmiennych wejściowych. Analogicznie jak w poprzednim podrozdziale, w ramach symulacji 1 przyjęto neutralne wartości początkowe wszystkich parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającym zmianom w ramach symulacji. W przypadku symulacji 2 założono natomiast początkowe wartości parametrów modelu w ich wartości typowej, oszacowanej przez Tversky'ego i Kahnemana [1992]. Wartości początkowe zmiennych wejściowych modelu przyjęte w obu wariantach symulacji zaprezentowano w tabeli 11. W ramach przeprowadzonych symulacji liczbowych każdorazowo zmianie podlega wartość jednego z parametrów funkcji ważącej lub funkcji oceny, *caeteris paribus*.

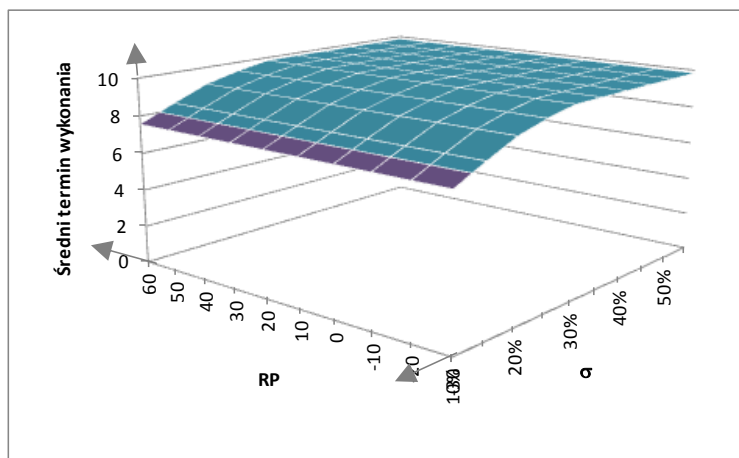
Symulacje zostały przeprowadzone z wykorzystaniem arkusza kalkulacyjnego Microsoft Excel 2010 oraz zestawu autorskich makr i funkcji napisanych w języku programowania Visual Basic for Applications.

4.2.2. Symulacje momentu wykonania przykładowej opcji rzeczywistej przeprowadzone z wykorzystaniem modelu dwumianowego

Poniżej przedstawiono wyniki symulacji przeciętnego momentu wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania w zależności od wartości wybranych zmiennych wejściowych modelu wyceny opcji uwzględniającego elementy teorii perspektywy. Zgodnie z intuicją, należałoby oczekiwać, że wyniki te będą powiązane z zależnościami opisanymi w ramach podrozdziału 4.1 dysertacji. Moment wykonania opcji inwestowania uzależniony jest w szczególności od posiadania przez opcję w danym momencie i stanie natury pozytywnej wartości czasowej, która stanowi nadwyżkę wartości całkowitej opcji nad jej wartością wewnętrzną. Wartość wewnętrzną opcji mierzona ekwiwalentem pewności, w danym węźle drzewa dwumianowego, jest równa jej wartości gotówkowej, ponieważ jej osiągnięcie w danym momencie i określonym stanie rzeczywistości nie jest obarczone ryzykiem zmian wartości instrumentu bazowego. Wartość czasowa opcji jest zatem uzależniona wyłącznie od całkowitej wartości opcji. Zgodnie z intuicją, wyższa wartość całkowita opcji winna skutkować późniejszym momentem wykonania opcji rzeczywistej.

W pierwszej kolejności przeprowadzono symulacje przy założeniu, że wszystkie parametry funkcji ważącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającym zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości neutralne (symulacja 1). Kształty obu wyżej wymienionych funkcji w analizowanym przypadku zaprezentowano na wykresach 17 i 18. Zbadano zależność uśrednionego momentu wykonania hipotetycznej opcji inwestowania od wartości punktu odniesienia, RP , oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, σ . Jak zaprezentowano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, w przypadku gdy wszystkie parametry funkcji ważącej i funkcji oceny przyjmują wartość równą 1, przyjmowany punkt odniesienia nie ma wpływu na wartość opcji. Wartość ekwiwalentu pewności korzyści związanych z posiadaniem opcji odpowiada pieniężnej wartości tych korzyści (por. wykres 19). W konsekwencji również moment wykonania opcji jest niezależny od przyjmowanego punktu odniesienia. Wyższa zmienność wartości instrumentu bazowego powoduje natomiast wzrost wartości opcji (por. wykres 20), w efekcie czego wydłuża się czas, przez jaki podmiot dysponujący opcją wstrzymuje się z jej wykonaniem. Wzrost zmienności wartości instrumentu bazowego skutkuje bowiem wzrostem wartości czasowej opcji. Wyniki kalkulacji średniego momentu wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego zaprezentowano na wykresie 59.

Wykres 59: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1



Źródło: opracowanie własne.

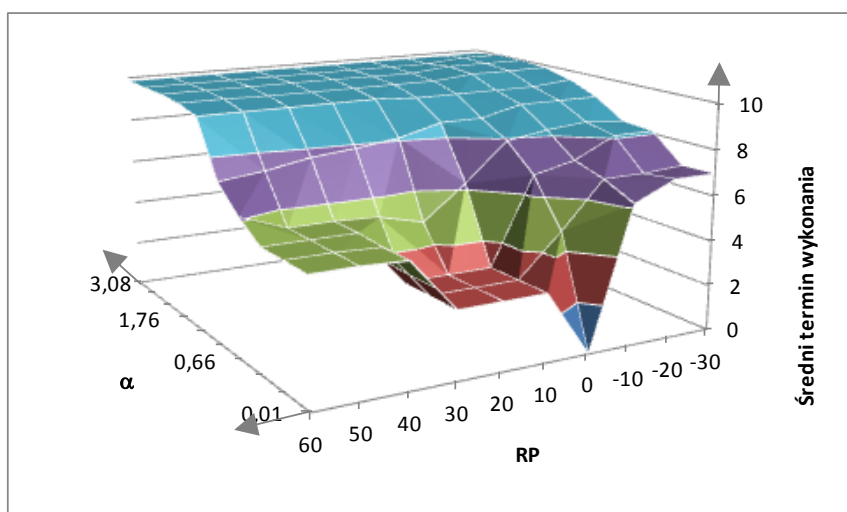
Następnie zbadano wpływ poszczególnych parametrów funkcji oceny na przeciętny moment wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania, przy założeniu neutralnych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 1). Pierwszym z badanych parametrów jest parametr *alfa* odzwierciedlający wrażliwość na kolejne przyrosty zysków. Jak zaprezentowano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, parametr ten wpływa pozytywnie na wartość całkowitą opcji, jeżeli punkt odniesienia przyjmuje wartości odpowiednio niskie, by prawdopodobne było osiągnięcie w przyszłości zysków względem punktu odniesienia przez podmiot dysponujący opcją (por. wykres 23). Wartość parametru *alfa* ma znaczenie dla wartości całkowitej opcji w szczególności w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia. Niska wartość parametru *alfa* skutkuje spadkiem wartości całkowitej opcji, natomiast jego wysoka wartość prowadzi do wzrostu wartości całkowitej opcji. W konsekwencji powyższego, w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia, niska wartość parametru *alfa* (poniżej 1) prowadzi do spadku wartości czasowej opcji oraz szybszego wykonania opcji. Inwestor charakteryzujący się niską wrażliwością na kolejne przyrosty zysków będzie szybciej wykonywać wielookresową opcję rzeczywistą, a w skrajnym przypadku może ją wykonać niezwłocznie.

Przyspieszenie momentu wykonania opcji jest największe w sytuacji możliwości występowania w przyszłości zarówno zysków jak i strat względem punktu odniesienia. Dla danej wartości parametru *alfa* istnieje pewien punkt ekstremum (minimum) odpowiadający wartości punktu odniesienia, dla którego opcja wykonywana jest najszybciej. Zarówno spadek, jak i wzrost wartości punktu odniesienia poniżej (powyżej) tego punktu ekstremum powoduje późniejsze wykonanie opcji. Spadek wartości punktu odniesienia poniżej tego punktu

ekstremum powoduje przy tym większe opóźnienie momentu wykonania opcji, aniżeli analogiczny wzrost. Wynika to z charakteru opcji, jakim jest możliwość, ale nie obowiązek, jej wykonania. Dla wartości instrumentu bazowego poniżej ceny wykonania opcja nie jest wykonywana, co skutkuje wyżej opisaną niesymetryczną zależnością.

O ile spadek wartości całkowitej opcji wskutek występowania niskich wartości parametru *alfa* (poniżej 1) może mieć kluczowe znaczenie dla momentu wykonania opcji, o tyle jej wzrost w sytuacji występowania wysokich wartości parametru *alfa* nie ma istotnego znaczenia dla momentu realizacji inwestycji. Realizacja projektu inwestycyjnego odsuwana jest w czasie do terminu wygaśnięcia opcji, który stanowi naturalną granicę możliwości odsuwania w czasie momentu wykonania opcji. Powyżej pewnej wartości parametru *alfa*, wartość punktu odniesienia nie ma istotnego znaczenia dla momentu wykonania opcji, który zbliża się asymptotycznie do terminu wygaśnięcia opcji. Wyniki symulacji średniego momentu wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru *alfa* oraz wartości punktu odniesienia zaprezentowano na wykresie 60.

Wykres 60: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru *alfa* – wyniki symulacji 1



Źródło: opracowanie własne.

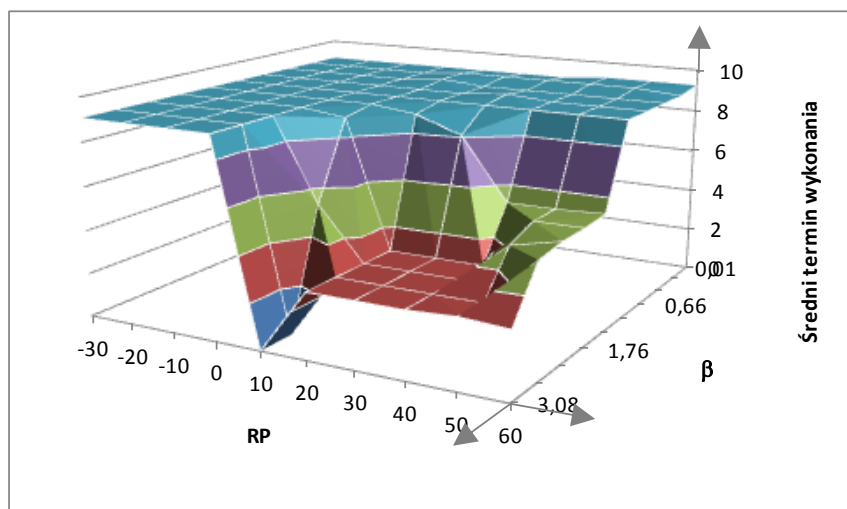
Kolejnym analizowanym parametrem funkcji oceny jest parametr *beta* odzwierciedlający wrażliwość na kolejne przyrosty strat. Jak zaprezentowano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, parametr ten wpływa negatywnie na wartość całkowitą opcji, jeżeli punkt odniesienia przyjmuje wartości odpowiednio wysokie, by prawdopodobne było poniesienie w przyszłości strat względem punktu odniesienia przez podmiot dysponujący opcją (por. wykres 26). Wartość parametru *beta* ma znaczenie dla wartości całkowitej opcji w szczególności w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia. Niska wartość parametru *beta* skutkuje wzrostem wartości całkowitej opcji, natomiast jego wysoka wartość

proceeds to a decrease in the value of the option. As a consequence of the above, in the case of a reference point value close to the value of the option at $t = 0$, a high value of the parameter *beta* (above 1) leads to a decrease in the value of the option and an earlier execution of the option. An investor characterized by a high sensitivity to subsequent losses will tend to execute a multi-period option sooner, and in the extreme case may execute it immediately.

The dependencies described above are then analogical, although opposite in direction, with respect to the identified reference point in the case of the parameter *alfa*. Acceleration of the execution of the option is greatest in the situation of the possibility of occurrence in the future of both gains and losses with respect to the reference point. For a given value of the parameter *beta* there also exists a certain point of extremum (minimum) corresponding to the reference point value, for which the option is executed as soon as possible. Both a decrease, as well as an increase, in the value of the reference point below (above) this point of extremum causes a later execution of the option. Observed is also an asymmetric character of the dependencies – a decrease in the value of the reference point below the described above point of extremum causes a greater delay in the execution of the option, than an analogical increase, which results from the non-obligatory character of the possibility of execution of the option. For a value of the instrument below the price of execution the option is not executed.

Similarities in the dependencies described above can be found also in the range of the meaning of the maturity of the option for the dependencies described above. This term represents a natural limit of the possibility of postponing the execution of the option in time. It is affected by a greater influence of possible decreases in the value of the option at the moment of its execution as a result of the occurrence of high values of the parameter *beta* (above 1), with respect to possible increases in the value of the option in the situation of the occurrence of low values of the parameter *beta*. Below a certain value of the parameter *beta*, the reference point does not have a significant meaning for the moment of execution of the option, which approaches asymptotically the value of the maturity of the option. Results of the simulation of the average moment of execution of an example option investment in dependence on the value of the parameter *beta* and the value of the reference point are presented in Figure 61.

Wykres 61: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru β – wyniki symulacji 1

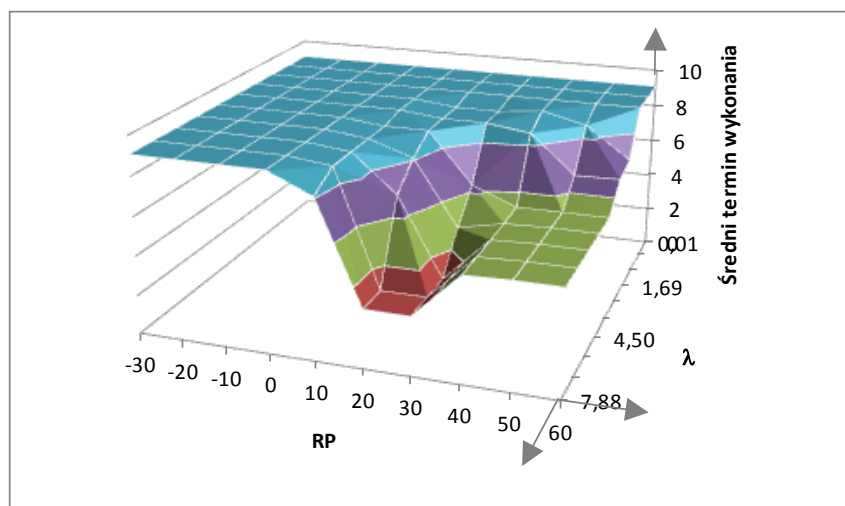


Źródło: opracowanie własne.

Analizie poddano także parametr λ odzwierciedlający awersję do strat. Jak opisano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, zależność wartości całkowitej opcji inwestowania od wartości parametru λ jest co do kierunku jednakowa, jak prezentowana w przypadku parametru β , przy czym różni się co do siły. Parametr λ , podobnie jak parametr β , dotyczy bowiem dotkliwości strat. Parametr λ wpływa negatywnie na wartość całkowitą opcji, jeżeli punkt odniesienia przyjmuje wartości odpowiednio wysokie, by prawdopodobne było poniesienie w przyszłości strat względem punktu odniesienia przed podmiot dysponujący opcją (por. wykres 29). Niska wartość parametru λ skutkuje wzrostem wartości całkowitej opcji, natomiast jego wysoka wartość prowadzi do spadku wartości całkowitej opcji. W konsekwencji powyższego, wysoka wartość parametru λ (powyżej 1), odpowiadająca skłonności do ponoszenia strat, w przypadku odpowiednio wysokich wartości punktu odniesienia, prowadzi do spadku wartości czasowej opcji oraz wcześniejszego jej wykonania. Inwestor charakteryzujący się skłonnością do ponoszenia strat będzie natomiast wcześniej wykonywać wielookresową opcję rzeczywistą, a w skrajnym przypadku może ją wykonać niezwłocznie. Podobnie jak opisano w przypadku parametru β , przyspieszenie momentu wykonania opcji jest największe w sytuacji możliwości występowania w przyszłości zarówno zysków jak i strat względem punktu odniesienia. Również w przypadku parametru λ istnieje pewien punkt ekstremum (minimum) odpowiadający wartości punktu odniesienia, dla której opcja wykonywana jest najszybciej. Znaczenie ma także termin wygaśnięcia opcji stanowiący naturalne ograniczenie opóźnienia jej wykonania. W konsekwencji, spadek wartości całkowitej opcji wskutek występowania wysokich wartości parametru λ ma większy wpływ ma moment jej wykonania, aniżeli możliwy wzrost wartości opcji w sytuacji

występowania niskich wartości parametru β . Wyniki symulacji przeciętnego momentu wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru λ oraz wartości punktu odniesienia zaprezentowano na wykresie 62.

Wykres 62: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru λ – wyniki symulacji 1



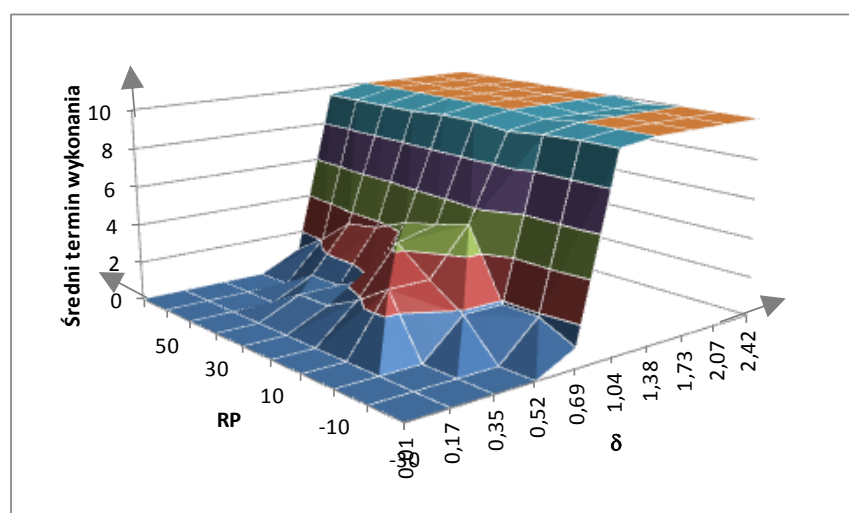
Źródło: opracowanie własne.

Poza parametrami funkcji oceny, zbadano także wpływ parametrów funkcji ważącej na przeciętny moment wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania, przy założeniu neutralnych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 1). Pierwszym z badanych parametrów jest parametr δ odzwierciedlający poziom optymizmu. Jak zaprezentowano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, parametr ten wpływa pozytywnie na wartość całkowitą opcji (por. wykres 32). Pesymizm skutkuje spadkiem wartości całkowitej opcji, podczas gdy optymizm prowadzi do jej wzrostu. Zmiany wartości całkowitej opcji wpływają natomiast na jej wartość czasową. Wzrost wartości parametru δ prowadzi do wzrostu wartości czasowej opcji, podczas gdy jego spadek skutkuje obniżeniem wartości czasowej, co z kolei ma wpływ na moment wykonania opcji. Spadek wartości czasowej wynikający z niskich wartości parametru δ powoduje przyspieszenie momentu wykonania opcji. Inwestor będący pesymistą szybciej wykona opcję od podmiotu charakteryzującego się wyższym poziomem optymizmu.

Opisane powyżej zjawisko przyspieszenia momentu wykonania opcji ze względu na niski poziom optymizmu nieznacznie słabnie w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia. Zależność pomiędzy wartością parametru δ a przeciętnym momentem wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania jest jednak negatywna, niezależnie od wartości punktu odniesienia.

O ile spadek wartości całkowitej opcji wskutek występowania niskich wartości parametru *delta* (poniżej 1) może mieć kluczowe znaczenie dla momentu wykonania opcji, o tyle jej wzrost w sytuacji występowania wysokich wartości parametru *delta* nie ma istotnego znaczenia dla momentu realizacji inwestycji. Realizacja projektu inwestycyjnego odsuwana jest w czasie do terminu wygaśnięcia opcji, który stanowi naturalną granicę możliwości odsuwania w czasie momentu wykonania opcji. Powyżej pewnej wartości parametru *delta*, wartość punktu odniesienia nie ma istotnego znaczenia dla momentu wykonania opcji, który zbliża się asymptotycznie do wartości terminu wygaśnięcia opcji. Wyniki symulacji średniego momentu wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru *delta* oraz wartości punktu odniesienia zaprezentowano na wykresie 63.

Wykres 63: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru *delta* – wyniki symulacji 1



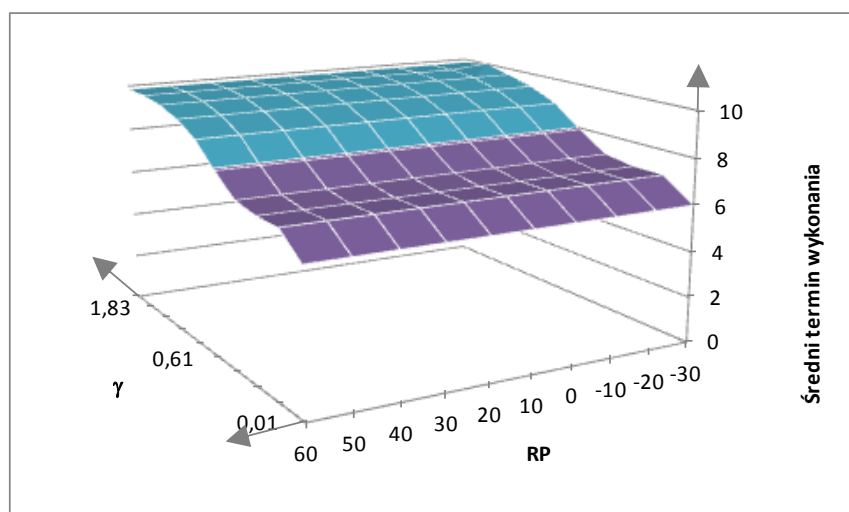
Źródło: opracowanie własne.

Zweryfikowano również wpływ wartości parametru *gamma*, odzwierciedlającego wrażliwość na zmiany wartości prawdopodobieństw, na przeciętny moment wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania. Jak zaprezentowano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, przy założeniu prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego wyższego niż 50%, parametr ten wpływa pozytywnie na wartość całkowitą opcji (por. wykres 34), niezależnie od wartości punktu odniesienia. Wyższa wartość całkowita opcji skutkuje wyższą wartością czasową, a w konsekwencji późniejszym wykonaniem opcji. Wzrost wartości parametru *gamma* prowadzi zatem do późniejszego wykonania opcji. Wpływ wartości parametru *gamma* na wartość i moment wykonania opcji jest tym większy, im bardziej skrajne są wartości prawdopodobieństwa wzrostu lub spadku wartości instrumentu bazowego.

O ile dla umiarkowanych wartości prawdopodobieństwa parametr ten nie ma istotnego wpływu na wartość i moment wykonania opcji, o tyle w przypadku skrajnych wartości

prawdopodobieństw jego znacznie rośnie. W przypadku relatywnie wysokiej wartości prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego spadek wartości parametru *gamma* prowadzi do znaczącego obniżenia wartości całkowitej i wartości czasowej opcji, a w konsekwencji szybszego jej wykonania. Także przy skrajnie niskiej wartości prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego wysoka wartość parametru *gamma* skutkuje spadkiem wartości całkowitej i czasowej opcji oraz szybszym jej wykonaniem. Inwestor wrażliwy na zmiany wartości prawdopodobieństw będzie przyspieszał wykonanie opcji wtedy, gdy prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego jest niskie. Jeśli prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego jest wysokie, wykonanie opcji przyspieszać będzie podmiot o niskiej wrażliwości na zmiany prawdopodobieństw. Wyniki symulacji średniego momentu wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru *gamma* oraz wartości punktu odniesienia, dla prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego równego $p = 60\%$, zaprezentowano na wykresie 64.

Wykres 64: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru *gamma* – wyniki symulacji 1



Źródło: opracowanie własne.

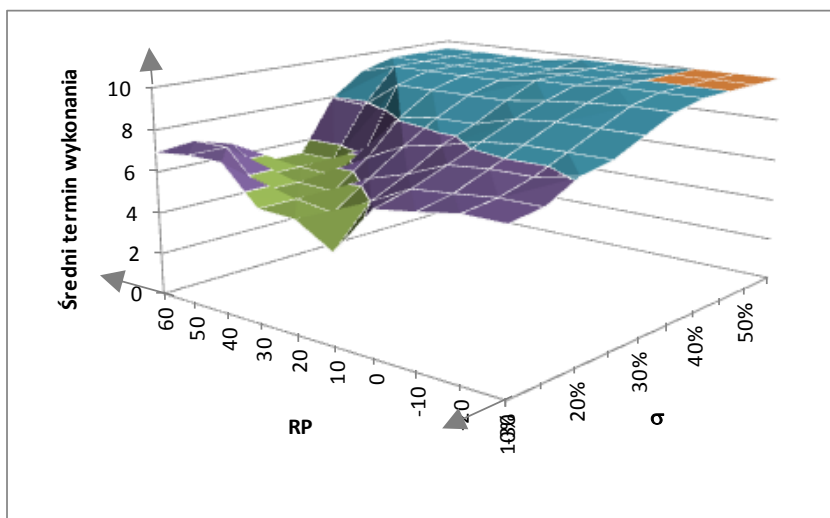
Analogiczne symulacje do zaprezentowanych powyżej przeprowadzono także w drugim wariancie (symulacja 2), zakładającym, że wszystkie parametry funkcji wazącej i funkcji oceny, poza parametrami podlegającymi zmianom w ramach symulacji, przyjmują wartości typowe, to jest wartości przeciętne oszacowane na podstawie badań empirycznych (por. tabela 11). W prezentowanym wariancie symulacji obie wyżej wymienione funkcje przyjmują kształty zaprezentowane na wykresach 36 i 37.

Podobnie jak w przypadku symulacji 1, zbadano zależność przeciętnego momentu wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania od wartości punktu odniesienia,

RP , oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, σ . Jak zaprezentowano w podrozdziale 4.1.2 dysertacji, w przypadku gdy parametry funkcji ważącej i funkcji oceny przyjmują wartości typowe, zarówno wartość przyjmowanego punktu odniesienia, jak i zmienność instrumentu bazowego mają znaczenie dla postrzeganej wartości opcji rzeczywistej, wyrażonej ekwiwalentem pewności (por. wykres 41). Zależność wartości opcji inwestowania od zmienności wartości instrumentu bazowego jest pozytywna. Jednocześnie wartość opcji ulega obniżeniu dla umiarkowanych wartości punktu odniesienia. W takiej bowiem sytuacji w okresie $t = 1$ można oczekiwać wystąpienia zarówno zysków, jak i strat, względem punktu odniesienia, w zależności od przyszłego stanu natury. Opisane powyżej obniżenie wartości całkowitej opcji ulega pogłębieniu wraz ze wzrostem zmienności instrumentu bazowego. Wyższa zmienność korzyści wynikających z realizacji projektu inwestycyjnego oznacza zwiększenie różnicy pomiędzy potencjalnym przyszłym zyskiem oraz możliwą stratą, liczonych względem punktu odniesienia.

Jako że moment wykonania opcji bezpośrednio uzależniony jest od jej wartości czasowej, w przypadku typowych wartości parametrów funkcji ważącej oraz funkcji oceny, zarówno wartość punktu odniesienia, jak i zmienność instrumentu bazowego mają wpływ na moment wykonania opcji. Wzrost zmienności wartości instrumentu bazowego skutkuje wzrostem wartości czasowej opcji, przez co wydłuża się czas, przez jaki podmiot dysponujący opcją wstrzymuje się z jej wykonaniem. Wyższa zmienność przyszłych korzyści uzyskiwanych dzięki realizacji projektu inwestycyjnego powoduje odsunięcie w czasie wykonanie opcji inwestowania. Także wpływ wartości punktu odniesienia na moment wykonania opcji jest podobny do opisywanego w przypadku wartości opcji. Obniżenie wartości całkowitej opcji, dla przedziału umiarkowanych wartości punktu odniesienia, skutkuje spadkiem jej wartości czasowej, co w konsekwencji prowadzi do wcześniejszego wykonania. Przyspieszenie wykonania opcji jest największe w sytuacji występowania znaczącej różnicy pomiędzy potencjalnymi przyszłymi zyskami oraz stratami względem punktu odniesienia. Wyniki kalkulacji przeciętnego momentu wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego, przy założeniu typowych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny, zaprezentowano na wykresie 65.

Wykres 65: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2



Źródło: opracowanie własne.

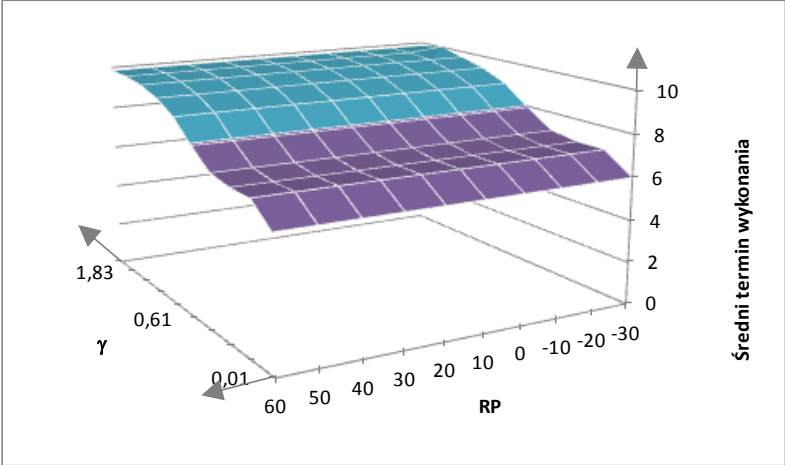
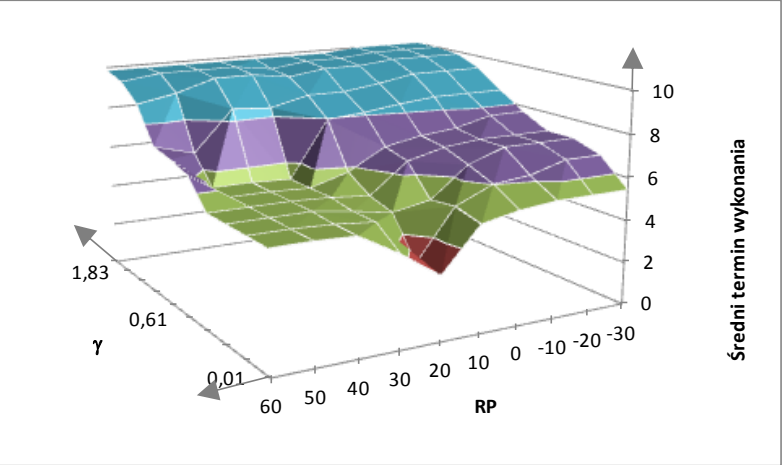
W przypadku niskiej zmienności instrumentu bazowego opcja jest wykonywana najszybciej w przypadku przyjmowania umiarkowanych wartości punktu odniesienia. Zarówno wzrost, jak i spadek wartości punktu odniesienia, powyżej (poniżej) opisanego ekstremum powoduje odsunięcie w czasie przeciętnego momentu wykonania opcji. Jednocześnie, wzrost zmienności instrumentu bazowego powoduje wzrost wartości punktu odniesienia, dla której opcja wykonywana jest najszybciej. Przedział wartości punktu odniesienia, odpowiadający najszybszemu wykonaniu opcji, ulega przesunięciu ku wyższym wartościom punktu odniesienia, z miarą wzrostu zmienności instrumentu bazowego. Wynika to z występowania rosnącej różnicy pomiędzy wartością potencjalnego zysku względem punktu odniesienia, osiąganego w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego, a możliwej straty względem punktu odniesienia, ponoszonej w przypadku potencjalnego spadku wartości korzyści wynikających z realizacji projektu inwestycyjnego.

Zbadano także wpływ poszczególnych parametrów funkcji oceny i funkcji ważącej na przeciętny moment wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania, przy założeniu typowych wartości funkcji ważącej oraz funkcji oceny (symulacja 2). Zaobserwowane zależności są zbliżone do tych uzyskanych w ramach symulacji 1, stąd na kolejnych wykresach zaprezentowano wyłącznie porównanie wyników obu symulacji. Nieznaczne różnice uzyskanych wyników są efektem interakcji pomiędzy parametrami funkcji ważącej i funkcji oceny.

Tabela 16: Wyniki symulacji przeciętnego momentu wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania przeprowadzonych na podstawie modelu dwumianowego

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>alfa</i>		
<i>beta</i>		

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>lambda</i>		
<i>delta</i>		

Parametr	Symulacja 1 – model dwumianowy	Symulacja 2 – model dwumianowy
<i>gamma</i>	 <p>A 3D surface plot showing the average execution time (Średni termin wykonania) on the vertical axis, ranging from 0 to 10. The horizontal axes are RP (ranging from -30 to 60) and γ (ranging from 0,01 to 1,83). The surface is relatively flat, indicating stable performance across the range of RP and γ values.</p>	 <p>A 3D surface plot showing the average execution time (Średni termin wykonania) on the vertical axis, ranging from 0 to 10. The horizontal axes are RP (ranging from -30 to 60) and γ (ranging from 0,01 to 1,83). The surface shows a significant dip, indicating a sharp decrease in average execution time for certain combinations of RP and γ values.</p>

Źródło: opracowanie własne.

Zależności przeciętnego momentu wykonania przykładowej opcji inwestowania, określonej z wykorzystaniem modelu dwumianowego, od parametrów funkcji oceny oraz funkcji wag, dla poszczególnych przedziałów punktu odniesienia, zbiorczo opisano w tabeli 17. Ze względu na bezpośredni związek pomiędzy momentem wykonania opcji a jej wartością czasową, a tym samym i wartością całkowitą, opisane zależności są analogiczne do zidentyfikowanych w przypadku wartości opcji, zgodnie z ich opisem prezentowanym w podrozdziale 4.1.2 dysertacji. Wśród parametrów, których wzrost wartości prowadzi do późniejszego wykonania opcji, wskazano wrażliwość na kolejne przyrosty zysków, optymizm oraz wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw w przypadku wysokiego prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego. Szybsze wykonanie opcji wiąże się z wysoką wrażliwością na kolejne przyrosty strat oraz awersją do strat, a także wysoką wrażliwością na zmiany prawdopodobieństw, gdy prawdopodobieństwo wzrostu wartości instrumentu bazowego jest niskie.

Tabela 17: Zależność momentu wykonania przykładowej opcji jednookresowej od parametrów funkcji wag i oceny – model dwumianowy

Funkcja	Parametr	Wartość punktu odniesienia (RP)		
		Niska	Umiarkowana	Wysoka
Funkcja oceny	wrażliwość na kolejne przyrosty zysków (α)	+ zależność pozytywna	+++ zależność silnie pozytywna	+ zależność pozytywna
	wrażliwość na kolejne przyrosty strat (β)	x brak zależności	--- zależność silnie negatywna	- zależność negatywna
	awersja do ryzyka (λ)	x brak zależności	--- zależność silnie negatywna	- zależność negatywna
Funkcja wążąca	optymizm (δ)	++ zależność silnie pozytywna	++ zależność pozytywna	++ zależność silnie pozytywna
	wrażliwość na zmiany prawdopodobieństw (γ)	+ / - zależność negatywna dla prawdopodobieństw niskich i pozytywna dla prawdopodobieństw wysokich		

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku symulacji dotyczących momentu wykonania opcji, analogicznie do tych dotyczących jej wartości, także wykazano szczególne znaczenie wartości punktu odniesienia. Sposób percepcji wartości, opisany parametrami funkcji oceny, ma szczególne znaczenie dla

momentu wykonania opcji w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia, natomiast traci na znaczeniu w sytuacji, gdy punkt odniesienia przyjmuje wartości skrajne.

Typowa dla ludzi obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty zysków skutkuje spadkiem wartości opcji, co prowadzi do szybszego jej wykonania. Podobny wpływ ma awersja do strat, której wysoki poziom przekłada się na szybsze wykonanie opcji. Odwrotny wpływ ma obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty strat, która skutkuje opóźnieniem momentu wykonania opcji, przy czym w przypadku typowych wartości parametrów funkcji oceny wpływ ten jest zbyt słaby, by zrekompensować oddziaływanie pozostałych parametrów funkcji oceny. W zakresie percepcji prawdopodobieństw, pozytywny wpływ optymizmu na wartość opcji przekłada się na późniejsze jej wykonanie. Natomiast wrażliwość procesu przypisywania wag na podstawie prawdopodobieństw, ze względu na uproszczony sposób uwzględnienia zmienności instrumentu bazowego w przypadku modelu dwumianowego, ma na moment wykonania opcji wpływ ambiwalentny.

Przedstawione symulacje w zakresie momentu wykonania opcji miały na celu zobrazowanie konsekwencji zależności opisywanych w przypadku analiz dotyczących wartości opcji dla momentu jej wykonania. Kierunek oddziaływania poszczególnych cech percepcji wartości i prawdopodobieństw, odzwierciedlonych parametrami funkcji wazącej i oceny, na wartość opcji pozwala na wnioskowanie o ich wpływie na moment wykonania opcji. Optymiści posiadający wysoką wrażliwość na kolejne przyrosty zysków posiadający umiarkowany punkt odniesienia będą wykonywać opcję później, aniżeli pesymiści o wysokim poziomie awersji do strat. Podobnie jak osoby posiadające ujemny punkt odniesienia, na przykład ze względu na straty ponoszone w przeszłości, cechujące się optymizmem, będą wykonywać opcję później, aniżeli podmioty o dodatnim punkcie odniesienia, a jednocześnie wysokiej awersji do strat i wysokiej wrażliwości na kolejne ich przyrosty. Wpływ indywidualnych cech psychologicznych podmiotów na moment wykonania przez nie opcji ma szczególne znaczenie w przypadku, gdy opcja nie posiada cechy wyłączności. Analiza opcji powszechnych jest przedmiotem kolejnego podrozdziału.

4.3. Analiza sytuacji strategicznych przy uwzględnieniu elementów teorii perspektywy

Przedmiotem zainteresowania w ramach symulacji opisanych w podrozdziałach 4.1 oraz 4.2 jest wartość oraz moment wykonania opcji o charakterze wyłącznym. Opcjami takimi dysponuje każdorazowo jeden podmiot i tylko on może opcję wykonać. Większość opcji występujących w praktyce gospodarczej ma jednak charakter opcji powszechnych, które mogą być wykonywane przez więcej niż jeden podmiot. W takiej sytuacji wykonanie opcji przez

konkurenta wpływa na wartość opcji dla pozostałych graczy oraz optymalny moment wykonania przez nich opcji. Odpowiada to tzw. sytuacji strategicznej, w której działanie jednego podmiotu ma wpływ na sytuację (w tym stan posiadania) pozostałych podmiotów, a w konsekwencji na ich zachowanie.

W ramach podejścia neoklasycznego rozwiązanie sytuacji strategicznych polega na wykorzystaniu elementów teorii gier i związane jest z określeniem punktu równowagi Nasha. Rozwiązanie to ma jednak uzasadnienie wyłącznie wtedy, gdy spełnione są założenia pełnej racjonalności graczy oraz ich wspólnej wiedzy. W kontekście dorobku literatury prezentowanego w ramach rozdziału drugiego dysertacji założenia te w rzeczywistości mogą być trudne do zrealizowania. Dotyczy to w szczególności sposobu opcji realnych, niestanowiących przedmiotu obrotu na rynku regulowanym, będących w znacznie większym zakresie pod wpływem indywidualnych uwarunkowań percepcji ich dysponentów. Ustalenie optymalnej strategii w przypadku opcji powszechnych wymaga trafnego prognozowania faktycznego przyszłego zachowania konkurenta. Stąd też w sytuacjach strategicznych kluczowe znaczenie ma właściwe odwzorowanie rzeczywistej percepcji innych graczy, która może być warunkowana przez liczne heurystyki i inklinacje behawioralne. W tym kontekście walory aplikacyjne podejścia *option games*, opartego na założeniu pełnej racjonalności i wspólnej wiedzy graczy, jako podejścia deskryptywnego, posiadają pewne ograniczenia. W pełni racjonalny gracz powinien wziąć pod uwagę ograniczoną racjonalność swoich konkurentów.

W ramach niniejszego podrozdziału przeprowadzono dyskusję nad możliwym znaczeniem uwarunkowań percepcji wartości i prawdopodobieństw opisanych przez teorię perspektywy dla wartości i momentu wykonania opcji powszechnych. W szczególności wskazano możliwe kierunki zmian w zakresie rozkładu wypłat poszczególnych graczy. Przedmiotem rozważania przedstawionego w ramach niniejszego podrozdziału nie było natomiast określenie rozwiązania przedstawionych gier w pełni spójnego z podejściem behawioralnym. Wymagałoby to wykorzystania instrumentarium z zakresu behawioralnej teorii gier i złożonego modelowania procesu myślenia i uczenia się strategicznego. Obszar ten, jakkolwiek blisko związany z poruszaną problematyką i wart dalszej eksploracji, nie wpisuje się jednak w zakres przedmiotowy niniejszej rozprawy doktorskiej. Celem niniejszego podrozdziału jest nakreślenie szerszego kontekstu interpretacyjnego uzyskanych symulacji w kontekście ich znaczenia dla sytuacji strategicznych.

Na potrzeby dyskusji, w ramach niniejszego podrozdziału wykorzystano przykład analizy opcji powszechnej stanowiący modyfikację przykładu prezentowanego przez Smita

i Trigeorgisa [2004]⁶¹, będący jednocześnie rozwinięciem przykładu liczbowego opcji inwestowania prezentowanego w podrozdziale 3.2.1 dysertacji. Przykładowa opcja inwestowania dotyczy możliwości odsunięcia w czasie realizacji projektu inwestycyjnego związanego z rozwojem telekomunikacyjnej sieci kablowej przez Firmę A oraz doprowadzeniem sygnału do mieszkańców nowopowstającego osiedla. Doprowadzenie sygnału wymaga poniesienia nakładów inwestycyjnych w wysokości $I = 95 \text{ j.p.}$, natomiast wartość bieżąca korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej w momencie $t = 0$ wynosi $V_0 = 100 \text{ j.p.}$ Jednocześnie istnieje możliwość odsunięcia w czasie tej inwestycji o rok, przy czym wartość korzyści z realizacji inwestycji po roku nie jest znana – z prawdopodobieństwem $p = 60\%$ może wzrosnąć w tym okresie o $\sigma = 20\%$ do poziomu $V_u = 120 \text{ j.p.}$ (wskaźnik wzrostu wartości instrumentu bazowego wynosi $u = 1 + \sigma = 1,20$) oraz z prawdopodobieństwem $1 - p = 40\%$ mogą spaść do poziomu $V_d = 83 \text{ j.p.}$ (wskaźnik spadku wartości instrumentu bazowego wynosi $d = \frac{1}{u} = 0,83$).

W ramach niniejszego podrozdziału, prezentowany w podrozdziale 3.2.1 dysertacji, przykład jednookresowej opcji inwestowania modyfikowany jest w zakresie dotychczas przyjmowanego założenia o wyłączności dysponowania opcją przez Firmę A. Założenie to zostaje uchylone – zakłada się, że na rynku funkcjonuje drugi podmiot (Firma B), który również może zrealizować analogiczną inwestycję, przez co analizowana opcja posiada charakter opcji powszechnej. Przyjęto, że w przypadku równoczesnej realizacji inwestycji przez oba te podmioty, gracze dzielą się zarówno wydatkami inwestycyjnymi, jak i uzyskują równe udziały w rynku⁶². W przypadku występowania podmiotu konkurencyjnego, również dysponującego przedmiotową opcją powszechną, w każdym analizowanym momencie czasu i stanie natury

⁶¹ Smit i Trigeorgis [2006b] prezentują przykład firmy z branży wysokich technologii, dysponującej opcją komercjalizacji nowego produktu, z wbudowaną możliwością odsunięcia w czasie tej inwestycji. W przykładzie Smita i Trigeorgisa inwestycja ma charakter dwuetapowy - pierwszy etap związany jest z realizacją działań badawczo-rozwojowych, których przeprowadzenie umożliwia następnie komercjalizację produktu (etap drugi). W ramach niniejszego podrozdziału dysertacji dokonano uproszczenia tego przykładu poprzez jego ograniczenie do drugiego etapu. Prezentowany w dysertacji przykład przeniesiono jednocześnie na grunt analizowanych w poprzednich podrozdziałach decyzji związanych z budową sieci telekomunikacyjnej. Jednocześnie Smit i Trigeorgis analizują cztery sytuacje konkurencyjne, zróżnicowane pod względem typu opcji inwestowania (wyłączna lub powszechna) oraz rodzaju reakcji konkurentów (przeciwstawna lub uzupełniająca). Dla przejrzystości wywodu prowadzona analiza dotyczy wyłącznie jednej z kombinacji cech sytuacji konkurencyjnej: opcji powszechnej w przypadku konkurencji przeciwstawnej (ang. *contrarian*). Sytuacja ta zakłada brak erozji wartości rynku wskutek równoczesnego zaangażowania konkurentów oraz równą wartość uzyskiwanych przez nich udziałów w rynku. Skutkuje to jednakowym rozkładem pieniężnej wartości wypłat w ramach gier pomiędzy graczy, co pozwala na bardziej dobitne zaprezentowanie wpływu pozostałych czynników, w tym percepcji wartości i prawdopodobieństw przez graczy, na rozkład wypłat w ramach gier.

⁶² Przyjęto założenie egzogenicznej równoważności pozycji konkurencyjnej obu graczy, dla uwypuklenia skutków endogenicznych różnic w zakresie percepcji wartości i prawdopodobieństw. Założono także sytuację konkurencyjną, w której konkurencji wspólnie przystępują do realizacji inwestycji, dzieląc się zarówno ponoszonymi wydatkami, jak i korzyściami z realizacji projektu inwestycyjnego.

(w przypadku modelu dwumianowego oznacza to każdy węzeł drzewa dwumianowego) istnieją cztery możliwe sytuacje: (1) firma A i firma B realizują inwestycję jednocześnie, (2) firma A podejmuje decyzję o realizacji inwestycji, natomiast firma B wstrzymuje się z inwestycją, (3) firma B inwestuje, natomiast firma A wstrzymuje się z realizacją inwestycji lub też (4) żadna z firm nie decyduje się na realizację projektu inwestycyjnego. W sytuacji 1 obaj gracze dzielą się nakładami inwestycyjnymi oraz korzyściami z realizacji inwestycji (w równych częściach, jak przyjęto w prezentowanym przykładzie), sytuacje 2 oraz 3 oznaczają uzyskanie całości korzyści z realizacji projektu inwestycyjnego wyłącznie przez jednego gracza, który jednocześnie ponosi całość nakładu inwestycyjnego, natomiast w sytuacji 4 żaden z graczy nie ponosi nakładów inwestycyjnych, ani też nie czerpie korzyści z realizacji projektu, natomiast uzyskuje bieżącą wartość korzyści wynikających z możliwości późniejszego wykonania opcji, C_p . Schemat podgry strategicznej dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania zaprezentowano na schemacie 27.

Schemat 27: Schemat podgry strategicznej dla przykładowej opcji inwestowania⁶³

		Firma B	
		<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>
Firma A	<i>czeka</i>	$C_p; C_p$	$0; V_t - I$
	<i>inwestuje</i>	$V_t - I; 0$	$\frac{1}{2}(V_t - I); \frac{1}{2}(V_t - I)$

Źródło: opracowanie własne.

Określenie wartości całkowitej przykładowej opcji powszechnej inwestowania wymaga zastosowania indukcji wstecznej, co oznacza konieczność ustalenia w pierwszej kolejności rozwiązania podgier w najdalej odsuniętych w czasie węzłach drzewa dwumianowego. W terminie wygaśnięcia opcji możliwe są dwa stany natury – wzrost lub spadek wartości instrumentu bazowego. W przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego do $V_u = 120$ j.p. podmiot realizujący inwestycję samodzielnie uzyskuje wypłatę równą $V_u - I = 120 - 95 = 25$ [j. p.]. Natomiast w przypadku jednoczesnej realizacji inwestycji przez oba podmioty, każdy z graczy uzyskuje korzyść równą $\frac{1}{2}(V_u - I) = \frac{1}{2}(120 - 95) = 12,5$ [j. p.]. W przypadku spadku wartości instrumentu bazowego do $V_d = 83$ j.p., wyłączna realizacja inwestycji oznacza ujemną NPV na poziomie $V_d - I = 83 - 95 = -11,7$ [j. p.], natomiast równoczesna skutkuje wypłatą równą $\frac{1}{2}(V_d - I) = \frac{1}{2}(83 - 95) = -5,8$ [j. p.]. Jednocześnie,

⁶³ Konwencję zapisu podgry w postaci normalnej przyjęto analogicznie jak na schemacie 3.

jako że w terminie wygaśnięcia opcji dalsze odsuwanie w czasie momentu wykonania opcji nie jest możliwe, podmiot niewykonujący opcji uzyskuje wypłatę równą zero ($C_t = 0$ j.p.).

Ustalenie rozwiązania podgier strategicznych w węzłach drzewa dwumianowego odpowiadających terminowi wykonania opcji z zastosowaniem podejścia neoklasycznego wiąże się z wykorzystaniem elementów teorii gier, w postaci identyfikacji punktu równowagi Nasha. Każdy z graczy poszukuje w pierwszej kolejności strategii dominującej. W terminie wykonania opcji w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego strategią dominującą jest realizacja inwestycji, niezależnie od zachowania konkurenta. W przypadku realizacji inwestycji gracz otrzymuje każdorazowo dodatnią wypłatę, podczas gdy odrzucając realizację projektu nie uzyska żadnej korzyści. W takiej sytuacji punkt równowagi Nasha stanowi sytuacja, w której obie firmy wykonają opcję. Dokładnie odwrotne działanie podejmą gracze w przypadku spadku wartości instrumentu bazowego. Realizacja inwestycji oznaczałaby dla nich ujemną wypłatę, niezależnie od wyboru strategii przez konkurenta, podczas gdy możliwe jest odrzucenie projektu inwestycyjnego, neutralne dla stanu posiadania danego gracza. W takiej sytuacji obaj gracze zdecydują się odrzucić projektu inwestycyjny, nie otrzymując żadnej korzyści, ale i nie ponosząc strat.

Rozwiązanie podgier w węzłach drzewa dwumianowego odpowiadających terminowi wygaśnięcia opcji pozwala na skalkulowanie wartości opcji w momencie $t = 0$. Każdy z graczy w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego (prawdopodobieństwo takiego scenariusza wynosi $p = 60\%$) spodziewa się równoczesnego wykonania opcji przez obu konkurentów, co skutkuje uzyskaniem przez każdego z nich korzyści równej $\frac{1}{2}(V_u - I) = \frac{1}{2}(120 - 95) = 12,5$ [j.p.]. Natomiast w przypadku spadku wartości instrumentu bazowego (prawdopodobieństwo równe $1 - p = 40\%$) gracze nie uzyskają żadnej korzyści (wypłata równa zero). Określenie wartości opcji w momencie $t = 0$ zgodnie z klasycznym modelem Coxa-Rossa-Rubinsteina wymaga obliczenia prawdopodobieństwa arbitrażowego wzrostu wartości instrumentu bazowego, które wynosi $q = \frac{1+r_f-d}{u-d} = \frac{1+5\%-0,83}{1,20-0,83} = 59,1\%$, przy założeniu stopy zwrotu z papierów wartościowych pozbawionych ryzyka na poziomie $r_f = 5\%$. Wartość bieżąca korzyści wynikających z możliwości przyszłego wykonania opcji wynosi natomiast $C_p = \frac{q\frac{1}{2}(V_u-I)+(1-q)\cdot 0}{1+r_f} = \frac{59,1\% \cdot 12,5 + 40,9\% \cdot 0}{1+5\%} = 7,0$ [j.p.]. Przy założeniu że konkurent opcji nie wykona, uzyskiwana wartość wypłaty w sytuacji obrania strategii wstrzymania się z wykonaniem opcji jest wyższa od korzyści uzyskiwanych w przypadku niezwłocznego wykonania opcji ($V_0 - I = 5$ j.p.). Jednocześnie jednak, jeśli konkurent miałby wykonać

opcję, bardziej korzystną strategią jest niezwłoczne wykonanie opcji, bowiem oznacza wypłatę w wysokości $\frac{1}{2}(V_0 - I) = 2,5$ j. p. Oznacza to, że w okresie $t = 0$ nie jest możliwe ustalenie jednego punktu równowagi Nasha w strategiach prostych. Konieczne jest obranie strategii mieszanej, przy której każdy z graczy będzie obojętny względem strategii obieranej przez drugiego gracza. Oznacza to spełnienie równości $p_c C_p + (1 - p_c) \cdot 0 = p_c(V_0 - I) + (1 - p_c)\frac{1}{2}(V_0 - I)$, zgodnie z którą każdy z graczy z prawdopodobieństwem $p_c = 55\%$ wstrzyma się z wykonaniem opcji oraz z prawdopodobieństwem $p_i = 45\%$ opcję wykona niezwłocznie. Wypłaty dla poszczególnych graczy w ramach podgier w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego przykładowej powszechnej opcji inwestowania zaprezentowano na schemacie 28, na którym kolorem szarym oznaczono punkty równowagi Nasha.

Schemat 28: Rozwiązanie podgier strategicznych dla przykładowej opcji inwestowania – podejście klasyczne

		Moment $t = 0$				Moment $t = 1$	
		<u>Wyjściowa sytuacja</u>				<u>Wzrost wartości instrumentu bazowego</u>	
		Firma B				Firma B	
		<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>			<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>
Firma A	<i>czeka</i>	7,0 ; 7,0	0 ; 5	Firma A	<i>czeka</i>	0 ; 0	0 ; 25
	<i>inwestuje</i>	5 ; 0	2,5 ; 2,5		<i>inwestuje</i>	25 ; 0	12,5 ; 12,5
						<u>Spadek wartości instrumentu bazowego</u>	
						Firma B	
						<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>
Firma A	<i>czeka</i>			<i>czeka</i>	0 ; 0	0 ; -11,7	
	<i>inwestuje</i>			<i>inwestuje</i>	-11,7 ; 0	-5,8 ; -5,8	

Źródło: opracowanie własne.

Analogiczny rozkład wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania zaprezentowano przy założeniu wyceny opcji bazującej na podejściu opartym na koncepcji programowania dynamicznym Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, s. 120 i 152]. Wartość korzyści wynikających z możliwości przyszłego wykonania opcji, C_p , skalkulowano z zastosowaniem obiektywnych prawdopodobieństw wzrostu i spadku wartości instrumentu bazowego oraz stopy dyskonta odzwierciedlającej profil ryzyka inwestycji, którą przyjęto na poziomie $r = 10\%$. Wartość tych korzyści wynosi $C_p = \frac{p(V_u - I) + (1 - p) \cdot 0}{1 + r} = \frac{60\% \cdot 12,5}{1 + 10\%} = 6,8$ [j. p.].

Tak skalkulowane wypłaty⁶⁴ dla poszczególnych graczy w ramach podgry w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego zaprezentowano na schemacie 29. Rozwiązanie podgry w okresie $t = 0$ oparte na strategiach mieszanych zakłada tym razem wybór strategii wstrzymania się z realizacją opcji z prawdopodobieństwem⁶⁵ $p_c = 58\%$ oraz strategii niezwłocznego wykonania opcji z prawdopodobieństwem $p_i = 42\%$.

Schemat 29: Rozwiązanie podgry strategicznych dla przykładowej opcji inwestowania – podejście oparte na koncepcji programowania dynamicznego

Moment $t = 0$				Moment $t = 1$			
Wyjściowa sytuacja				Wzrost wartości instrumentu bazowego			
		Firma B				Firma B	
		czeka	inwestuje			czeka	inwestuje
Firma A	czeka	6,8 ; 6,8	0 ; 5	Firma A	czeka	0 ; 0	0 ; 25
	inwestuje	5 ; 0	2,5 ; 2,5		inwestuje	25 ; 0	12,5 ; 12,5
				Spadek wartości instrumentu bazowego			
		Firma B				Firma B	
		czeka	inwestuje			czeka	inwestuje
Firma A	czeka	0 ; 0	0 ; -11,7	Firma A	czeka	0 ; 0	0 ; -11,7
	inwestuje	-11,7 ; 0	-5,8 ; -5,8		inwestuje	-11,7 ; 0	-5,8 ; -5,8

Źródło: opracowanie własne.

Wprowadzenie elementów teorii perspektywy, zgodnie z modelem opisanym w podrozdziale 3.2.1 dysertacji, wpływa w szczególności na wartości wypłat w ramach podgry strategicznej w okresie $t = 0$. Odstąpienie od założenia pełnej racjonalności graczy skutkować może jednak jednocześnie zmianą rozwiązań podgry w pozostałych węzłach drzewa dwumianowego. Jako że przedmiotem zainteresowania w ramach niniejszego rozdziału jest wpływ sposobu percepcji wartości i prawdopodobieństw na rozkład wypłat w ramach podgry strategicznych opcji powszechnych, nie natomiast poszukiwanie rozwiązania tych gier, dla przejrzystości wyводу w ramach niniejszego podrozdziału odstąpiono od szerszej dyskusji na temat rozwiązań gier strategicznych w dalej położonych węzłach drzewa dwumianowego. Przyjęto, iż nie ulegają one zmianie względem modelu klasycznego. Założenie takie wydaje się nie odbiegać w sposób istotny od rzeczywistości w kontekście jaskrawych zależności opisanych powyżej – wybór strategii stanowiących punkt równowagi Nasha jest zdecydowanie bardziej

⁶⁴ Wskazana wartość wypłat odpowiada wartościom skalkulowanym na podstawie modelu uwzględniającego elementy teorii perspektywy, przy założeniu pełnej racjonalności raczy, skutkującej neutralnymi wartościami wszystkich parametrów funkcji wazającej i funkcji oceny (równymi 1).

⁶⁵ Prawdopodobieństwo to określone jest jako $p_c = \frac{0 - \frac{1}{2}(V_0 - I)}{[(V_0 - I) - \frac{1}{2}(V_0 - I) - (c_p - 0)]} = \frac{0 - 2,5}{[5 - 2,5 - (6,8 - 0)]} = 58\%$.

korzystny dla obu graczy. Obserwacje te najprawdopodobniej zostałyby uwzględnione przez graczy nawet przy założeniu wyłącznie ograniczonej ich racjonalności.

Uwzględnienie percepcji wartości i prawdopodobieństw w sposób opisany w ramach teorii perspektywy w procesie wyceny opcji, zgodnie z modelem prezentowanym w podrozdziale 3.2.1 dysertacji, wpływa na wartość ekwiwalentu pewności jedynie tych wypłat, które są obciążone ryzykiem i uwzględniają możliwość uzyskania w przyszłości zarówno zysków, jak i strat względem punktu odniesienia. Choć wartość psychologiczna wypłat pewnych może odbiegać od ich wartości gotówkowej, ekwiwalent pewności tychże wypłat odpowiada ich wartości wyrażonej w pieniądzu. W przypadku opcji powszechnej taka sytuacja występuje w przypadku wypłat uzyskiwanych w sytuacji niezwłocznego wykonania opcji. Zróżnicowana percepcja zysków i strat względem punktu odniesienia ma natomiast wpływ na wartość ekwiwalentu pewności korzyści wynikających z możliwości przyszłego wykonania opcji, C_p .

W celu zaprezentowania możliwych zmian rozkładu wypłat w ramach podgier wskutek uwzględnienia elementów teorii perspektywy założono, że właściciel firmy B nie działa w pełni racjonalnie oraz podejmuje decyzje w sposób opisany poprzez tę teorię. Jednocześnie założono pełną racjonalność właściciela firmy A. Przyjęto, że stosowany przez właściciela firmy B punkt odniesienia wynosi $RP_B = 5 \text{ j.p.}$ W konsekwencji w przypadku wzrostu wartości instrumentu bazowego możliwa do uzyskania przez niego wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest jako zysk o wartości $\frac{1}{2}(V_u - I) - RP = 12,5 - 5 = 7,5 \text{ [j.p.]}$. Spadek wartości instrumentu bazowego i zerowa wartość wewnętrzna opcji interpretowana jest przez niego jako strata w wysokości $0 - RP = -5 \text{ [j.p.]}$. Wartość perspektywy związanej z możliwością wykonania opcji kalkulowana jest z uwzględnieniem specyficznych dla właściciela firmy B charakterystyk percepcji wartości oraz prawdopodobieństw, opisanych jego indywidualnymi funkcjami oceny, $v(x)$, i wag $\pi(p)$. Na potrzeby prezentowanego przykładu liczbowego założono, że parametry funkcji wartości i wag właściciela firmy B odpowiadają wartościom typowym ($\alpha = \beta = 0,88$, $\lambda = 2,25$, $\delta = 1$, $\gamma = 0,65$, por. tabela 11). W konsekwencji, wartość psychologiczna korzyści związanych z dysponowaniem opcją w przyszłości⁶⁶ wynosi $V = -0,7$. Ze względu na zjawisko awersji do strat oraz malejącą wrażliwość percepcji kolejnych przyrostów zysków wartość ta jest ujemna. Wartość bieżąca korzyści wynikających z możliwości wykonania opcji w przyszłości, przy uwzględnieniu percepcji wartości i prawdopodobieństw zgodnie z teorią

⁶⁶ Wartość perspektywy obliczono w następujący sposób: $V = v(7,5)\pi(60\%) + v(-5)\pi(40\%) = 5,9 \cdot 56,6\% + 9,3 \cdot 43,4\% = -0,7$.

perspektywy, mierzona ekwiwalentem pewności⁶⁷ wynosi natomiast $C_p = 4,3$ [j.p.]. Uzyskana wartość korzyści wynikających z odsunięcia w czasie decyzji o wykonaniu opcji jest niższa od korzyści uzyskiwanych przez firmę B w sytuacji niezwłocznego wykonania przez nią opcji. Zarówno w przypadku niezwłocznego wykonania przez firmę A opcji, jak i wstrzymania się z jej wykonaniem, korzyści dla gracza B są wyższe w przypadku niezwłocznej realizacji inwestycji. Może to skłaniać gracza B do podjęcia właśnie takiej decyzji. Wartości wypłat określone w postaci ekwiwalentu pewności, skalkulowane przy założeniu pełnej racjonalności gracza A oraz ograniczonej racjonalności gracza B, którego percepcja opisana jest przez teorię perspektywy, skalkulowane zgodnie z opisanymi powyżej założeniami, zaprezentowano na schemacie 30.

Schemat 30: Układ wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania – w pełni racjonalny gracz A oraz percepcja gracza B zgodna z teorią perspektywy ($RP_B = 5$ j.p.)

		Moment $t = 0$				Moment $t = 1$	
		<u>Wyjściowa sytuacja</u>				<u>Wzrost wartości instrumentu bazowego</u>	
		Firma B				Firma B	
		<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>			<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>
Firma A	<i>czeka</i>	6,8 ; 4,3	0 ; 5	Firma A	<i>czeka</i>	0 ; 0	0 ; 25
	<i>inwestuje</i>	5 ; 0	2,5 ; 2,5		<i>inwestuje</i>	25 ; 0	12,5 ; 12,5
						<u>Spadek wartości instrumentu bazowego</u>	
						Firma B	
						<i>czeka</i>	<i>inwestuje</i>
Firma A	<i>czeka</i>	0 ; 0	0 ; -11,7	Firma A	<i>czeka</i>	0 ; 0	0 ; -11,7
	<i>inwestuje</i>	-11,7 ; 0	-5,8 ; -5,8		<i>inwestuje</i>	-11,7 ; 0	-5,8 ; -5,8

Źródło: opracowanie własne.

Uchylenie założenia o pełnej racjonalności i wspólnej wiedzy wszystkich graczy powoduje, że nie jest możliwe poszukiwanie rozwiązania podgier strategicznych w postaci punktu równowagi Nasha. Choć percepcja własnych wypłat przez gracza B wydaje się skłaniać go do wykonania opcji już w momencie $t = 0$, to jego decyzja uzależniona będzie także od jego wyobrażeń co do rozkładu wypłat gracza A i decyzji przez niego podejmowanych. Jednocześnie gracz B może uświadamiać sobie, że decyzje gracza A warunkowane są również jego wyobrażeniami co do rozkładu wypłat obu graczy i zachowania gracza B, przy czym wyobrażenia te gracz B może przewidywać w sposób zgodny z rzeczywistością lub też

⁶⁷ Wartość bieżącą korzyści wynikających z możliwości wykonania opcji w przyszłości, przy uwzględnieniu percepcji wartości i prawdopodobieństw zgodnie z teorią perspektywy, mierzoną ekwiwalentem pewności obliczono jako $C_p = \frac{v^{-1}(V)+RP_B}{1+r} = \frac{-0,26+5}{1+10\%}$.

odbiegający od niej. Może na przykład założyć ograniczoną racjonalność gracza A i percepcję wartości i prawdopodobieństw zgodną z teorią perspektywy, dokonywaną względem pewnego punktu odniesienia. Gracz B może jednocześnie brać pod uwagę, że gracz A, formułując swoje przekonania co do rozkładu wypłat, uwzględnia dodatkowo własne wyobrażenia co do przewidywań gracza B w zakresie rozkładu wypłat i wyboru strategii itd. Uchylenie założenia o pełnej racjonalności powoduje, że na każdym z tych etapów wzajemnej introspekcji, wyobrażenia co do rozkładu wypłat konkurenta i podejmowanych przez niego działań mogą odbiegać zarówno od rzeczywistości, jak i przede wszystkim od wartości gotówkowych wypłat.

Jednocześnie proces poszukiwania punktu równowagi w grach, przy założeniu uchylenia założenia o pełnej racjonalności graczy oraz uwzględnieniu czynników behawioralnych może być odmienny od opisywanego przez klasyczną teorię gier. W ramach dorobku literatury z zakresu behawioralnej teorii gier Camerer [2004] wskazuje się na ograniczoną złożoność myślenia strategicznego wynikającą ze skończonych możliwości kognitywnych jednostek oraz kosztów procesu optymalizacji decyzji. Przekłada się to na ograniczoną liczbę etapów analizy introspektywnej zachowania konkurentów, która składa się standardowo z dwóch lub trzech etapów, przy czym liczba tych etapów interpretowana jest jako wyróżnik poziomu racjonalności konkurentów.

Uwzględnienie kolejnych poziomów analizy dokonywanej w ramach myślenia strategicznego powoduje, że istnieje potrzeba określenia subiektywnie postrzeganej wartości opcji na każdym z tych etapów, przez każdego z graczy. Na wartość tę wpływać może skłonność do percepcji wartości i prawdopodobieństw, a także podejmowania decyzji w sposób opisany przez teorię perspektywy. Dotyczy to nie tylko wartości własnych wypłat postrzeganych przez danego gracza, ale i jego przekonań co do percepcji wypłat dokonywanej przez konkurenta, a także wyobrażeń w zakresie percepcji wartości opcji na kolejnych poziomach analizy introspektywnej.

Dla zobrazowania wpływu teorii perspektywy na rozkład wypłat w ramach podgier przykładowej powszechnej opcji inwestowania w ramach poszczególnych poziomów myślenia strategicznego zmodyfikowano dotychczas prezentowany przykład liczbowy, analizując możliwe przekonania gracza B w zakresie rozkładu wypłat przewidywanego przez gracza A. Dla potrzeb przykładu liczbowego założono, że gracz B posiada punkt odniesienia równy $RP_B = 10$ j.p. oraz charakteryzują go typowe parametry funkcji wag i oceny. Dodatkowo, (błędnie) zakłada on, że gracz A postrzega wartości i prawdopodobieństwa, stosując punkt odniesienia równy $RP_A = 5$ j.p., a jego funkcje wag i oceny mają parametry typowe. W konsekwencji postrzegane przez każdego z graczy wartości wypłat w momencie $t = 0$,

mierzone ekwiwalentem pewności, zgodnie z przekonaniem gracza B kształtowałyby się w sposób zaprezentowany na schemacie 31. Postrzegana przez gracza A wartość korzyści z możliwości wykonania opcji w przyszłości miałaby wynosić 4,3 j.p., natomiast w przypadku gracza B wynosiłaby 6,2 j.p. Taki rozkład wypłat mógłby skutkować przekonaniem gracza B o równoczesnym wykonaniu opcji przez oba podmioty, jako że gracz A uzyskiwałby w przypadku takiej strategii każdorazowo wyższe subiektywnie postrzegane korzyści.

Schemat 31: Układ wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania przewidywany przez gracza B

Moment $t = 0$

		Firma B	
		czeka	inwestuje
Firma A	czeka	4,3 ; 6,2	0 ; 5
	inwestuje	5 ; 0	2,5 ; 2,5

Źródło: opracowanie własne.

Jednocześnie jednak założono inny od prezentowanego na schemacie 31 rozkład wypłat, które zgodnie z przekonaniem gracza B, miałby przewidywać gracz A. Zgodnie z tymi przewidywaniami, gracz B miałby w opinii gracza A stosować punkt odniesienia równy $RP_B = -20$ j.p., odpowiadający przeciętnym wartościom uzyskiwanym w ramach podobnych inwestycji w branży w poprzednim roku. Jednocześnie gracz A miałby zakładać, że gracz B przypisuje mu stosowanie jednakowego punktu odniesienia, wynikającego z benchmarku branżowego, $RP_A = -20$ j.p. Obaj gracze mieliby stosować typowe parametry funkcji wag i oceny. W konsekwencji wartość bieżąca korzyści wynikających z możliwości odsunięcia w czasie wykonania opcji, postrzegana przez obu graczy i mierzona ekwiwalentem pewności, wyniosłaby $C_p = 6,3$ j.p. Postrzegane przez każdego z graczy wartości wypłat w momencie $t = 0$, mierzone ekwiwalentem pewności, zgodnie z przewidywaniami przez gracza B przekonaniem gracza A kształtowałyby się w sposób zaprezentowany na schemacie 32.

Schemat 32: Układ wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania przewidywany przez gracza A według przekonań gracza B

Moment $t = 0$

		Firma B	
		czeka	inwestuje
Firma A	czeka	6,3 ; 6,3	0 ; 5
	inwestuje	5 ; 0	2,5 ; 2,5

Źródło: opracowanie własne.

Pogłębienie analizy przez gracza B o kolejny poziom myślenia strategicznego powoduje powstanie dwóch punktów złożonych z dominujących strategii prostych – jednoczesnego

wykonania opcji lub wstrzymania się z jej wykonaniem przez oba podmioty. Przeprowadzenie przez gracza B analizy możliwych wyobrażeń gracza A może tym samym (choć nie musi) skutkować przekonaniem gracza B, że gracz A podejmie decyzję o wstrzymaniu się z realizacją inwestycji. W takiej sytuacji gracz B może zdecydować się na wykonanie opcji w momencie $t = 0$, jako że taka strategia przyniesie mu większe korzyści (5 j.p., zamiast 4,3 j.p. w przypadku wstrzymania się z wykonaniem opcji), zgodnie ze schematem 31.

Co ważne, percepcja wartości i prawdopodobieństw zgodna z teorią perspektywy, potencjalnie skutkująca innymi decyzjami gracza B, aniżeli wynikałoby to z w pełni racjonalnego rachunku ekonomicznego, może mieć wpływ na optimum decyzyjne ze strony gracza A. Całkowicie racjonalny podmiot powinien uwzględnić ograniczoną racjonalność pozostałych graczy, właściwie prognozując ich zachowanie, celem racjonalnej maksymalizacji własnych korzyści.

Należy podkreślić, iż zaprezentowane zmiany w zakresie wypłat dla poszczególnych graczy wynikają wyłącznie ze zmian w zakresie wartości punktu odniesienia. Wielkość ta ma szczególne znaczenie w ramach teorii perspektywy i może w sposób istotny wpływać na postrzeganą wartość korzyści wynikający z odsuwania w czasie decyzji o wykonaniu opcji. Znaczenie doboru punktu odniesienia wynika w szczególności z występowania zjawiska awersji do strat oraz malejącej wrażliwości na kolejne przyrosty zysków względem punktu odniesienia, które łącznie mogą prowadzić do spadku wartości opcji w przypadku umiarkowanych wartości punktu odniesienia.

Pozostałe indywidualne charakterystyki percepcji wartości i prawdopodobieństw, opisane parametrami funkcji ważącej i oceny, również mogą wpływać zarówno na rozkład wypłat w ramach podgier strategicznych, jak i ostateczne ich rozwiązanie. Zarówno wrażliwość na kolejne przyrosty zysków i strat, skala awersji do strat, poziom optymizmu, czy wrażliwość w zakresie percepcji prawdopodobieństw mogą istotnie różnicować graczy. Znaczenie mogą mieć także wyobrażenia poszczególnych podmiotów w zakresie specyficznych cech psychologicznych pozostałych graczy, przewidywania konkurentów w zakresie przypisywania przez ich oponentów cech psychologicznych innym podmiotom i tak dalej.

Należy mieć na uwadze, że przedstawiona analiza ma na celu wyłącznie zasygnalizowanie możliwych konsekwencji wyceny opcji w sposób zgodny z teorią perspektywy dla rozkładu wypłat i rozwiązania podgier opcji powszechnej. Ciekawym obszarem badań byłoby jej rozwinięcie poprzez rozszerzenie o kolejne etapy myślenia strategicznego, czy też wykorzystanie dorobku behawioralnej teorii gier w celu określenia rozwiązania poszczególnych podgier strategicznych zgodnego z założeniami ograniczonej

racjonalności graczy. Warty rozważenia byłoby wprowadzenie innych poza teorią perspektywy czynników behawioralnych wpływających na wartość opcji, poprzez uwzględnienie zjawisk związanych z budowaniem i aktualizacją przekonań, kształtowaniem preferencji, czy wpływem otoczenia (por. tabela 5).

* * *

Zaprezentowane w ramach niniejszego rozdziału symulacje obrazują wpływ sposobu percepcji wartości i prawdopodobieństw na wartość i moment wykonania opcji rzeczywistej, przy czym interpretacja tych zależności została rozszerzona o kontekst opcji powszechnych. Symulacje zostały przeprowadzone z wykorzystaniem prezentowanego w rozdziale trzecim modelu dwumianowego w wersji jedno- oraz wielookresowej, a także modelu analitycznego wyceny opcji europejskiej. Przedmiotem analizy był ekwiwalent pewności korzyści związanych z posiadaniem opcji oraz przeciętny moment jej wykonania.

W ramach przeprowadzonych symulacji wykazano szczególne znaczenie punktu odniesienia dla wartości i momentu wykonania opcji. Wpływ indywidualnych charakterystyk percepcji wartości na wartość i moment wykonania opcji występuje w szczególności w przypadku przyjmowania przez dany podmiot umiarkowanych wartości punktu odniesienia, zbliżonych do początkowej wartości wewnętrznej opcji. Wtedy to możliwe jest osiągnięcie w przyszłości zarówno zysków, jak i strat względem punktu referencyjnego, stanowiących kategorie zróżnicowane pod względem ich percepcji przez jednostki. Jednocześnie w takiej sytuacji ograniczona wrażliwość na kolejne przyrosty zysków oraz awersja do strat prowadzą do spadku wartości opcji oraz szybszego jej wykonania. Ograniczona wrażliwość na przyrosty strat ma wpływ odwrotny, choć zwykle zbyt słaby, by zrównoważyć wpływ pozostałych parametrów funkcji oceny. Na wartość opcji pozytywnie oddziałują optymizm jej właściciela, co wiąże się z późniejszym wykonaniem opcji. Wraz z przesuwaniem się punktu odniesienia w kierunku wartości skrajnych na znaczeniu przybiera także ograniczona wrażliwość w zakresie percepcji prawdopodobieństw, prowadząc do wzrostu wartości opcji i późniejszego jej wykonania.

Zaobserwowane zależności mogą mieć znaczenie w przypadku opcji powszechnych. Skłonność do szybszego lub późniejszego wykonania opcji przez konkurenta, wynikająca z jego indywidualnych cech psychologicznych, w tym przyjmowanego punktu odniesienia, może mieć wpływ na optymalną strategię gracza w pełni racjonalnego. Jako że specyficzne cechy psychologiczne mają szczególne znaczenie w przypadku opcji rzeczywistych, w pełni racjonalny gracz w ramach analizy sytuacji strategicznych powinien dążyć do uwzględnienia rzeczywistej percepcji wartości opcji dokonywanej przez jego konkurentów.

PODSUMOWANIE

Przedmiotem analizy w ramach niniejszej rozprawy były decyzje inwestycyjne przedsiębiorstw, w tym wycena przedsięwzięć inwestycyjnych, przez co praca ta przede wszystkim wpisuje się w nurt badań prowadzonych w ramach dyscypliny finanse, subdyscypliny finanse przedsiębiorstw. Jednocześnie, niniejsza rozprawa posiada interdyscyplinarny charakter. Dotyczy to choćby wykorzystania elementów psychologii, jakie zawiera w sobie teoria perspektywy, wątków z obszaru zarządzania strategicznego, w tym dorobku z zakresu analizy opcji powszechnych, czy też analizy mikroekonomicznej, związanej z rozpatrywaną sytuacją duopolu.

Najczęściej z projektami inwestycyjnymi wiąże się pewna elastyczność decyzyjna, związana z momentem ich wykonania oraz możliwością ich modyfikacji na etapie realizacji. Jednocześnie większość inwestycji występujących w praktyce gospodarczej posiada cechy opcji powszechnych, co oznacza możliwość podjęcia analogicznych działań przez innych graczy rynkowych. Wartość tego typu projektów inwestycyjnych ściśle uzależniona jest tym samym od działania konkurentów. Ich percepcja rzeczywistości oraz specyficzny sposób podejmowania decyzji ekonomicznych może mieć istotne znaczenie dla wartości opcji powszechnej. Dla określenia rzeczywistej wartości opcji powszechnej oraz optymalnego momentu jej wykonania konieczne jest właściwe odwzorowanie wyceny dokonywanej przez konkurentów. Ludzie z natury nie są w pełni racjonalni, wykazując szereg skłonności wynikających z psychologiczno-społecznych uwarunkowań ich funkcjonowania. Odwzorowanie wyceny opcji powszechnych dokonywanej przez konkurentów wymaga zatem uwzględnienia tychże uwarunkowań. W przypadku opcji rzeczywistych szczególne znaczenie ma specyfika sytuacji ryzyka, z jaką opcje te się wiążą. Uwarunkowania procesu podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka opisuje teoria perspektywy. Stąd też w ramach niniejszej dysertacji skonstruowano podejście do wyceny opcji realnych uwzględniające elementy tej właśnie teorii. Skonstruowany model pozwala na odwzorowanie wyceny opcji rzeczywistych przy uwzględnieniu psychologicznego podłoża podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka.

W toku realizacji celu głównego rozprawy stworzono model wyceny opcji rzeczywistych uwzględniający elementy teorii perspektywy. Z wykorzystaniem skonstruowanego modelu przeprowadzono także szereg symulacji w celu zbadania zależności pomiędzy indywidualnym sposobem percepcji wartości i prawdopodobieństw a postrzeganą wartością i momentem wykonania opcji rzeczywistych.

Dążąc do realizacji celu głównego rozprawy, w pierwszej kolejności przeanalizowano podejście do wyceny metodą opcji rzeczywistych. Opcje realne stanowią wypracowane w ramach neoklasycznej teorii finansów przedsiębiorstwa podejście do oceny efektywności inwestycji uwzględniające elastyczność decyzyjną związaną z możliwością odsunięcia w czasie realizacji projektu inwestycyjnego oraz późniejszego aktywnego wpływania na jego losy. Podejście to oparte jest na założeniu pełnej racjonalności podmiotów oraz ich działania zgodnego z teorią użyteczności oczekiwanej. W przypadku opcji powszechnych, gdzie warunek wyłączności posiadania opcji nie jest spełniony, wykorzystuje się elementy teorii gier, wymagające dodatkowo spełnienia założenia wspólnej wiedzy graczy. Podejście to stanowi doskonałe rozwiązanie w świecie *homo oeconomicus*, jednak jego walory deskryptywne oraz aplikacyjne bywają kwestionowane.

Wypracowanie postulatów normatywnych w sytuacjach strategicznych wymaga właściwego prognozowania zachowania oponentów, co w przypadku opcji powszechnych oznacza konieczność uwzględnienia rzeczywistej ich wyceny dokonywanej przez konkurentów. Wycena ta uwarunkowana jest przez szereg czynników psychologiczno-społecznych opisywanych w ramach ekonomii behawioralnej. Stąd też w ramach niniejszej dysertacji dokonano usystematyzowania dorobku finansów behawioralnych mającego znaczenie dla wyceny opcji rzeczywistych, zwracając szczególną uwagę na teorię perspektywy. Na gruncie ekonomii behawioralnej wskazuje się na ograniczoną racjonalność jednostek oraz liczne uwarunkowania psychologiczno-społeczne podejmowanych decyzji ekonomicznych, w tym w zakresie zarządzania finansami przedsiębiorstwa. Wiążą się one między innymi z inklinacjami dotyczącymi podejmowania decyzji ekonomicznych w warunkach ryzyka, które wpisuje się w istotę opcji rzeczywistych. Deskryptywną teorią opisującą rzeczywisty sposób podejmowania tego typu wyborów jest teoria perspektywy. Wskazuje ona na percepcję wartości w ujęciu relatywnym, w postaci zysków lub strat względem pewnego punktu referencyjnego, których ocenę opisuje funkcja w kształcie litery „S”. Na podstawie prawdopodobieństw realizacji scenariuszy przypisywane są wagi decyzyjne, przy czym proces tejże transformacji odpowiada wypukłej funkcji wag. Uwzględnienie takiego sposobu percepcji wartości i prawdopodobieństw w modelu wyceny opcji rzeczywistych pozwala na lepsze odwzorowanie postrzeganej ich wartości oraz bardziej trafne wnioskowanie o momencie wykonania opcji przez jednostki. Ma to szczególne znaczenie w przypadku sytuacji strategicznych, w których w pełni racjonalny gracz powinien dążyć do właściwego prognozowania zachowania oponentów, celem maksymalizacji własnych korzyści ekonomicznych, uwzględniając przy tym ograniczoną racjonalność oponentów.

Na podstawie usystematyzowanej wiedzy dotyczącej podejścia opcyjnego dokonano konstrukcji autorskiego modelu wyceny opcji rzeczywistych uwzględniającego elementy teorii perspektywy w postaci punktu odniesienia, funkcji oceny oraz wag. Uznano za ważne sformułowanie tego modelu w dwóch wariantach – dwumianowym oraz analitycznym, przy czym pierwszy z nich rozwinęto do horyzontu wielookresowego, umożliwiając analizę momentu wykonania opcji amerykańskiej.

Przedstawiona propozycja pozwala na zapełnienie zidentyfikowanej luki badawczej dzięki uwzględnieniu punktu odniesienia, szczególnie ważnego z punktu widzenia teorii perspektywy, a pomijanego w ramach dotychczasowych badań. Wkład do nauki wiąże się także ze skoncentrowaniem prowadzonych badań na opcjach rzeczywistych, w przypadku których aspekty indywidualne, w tym specyficzne uwarunkowania podejmowania decyzji w warunkach ryzyka, mają szczególne znaczenie. Dotychczas prezentowane w literaturze przedmiotu modele nie uwzględniały tego typu perspektywy analizy. Dokonano również konstrukcji modelu w wersji dwumianowej, poszerzając zakres możliwej jego aplikacyjności. Podejście takie odznacza się prostotą konstrukcji, pozwalającą na implementację w wielu obszarach, bez konieczności angażowania wysublimowanego instrumentarium. Model został rozwinęty do wersji wielookresowej, umożliwiając analizę wartości i momentu wykonania opcji amerykańskiej. Większość opcji rzeczywistych ma charakter opcji amerykańskich, jednak modelu wyceny takiej opcji, uwzględniającej elementy teorii perspektywy, nie zidentyfikowano w ramach dotychczasowej literatury przedmiotu. Zidentyfikowana luka badawcza dotyczyła jednocześnie możliwości prowadzenia badań nad momentem wykonania opcji, co w przypadku modeli wyceny opcji europejskiej nie było możliwe. Wnioski w tym zakresie mają znaczenie dla łatwiejszego intuicyjnego zrozumienia poruszanej problematyki oraz formułowania konkluzji o wymiarze praktycznym.

Z wykorzystaniem skonstruowanego modelu przeprowadzono szereg symulacji wpływu sposobu percepcji wartości i prawdopodobieństw, opisywanego wartością punktu odniesienia oraz parametrami funkcji wag i oceny, na wartość i moment wykonania opcji realnej. Posłużono się przy tym przykładem liczbowym inwestycji realizowanej w branży telekomunikacyjnej, z którą wiąże się opcja opóźnienia jej realizacji. Symulacje przeprowadzono z wykorzystaniem zestawu autorskich funkcji i makr zaprogramowanych w języku Visual Basic for Application oraz arkusza kalkulacyjnego MS Excel. Liczba przeprowadzonych symulacji wartości i momentu wykonania opcji przekraczała piętnaście tysięcy w przypadku modelu dwumianowego oraz ponad dwa tysiące w przypadku modelu analitycznego.

W ramach przeprowadzonych symulacji wykazano szczególne znaczenie stosowanego punktu odniesienia dla wartości i momentu wykonania opcji, co wiąże się z odmienną percepcją zysków oraz strat. Wpływ parametrów funkcji oceny na wartość opcji i moment jej wykonania jest największy w przypadku umiarkowanych wartości punktu referencyjnego, podczas gdy przy skrajnych jego wartościach rośnie znacznie parametrów funkcji wagowej. Obserwacja ta dowodzi zasadności wprowadzenia do modelu wyceny opcji rzeczywistej uwzględniającego elementy teorii perspektywy wartości punktu odniesienia, dotychczas pomijanego w ramach badań. Jest to zmienna podstawowa z punktu widzenia percepcji wartości w kategoriach zysków lub strat, przez co jej wprowadzenie do modelu jest konieczne dla uchwycenia istoty teorii perspektywy.

Zaobserwowano również pozytywny wpływ na wartość opcji realnej parametru funkcji oceny opisującego wrażliwość na kolejne przyrosty zysków, a także parametrów funkcji wagowej odpowiadających poziomowi optymizmu decydenta oraz jego wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw w obszarze zysków. Jednocześnie pozytywny wpływ powyższych parametrów na wartość opcji przekłada się na późniejsze jej wykonanie. Z drugiej strony na wartość opcji negatywnie wpływa rosnąca wrażliwość na kolejne przyrosty strat, awersja do strat, a także wysoka wrażliwość w zakresie percepcji prawdopodobieństw w obszarze strat, przekładając się na wcześniejsze wykonanie opcji rzeczywistej.

Opisane na gruncie teorii perspektywy typowe wartości parametrów funkcji oceny i wag zakładają umiarkowaną wrażliwość na kolejne przyrosty zysków oraz strat, awersję do strat, a także obniżoną wrażliwość w zakresie percepcji prawdopodobieństw. Zgodnie z poczynionymi obserwacjami, umiarkowana wrażliwość na kolejne przyrosty zysków oraz awersja do strat wpływają negatywnie na wartość opcji, przyspieszając jej wykonanie. Odwrotny efekt ma natomiast obniżona wrażliwość na kolejne przyrosty strat, choć w warunkach typowych zbyt silny, by zrekompensować wpływ pozostałych parametrów funkcji oceny. Zgodnie z wynikami symulacji, optymista przeszacowuje wartość opcji, bardziej odsuwając w czasie jej wykonanie niż pesymista. Także niższa wrażliwość w zakresie percepcji prawdopodobieństw oraz procesu przypisywania na ich podstawie wag decyzyjnych przekłada się na wyższą wartość opcji i późniejsze jej wykonanie.

Wpływ subiektywnej percepcji wartości i prawdopodobieństw na postrzeganą wartość opcji zobrazowano w szczególnym kontekście opcji powszechnych. Percepcja korzyści związanych z posiadaniem opcji rzeczywistej opisana teorią perspektywy wpływa na rozkład wypłat w sytuacjach strategicznych. Specyficzne cechy psychologiczne konkurenta mogą wpływać na moment wykonania przez niego opcji realnej. Ma to istotne znaczenie zarówno dla wartości takiej opcji z punktu widzenia gracza w pełni racjonalnego, jak i optymalnego

momentu wykonania opcji powszechnej. Jedynie właściwe odwzorowanie faktycznego zachowania konkurenta pozwala na optymalne wykonania opcji, przez co podmiot w pełni racjonalny powinien dążyć do uwzględnienia ograniczonej racjonalności konkurentów. Krokiem w tym kierunku jest uwzględnienie dorobku teorii perspektywy, czego dokonano w ramach niniejszej dysertacji.

Zawarte w niniejszej rozprawie rozważania prowadzą do refleksji nad nośnikami wartości przedsięwzięć biznesowych. W ramach literatury z zakresu powszechnych opcji rzeczywistych wskazuje się na wartość wynikającą z możliwych do uzyskania przepływów pieniężnych, korzyści z tytułu elastyczności decyzyjnej związanej z możliwością aktywnego wpływania na losy projektu, a także wpływ konkurencji, utożsamiany z możliwością podjęcia racjonalnych działań przez innych graczy rynkowych współdzielących opcje rzeczywiste. Katalog ten należałoby zatem rozszerzyć o uwarunkowania behawioralne funkcjonowania podmiotów funkcjonujących na rynku. Podłoże psychologiczno-społeczne percepcji rzeczywistości, kształtowania przekonań, czy aktualizacji preferencji wpływać może na postrzeganą przez jednostki wartość projektów inwestycyjnych, a w konsekwencji i na moment wykonania związanych z nimi opcji. Moment ten rzutuje natomiast na wartość opcji powszechnej dla innych graczy rynkowych, w tym hipotetycznych jednostek funkcjonujących w pełni racjonalnie. Pośrednio czynniki behawioralne wpływają zatem nie tylko na wartość opcji subiektywnie postrzeganą przez podmioty będące pod wpływem tych czynników, ale i obiektywną wartość z punktu widzenia jednostek całkowicie racjonalnych. Indywidualna sfera psychologiczno-społecznych uwarunkowań percepcji i procesu decyzyjnego konkurentów wpływa tym samym na obiektywną wartość opcji powszechnej. Wśród czynników mających znaczenie dla wartości przedsięwzięć biznesowych należy więc dodatkowo wskazać na, dotychczas nieeksponowane w ramach literatury przedmiotu, subiektywne uwarunkowania behawioralne innych podmiotów funkcjonujących na rynku.

Skonstruowane w ramach niniejszej dysertacji podejście do wyceny opcji z wykorzystaniem elementów teorii perspektywy, ze względu na jego elastyczną konstrukcję, umożliwia liczne modyfikacje. Jego zastosowanie w ramach dalszych badań nad wartością i momentem wykonania opcji powszechnych, uwzględniających dorobek ekonomii behawioralnej, daje możliwość rozszerzenia rezultatów rozprawy w warstwie aplikacyjnej.

Istnieje wiele innych, nie poruszanych w niniejszej dysertacji zagadnień związanych z psychologicznymi i społecznymi uwarunkowaniami funkcjonowania jednostek, które warto byłoby uwzględnić w ramach dalszych badań w obszarze opcji powszechnych. Określenie wartości opcji wiąże się w pierwszej kolejności z percepcją i przetwarzaniem napływających informacji, stąd istotną rolę odgrywać mogą liczne behawioralne inklinacje związane z tym

procesem, w szczególności stosowanie heurystyk poznawczych. Na podstawie uzyskanych informacji formułowane są przekonania i prognozy co do przyszłości, które mają szczególne znaczenie w kontekście dynamicznego z natury podejścia opcyjnego. Na proces ich formułowania wpływać mogą choćby efekt nadmiernej pewności siebie oraz błędy związane z oceną reprezentatywności próby, które warte byłoby przeanalizowania w kontekście opcji realnych. Przekonania podlegają następnie aktualizacji, z czym również wiążą się liczne skłonności psychologiczne. W przypadku opcji realnych szczególne znaczenie mogą mieć wiara w trend czy popełnianie błędu ekstrapolacji. Aktualizacji podlegać może w końcu wartość samego punktu odniesienia, którego zdynamizowanie byłoby ciekawym kierunkiem badań dalszych. Proces uczenia się może wpływać i na sposób percepcji wartości i prawdopodobieństw, skutkujący ewoluującymi w czasie parametrami funkcji wag i oceny. Uwarunkowania aktualizacji przekonań warte byłyby weryfikacji w ramach odrębnych rozważań. Uwzględnienie czynnika czasu prowadzi także do kwestii związanych z dokonywaniem wyborów międzyokresowych, w tym dyskontowania hiperbolicznego, a także szczególnie ważnego z punktu widzenia teorii perspektywy stosowania zróżnicowanych wartości stóp dyskonta dla zysków oraz strat. Sam proces podejmowania decyzji opisywany jest w ramach innych poza teorią perspektywy koncepcji uwzględniających uwarunkowania behawioralne, takich jak choćby teoria żalu i rozczarowania, rozszerzająca zakres analizy o odczucia jednostki w sytuacji niewykonania opcji. Zasadnym byłoby w końcu wykorzystanie dorobku z zakresu behawioralnej teorii gier, by umożliwić poszukiwanie rozwiązania podgier strategicznych oraz stworzenie, na podstawie przedstawionej propozycji, normatywno-deskryptywnego modelu optymalizującego decyzje przy uwzględnieniu ograniczonej racjonalności konkurentów. Proces myślenia i uczenia się strategicznego, a także uwarunkowania społeczne i pojawiające się interakcje pomiędzy graczami, mogą rzutować na postrzeganą wartość opcji i moment jej wykonania.

Niniejsza rozprawa stanowi przyczynek do dyskusji toczącej się pomiędzy złożonym i fascynującym behawioralnym światem subiektywnej ludzkiej percepcji czy uwarunkowań psychologiczno-społecznych funkcjonowania jednostek a neoklasycznym pięknem i doskonałością rzeczywistości *homo-oeconomicus*, stanowiącej nieodzowne tworzywo rozwiązań wypracowywanych w ramach podejścia normatywnego. Oba te światy są równie różne, jak niezbadane, mieszają się w zderzeniu postulatu optymalizacji z subiektywnością ludzkiej psychiki, przy czym zgłębienie tej ostatniej, w przypadku opcji powszechnych, jest warunkiem zbliżenia się do niedoścignionego optimum.

BIBLIOGRAFIA

- [1] Abbink, K., Rockenbach, B., 2005, *Option Pricing by Students and Professional Traders: A Behavioural Investigation*, Discussion Papers from The Centre for Decision Research and Experimental Economics, School of Economics, University of Nottingham, no. 2005-12.
- [2] Abdellaoui, M., 2010, *Separating Curvature and Elevation: A Parametric Probability Weighting Function*, Journal of Risk and Uncertainty, vol. 41, no. 1, s. 39-65.
- [3] Adner, R., Levinthal, D. A., 2004, *What is not a Real Option: Considering Boundaries for the Application of Real Options to Business Strategy*, Academy of Management Review, vol. 29, no. 1, s. 74-85.
- [4] Aguerrevere, F., 2003, *Equilibrium Investment Strategies and Output Price Behavior: A Real Options Approach*, Review of Financial Studies, vol. 16, no. 3, s. 1239-1272.
- [5] Ahlbrecht, M., Weber, M., 1997, *An Empirical Study on Intertemporal Decision Making Under Risk*, Management Science, vol. 43, no. 6, s. 813-826.
- [6] Allais, M., 1953, *Le comportement de l'homme rationnel devant le risque, critique des postulats et axiomes de l'école américaine*, Econometrica, vol. 21, no. 4, s. 503-46.
- [7] Amram, M., Kulatilaka, N., 1999, *Real Options: Managing Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press, Boston.
- [8] *Analiza wpływu opcji elastycznego reagowania na wartość projektów*, 2013, [w:] Mielcarz, P., Paszczyk, P. (red.), *Analiza projektów inwestycyjnych w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [9] Angeletos, G.-M., Laisbon, D., Repetto, A., Tobacman, J., Weinberg, S., 2001, *The Hyperbolic Buffer Stock Model: Calibration, Simulation, and Empirical Evaluation*, Journal of Economic Perspectives, vol. 15, no. 3, s. 47-68.
- [10] Antkiewicz, S., *Wykorzystanie opcji realnych w wycenie projektów inwestycyjnych na przykładzie przemysłu farmaceutycznego*, [w:] Bernaś, B., Pluta, W. (red.), *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- [11] Arnold, T., Shockley, R. L., 2002, *Real Options, Corporate Finance, and The Fundamentals of Value Maximization*, Journal of Applied Corporate Finance, vol. 15, no. 2, s. 82-88.
- [12] Asher, W., 1993, *The Ambiguous Nature of Forecasts in Project Evaluation: Diagnosing the Over-Optimism of Rate of Return Analysis*, International Journal of Forecasting, vol. 9, no. 1, s. 109-115.
- [13] Azevedo, A. F., Paxson, D. A., 2010, *Real Options Game Models: A Review*, Working Paper of Hull University Business School and Manchester Business School.
- [14] Azevedo, A., Paxson, D., 2009, *Uncertainty and Competition in the Adoption of Complementary Technologies*, Working Paper, Manchester Business School, Berkeley.

- [15] Azfar, O., 1999, *Rationalizing Hyperbolic Discounting*, Journal of Economic Behavior, vol. 38, no. 2, s. 245-252.
- [16] Baba, N., 2001, *Uncertainty, Monitoring Costs, and Private Banks' Lending Decisions in a Duopolistic Loan Market: A Game-Theoretic Real Options Approach*, Monetary and Economic Studies, s. 21-46.
- [17] Baker, M., Stein, J., Wurgler, J., 2003, *When Does the Market Matter. Stock Prices and the Investments of Equity Dependent Firms*, Quarterly Journal of Economics, vol. 118, no. 3, s. 969-1006.
- [18] Baker, M., Ruback, R., Wurgler, J., 2007, *Behavioral Corporate Finance*, [w:] Eckbo, B. E. (ed.), *Handbook of Corporate Finance. Empirical Corporate Finance*, Elsevier, Amsterdam, vol. 1, s. 145-188.
- [19] Baker, M., Wurgler, J., 2002, *Market Timing and Capital Structure*, Journal of Finance, vol. 57, no. 1, s. 1-32.
- [20] Baker, M., Wurgler, J., 2004, *A Catering Theory of Dividends*, Journal of Finance, vol. 59, no. 3, s. 1125-1165.
- [21] Baker, M., Wurgler, J., 2013, *Behavioral Corporate Finance: An Updated Survey*, [w:] Constantinides, G. M., Harris, M., Stulz, R. (eds.), *Handbook of the Economics of Finance*, Elsevier, Amsterdam, vol. 2, s. 357-403.
- [22] Baker, M., Xuan, Y., 2011, *Under New Management: Equity Issues and Attribution of Past Returns*, HSB Working Paper.
- [23] Banerjee, A., 1992, *A Simple Model of Herd Behavior*, Quarterly Journal of Economics, vol. 107, no. 3, s. 797-818.
- [24] Barro, R., 1990, *The Stock Market and Investment*, Review of Financial Studies, vol. 3, s. 115-132.
- [25] Bell, D., 1982, *Regret in Decision Making under Uncertainty*, Operations Research, vol. 30, no. 5, s. 961-981.
- [26] Bell, D., 1985, *Disappointment in Decision Making under Uncertainty*, Operations Research, vol. 33, no. 1, s. 1-27.
- [27] Bellman, R. J., 1954, *The Theory of Dynamic Programming*, Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 60, no. 6, s. 503-515.
- [28] Bem, D., 1972, *Self-perception Theory*, [w:] Berkowitz, L. (ed.), *Advances in Experimental Social Psychology*, Academic Press, New York, vol. 6, s. 1-62.
- [29] Ben-David, I., Graham, J. R., Harvey, C., 2008, *Managerial Overconfidence and Corporate Policies*, Working Paper, Duke University / Ohio State University.
- [30] Benzion, U., Rapoport, A., Yagil, J., 1989, *Discount Rates Inferred from Decisions: An Experimental Study*, Management Science, vol. 35, no. 3, s. 270-284.
- [31] Barberis, N.; Huang, M., 2008, *Stocks as Lotteries: The Implications of Probability Weighting for Security Prices*, American Economic Review, vol. 98, no. 5, s. 2066-2100.

- [32] Barberis, N.; Huang, M., Santos, T., 2001, *Prospect Theory and Asset Prices*, Quarterly Journal of Economics, vol. 116, no. 1, s. 1-53.
- [33] Barberis, N., Thaler, R., 2003, *A Survey of Behavioral Finance*, [w:] Constantinides, G. M., Harris, M., Stulz, R. (eds.), *Handbook of the Economics of Finance*, Elsevier, Amsterdam, vol. 1B, s. 1052-1121.
- [34] Berg, N., Gigerenzer, G., 2010, *As-if behavioral economics: Neoclassical economics in disguise?*, History of Economic Ideas, vol. 18, no. 1, s. 133-166.
- [35] Berkelaar, A. B., Kouwenberg, R., Post, T., 2004, *Optimal Portfolio Choice Under Loss Aversion*, Review of Economics and Statistics, vol. 86, no. 4, s. 973-987.
- [36] Bernoulli, D., 1738 (1954), *Exposition of a New Theory of the Measurement of Risk*, Econometrica, vol. 22, no. 1, s. 23-26.
- [37] Bikchandani, S., Hirschleifer, D., Welch, I., 1992, *A Theory of Fads, Fashion, Custom and Cultural Change as Informational Cascades*, Journal of Political Economy, vol. 100, no. 5, s. 992-1026.
- [38] Bikchandani, S., Sharma, S., 2000, *Herd Behavior in Financial Markets: A Review*, IMF Working Paper WP/00/48, International Monetary Fund, Washington.
- [39] Biondi, F., 1972, *Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowings*, Journal of Business, vol. 45, no. 3, s. 444-455.
- [40] Black, F., Scholes, M., 1973, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, vol. 81, no. 3, s. 637-654.
- [41] Blackburn, D. W., Ukhov, A. D., 2006, *Estimating Preferences towards risk: Evidence from Dow Jones*, Working Paper, Kelley School of Business, Indiana University.
- [42] Blanchard, O., Rhee, Ch., Summers, L., 1993, *The Stock Market Profit and Investment*, Quarterly Journal of Economics, vol. 108, no. 1, s. 115-136.
- [43] Borges, B., Goldstein, D. G., Ortmann, A., Gigerenzer, G., Todd, P. M., 1999, *Can Ignorance Beat the Stock Market?*, [w:] Gigerenzer, G., Todd, P. M., ABC Group (eds.), *Simple Heuristics that Make Us Smart*, s. 59-72, Oxford University Press, Oxford.
- [44] Borison, A., 2005, *Real Options Analysis: Where Are the Emperor's Clothes?*, Applied Corporate Finance, vol. 17, no. 2, s. 17-31.
- [45] Bobcock, L., Loewenstein, G., 1997, *Explaining Bargaining Impasse: The Role of Self-serving Biases*, Journal of Economic Perspectives, vol. 11, no. 1, s. 109-26.
- [46] Bouwman, Ch., 2009, *Managerial Optimism and the Market's Reaction to Dividend Changes*, Working Paper, Wharton Financial Institution Center.
- [47] Bowman, E. H., Hurry, D., 1993, *Strategy Through The Options Lens: An Integrated View of Resource Investments and The Incremental-Choice Process*, Academy of Management Review, vol. 18, no. 4, s. 760-782.
- [48] Brav, A., Harvey, J. R., Michaely, R., 2005, *Payout Policy in the 21st Century*, Journal of Financial Economics, vol. 77, no. 3, s. 483-527.

- [49] Brealey, R. A. i Myers, S. C., 1995, *Fundamentals of Corporate Finance*, McGraw-Hill, New York.
- [50] Brennan, M. J., Schwartz, E., 1985, *Evaluating Natural Resource Investments*, Journal of Business, vol. 58, no. 2, s. 135-157.
- [51] Breuer, W., Perst, A., 2007, *Retail Banking and Behavioral Financial Engineering: The Case of Structured Products*, Journal of Banking and Finance, vol. 31, no. 3, s. 827-844.
- [52] Breuer, W., Rieger, M. O., Soypak, K. C., 2010, *The Behavioral Foundations of Corporate Dividend Policy. A Cross-country Empirical Analysis, Working Paper, RWTH Aachen University*.
- [53] Buehler, R., Griffin, D., Ross, M., 1994, *Exploring the "Planning Fallacy": Why People Underestimate Their Task Completion Times*, Journal of Personality and Social Psychology, vol. 67, no. 3, s. 366-381.
- [54] Buehler, R., Griffin, D., Ross, M., 2002, *Inside the Planning Fallacy: The Causes and Consequences of Optimistic Time Predictions*, [w:] Gilovich, T., Griffin, D., Kahnemann, D. (eds.), *Heuristics and Biases: The psychology of Intuitive Judgement*, Cambridge University Press, New York, s. 250-270.
- [55] Bursa, T., 2013, *Wpływ polityki dywidend I wykupów akcji na kształtowanie się cen akcji spółek notowanych na wybranych giełdach w krajach Europy Środkowo-Wschodniej*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Łódzki, Łódź.
- [56] Busenitz, L. W., Barney, J. B., 1997, *Differences between Entrepreneur and Managers in Large Organizations: Biases and Heuristics in Strategic Decision Making*, Journal of Business Venturing, vol. 12, no. 1, s. 9-30.
- [57] Cachon, G., Camerer, C. F., 1996, *Avoidance and Forward Induction in Experimental Coordination Games*, Quarterly Journal of Economics, vol. 111, no. 1, s. 165-194.
- [58] Camerer, C. F., 1991. *Does Strategy Research Need Game Theory?*, Strategic Management Journal, vol. 12, no. 8, s. 137-152.
- [59] Camerer, C. F., 1997, *Progress in Behavioral Game Theory*, Journal of Economic Perspectives, vol. 11, no. 4, s. 167-188.
- [60] Camerer, C. F., 2003, *Behavioral Game Theory: Experiments on Strategic Interaction*, Princeton University Press, Princeton & New York.
- [61] Camerer, C. F., 2004. *Behavioral Game Theory: Predicting Human Behavior in Strategic Situations*, [w:] Camerer, C. F. , Rabin, M., Loewenstein, G. (eds.), *Advances in Behavioral Economics*, Princeton University Press, New York, s. 374-392.
- [62] Camerer, C. F., Ho, T.-H., Chong, J.-K., 2004, *Behavioural game theory: thinking, learning and teaching*, [w:] Huck, S. (ed.), *Advances in Understanding Strategic Behaviour: Advances in Understanding Strategic Behaviour*, Palgrave Macmillan UK, Basingstoke, s. 119-179.
- [63] Camerer, C. F., Johnson, E., Rymon, T., Sen, S., 1993, *Cognition and Framing in Sequential Bargaining for Gains and Losses*, [w:] Binmore, K., Kirman, A., Tani, P.

- (eds.), *Contributions to Game Theory*, Massachusetts Institute of Technology Press, Cambridge, s. 27-47.
- [64] Camerer, C. F., Karjalainen, R., 1992, *Ambiguity-Aversion and Non-Additive Beliefs in Noncooperative Games: Experimental Evidence*, [w:] Munier, B., Machina, M. (eds.), *Models and Experiments on Risk and Rationality*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, s. 325-358.
- [65] Camerer, C. F., Loewenstein, G., 2004, *Behavioral Economics: Past, Present, Future*, [w:] Camerer, C. F., Loewenstein, G., Rabin, M. (eds.), *Advances in Behavioral Economics*, Princeton University Press, Princeton and Oxford, s. 3-51.
- [66] Capiński, M., 2004, *Definicja i wycena opcji realnych*, Rynek Terminowy, nr 3, s. 6-10.
- [67] Capiński, M., Patena, W., 2003, *Real Options – Realistic Valuation*, SSRN Electronic Journal, June.
- [68] Carlson, M., Dockner, E., Fisher, A., Giammarino, R., 2006, *Leaders, Followers, and Risk Dynamics in Industry Equilibrium*, Working Paper, Manchester Business School, Berkeley.
- [69] Carr, P. P., 1988, *The Valuation of Sequential Exchange Opportunities*, Journal of Finance, vol. 43, no. 5, s. 1235-56
- [70] Chapman, L. J., Chapman, J. P., 1969, *Illusory Correlation as an Obstacle to the Use of Valid Psychodiagnostic Signs*, Journal of Abnormal Psychology, vol. 74, no. 3, s. 271-280.
- [71] Chrinko, R., Schaller, H., 2001, *Business Fized Investment and “Bubbles”: The Japanese Case*, American Economic Review, vol. 91, no. 3, s. 663-680.
- [72] Crawford, V., 1997, *Theory and Experiment in the Analysis of Strategic Interaction*, [w:] Kreps, D., Wallis, K. (eds.), *Advances in Economics and Econometrics: Theory and Applications*, Econometric Society Monograph, no. 27, vol. I, s. 206-242, Cambridge University Press, Cambridge & New York.
- [73] Chriss, N. A., 1997, *Black-Scholes and Beyond: Option Pricing Models*, McGraw-Hill, New York.
- [74] Chung, K. H., Charoenwong, Ch., 1991, *Investment Options, Assets in Place, and the Risk of Stocks*, Financial Management, vol. 20, no. 3, s. 21-33.
- [75] Cieślak, A., 2003, *Behawioralna ekonomia finansowa: Modyfikacja paradygmatów funkcjonujących w nowoczesnej teorii finansów*, Materiały i Studia, nr 165, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- [76] Clotfelter, C., Cook, P., 1993, *The Gambler's Fallacy in Lottery Ply*, Management Science, vol. 39, no. 12, s. 93-95.
- [77] Cooper, R. DeJong, D., Forsythe, R., Ross, T., 1993, *Forward Induction in the Battle-of-the-Sexes Games*, American Economic Review, vol. 83, no. 5, s. 1303-1316.
- [78] Cottrell, T., Sick, G., 2001, *First-mover (dis)advantage and Real Options*, Journal of Applied Corporate Finance, vol. 14, no. 2, s. 41-51.

- [79] Copeland, T., Antikarov, V., 2001, *Real Options: A Practitioner's Guide*, Texere, New York.
- [80] Copeland, T. E., Keenan, P.T., 1998a, *How Much is Flexibility Worth?*, The McKinsey Quarterly, no. 2, s. 38-49.
- [81] Copeland, T. E., Keenan, P.T., 1998b, *Making Real Options Real*, The McKinsey Quarterly, no. 3, s. 128-141.
- [82] Copeland, T. E., Weston, J. F., Shastri, K., 2004, *Financial Theory and Corporate Policy*, Addison Wesley Publishing Company, Boston.
- [83] Cordeiro, L., 2009, *Managerial Overconfidence and Dividend Policy*, Working Paper, London Business School.
- [84] Corman, J., Perles, B., Vancini, P., 1988, *Motivation Factors, Influencing High-Technology Entrepreneurship*, Journal of Small Business Management, vol. 26, no. 1, s. 36-42.
- [85] Costa-Gomes, M., Crawford, V. P., Broseta, B., 2001, *Cognition and Behavior in Normal-form Games: An Experimental Study*, Econometrica, vol. 69, no. 5, s. 1193-1235.
- [86] Cox, J. C., Ross, S. A., Rubinstein, M., 1979, *Option Pricing: A Simplified Approach*, Journal of Financial Economics, vol. 7, no. 7, s. 229-263.
- [87] Coy, P., 1999, *Exploring Uncertainty*, Business Week, iss. 3632, July 6, s. 118-123.
- [88] Cyert, R. M., March, J. G., 1963, *A behavioral theory of the firm*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, New Jersey.
- [89] Damodaran, A., 2001, *Corporate Finance: Theory and Practise*, Wiley, New York.
- [90] Damodaran, A., 2002, *Investment Valuation: Tools and Techniques for Determining the Value of Any Asset*, Wiley.
- [91] Daniel, K., Hirshleifer, D., Subrahmanyam, A., 1998, *Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions*, Journal of Finance, vol. 53, no. 6, s. 1839-1885.
- [92] Davis, D., 1985, *New Projects: Beware of False Economies*, Harvard Business Review, vol. 63, no. 2, s. 95-101.
- [93] Davies G. B., Satchell S. E., 2007, *The Behavioural Components of Risk Aversion*, Journal of Mathematical Psychology 51, 1–13
- [94] Dean, J., 1951, *Capital Budgeting*, Columbia University Press, New York.
- [95] De Bondt, W. F. M., 1998, A Portrait of the Individual Investor. European Economic Review, vol. 42, no. 3-5, s. 831-844.
- [96] De Bondt, W. F. M., Muradoglu, G., Shefrin, H, Staikouras, S. K., 2008, *Behavioral Finance: Quo Vadis?*, Journal of Applied Finance, vol. 18, no. 2, s. 7-21.
- [97] Décamps, J., Mariotti, T., 2004, *Investment Timing and Learning Externalities*, Journal of Economic Theory, vol. 118, pp. 80-112.

- [98] De Meza, D. Southey, C., 1996, *The Borrowers Curse: Optimism Finance and Entrepreneurship*, Economic Journal, vol. 106, no. 435, s. 375-386.
- [99] Dess, G. G., Ireland, R. D., Zahra, S. A., Floyd, S. W., Janney, J. J., Lane, P. J., 2003, *Emerging Issues in Corporate Entrepreneurship*, Journal of Management, vol. 29, no. 3, s. 351-378.
- [100] Devenov, A., Welch, I., 1996, *Rational Herding in Financial Economics*, European Economic Review, vol. 40, no. 3-5, s. 603-615.
- [101] Dhir, S., Mital, A., 2012, *Decision Making for Mergers and Acquisitions: The Role of Agency Issues and Behavioral Biases*, Strategic Change, vol. 21, no. 1-2, s. 59-69.
- [102] Dixit, A., Pindyk, R., 1994, *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, New Jersey.
- [103] Dobbs, I. M., 2009, *How Bad May Short-termism Be? A Study of the Consequences of High Hurdle Discount Rates and Low Payback Thresholds*, Management Accounting Research, vol. 20, no. 2, s. 117-128.
- [104] Dom Maklerski Banku BPS S.A., 2012, *Pharmena – opcja na biotechnologiczną gwiazdę*.
- [105] Dougal, C., Engelberg, J., Parsons, C. A., Van Wesep E. D., 2011, *Anchoring and the Cost of Capital*, Working Paper, University of North Carolina.
- [106] Dzierża, J., 2011, *Problemy związane z aplikacją opcji rzeczowych do wyceny przedsięwzięć górniczych*, Przegląd Górniczy, t. 66, nr 6, s. 27-30.
- [107] Edwards, W., 1968, *Conservatism in Human Information Processing*, [w:] Kliemutz, B. (ed.), *Formal Representation of Human Judgement*, Wiley, New York, s. 17-52.
- [108] Einhorn, H.J, Hogarth, R.M., 1978, *Confidence in Judgment: Persistence of Illusion of Validity*, Psychological Review, vol. 85, no. 5, s. 395-416.
- [109] Einhorn, H., Hogarth, R., 1978, *Confidence in Judgment: Persistence in the Illusion of Validity*, Psychological Review, vol. 85, no. 5, s. 395-416.
- [110] Ellsberg, D., 1961, *Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms*, Quarterly Journal of Economics, vol. 75, no. 4, s. 643-669.
- [111] Fama, E., 1998, *Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance*, Journal of Financial Economics, vol. 49, no. 3, s. 283-306.
- [112] Fellner, W., 1965, *Probability and Profit-A Study of Economic Behavior Along Bayesian Lines*, Richard D. Irwin, Homewood, Illinois.
- [113] Fischhoff, B., 1975, *Hindsight: Thinking backward*, Psychology Today, vol. 8, s. 71-76.
- [114] Fischhoff, B., 1980, *For These Condemned to Study the Past: Reflections on Historical Judgment*, [w:] Shweder, R. A., Fiske, D. W. (eds.), *New Directions for Methodology of Behavioral Science: Fallible Judgment in Behavioral Research*, Jossey-Bass, San Francisco, s. 79-93.

- [115] Fischhoff, B., 1982, *For Those Condemned to Study the Past: Heuristics and Biases in Hindsight*, [w:] Kahnemann, D., Slovic, P., Tversky, A. (eds.), *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge University Press, Cambridge, s. 80-98.
- [116] Fischhoff, B., Slovic, P., Lichtenstein, S., 1977, *Knowing with Certainty. The Appropriateness of Extreme Confidence*, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, vol. 3, no. 4, s. 552-564.
- [117] Fiegenbaum, A., Stuart, H., Schendel, D., 1996, *Strategic Reference Point Theory*, *Strategic Management Journal*, vol. 17, no. 3, s. 219-235.
- [118] Fishburn, P. C., 1982, Nontransitive measurable utility, *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 26, no. 1, s. 31-67.
- [119] Fisher, I., 1930, (1954) *The Theory of Interest. As Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest It*, Kelley and Millman, New York.
- [120] Fisher, K. L., Statman, M., 1997, *Investment Advice from Mutual Fund Companies*, *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 1, s. 9-25.
- [121] Fox, C. R., Rogers, B. A., Tversky, A., 1996, *Options Traders Exhibit Subadditive Decision Weights*, *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 13, no. 1, s. 5-17.
- [122] Fox, C. R., Tversky, A., 1995, *Ambiguity Aversion and Comparative Ignorance*, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 110, no. 3, s. 585-603.
- [123] Frederick, S., Loewenstein, G., 1992, *Hedonic Adaptation*, [w:] Kahneman, D., Diener, E., Schwarz, N. (eds.), *Well-Being: The Foundations of Hedonic Psychology*, Russell Sage Foundation, New York, s. 302-329.
- [124] Fredrickson, B. L., Kahneman, D., 1993, *Duration Neglect in Retrospective Evaluations of Affective Episodes*, *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 65, no. 1, s. 45-55.
- [125] Froot, A., Dabora, E., 1999, *How Are Stock Prices Affected by the Location of Trade?*, *Journal of Financial Economics*, vol. 53, no. 2, s. 189-216.
- [126] Fung, M. V., 2006, *Developments in behavioral finance and experimental economics and Post Keynesian finance theory*, *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 29, no. 1, s. 19-39.
- [127] Gajdka, J., 2002, *Szacowanie wartości aktywów i pasywów spółki a modele wyceny opcji*, *Przegląd Organizacji*, nr 5.
- [128] Gajdka, J., 2013, *Behavioralne finanse przedsiębiorstw. Podstawowe podejścia i koncepcje*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- [129] Garlappi, L., 2001, *Preemption Risk and the Valuation of R&D Ventures*, Working Paper, University of British Columbia.
- [130] Gentry, R. J., 2006, *Aspirations and Real Options: a Behavioral Theory of Strategic Decision Making*, praca doktorska, University of Florida.
- [131] Goeree, J. K., Holt, C. A., 2001, *Ten Little Treasures of Game Theory and Ten Intuitive Contradictions*, *American Economic Review*, vol. 91, no. 5, s. 1402-1422.

- [132] Gervais, S., 2010, *Behavioral Finance, Capital Budgeting and Other Investments Decisions*, [w:] Baker, H. K., Nofsinger, J. R. (eds.), *Behavioral Finance. Investors, Corporations and Markets*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, s. 413-434.
- [133] Gervais, S., Heaton, J., Odean, T., 2009, *Overconfidence, Compensation Contracts and Capital Budgeting*, Working Paper, Duke University.
- [134] Gervais, S., Odean, T., 2001, *Learning to Be Overconfident*, Review of Financial Studies, vol. 14, no. 1, s. 1-27.
- [135] Geske, R., Shastri, K., 1985, *Valuation by Approximation: A Comparison of Alternative Option Valuation Techniques*, The Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 20, no. 1 s. 45-71.
- [136] Gigerenzer, G., Goldstein, D.G., 1999, *The Recognition Heuristic: How Ignorance Makes Us Smart*, [w:] Gigerenzer, G., Todd, P.M., ABC Group (eds.), *Simple Heuristics that Make Us Smart*, Oxford University Press, Oxford s. 37-58.
- [137] Gigerenzer, G., Todd, P. M., ABC Research Group, 1999, *Probabilistic Mental Models: A Brunswikian Theory of Confidence*, Psychological Review, vol. 98, s. 506-28.
- [138] Giang, H. N., 2008, *Incorporating some Behavioral Insights into Real Options Analysis: Hyperbolic Discounting and Optimal Investment Timing*, praca doktorska, Università Ca'Foscari Venezia.
- [139] Gilchrist, S., Himmerberg, Ch., Huberman, G., 2005, *Do Stock Price Bubbles Influence Corporate Investment?*, Journal of Monetary Economics, vol. 52, no. 4, s. 805-827.
- [140] Gilovich, T., Vallone, R., Tversky, A., 1985, *The Hot Hand in Basketball: On the Misperception of Random Sequences*, Cognitive Psychology, vol. 17, no. 3, s. 295-314.
- [141] Gitman, L. J., Mercurio, V. A., 1982, *Cost of Capital Techniques Used by Major U.S. Firms: Survey and Analysis of Fortune 1000*, Financial Management, vol. 11, no. 4, s. 21-29.
- [142] Glaser, M., Schäfers, P., Weber, M., 2008, *Managerial Optimism and Corporate Investment: Is the CEO Alone Responsible for the Relation?*, AFA New Orleans Meeting Paper.
- [143] Goldberg, J., von Nitzsch, R., 2000, *Behavioral Finance: Gewinnen mit Kompetenz*, wyd. 3, Finanzbuch Verlag, München.
- [144] Gonzalez, R., Wu, G., 1999, *On the Shape of the Probability Weighting Function*, Cognitive Psychology, vol. 38, no. 1, s. 129-166.
- [145] Goldberg, J., von Nitzsch, R., 2001, *Behavioral Finance*, John Willey & Sons.
- [146] Graczyk, J., 2009, *Teoria perspektywy i hiperboliczna funkcja dyskonta – implikacje dla teorii konsumpcji*, [w:] Kopycińska, J. (red.), *Wybory konsumentów i przedsiębiorstw w teorii i praktyce*, Katedra Mikroekonomii Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, s. 19-27.
- [147] Graham, J. R., Harvey, C., 2001, *The theory and practice of corporate finance: evidence from the field*, Journal of Financial Economics, vol. 60, no. 2-3, s. 187-243.

- [148] Graham, J. R., Kumar, A., 2006, *Do Dividend Clientless Exist? Evidence on Dividend Preferences of Retail Investors*, Journal of Finance, vol. 61, s. 1305-1336.
- [149] Grenadier, S. R., 1996, *The Strategic Exercise of Options: Development Cascades and Overbuilding in Real Estate Market*, Journal of Finance, vol. 51, no. 5, s. 1653-1679.
- [150] Grenadier, S., 2000, *Game Choices: The Intersection of Real Options and Game Theory*, Risk Books, London.
- [151] Grenadier, S. R., 2002, *Option Exercise Games: An Application to the Equilibrium Investment Strategies of Firms*, The Review of Financial Studies, vol. 15, no. 3, s. 691-721.
- [152] Grenadier, S. R., Wang, N., 2007, *Investment Under Uncertainty and Time-Inconsistent Preferences*, Journal of Financial Economics, vol. 84, no. 1, s. 2-39.
- [153] Grether, D., 1980, *Bayes' Rule as a Descriptive Model: The Representativeness Heuristic*, Quarterly Journal of Economics, vol. 95, no. 3, s. 537-557.
- [154] Griffin, D., Tversky, A., 1992, *The Weighting of Evidence and the Determinants of Confidence*, Cognitive Psychology, vol. 24, no. 3, s. 411-435.
- [155] Grzesiak, P. J., 2015, *Elastyczność decyzyjna w procesie doboru technologii zgazowania węgla*, praca doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Kraków.
- [156] Gul, F., 1991, *A Theory of Disappointment Aversion*, Econometrica, vol. 59, no. 3, s. 667-686.
- [157] Guthrie, G., 2009, *Real Options in Theory and Practice*, Oxford University Press.
- [158] Hackbarth, D., 2009, *Determinants of Corporate Borrowing: A Behavioral Perspective*, Journal of Corporate Finance, vol. 15, no. 4, 389-411.
- [159] Hall, P., 1982, *Great Planning Disasters*, University of California Press, Berkeley.
- [160] Hall, B. J., Murphy, K. J., 2002, *Stock Options for Undiversified Executives*, Journal of Accounting and Economics, vol. 33, no. 1, s. 3-42.
- [161] Harbaugh, R., 2002, *Skill Reputation, Prospect Theory, and Regret Theory*, Working Paper, Mimeo, Claremont Colleges.
- [162] Hardie, B. G. S., Johnson, E. J., Fader, P. S., 1993, *Modeling Loss Aversion and Reference Dependence Effects on Brand Choice*, Marketing Science, vol. 12, no. 4, s. 378-394.
- [163] Harless, D. W., Camerer, C. F., 1994, *The Predictive Utility of Generalized Expected Utility Theories*, Econometrica, vol. 62, no. 6, s. 1251-1289.
- [164] Health, Ch., Larrick, R. P., Wu, G., 1999, *Goals and Reference Points*, Cognitive Psychology, vol. 38, no. 1, s. 79-109.
- [165] Heaton, J., 2002, *Managerial Optimism and Corporate Finance*, Financial Management, vol. 31, no. 2, s. 31-45.
- [166] Helson, H., 1964, *Current trends and issues in adaptation-level theory*, American Psychologist, vol 19, no. 1, s. 26-38.

- [167] Henderson, B., Jegadeesh, N., Weisbach, M., 2006, *World Markets for Raising New Capital*, Journal of Financial Economics, vol. 82, no. 1, s. 63-101.
- [168] Herath, H. S. B., Park, C. S., 2002, *Multi-Stage Capital Investment Opportunities as Compound Real Options*, Engineering Economist, vol. 47, no. 1, s. 1-27.
- [169] Hey, J. D., Orme, C., 1994, *Investigating Generalizations of Expected Utility Theory Using Experimental Data*, Econometrica, vol. 62, no. 6, s. 1291-1326.
- [170] Hirschleifer, J., 1965, *On the Theory of Optimal Investment Decision*, Journal of Political Economy, vol. 66, no. 4, s. 329-352.
- [171] Hirschleifer, D., Teoh, S. W., 2003, *Herd Behavior and Cascading in Capital Markets: A Review and Synthesis*, European Financial Management, vol. 9, no. 1, s. 25-66.
- [172] Hoang, N. G., 2008, *Incorporating some Behavioral Insights into Real Options Analysis: Hyperbolic Discounting and Optimal Investment Timing*, praca doktorska, L'université Paris 1 Panthéon-Sorbonne, Paris.
- [173] Hoberg, G, Prabhala, N. R., 2006, *Dividend Policy Risk and Catering*, Working Paper, University of Maryland.
- [174] Hovakimian, A., 2006, *Are Observed Capital Structures Determined by Equity Market Timing?*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 41, no. 1, s. 221-243
- [175] Hovakimian, A., Opler, T., Titman, S., 2001, *The Debt-equity Choice*, Journal of Financial and Quantitative Economics, vol. 36, no. 1, s. 1-24.
- [176] Hsee, C. K., Abelson, R. P., Salovey, P., 1991, *The Relative Weighting of Position and Velocity of Satisfaction*, Psychological Science, vol. 2, no. 4, s. 263-266.
- [177] Hsu, Y., Lambrecht, B., 2003, *Pre-emptive Patenting under Uncertainty and Asymmetric Information*, Presented at the International Real Options Conference, Washington.
- [178] Hubalek, F., Schachermayer, W., 2001, *The Limitations of No-Arbitrage Arguments for Real Options*, International Journal of Theoretical and Applied Finance, vol. 4 no. 2, s. 361-373.
- [179] Hubbard, J., Michaely, R., 1993, *Corporate Governance Through the Proxy Contest: Evidence and Implications*, Journal of Business, vol. 66, s. 405-435.
- [180] Huisman, K., 2001, *Technology Investment: A Game Theoretic Real Options Approach*, Klumer Academic Publishers, Dordrecht.
- [181] Huisman, K., Kort, P., 1999, *Effects of Strategic Interactions on the Option Value of Waiting*, Discussion Paper from Tilburg University, Center for Economic Research, no. 9982.
- [182] Hull, J., 1999, *Kontrakty terminowe i opcje: wprowadzenie*, WIG-Press, Warszawa.
- [183] Ikenberry, D., Lakonishok, J., Vermaelen, T., 1995, *Market under Reaction to Open Market Share Repurchases*, Journal of Financial Economics, vol. 39, no. 2, s. 181-208.
- [184] Ingersoll, J. E., Ross, S. A., 1992, *Waiting to Invest: Investment and Uncertainty*, The Journal of Business, vol. 65, no. 1, s. 1-29.

- [185] Jajuga, K. (red.), 2000, *Metody ekonometryczne i statystyczne w analizie rynku kapitałowego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- [186] Jajuga T., 2000, *Opcja rzeczowa – nowy instrument pochodny czy przełom w zarządzaniu finansami*, Rynek Terminowy, wyd. 9, nr 3.
- [187] Jajuga T., Słoński, T., 1998, *Finanse spółek – długoterminowe decyzje inwestycyjne i finansowe*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- [188] Jajuga, K., Jajuga, T., 2006, *Inwestycje. Instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWN, Warszawa.
- [189] Jarzęcki, M., 2011, *Behawioralne ograniczenia wykorzystania gier opcyjnych w procesie podejmowania decyzji strategicznych w przedsiębiorstwie*, [w:] Bartkowiak, P. (red.), *Společna odpowiedzialność biznesu. Teoria i praktyka, Prace Naukowe Studentów i Młodych Pracowników Nauki*, Towarzystwo Naukowe Organizacji i Kierownictwa – Oddział Poznań, 2014.
- [190] Jarzęcki, M., Mizerka, J., 2015, *Elements of prospect theory in strategic investment games*, [w:] *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 855 „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, nr 74, t. 1, s. 433-446.
- [191] Joaquim, D., Butler, K., 1999, *Competitive Investment Decisions: A Synthesis*, [w:] Brennan, M., Trigeorgies, L. (eds.), *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory of Real Options*, Oxford University Press, New York.
- [192] Johnson, E., Tversky, A., 1983, *Affect, Generalization, and Perception of Risk*, *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 45, no. 1, s. 20-31.
- [193] Jost, P. J., Wolff, F. S.: *Stock Options under Non-expected Utility Theory*, 2010, *Problems and Perspectives in Management*, vol. 8, s. 182-196.
- [194] Jung, K., Kim, Ch., Stulz, R., 1996, *Timing, Investment Opportunities, Managerial Discretion, and the Security Issue Decision*, *Journal of Financial Economics*, vol. 42, no. 2, s. 159-185.
- [195] Kahneman, D., 2000, *Evaluation by Moments: Past and Future*, [w:] Kahneman, D., Tversky, A. (eds.), *Choices, Values, and Frames*, Cambridge University Press, Cambridge, s. 693-708.
- [196] Kahneman, D., 2011, *Thinking, Fast and Slow*, Farrar, Straus and Giroux, New York.
- [197] Kahnemann, D., Knetsch, J. L., Thaler, R., 1991, *The Endowment Effect, Loss Aversion, and the Status Quo Bias*, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 5, no. 1, s. 193-206.
- [198] Kahnemann, D., Lovallo, D., 1993, *Timid Choices and Bold Forecasts: A Cognitive Perspective on Risk Taking*, *Management Science*, vol. 39, no. 1, s. 17-31.
- [199] Kahneman, D., Riepe, W., 1998, *Aspects of Investor Psychology*, *Journal of Portfolio Management*, vol. 24, no. 4, s. 52-65.
- [200] Kahnemann, D., Tversky, A., 1973, *On the Psychology of Prediction*, *Psychological Review*, vol. 80, no. 4, s. 237-251.

- [201] Kahneman, D., Tversky, A., 1979, *Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk*, *Econometrica*, vol. 47, no. 2, s. 263-292.
- [202] Kahnemann, D., Tversky, A., 1984, *Choices, Values, and Frames*, *American Psychologist*, vol. 39, no. 4, s. 341-350.
- [203] Kałdoński, M., Mizerka, J., 2002, *Wycena leasingu operacyjnego z uwzględnieniem opcji rezygnacji ze zmienną ceną wykonania*, *Rynek Terminowy* nr 16, nr 2/2002.
- [204] Kałdoński, M., Mizerka, J., 2003a, *Ocena efektywności inwestycji w branży ciepłowniczej z wykorzystaniem opcji rzeczywistych*, [w:] Jajuga, K., Ronka-Chmielowiec, W. (red.), *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia - tendencje światowe a rynek polski*, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, Wrocław, nr 990, s. 290-298.
- [205] Kałdoński M., Mizerka J., 2003b, *Wycena gwarancji na przykładzie inwestycji realizowanej metodą project finance*, [w:] Zarzecki, D. (red), *Czas na Pieniądz. Zarządzanie Finansami: klasyczne zasady – nowoczesne narzędzia*, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- [206] Kałdoński, M., Mizerka, J., 2003c, *Zastosowanie opcji rzeczywistych do wyceny leasingu operacyjnego*, w: W. Jurek (red), *Prace z Ekonometrii Finansowej Zeszyt Naukowy AE w Poznaniu* nr 27, , Wydaw2nictwo AE w Poznaniu, Poznań 2003, s. 93-110.
- [207] Kałdoński M., Mizerka J., 2004, *Propozycja modelu wyceny leasingu operacyjnego*, [w:] Zarzecki, D. (red.), *Czas na Pieniądz. Zarządzanie finansami. Finansowanie przedsiębiorstw w UE.*, Wydawnictwo Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, t. 2., s.183-190.
- [208] Kadane, J. B., Larkey, P. D., 1983, *The Confusion of Is and Ought in Game Theoretic Contexts*, *Management Science*, vol. 29, no. 12, s. 1365-1379.
- [209] Kensinger, J., 1987, *Adding the Value of Active Management into the Capital Budgeting Equation*, *Minland Corporate Finance Journal*, vol. 5, no. 1, s. 31-42.
- [210] Keren, G., 1991, *Calibration and Probability Judgements: Conceptual and Methodological Issues*, *Acta Psychologica*, vol. 77, no. 3, s. 217-273.
- [211] Kester, W. C., 1984, *Today's Options for Tomorrow's Growth*, *Harvard Business Review*, vol. 62, no. 2, s. 153–160.
- [212] Keynes, J.M., 1936 (1973), *The Collected Writings of John Maynard Keynes*, vol. VII: *The General Theory of Employment, Interest and Money*, Macmillan, London.
- [213] Kidd, J., 1977, *The Utilization of Subjective Probabilities in Production Planning*, *Acta Psychologica*, vol. 34, no. 2/3, s. 338-347.
- [214] Kirby, K., Marković, N., 1995, *Modelling Myopic Decisions: Evidence for Hyperbolic Delay-Discounting within Subjects and Amounts*, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 64, no. 1, s. 22-30.
- [215] Klingebiel1, R., Adner, R., 2015, *Real Options Logic Revisited: The Performance Effects of Alternative Resource Allocation Regimes*, *Academy of Management Journal*, vol. 58, no. 1, s. 221-241.

- [216] Knetsch, J. L., 1989, *The Endowment Effect and Evidence of Nonreversible Indifference Curves*, American Economic Review, vol. 79, no. 5, s. 1277-1284.
- [217] Knetch, J. L., Siden, J. A., 1984, *Willingness to Pay and Competition Demanded: Experimental Evidence of an Unexpected Disparity in Measures of Value*, Quarterly Journal of Economics, vol. 99, no. 3, s. 507-521.
- [218] Koellinger, P., Minniti, M., Schade, Ch., 2007, *I Think I Can, I Think I Can: Overconfidence and Entrepreneurial Behavior*, Journal of Economic Psychology, vol. 28, no. 4, s. 502-527.
- [219] Kogut, B., Kulatilaka, N., 1994, *Operating Flexibility, Global Manufacturing, and the Option Value of a Multinational Network*, Management Science, vol. 40, no. 1, s. 123-139.
- [220] Kogut, B., Kulatilaka, N., 2004, *Real options pricing and organizations: The contingent risks of extended theoretical domains*, Academy of Management Review, vol. 29, no. 1, s. 102-110.
- [221] *Komunikat nr 7/2010*, Centralna Komisja do Spraw Stopni i Tytułów.
- [222] Kong, J., Kwon, Y., 2007, *Real Options in Strategic Investment Games between two Asymmetric Firms*, European Journal of Operational Research, vol. 181, s. 967-985.
- [223] Kozarkiewicz-Chlebowska, A., 2004, *Elastyczność projektów inwestycyjnych a wycena opcji rzeczowych*, Ekonomista, nr 4, s. 561-573.
- [224] Kryzia, D. P., 2015, *Metoda doboru technologii wytwarzania energii elektrycznej w oparciu o analizę ryzyka i wartość przedsiębiorstwa energetycznego*, praca doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Kraków.
- [225] Kulatilaka, N., 1988, *Valuing the Flexibility of Flexible Manufacturing Systems*, IEEE Technology Management Council, vol. 35, no. 4, s. 250-257.
- [226] Kulatilaka, N., 1995, *The Value of Flexibility: A General Model of Real Options*, [w:] Trigeorgis, L. (ed.), *Real Options in Capital Investment. Models, Strategies, and Applications*, Praeger, London.
- [227] Kulatilaka, N., Perotti, E. C., 1998, *Strategic Growth Options*, Management Science, vol. 44, no. 8, s. 1021-1031.
- [228] Kulatilaka, N., Trigeorgis, L., 1994, *The General Flexibility to Switch: Real Options Revisited*, International Journal of Finance, vol. 6, no. 2, s. 778-798.
- [229] Kuziak, K., 2001, *Koncepcja arbitrażu w ustalaniu ceny instrumentów pochodnych*, Rynek Terminowy, nr 13, Kraków.
- [230] Lager, E., Roth, J., 1975, *Heads I Win Tails It's Chance: The Illusion of Control as a Function*, Journal of Political Economy, vol. 32, no. 6, s. 951-955.
- [231] Lambert, R., Larcker, D., Verrecchia, R., 1991, *Portfolio Considerations in Valuing Executive Compensation*, Journal of Accounting Research, vol. 29, no. 1, s. 129-149.

- [232] Lambrecht, B., 1999, *Strategic Sequential Investments and Sleeping Patents*, [w:] Brennan, J., Trigeorgis, L. (eds.), *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory of Real Options*, Oxford University Press, New York.
- [233] Lambrecht, B., Perraudin, W., 2003, *Real Options and Preemption under Incomplete Information*, *Journal of Economic Dynamic and Control*, vol. 27, s. 619-643.
- [234] Landier, A., Thesmar, D., 2009, *Financial Contracting with Optimistic Entrepreneurs*, *Review of Financial Studies*, vol. 22, no. 1, s. 117-150.
- [235] Langer, T., Sarin, R., Weber, M., 2002, *The Retrospective Evaluation of Payment Sequences: Duration Neglect and Peak-and-End Effects*, Working Paper, University of Mannheim, Mannheim.
- [236] Lattimore, P. K., Baker, J. R., Witte, A. D., 1992, *The influence of probability on risky choice: A parametric examination*, *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 17, s. 377-400.
- [237] Leibenstein, H., 1950, *Bandwagon, Snob, and Veblen Effects in the Theory of Consumers' Demand*, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 64, no. 2, s. 183-207.
- [238] Lerner, J., 1994, *Venture Capitalists and the Decision to Go Public*, *Journal of Financial Economics*, vol. 35, s. 293-316.
- [239] Lichtenstein, S., Slovic, P., 1973, *Response-Induced Reversals of Preferences in Gambling: An Extended Replication in Las Vegas*, *Journal of Experimental Psychology*, vol. 101, no. 1, s. 16-20.
- [240] Liu, Y., Hu, S., Chen, M., 2005, *Managerial Optimism and Corporate Investment: Some Empirical Evidence from Taiwan*, *Pacific-Basin Finance Journal*, vol. 13, no. 5, s. 523-546.
- [241] Loewenstein, G., 1988, *Frames of Mind in Intertemporal Choice*, *Management Science*, vol. 34, no. 2, s. 200-214.
- [242] Loewenstein, G., Prelec, D., 1992, *Anomalies in Intertemporal Choice: Evidence and Interpretation*, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 107, no. 2, s. 573-597.
- [243] Loewenstein, G., Prelec, D., 1993, *Preferences for Sequences of Outcomes*, *Psychological Review*, vol. 100, no. 1, s. 91-108.
- [244] Loewenstein, G., Thaler, R., 1989, *Anomalies: Intertemporal Choice*, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 3, no. 1, s. 181-193.
- [245] Long, J., 1978, *The Market Valuation of Cash Dividends*, *Journal of Financial Economics*, vol. 6, s. 235-254.
- [246] Loomes, G., Starmer, Ch., Sugden, R., 1991, *Observing Violations of Transitivity by Experimental Methods*, *Econometrica*, vol. 59, no. 2, s. 425-439.
- [247] Loomes, G., Sugden, R., 1982, *Regret Theory: An Alternative Theory of Rational Choice under Uncertainty*, *The Economic Journal*, vol. 92, no. 368, s. 805-824.
- [248] Loomes, G., Sugden, R., 1987, *Some Implications of a More General Form of Regret Theory*, *Journal of Economic Theory*, vol. 41, no. 2, s. 270-283.

- [249] Loomes, G., Sugden, R., 1995, *Incorporating a Stochastic Element into Decision Theories*, European Economic Review, vol. 39, s. 641-648.
- [250] Lord, C., Lepper, M., Ross, L., 1979, *Biased Assimilation and Attitude Polarization: The Effects of Prior Theories on Subsequently Considered Evidence*, Journal of Personality and Social Psychology, vol. 37, no. 11, s. 2098-2110.
- [251] Luehrman, T. A., 1998, *Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers*, Harvard Business Review, vol. 76, no. 4, s. 51-67.
- [252] Luenberger, D. G., 2003, *Teoria inwestycji finansowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [253] Lumby, S., 1991, *Investment Appraisal and Financing Decisions*, Chapman & Hall, London.
- [254] Łukaniuk, M., 2003, *Metodyka wyceny przedsiębiorstw z uwzględnieniem opcji rzeczowych*, praca doktorska, Politechnika Wrocławska, Wrocław.
- [255] Łukaszewski, T., 2010, *Metody wyceny opcji w planowaniu przedsięwzięć informatycznych*, [w:] Kryk, B., *Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania nr 20*, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin.
- [256] Łukaszewski, T., 2012, *Charakterystyka przedsięwzięć informatycznych a ocena ich efektywności metodą opcji rzeczowych*, [w:] Szewczyk, A. (red.), *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 740, „Studia Informatica” nr 31*, Szczecin.
- [257] MacCrimmon, K. R., Larsson, S., 1979, *Utility Theory: Axioms Versus ‘Paradoxes’*, [w:] Allais, M., Hagen, O. (eds.), *Expected Utility Hypotheses and the Allais Paradox*, Theory and Decision Library, Reidel, vol. 21, s. 333-409
- [258] Majd, S., Pindyck, R., 1987, *Time to Build, Option Value and Investment Decisions*, Journal of Financial Economics, vol. 18, no. s. 7-28.
- [259] Makowski, K., 2015, *Wpływ opcji rzeczywistych na proces monopolizacji poprzez fuzje i przejęcia przedsiębiorstw*, praca doktorska, Szkoła Główna Handlowa, Warszawa.
- [260] Malmader, U., Tate, G., *CEO Overconfidence and Corporate Finance*, Journal of Finance, vol. 60, no. 6, s. 2661-2700.
- [261] March, J. G., Simon, H. A., 1958, *Organizations*, Wiley, New York.
- [262] Marcinek, T., Foltyn-Zarychta, M., Pera, K., Saługa, P., Tworek, P., 2010, *Ryzyko w finansowej ocenie projektów inwestycyjnych: wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- [263] Margrabe, W., 1978, *The Value of an Option to Exchange One Asset for Another*, Journal of Finance, vol. 33, no. 1, s. 177-186.
- [264] Markowitz, H., 1952, *The Utility of Wealth*, Journal of Political Economy, vol. 60, s. 151-58.
- [265] Marsh, P., 1982, *The Choice Between Equity and Debt: An Empirical Study*, Journal of Finance, vol. 37, no. 1, s. 121-144.

- [266] Mason, R., Weeds, H., 2001, *Irreversible Investment with Strategic Interactions*, CEPR Discussion Paper, no. 3013, London.
- [267] Massa, M., Peyer, U., Tong, Z., 2005, *Limit of Arbitrage and Corporate Finance Policy*, ISEAD Working Paper.
- [268] Mauboussin, M. J., 1999, *Get Real: Using Real Options in Security Analysis*, Frontiers of Finance, Credit Suisse First Boston, vol. 10.
- [269] McDonald, R., Siegel, D., 1985, *Investment and the Valuation of Firms When There is an Option to Shut Down*, International Economic Review, vol. 26, no. 2 s. 331-349.
- [270] McDonald, R., Siegel, D., 1986, *The Value of Waiting to Invest*, The Quarterly Journal of Economics, vol. 101, no. 4, s. 707-727.
- [271] McGrath, R. G., 1997, *A Real Options Logic for Initiating Technology Positioning Investments*, Academy of Management Review, vol. 22, no. 4, s. 974-996.
- [272] McGrath, R. G., 1999, *Falling Forward: Real Options Reasoning and Entrepreneurial Failure*, Academy of Management Review, vol. 24, no. 1, s. 13-30.
- [273] McKelvey, R. D., Palfrey, T. R., 1995, *Quantal Response Rquilibria for Normal Form Games*, Games and Economic Behavior, vol. 10, no. 1, s. 6-38.
- [274] Maeland, J., 2002, *Asymmetric Information and Irreversible Investments: Competing Agents*, Working Papers, International Real Options Conference 2002, Paphos.
- [275] Marschall, A. W., Mechling, W. H., 1962, *Predictability of the Costs, Time and Success of Development*, [w:] Klein, B. H., Marschak, T. A., Marshall, W. A., Meckling, W. H., Nelson, R. R. (eds.), *The Rate and Direction of Inventive Activity: Economic and Social Factors*, Princeton University Press, Prinveton, s. 461-476.
- [276] Martzoukos, S. H., Zacharias, E., 2001, *Real Options with Incomplete Information and Spillovers*, Working Paper, International Real options Conference 2002, Paphos.
- [277] Mertha, J., Starmer, Ch., Sugden, R., 1994, *The Nature of Saliance: An Experimental Investigation of Pure Coordination Games*, American Economic Review, vol. 84, no. 3, s. 658-673.
- [278] Merton, R. C., 1973, *Theory of Rational Option Pricing*, The Bell Journal of Economics and Management Science, vol. 4, no. 1, s. 141-183
- [279] Michalski, D., 2015, *Wykorzystanie opcji realnej w analizie wartości przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Naukowe Akademii Techniczno-Humanistycznej, Bielsko-Biała.
- [280] Mielcarz P., 2007, *Stosowanie narzędzi badania ryzyka i wartości opcji realnych w projektach badawczo-rozwojowych w Polsce (wyniki badań)*, [w:] Dudycz, T., Tomaszewicz, Ł. (red.), *Efektywność – rozważania nad istotą i pomiarem*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- [281] Miller, D., Ross, M., 1975, *Self-Serving Bias in Attribution od Causality: Fact or Fiction?*, Psychological Bulletin, vol. 82, no. 2, s. 213-225.

- [282] Miller, K. D., Shapira, Z., 2004, *An Empirical Test of Heuristics and Biases Affecting Real Option Valuation*, Strategic Management Journal, vol. 25, no. 3, s. 269-284.
- [283] Mitreęa, D., 2016, *Metodyczna modyfikacja symulacji Monte Carlo w rachunku opcji rzeczowych w warunkach wahań sezonowych modelowanych zmiennymi decyzyjnymi*, praca doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice.
- [284] Mizerka, J., 2000, *Ocena efektywności inwestycji z wykorzystaniem opcji rozwoju*, [w:] *Symulacja systemów gospodarczych. Prace Szkoły Antałówka*, Wyższa Szkoła Przedsiębiorczości i Zarządzania im. L. Koźmińskiego, Warszawa.
- [285] Mizerka, J., 2004, *Opcja inwestowania - dyskretny model wyceny*, [w:] Czekaj, J. (red.), *Nauki finansowe wobec współczesnych problemów gospodarki polskiej*; Rynki finansowe, Kraków, t. 4, s. 93-100.
- [286] Mizerka, J., 2005a, *Koncepcje wyceny opcji rzeczywistych*, [w:] Jurek, W. (red.), *Prace z Ekonometrii Finansowej*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Zeszyt Naukowy AE w Poznaniu nr 55, Poznań, s. 255-272.
- [287] Mizerka, J., 2005b, *Model oceny wieloetapowych projektów inwestycyjnych*, [w:] Bień, W. (red.), *Rynki kapitałowe*, Wydawnictwo SGH, Warszawa, s. 275-282.
- [288] Mizerka, J., 2005c, *Opcje rzeczywiste w finansowej ocenie efektywności inwestycji*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań.
- [289] Mizerka J., 2006, *Wycena kapitału własnego - podejście opcyjne z wykorzystaniem wskaźnika Sharpe'a*, [w:] Pluta, W. (red.), *Zarządzanie finansami firm - teoria i praktyka*, Prace Naukowe Akademii im Oskara Lanego we Wrocławiu nr 1109, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, s. 438-447.
- [290] Mizerka, J., 2010, *Opcje rzeczywiste (rzeczowe, realne) jako metoda oceny efektywności inwestycji w warunkach niepewności (ryzyka)*, Bank i Kredyt, nr 4, s. 1-30.
- [291] Mizerka, J., Mróz, C., 2013, *Jak metoda opcji rzeczywistych wspiera podejmowanie decyzji w górnictwie*, [w:] Przegląd Górniczy nr 9, Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Górnictwa Zarząd Główny, Katowice, s. 118-122.
- [292] Mizerka, J., Skowroński, A., 2006, *Podejście opcyjne w analizie kosztów agencji*, [w:] Kapuś, P. (red.), *Finanse przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Uniwersytetu im. Marii Curie-Skłodowskiej (UMCS) w Lublinie, s. 326-332.
- [293] Modigliani, F., Miller, M. H., 1958, *The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment*, American Economic Review, vol. 48, no. 3, s. 261-297.
- [294] Morck, R., Shleifer, A., Vishny, R., Shapiro, M., Poterba, J., 1990, *The Stock Market and Investment: Is the Market a Slideshow?*, Brookings Papers on Economic Activity, no. 2, s. 157-215.
- [295] Moskowitz, T., Vissing-Jørgsen, A., 2002, *The Returns to Entrepreneurial Investment: A Private Equity Premium Puzzle?*, American Economic Review, vol. 92, no. 4, s. 745-778.

- [296] Mróz, C., 2015, *Wykorzystanie opcji rzeczywistych w podejmowaniu decyzji dotyczących likwidacji zakładów górniczych*, praca doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Poznań.
- [297] Mun, J., 2002, *Real Option Analysis: Tools and Techniques for Caluing Strategic Investments and Decisions*, John Wiley & Sons, New Jersey.
- [298] Murphy, R. O., Andraszewicz, S., Knaus, S. D., 2016, *Real Options in the Laboratory: An Experimental Study of Sequential Investment Decisions*, *Journal of Behavioral and Experimental Finance*, vol. 12, s. 23-39.
- [299] Murto, P., 2004, *Exit in Duopoly under Uncertainty*, *RAND Journal of Economics*, vol. 35, no. 4, s. 111-127.
- [300] Murto, P., Keppo, J., 2002, *A Game Model of Irreversible Investment under Uncertainty*, *International Game Theory Review*, vol. 4, no. 2, s. 127-140.
- [301] Murto, P., Näsäkkälä, E. and Keppo, J., 2004, *Timing of Investments in Oligopoly under Uncertainty: A Framework for Numerical Analysis*, *European Journal of Operational Research*, vol. 157, no. 2, s. 486-500.
- [302] Myers, S., 1977, *Determinants of Corporate Borrowing*, *Journal of Financial Economics*, vol. 5, no. 2, s. 147-175.
- [303] Myers, S. C., 2001, *Finance Theory and Financial Strategy*, [w:] Schwartz, E. S., Trigeorgis, L. (eds.), *Real Options and Investment under Uncertainty*, MIT Press, Cambridge-London, s. 19-32.
- [304] Myers, S.C., Majd S., 1990, *Abandonment Value and Project Life*, *Advances in Futures and Options Research*, vol. 4, no. 1, s. 1-21.
- [305] Nagel, R., 1995, *Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study*, *American Economic Review*, vol. 85, no. 5, s. 1313-1326.
- [306] Nardon, M., Pianca, P., 2012, *Prospect theory: An Application to European Option Pricing*, Working Paper, Department of Economics, Ca' Foscari University of Venice, no. 34/WP/2012.
- [307] Nardon, M., Pianca, P., 2014, *European Option Pricing with Constant Relative Sensitivity Probability Weighting Functions*, Working Paper, Department of Economics, Ca' Foscari University of Venice, no. 25/WP/2014.
- [308] Nardon, M., Pianca, P., 2015, *Probability Weighting Functions*, Working Paper, Department of Economics, Ca' Foscari University of Venice, no. 29/WP/2015.
- [309] Nash, J., 1950, *Equilibrium points in n-person games. Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 36, no. 1, s. 48-49.
- [310] Neale, M., Bazerman, M. H., 1985, *The Effects of Framing and Negotiator Overconfidence on Bargaining Behaviors and Outcomes*, *Academy of Management Journal*, vol. 28, no. 1, s. 34-49.
- [311] Nguyen, T., Schüßler, A., 2013, *How to Make Better Decisions? Lesson Learned from Behavioral Corporate Fonance*, *International Business Research*, vol. 6, no. 1, s. 187-198.

- [312] Nielson, M., 2002, *Competition and Irreversible Investments*, International Journal of Industrial Organization, vol. 20, no. 5, s. 731-743.
- [313] Nisbett, R., Wilson, T., 1977, *Telling More Than We Can Know: Verbal Reports on Mental Processes*, Psychological Review, vol. 84, no. 3, s. 231-259.
- [314] Niziński, L., 2008, *Wybór i zastosowanie metod oceny finansowej inwestycji rzeczowych*, praca doktorska, Akademia Ekonomiczna im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- [315] Nofsinger, J., 2001, *Investment Madness. How Psychology Affects Your Investing*, Financial Times Prentice Hall, London & New York.
- [316] Northcraft, G.B., Neale, M.A., 1987, *Experts, Amateurs and Real Estate: An Anchoring-and-Adjustment Perspective on Property Pricing Decisions*, Organisational Behavior and Human Decision Processes, vol. 39, no. 1, s. 84-97.
- [317] Odening, M., Mußhoff, O., Hirschauer, N., Balmann, A., 2007, *Investment under Uncertainty – Does Competition Matters?*, Journal of Economic Dynamic and Control, vol. 31, no. 3, s. 994-1014.
- [318] Oprea, R., Friedman, D., Anderson, S. T., 2009, *Learning to Wait: A Laboratory Investigation*, The Review of Economic Studies, vol. 76, no. 3, s. 1103-124.
- [319] Paddock, J. L., Siegel, D. R., Smith, J. L., 1988, *Option Valuation of Claims on Real Assets: the Case of Offshore Petroleum Leases*, The Quarterly Journal of Economics, vol. 103, no. 3, s. 479-508.
- [320] Pagano, P., Nanetta, F., Zingales, L., 1998, *Why Do Companies Go Public? An Empirical Analysis*, Journal of Finance, vol. 53, s. 27-64.
- [321] Paliński, A., 2016, *Opcje rzeczywiste w podejmowaniu decyzji inwestycyjnych na przykładzie budowy podziemnego magazynu gazu*, [w:] *Nafta-gaz*, wyd. 72, nr 1, s. 33-39.
- [322] Pangeas, S., 2003, *Speculation, Overpricing and Investment: Theory and Empirical Evidence*, MIT Working Paper.
- [323] Park, Ch. S., Herath, H. S. B., 2000, *Exploiting Uncertainty – Investment Opportunities as Real Options: a New Way of Thinking in Engineering Economics*, Engineering Economist, vol. 45, no. 1, s. 1-36.
- [324] Pastusiak, R., 2009a, *Alternatywne metody oceny efektywność inwestycji. Model dwumianowy oraz drzewo decyzyjne*, [w:] Karpuś, P., Węclawski, J. (red.), *Rynek finansowy w erze zawirowań*, Wydawnictwo UMCS, Lublin.
- [325] Pastusiak, R., 2009b, *Model dwumianowy w zaawansowanej ocenie inwestycji rzeczowych*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 549, Szczecin.
- [326] Paul-Choudhury, S., 1999, *Reaping Real Rewards*, CFO Europe, July.
- [327] Pawlak, M., 2011, *Podstawowe metody szacowania zmienności do wyceny opcji realnych*, [w:] Zarzecki, D. (red.), *Zarządzanie finansami. Inwestycje, wycena przedsiębiorstw, zarządzanie wartością*, Zeszyty Naukowe nr 639, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 37, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, s. 287-297.

- [328] Pawlak, M., 2012a, *Metody analizy ryzyka w ocenie efektywności projektów inwestycyjnych*, [w:] Kryk, B., Czerniachowicz, B. (red.), *Makro i mikroekonomiczne zagadnienia gospodarowania, finansowania, zarządzania*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 749, „Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania” nr 30, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, s. 207-217.
- [329] Pawlak, M., 2012b, *Symulacja Monte Carlo w analizie ryzyka projektów inwestycyjnych*, [w:] Zarzecki, D. (red.), *Zarządzanie finansami. Inwestycje, wycena przedsiębiorstw, zarządzanie wartością*, Zeszyty Naukowe nr 690, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 51, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, s. 83-94.
- [330] Pawlak, M., 2014, *Dwukrotna symulacja Monte Carlo jako metoda wyceny opcji rozszerzenia inwestycji*, [w:] Zarzecki, D. (red.), *Narzędzia zarządzania finansami*, Zeszyty Naukowe nr 804, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 67, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, s. 339-351.
- [331] Pawlina, G., 2003, *Opcje rzeczowe a NPV*, Rynek Terminowy, wyd. 22, nr 4.
- [332] Pawlina, G., Kort, P., 2006, *Real Options in an Asymmetric Duopoly: Who Benefits from your Competitive Disadvantage?*, *Journal of Economics & Management Strategy*, vol. 15, no. 1, s. 1-35.
- [333] Paxson, D., Pinto, H., 2003, *Leader/Follower Real Value Functions if the Market Share follows a Birth/Death Process*, [w:] Paxson, D. (ed.), *Real R&D Options*, Butterworth-Heinemann, Oxford, pp. 208-227.
- [334] Paxson, D., Pinto, H., 2005, *Rivalry under Price and Quantity Uncertainty*, *Review of Financial Economics*, vol. 14, s. 209-224.
- [335] Pera, K., 2010, *Zintegrowana ocena efektywności finansowej surowcowego projektu inwestycyjnego*, Prace Naukowe, Akademia Ekonomiczna w Katowicach, Katowice.
- [336] Pesendorfer, W. 2006, *Behavioral Economics Comes of Age: A Review Essay on Advances in Behavioral Economics*, *Journal of Economic Literature*, vol. 44, no. 3, s. 712-721.
- [337] Petty, R., Gleicher, F., Baker, S., 1991, *Multiple Rules for Affect in Persuasion*, [w:] Forgas, J. (ed.), *Emotion and Social Judgements*, Pergamon, Oxford, s. 181-200.
- [338] Pindyck, R., 1988, *Irreversible Investment, Capacity Choice, and the Value of the Firm*, *American Economic Review*, vol. 78, no. 5, s. 969-985.
- [339] Pohlman, R. A., Santiago, E. S., Markel, F. L., 1998, *Cash Flow Estimation Practices of Large Firms*, *Financial Management*, vol. 17, no. 2, s. 71-79.
- [340] Polk, Ch., Sapienza, P., 2004, *The Real Effect of Investor Sentiment*, NBER Working Paper, no. 10563.
- [341] Poterba, J. M., 1986, *The Citizens Utility Case: A Further Dividend Puzzle*, *Journal of Financial Economics*, vol. 15, s. 395-405.
- [342] Poterba, J. M., Summer, L. H., 1995, *A CEO Surveys of U.S. Companies' Time Horizon and Hurdle Rates*, *Sloan Management Review*, vol. 37, no. 1, s. 43-53.

- [343] Poteshman, A. M., Serbin, V., 2003, *Clearly Irrational Financial Market Behavior: Evidence from the Early Exercise of Exchange Traded Stock Options*, *Journal of Finance*, vol. 58, no. 1, s. 37-70.
- [344] Prelec, D., 1998, *The Probability Weighting Function*, *Econometrica*, vol. 66, s. 497-527.
- [345] Pruitt, S. W., Gitman, L. J., 1985, *Capital Budgeting Forecast Biases: Evidence from the Fortune 500*, *Financial Management*, vol. 16, no. 2, s. 46-51.
- [346] Rabin, M., 1993, *Incorporating Fairness into Game Theory and Economics*, *The American Economic Review*, s. 1281-1302.
- [347] Reber, R., Schwartz, N., 1999, *Effects of Perceptual Fluency on Judgements of Truth. Consciousness and Cognition*, vol. 8, no. 4, s. 338-342.
- [348] Reiss, A., 1998, *Investment in Innovations and Competition: an Option Pricing Approach*, *Quarterly Review of Economics and Finance*, vol. 38, Special Issue, s. 635-650.
- [349] Richardson, S., Sloan, R., 2003, *External Financing and Future Stock Returns*, Working Paper, University of Pennsylvania.
- [350] Rogowski, W. (red.), 2008, *Opcje realne w przedsięwzięciach inwestycyjnych*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- [351] Ragozzino, R., Reuer, J., Trigeorgis, L., 2016, *Real Options in Strategy and Finance: Current Gaps and Future Linkages*, *Academy of Management Perspectives*, vol. 30, no. 4, s. 428-440.
- [352] Read, P., Loewenstein, G., Rabin, M., 1999, *Choice Bracketing*, *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 19, no. 1, s. 171-197.
- [353] Rockenbach, B., 2004, *The Behavioral Relevance of Mental Accounting for the Pricing of Financial Options*, *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 53, no. 4, s. 513-527.
- [354] Rode, C., Cosmides, L., Hell, W., Tooby, J., 1999, *When And Why Do People Avoid Unknown Probabilities in Decisions Under Uncertainty? Testing Some Predictions from Optimal Foraging Theory*, *Cognition*, vol. 72, no. 3, s. 269-304.
- [355] Ross, S. A., 2004, *A Neoclassical Look at Behavioral Finance: The Closed-End Fund Puzzle*, [in:] Ross, S. A., *Neoclassical Finance*, Princeton Lectures in Finance, Princeton University Press.
- [356] Ross, J., Staw, B. M., 1993, *Organizational Escalation and Exit: Lessons from the Shoreham Nuclear Power Plant*, *Academy of Management Journal*, vol. 36, no. 4, s. 701-732.
- [357] Rosnowski, M., 2008, *Zastosowanie metod opcyjnych do oceny rzeczowych przedsięwzięć inwestycyjnych*, praca doktorska, Akademia Ekonomiczna im. Karola Adamieckiego w Katowicach, Katowice.
- [358] Rudny, W., 2009, *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego, Katowice

- [359] Ruiz-Aliseda, F., 2004, *Strategic Commitment versus Flexibility in a Duopoly with Entry and Exit*, Working Paper, no. 1378, INSEAD University.
- [360] Rychłowska-Musiał, E. M., 2011, *Miary kosztów agencji w spółkach akcyjnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- [361] Saługa, P. W., 2011, *Elastyczność decyzyjna w procesach wyceny projektów geologiczno-górnictwowych*, "Studia, Rozprawy, Monografie" nr 167, Wydawnictwo IGSMiE PAN, Kraków.
- [362] Saługa, P. W., Kamiński, J., 2016, *Hard coal project valuation based on real options approach: multiplicative vs. arithmetic stochastic proces*, *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, vol. 32, no. 1, s. 25-40.
- [363] Saloner, G., 1991, *Modeling, Game Theory, and Strategic Management*, *Strategic Management Journal*, vol. 12, s. 119-136.
- [364] Samuelson, P., 1937, *A Note on Measurement of Utility*, *Review of Economic Studies*, vol. 4, no. 2, 155-161.
- [365] Samuelson P., 1963, *Problems of Methodology – Discussion*, *The American Economic Review*, vol. 53, no. 2, s. 231-236.
- [366] Samuelson, W., Zeckhauser, R., 1988, *Status Quo Bias in Decision Making*, *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 1, s. 7-59.
- [367] Savage, L. J., 1954, *The Foundation of Statistics*, John Wiley, New York.
- [368] Savva, N., Scholtes, S., 2005, *Real Options in Partnership Deals: The Perspective of Cooperative Game Theory*, Discussion Paper, Real Options Conference 2005, Paris.
- [369] Schaller, H., 2011, *The Economic Effect of Sentiment*, Working Paper, Carleton University.
- [370] Schmeidler, D., 1989, *Subjective Probability and Expected Utility without Additivity*, *Econometrica*, vol. 57, no. 3, s. 571-587.
- [371] Shafir, E., Diamond, P., Tversky, A., 1997, *Money Illusion*, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 112, no. 2, s. 341-374.
- [372] Shafir, E., Simonson, I., Tversky, A., 1993, *Real-Based Choice*, *Cognition*, vol. 49, no. 1-2, s. 11-36.
- [373] Shackleton, M., Tsekrekos, A., Wojakowski, R., 2004, *Strategic Entry and Market leadership in a Two-Player Real options Game*, *Journal of Banking & Finance*, vol. 28, s. 179-201.
- [374] Shefrin, H., 2000, *Beyond Greed and Fear*, Understanding Behavioral Finance and the Psychology of Investing, Harvard Boston School Press, Boston.
- [375] Shefrin, H., 2001, *Behavioral Corporate Finance*, *Journal of Applied Corporate Finance*, vol. 14, no. 3, s. 113-126.
- [376] Shefrin, H., 2007, *Behavioral Corporate Finance. Decision that Create Value*, McGraw Hill / Irwin, Boston.

- [377] Shefrin, H., Statman, M., 1984, *Behavioral Capital Asset Pricing Theory*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 35, no. 2, s. 329-343.
- [378] Shefrin, H., Statman, M., 1993, *Behavioral Aspects of the Design and Marketing of Financial Products*, Financial Management, vol. 22, no. 2.
- [379] Shefrin H.; Statman M., 2000, *Behavioral Portfolio Theory*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, vol. 35, no. 2, s. 127-151.
- [380] Shefrin, H., Thaler, R., 1983, *A Self-control Biased Theories of Saving: A Look at the Evidence*, Working Paper 83-2, Cornell University, Ithaca, New York.
- [381] Shefrin, H., Thaler, R., 1988, *The Behavioral Life-Cycle Hypothesis*, Economic Inquiry, vol. 26, no. 4, s. 609-643.
- [382] Sherman, S. J., 1980, *On the Self-Erasing Nature of Errors of Prediction*, Journal of Personality and Social Psychology, vol. 39, no. 2, s. 211-221.
- [383] Shiller, R. J., 1999, *Human Behavior and the Efficiency of the Financial System*, [w:] Taylor, J. B., Woodford, M. (eds.), *Handbook of Macroeconomics*, Elsevier, Amsterdam, vol. 1C, s. 1305-1340.
- [384] Shleifer, A., 2000, *Inefficient Markets. An Introduction to Behavioral Finance*, Oxford University Press, New York.
- [385] Simon, H., 1955, *A Behavioral Model of Rational Choice*, Quarterly Journal of Economics, vol. 69, no. 1, s. 99-118.
- [386] Simon, H., 1965, *Models of Discovery*, D. Reidel Publishing Company, New York.
- [387] Sirmon, D. G., Hitt, M. A., Ireland, R. D., 2007., *Managing Firm Resources in Dynamic Environments to Create Value: Looking Inside the Black Box*, Academy of Management Review, vol. 32, no. 1, s. 273-292.
- [388] Skwara, M., 2004, *Opcje rzeczowe – nowe spojrzenie na wycenę*, [w:] Szablewski, A., Tuzimek, R. (red.), *Wycena i zarządzanie wartością firmy*, Poltext, Warszawa.
- [389] Slovic, P., Lichtenstein, S., 1971, *Comparison of Bayesian and Regression Approaches in the Study of Information Processing and Judgment*, Organisational Behavior and Human Performance, vol. 6, s. 649-744.
- [390] Słoński, T., 2012, *Analiza wpływu wspomaganego długiem wykupu akcji (LBO) na wartość spółki*, Monografie i Opracowania Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- [391] Smets, F., 1993, *Essays on foreign direct investment*, praca doktorska, Yale University.
- [392] Smit, H., 2003, *Infrastructure Investment as a Real Options Game: The Case of European Airport Expansion*, Financial Management, vol. 32, no. 4, s. 5-35.
- [393] Smit, H. T. J., Ankum, L. A., 1993, *A Real Options and Game-Theoretic Approach to Corporate Investment Strategy under Competition*, Financial Management, vol. 22, no. 3, s. 241-250.

- [394] Smit, H. T. J., Trigeorgis, L., 2006a, *Real options and games: Competition, alliances and other applications of valuation and strategy*, Review of Financial Economics, vol. 15, s. 95-112.
- [395] Smit, H. T. J., Trigeorgis, L., 2006b, *Strategic investment: Real Options and Games*, Princeton University Press, Princeton.
- [396] Smith, A., 1759 (1892), *The Theory of Moral Sentiments*, Prometheus, New York.
- [397] Sołek, A., 2010, *Ekonomia behawioralna a ekonomia neoklasyczna*, Zeszyty Naukowe nr 8, PTE, Kraków.
- [398] Sparla, T., 2004, *Closure Options in a Duopoly with Strong Strategic Externalities*, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, vol. 67, s. 125-155.
- [399] Spiess, K., Affleck-Graves, J., 1995, *Underperformance of Long-run Stock Returns Following Seasoned Equity Offerings*, Journal of Financial Economics, vol. 38, no. 3, s. 243-267.
- [400] Stahl, D., Wilson, P., 1994, *Experimental Evidence on Players' Models of Other Players*, Journal of Economic Behavior and Organization, vol. 25, no. 3, s. 309-327.
- [401] Stahl, D., Wilson, P., 1995, *On Players' Models of Other Players: Theory and Experimental Evidence*, Games and Economic Behavior, vol. 10, no. 1, s. 218-254.
- [402] Starmer, C., 2000, *Developments in Non-Expected Utility Theory: The Hunt for a Descriptive Theory of Choice under Risk*, Journal of Economic Literature, vol. 38, no. 2, s. 332-382.
- [403] Statman, M., Cadwell, D., 1987, *Applying Behavioral Finance to Capital Budgeting: Project Terminations*, Financial Management, vol. 16, no. 4, s. 7-15.
- [404] Statman, M., Tyebjee, T. T., 1985, *Optimistic Capital Budgeting Forecast: An Experiment*, Financial Management, vol. 14, no. 3, s. 127-151.
- [405] Stein, J., 1996, *Rational Capital Budgeting in an Irrational World*, Journal of Business, vol. 69, no. 4, s. 429-455.
- [406] Stephan, E., Kiel, G., 1998, *Urteilsprozesse bei Professionellen Akteuren im Finanzmarkt*, 41. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Psychologie, Dresden.
- [407] Stephan, E., Kiell, G., 2000, *Decision Processes in Professional Investors: Does Expertise Moderate Judgmental Biases?*, Discussion Papier, IAREP/SABE 2000 Conference in Baden, Vienna.
- [408] Stevenson, M. K., 1992, *The Impact of Temporal Context and Risk on the Judged Value of Future Outcomes*, Organisational Behavior and Human Decision Process, vol. 52, no. 3, s. 455-491.
- [409] Stigler, G., 1965, *The Development of Utility Theory*, [w:] *Essays in the History of Economics*, University of Chicago Press, Chicago.
- [410] Stracca, L., 2004, *Behavioral finance and asset prices: Where do we stand?*, Journal of Economic Psychology, vol. 25, no. 3, s. 373-405.

- [411] Strickland, L., Lewicki, R., Katz, A., 1996, *Temporal Orientation and Perceived Control as Determinants of Risk-Taking*, Journal of Experimental Social Psychology, vol. 2, s. 307-312.
- [412] Suhonen, N., 2007, *Normative and Descriptive Theories of Decision Making under Risk: A Short Review*, Keskustelualoitteita, no. 49.
- [413] Szyszka, A., 2009, *Finanse Behawioralne. Nowe podejście do inwestowania na rynku kapitałowym*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- [414] Tallon, P., Kauffman, R. J., Lucas, H. C., Winston, A. B., Zhu, K., 2002, *Using Real Options Analysis for Evaluating Uncertain Investments in Information Technology: Insights from the ICIS 2001 Debate*, Communications of the Association for Information Systems, vol. 9, s. 136-167.
- [415] Tambiah, S., 1990, *Magic, Science, Religion, and the Scope of Rationality*, University Press, Cambridge.
- [416] Taylor, S, Brown, J., 1998, *Illusion and Well-Being: A Social Psychological Perspective on Mental Health*, Psychological Bulletin, vol. 103, no. 2, s. 193-210.
- [417] Thaler, R., 1980, *Toward a Positive Theory of Consumer Choice*, Journal of Economic Behavior and Organization, vol. 1, no. 1, s. 39-60.
- [418] Thaler, R., 1981, *Some Empirical Evidence on Dynamic Inconsistency*, Economic Letters, vol. 81, no. 3, s. 201-207.
- [419] Thaler, R., 1985, *Mental Accounting and Consumer Choice*. *Marketing Science*, vol. 4., no. 3, s. 199-214.
- [420] Thaler, R., 1990, *Savings, Fungibility, and Mental Accounts*, Journal of Economic Perspective, vol. 4, no. 1, s. 193-205.
- [421] Thaler, R. H., 1999, *The End of Behavioral Finance*, Financial Analysts Journal, vol. 55, no. 6, s.12-17.
- [422] Thaler, R. H. (ed.), 2005, *Advances in Behavioral Finance*, vol. 2, Russell Sage Foundation, Princeton University Press Princeton, New York..
- [423] Thaler, R., Johnson, E., 1990, *Gambling with the House Money and Trying to Break Even: The effects of Prior Outcomes on Risky Choice*, Management Science, vol. 36, no. 6, s. 643-661.
- [424] Thaler, R., Shefrin, H., 1981, *An Economic Theory of Self-Control*, Journal of Political Economy, vol. 89, no. 2, s. 391-406.
- [425] Thijssen, J., 2004, *Investment under Uncertainty, Coalition Spillovers and Market Evolution in a Game Theoretic Perspective*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [426] Tiwana, A., Wang, J., Keil, M., Ahluwalia, P., 2007, *The Bounded Rationality Bias in Managerial Valuation of Real Options: Theory and Evidence From it Projects*, Decision Sciences Journal, vol. 38, no. 1, s. 157-181.
- [427] Tomer, J. F., 2007, *What is Behavioral Economics?*, The Journal of Socio-Economics, vol. 36, no. 3, s. 463-479.

- [428] Trigeorgis, L., 1991, *A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments*, *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 26, no. 3, s. 309-326.
- [429] Trigeorgis, L., 1993, *The Nature of Option Interactions and the Valuation of Investments with Multiple Real Options*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 28, no. 1, s. 1-20.
- [430] Trigeorgis, L., 1996, *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press.
- [431] Trigeorgis, L., 2001a, *A Conceptual Options Framework for Capital Budgeting*, [w:] *Real Options and Investment under Uncertainty. Classical Readings and Recent Contributions*, Schwartz, E. S., Trigeorgis, L. (eds.), MIT Press.
- [432] Trigeorgis, L., 2001b, *Real Options: An Overview*, [w:] Schwartz, E. S., Trigeorgis, L. (eds.), *Uncertainty. Classical Readings and Recent Contributions*, MIT Press.
- [433] Trigeorgis, L., Mason, S. P., 1987, *Valuing Managerial Flexibility*, *Midland Corporate Finance Journal*, vol. 5, no. 1, s. 14-21.
- [434] Tyler, B. B., Steensma, H. K., 1998, *The Effect of Executives' Experiences and Perceptions on Their Assessment of Potential Technological Alliances*, *Strategic Management Journal*, vol. 18, no. 10, s. 939-965.
- [435] Tversky, A., Kahnemann, D., 1992, *Cumulative Representation of Uncertainty*, *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 2, no. 4, s. 297-323.
- [436] Tversky, A., Kahnemann, D., 1973, *Availability: A Heuristic for Judging Frequency and Probability*, *Cognitive Psychology*, vol. 5, no. 2, s. 207-232.
- [437] Tversky, A., Kahnemann, D., 1974, *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, *Science*, vol. 185, no. 4157, s. 1124-1131.
- [438] Tversky, A., Kahneman, D., 1983, *Extensional Versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment*, *Psychological Review*, vol. 90, no. 4, s. 239-315.
- [439] Tversky, A., Simonson, I., 1993, *Context-Dependent Preferences*, *Management Science*, vol. 39, no. 10, s. 117-185.
- [440] Tykociński, O., Pittman, T., 1998, *The Consequences of Doing Nothing: Inaction Inertia as Avoidance of Anticipated Counterfactual Regret*, *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 75, s. 607-616.
- [441] Tyszka, T., Zaleśkiewicz, T., 2001, *Racjonalność decyzji, Pewność a ryzyko*, PWE, Warszawa.
- [442] Uberman, R., 2003, *Using Option Pricing for Valuation of Mineral Deposits*, *Gospodarka Surowcami Mineralnymi*, t. 19, z. 4, IGSMiE PAN, Kraków, s. 29-44.
- [443] Uryniak, M., 2011, *Ocena ekonomicznej efektywności inwestycji w nieruchomości komercyjne z wykorzystaniem koncepcji opcji rzeczowych*, praca doktorska, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, Katowice.

- [444] van Dam, C., 1975, *Another Look at Inconsistency in Financial Decision-Making*, Seminar on Recent Research in Finance and Monetary Economics, Cergy-Pontoise,
- [445] van de Laar, M., Neubourg, C., 2006, *Emotions and foreign direct investment: A theoretical and empirical exploration*, *Management International Review*, vol. 46, no. 2, s. 207-233.
- [446] Van Den Steen, E., 2004, *Rational Overoptimism (and Other Biases)*, *American Economic Review*, vol. 94, no. 4, s. 1141-1151.
- [447] Van Huyck, J. B., Battalio, R. B., Beil, R. O., 1990, *Tacit Coordination Games, Strategic Uncertainty, and Coordination Failure*, *American Economic Review*, vol. 80, no. 1, s. 234-248.
- [448] Varey, C.A., Kahneman, D., 1992, *Experiences Extended Across Time: Evaluation of Moments and Episodes*, *Journal of Behavioral Decision Making*, vol. 5, no. 3, s. 169-185.
- [449] Varian, H. R., 1987, *The Arbitrage Principle in Financial Economics*, *Journal of Economic Perspectives*, vol. 1, no. 2, s. 55-72.
- [450] Versluis, C., Lehnert, T., Wolff, C.C.P., 2010, *A Cumulative Prospect Theory Approach to Option Pricing*, LSF Research Working Paper Series from Luxembourg School of Finance, University of Luxembourg.
- [451] von Neumann, J., Morgenstern, O., 1944, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press.
- [452] Wang, A., Bernstein, A., Chesney, M., 2012a, *An Experimental Study on Real Option Strategies*, *Quantitative Finance*, vol. 12, no. 11, s. 1753-1772.
- [453] Wang, A., Bernstein, A., Chesney, M., 2012b, *An Experimental Study on Real Option Strategies*, *Swiss Finance Institute Research Paper Series*, vol. 9 no. 50.
- [454] Wang W. X.; Bing, L., Zhang Ch. L., 2007, *Corporation Strategic Investment on Behavioral Finance*, *Chinese Business Review*, vol. 6, no. 2, s. 74.
- [455] Watson, J., 2001, *Strategy: An Introduction to Game Theory*. W. Norton & Co Inc., New York.
- [456] Weeds, H., 2002, *Strategic Delay in a Real Options Model of R&D Competition*, *Review of Economic Studies*, vol. 69, no. 3, s. 729-747.
- [457] Weinstein, N., 1980, *Unrealistic Optimism About Future Life Events*, *Journal of Personality and Social Psychology*, vol. 39, no. 5, s. 806-820.
- [458] Weyant, J., Yao, T., 2005, *Strategic R&D Investment under Uncertainty in Information Technology: Tacit Collusion and Information Time Lag*, Working Paper, Real Options Conference, Paris.
- [459] Williams, J., 1993, *Equilibrium and Options on Real Assets*, *Review of Financial Studies*, vol. 6, no. 4, s. 825-850.

- [460] Wiśniewski T., 2002, *Wykorzystanie opcji rzeczywistych w ocenie efektywności inwestycji*, [w:] Zarzecki D. (red.), *Zarządzanie finansami. Klasyczne zasady – nowoczesne narzędzia*, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin.
- [461] Wiśniewski, T., 2006, *Koncepcja wyceny opcji rzeczywistych metodą symulacji Monte Carlo*, [w:] Pluta, W. (red.), *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 1109, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław, s. 694-703.
- [462] Wiśniewski, T., 2007a, *Różnice w wycenie opcji realnych metodą dwukrotnej symulacji Monte Carlo i z zastosowaniem formuły Blacka-Scholesa*, [w:] Ronki-Chmielowiec, W., Jajuga, K. (red.) *Inwestycje finansowe i ubezpieczenia – tendencje światowe a polski rynek*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław, nr 1176, s. 497-506.
- [463] Wiśniewski, T., 2007b, *Wycena opcji rozszerzenia projektu inwestycyjnego metodą dwukrotnej symulacji Monte Carlo*, [w:] Pluta, W. (red.), *Zarządzanie finansami firm – teoria i praktyka*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław 2007, nr 1152, s. 628-638.
- [464] Wiśniewski, T., 2008, *Ocena efektywności inwestycji rzeczowych ze szczególnym uwzględnieniem ryzyka*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- [465] Wiśniewski, T. Pawlak, M., 2013, *Analiza możliwości wykorzystania teorii opcji realnych w formułowaniu strategii przedsiębiorstw*, [w:] Zarzecki, D. (red.), *Zarządzanie Finansami – Wycena przedsiębiorstw, zarządzanie wartością, zarządzanie ryzykiem*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 761, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia” nr 60, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, s. 575-587.
- [466] Wood, G., 1978, *The Knew-It-All-Effect*, *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, vol. 4, no. 2, s. 345-353.
- [467] Wright, W., Bower, G., 1992, *Mood Effects on Subjective Probability Assessment*, *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, vol. 52, no. 2, s. 276-291.
- [468] Wright, J. R., Leyton-Brown, K., 2010, *Beyond Equilibrium: Predicting Human Behavior in Normal-form Games*, *Twenty-Fourth Conference of the Association for the Advancement of Artificial Intelligence, AAAI 2010*, s. 901-907.
- [469] Wright, J. R., Leyton-Brown, K., 2012, *Behavioral game-theoretic models: A Bayesian framework for parameter analysis*, *Proceedings of the 11th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems*, vol. 2., s. 921-928.
- [470] Wu, J, 2006, *Credible Capacity Preemption in a Duopoly Market under Uncertainty*, Working Paper, Real Options Conference, New York.
- [471] Wu-Xiang, W., 2006, *Option-Game Strategic Analysis of Investment Based on Behavioral Finance*, praca doktorska, Tianjin University.
- [472] Wu-Xiang, W., 2007, *Corporate Strategic Investment in Behavioral Finance*, *Chinese Business Review*, vol. 6, no. 2, s. 74-81.

- [473] Yaari, M. E., 1987, *The Dual Theory of Choice under Risk*, *Econometrica*, vol. 55, no. 1, s. 95-115.
- [474] Yavas, A., Sirmans, C., 2005, *Real options: Experimental Evidence*. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, vol. 31, no. 1, s. 27-52.
- [475] Zamacz, K., 2015, *Efektywność ekonomiczna przedsiębiorstwa energetycznego w warunkach wprowadzenia rynku mocy*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa,
- [476] Zardkoohi, A., 2004, *Do Real Options Lead to Escalation of Commitment?*, *Academy of Management Review*, vol. 29, no. 1, s. 111-119.
- [477] Zarzecki, D., 1999, *Metody wyceny przedsiębiorstw*, Fundacja Rozwoju Rachunkowości w Polsce, Warszawa.
- [478] Zhu, K., Weyant, J., 2003, *Strategic Exercise of Real Options: Investment Decisions in Technological Systems*, *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, vol. 12, no. 3, s. 257-278.
- [479] Ziarkowski R., 2004, *Opcje rzeczowe oraz ich zastosowanie w formułowaniu i ocenie projektów inwestycyjnych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.

SPIS TABEL

Tabela 1: Rodzaje opcji realnych oraz przykłady badań	23
Tabela 2: Analogia pomiędzy zmiennymi wpływającymi na wartość opcji realnej i finansowej	27
Tabela 3: Przykłady kalkulacji wartości wewnętrznej opcji prostych	33
Tabela 4: Przykłady badań w zakresie wyceny opcji powszechnych	55
Tabela 5: Psychologiczne i społeczne uwarunkowania decyzji ekonomicznych	68
Tabela 6: Obszary badań w zakresie behawioralnych finansów przedsiębiorstw	72
Tabela 7: Behawioralne uwarunkowania podejmowania decyzji inwestycyjnych	91
Tabela 8: Behawioralne uwarunkowania analizy i wyceny opcji powszechnych	93
Tabela 9: Alternatywne funkcje wartości	112
Tabela 10: Alternatywne funkcje ważące	114
Tabela 11: Wartości wyjściowe parametrów funkcji ważącej i funkcji oceny przyjęte do symulacji	157
Tabela 12: Wyniki symulacji wartości hipotetycznej opcji inwestowania przeprowadzonych na podstawie modelu dwumianowego	182
Tabela 13: Zależność wartości przykładowej opcji jednookresowej od parametrów funkcji wag i oceny – model dwumianowy	188
Tabela 14: Wyniki symulacji przeprowadzonych na podstawie modelu analitycznego	207
Tabela 15: Zależność wartości przykładowej opcji jednookresowej od parametrów funkcji wag i oceny – model analityczny	210
Tabela 16: Wyniki symulacji przeciętnego momentu wykonania przykładowej wielookresowej opcji inwestowania przeprowadzonych na podstawie modelu dwumianowego	224
Tabela 17: Zależność momentu wykonania przykładowej opcji jednookresowej od parametrów funkcji wag i oceny – model dwumianowy	227

SPIS SCHEMATÓW

Schemat 1: Przykład drzewa dwumianowego multiplikatywnego rekombinowanego	40
Schemat 2: Komponenty wartości opcji powszechnej	50
Schemat 3: Przykład podgry strategicznej w postaci normalnej – opcja inwestowania	52
Schemat 4: Obszary behawioralnych uwarunkowań option games	90
Schemat 5: Wykorzystanie funkcji oceny i funkcji ważącej w modelu wyceny opcji rzeczywistej	107
Schemat 6: Drzewo dwumianowe wartości instrumentu bazowego – jednookresowy model dwumianowy wyceny opcji rzeczywistej uwzględniający elementy teorii perspektywy	109
Schemat 7: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej opcji rzeczywistej – jednookresowy model dwumianowy wyceny opcji rzeczywistej uwzględniający elementy teorii perspektywy	110
Schemat 8: Porównanie podejścia do wyceny opcji CRR oraz podejścia uwzględniającego elementy teorii perspektywy.....	112
Schemat 9: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania	119
Schemat 10: Drzewo dwumianowe wartości gotówkowej zysku lub straty względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania	120
Schemat 11: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania	120
Schemat 12: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania dla $RP = 0$	125
Schemat 13: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania dla $RP = 0$	126
Schemat 14: Drzewo dwumianowe wartości instrumentu bazowego hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.....	128
Schemat 15: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	129
Schemat 16: Drzewo dwumianowe wartości instrumentu bazowego hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.....	132
Schemat 17: Drzewo dwumianowe wartości wewnętrznej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	133

Schemat 18: Drzewo dwumianowe wartości gotówkowej zysku lub straty względem punktu odniesienia dla hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	134
Schemat 19: Drzewo dwumianowe wartości psychologicznej zysków i strat względem punktu odniesienia dla hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania	135
Schemat 20: Drzewo dwumianowe wartości całkowitej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	136
Schemat 21: Drzewo dwumianowe wartości czasowej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	137
Schemat 22: Drzewo dwumianowe decyzji w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.....	138
Schemat 23: Istotna symulacji liczbowych w zakresie wartości opcji rzeczywistej przy uwzględnieniu elementów teorii perspektywy	158
Schemat 24: Wartość instrumentu bazowego przykładowej opcji inwestowania.....	159
Schemat 25: Wartość wewnętrzna przykładowej opcji inwestowania.....	159
Schemat 26: Istotna symulacji liczbowych w zakresie momentu wykonania opcji rzeczywistej przy uwzględnieniu elementów teorii perspektywy	213
Schemat 27: Schemat podgry strategicznej dla przykładowej opcji inwestowania	231
Schemat 28: Rozwiązanie podgry strategicznych dla przykładowej opcji inwestowania – podejście klasyczne	233
Schemat 29: Rozwiązanie podgry strategicznych dla przykładowej opcji inwestowania – podejście oparte na koncepcji programowania dynamicznego	234
Schemat 30: Układ wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania – w pełni racjonalny gracz A oraz percepcja gracza B zgodna z teorią perspektywy ($RP_B = 5$ j.p.).....	236
Schemat 31: Układ wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania przewidywany przez gracza B	238
Schemat 32: Układ wypłat dla przykładowej powszechnej opcji inwestowania przewidywany przez gracza A według przekonań gracza B.....	238
Schemat 33: Drzewo dwumianowe wartości całkowitej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	287
Schemat 34: Drzewo dwumianowe wartości czasowej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	288
Schemat 35: Drzewo dwumianowe decyzji w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.....	288

Schemat 36: Drzewo dwumianowe wartości całkowitej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	289
Schemat 37: Drzewo dwumianowe wartości czasowej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	290
Schemat 38: Drzewo dwumianowe decyzji w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania	291

SPIS WYKRESÓW

Wykres 1: NPV jako miernik efektywności inwestycji.....	16
Wykres 2: Analogia opcji inwestowania do opcji typu call	31
Wykres 3: Analogia opcji rezygnacji z kontynuacji projektu do opcji typu put	32
Wykres 4: Hipotetyczna funkcja wartości w jej postaci przedstawionej przez Kahnemana i Tversky'ego w 1979 r.....	84
Wykres 5: Hipotetyczna funkcja waząca w jej postaci przedstawionej przez Kahnemana i Tversky'ego w 1979 r.....	86
Wykres 6: Funkcja waząca w jej postaci określonej przez Tversky'ego i Kahnemana w 1993 r.	88
Wykres 7. Przebieg funkcji oceny w zależności od poziomu wrażliwości na zyski (α).....	114
Wykres 8. Przebieg funkcji oceny w zależności od poziomu wrażliwości na straty (β)	115
Wykres 9. Przebieg funkcji oceny w zależności od skali awersji do strat (λ)	115
Wykres 10. Przebieg funkcji wag w zależności od poziomu optymizmu (δ)	116
Wykres 11. Przebieg funkcji wag w zależności od poziomu wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw (γ)	116
Wykres 12: Graficzna prezentacja funkcji wazącej dla $\delta = 1$ i $\gamma = 0,65$ oraz jej pierwszej pochodnej w punkcie $p = 60\%$	144
Wykres 13. Przebieg funkcji wag, funkcji gęstości oraz dystrybuanty wag w zależności od poziomu optymizmu (δ)	145
Wykres 14. Przebieg funkcji wag, funkcji gęstości oraz dystrybuanty wag w zależności od poziomu wrażliwości w zakresie percepcji prawdopodobieństw (γ)	146
Wykres 15: Funkcja gęstości i dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego oraz wag	149
Wykres 16: Kalkulacja psychologicznej wartości wewnętrznej przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości instrumentu bazowego.....	150
Wykres 17: Funkcja oceny dla neutralnych wartości parametrów (symulacja 1).....	161
Wykres 18: Funkcja waząca dla neutralnych wartości parametrów (symulacja 1).....	161
Wykres 19: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego .	162

Wykres 20: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	162
Wykres 21: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego	163
Wykres 22: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru alfa – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego	164
Wykres 23: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru alfa oraz punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	164
Wykres 24: Zysk lub strata względem punktu odniesienia – model dwumianowy przy założeniu typowej wartości parametru alfa.....	165
Wykres 25: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru beta – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego	167
Wykres 26: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru beta oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	167
Wykres 27: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego przy założeniu typowej wartości parametru beta.....	168
Wykres 28: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru lambda – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	170
Wykres 29: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru lambda oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	170
Wykres 30: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego przy założeniu typowej wartości parametru lambda	171
Wykres 31: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru delta – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	173
Wykres 32: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru delta oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	173

Wykres 33: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru delta – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	174
Wykres 34: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru gamma oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	175
Wykres 35: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru gamma oraz prawdopodobieństwa wzrostu wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	175
Wykres 36: Funkcja oceny dla typowych wartości parametrów (symulacja 2).....	176
Wykres 37: Funkcja ważąca dla typowej wartości parametrów (symulacja 2).....	176
Wykres 38: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	177
Wykres 39: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego .	178
Wykres 40: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia w zależności od wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego.....	178
Wykres 41: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu dwumianowego	180
Wykres 42: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	190
Wykres 43: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru alfa oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	191
Wykres 44: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu typowej wartości parametru alfa	192
Wykres 45: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\alpha = 1,96$	193

Wykres 46: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\alpha = 0,20$	194
Wykres 47: Wartość opcji inwestowania w zależności od wartości parametru beta oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	194
Wykres 48: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu typowej wartości parametru beta.....	196
Wykres 49: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\beta = 0,20$	197
Wykres 50: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\beta = 1,96$	197
Wykres 51: Wartość opcji inwestowania w zależności od wartości parametru lambda oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	198
Wykres 52: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu typowej wartości parametru lambda	199
Wykres 53: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\lambda = 0,20$	200
Wykres 54: Obiektywna i subiektywnie postrzegana wartość zysku lub straty względem punktu odniesienia – wyniki symulacji przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego przy założeniu parametru $\lambda = 5,30$	200
Wykres 55: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru delta oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	201
Wykres 56: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru gamma+ oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	202

Wykres 57: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości parametru gamma- oraz wartości punktu odniesienia – wyniki symulacji 1 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	203
Wykres 58: Wartość przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2 przeprowadzonej na podstawie modelu analitycznego	205
Wykres 59: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 1.....	215
Wykres 60: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru alfa – wyniki symulacji 1	216
Wykres 61: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru beta – wyniki symulacji 1	218
Wykres 62: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru lambda – wyniki symulacji 1	219
Wykres 63: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru delta – wyniki symulacji 1	220
Wykres 64: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz wartości parametru gamma – wyniki symulacji 1	221
Wykres 65: Średni moment wykonania przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości punktu odniesienia oraz zmienności wartości instrumentu bazowego – wyniki symulacji 2.....	223
Wykres 66: Funkcja gęstości i dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego oraz wag	292
Wykres 67: Kalkulacja wartości wewnętrznej przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości instrumentu bazowego	292

ZAŁĄCZNIKI

Załącznik 1. Wycena hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania z wykorzystaniem podejścia klasycznego opartego na analizie drzewa dwumianowego

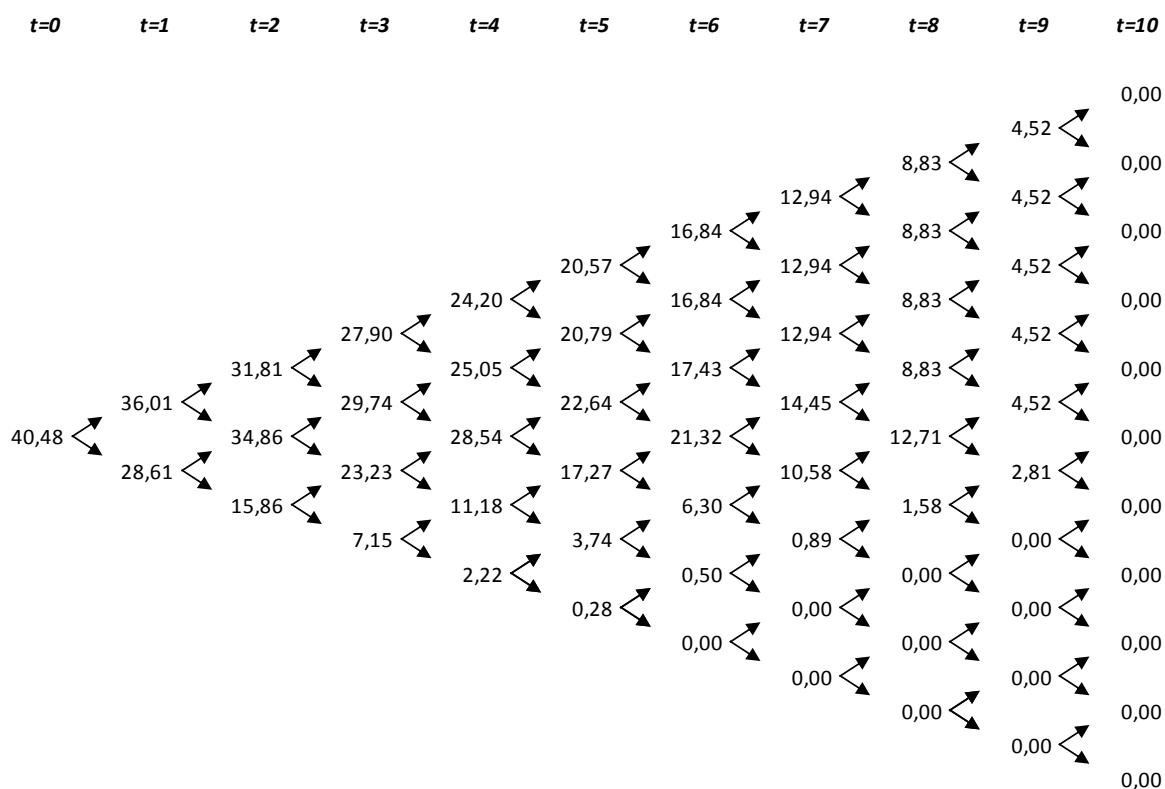
W ramach niniejszego załącznika zaprezentowano wycenę przykładowej wielookresowej amerykańskiej opcji inwestycji w projekt związany z rozwojem telekomunikacyjnej sieci kablowej. Przykład ten stanowi rozwinięcie przykładu prezentowanego w podrozdziale 3.2.1 dysertacji poprzez wydłużenie terminu wygaśnięcia opcji do horyzontu dziesięcioletniego. Szczegółowe założenia przykładu liczbowego zostały opisane w podrozdziałach 3.2.1 i 3.2.2 rozprawy.

Hipotetyczna opcja inwestycji dotyczy możliwości odsunięcia w czasie realizacji projektu inwestycyjnego związanego z rozwojem telekomunikacyjnej sieci kablowej przez Firmę A oraz doprowadzeniem sygnału do mieszkańców nowopowstającego osiedla. Realizacja inwestycji wymaga poniesienia nakładów inwestycyjnych w wysokości $I = 95 \text{ j.p.}$. Wartość bieżąca korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej w momencie $t = 0$ wynosi $V_0 = 100 \text{ j.p.}$ Przyjęto, że wartość instrumentu bazowego w każdym z lat od nabycia do wygaśnięcia opcji może wzrosnąć z prawdopodobieństwem $p = 60\%$ lub spaść z prawdopodobieństwem $1 - p = 40\%$. Roczną zmienność wartości instrumentu bazowego przyjęto na poziomie $\sigma = 20\%$, przez co wskaźnik wzrostu wartości instrumentu bazowego wynosi $u = 1 + \sigma = 1,20$ natomiast wskaźnik spadku ma wartość $d = \frac{1}{u} = 0,83$. Na schematach 16 i 17 przedstawiono odpowiednio drzewo dwumianowe obejmujące wartości instrumentu bazowego oraz wartość wewnętrzną hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania.

W pierwszej kolejności zaprezentowano wycenę przedmiotowej przykładowej opcji amerykańskiej z wykorzystaniem podejścia klasycznego w postaci modelu Coxa, Rossa i Rubinsteina [1979]. Dla potrzeb kalkulacji wartości prawdopodobieństw arbitrażowych oraz wartości całkowitej opcji przyjęto stopę zwrotu z papierów wartościowych pozbawionych ryzyka na poziomie $r_f = 5\%$. Prawdopodobieństwo arbitrażowe wzrostu wartości instrumentu bazowego określono w wysokości:

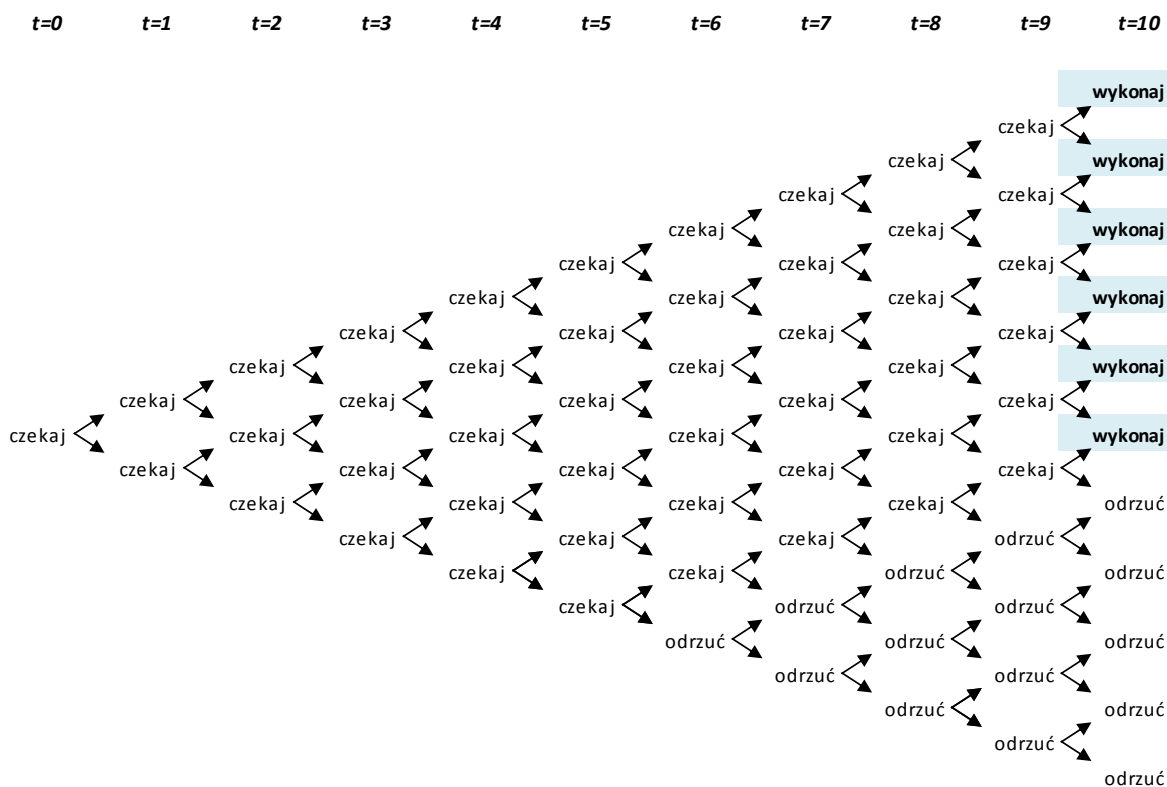
$$q = \frac{1 + r_f - d}{u - d} = \frac{1 + 5\% - 0,83}{1,20 - 0,83} = 59,1\% \quad (95)$$

Schemat 34: Drzewo dwumianowe wartości czasowej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

Schemat 35: Drzewo dwumianowe decyzji w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



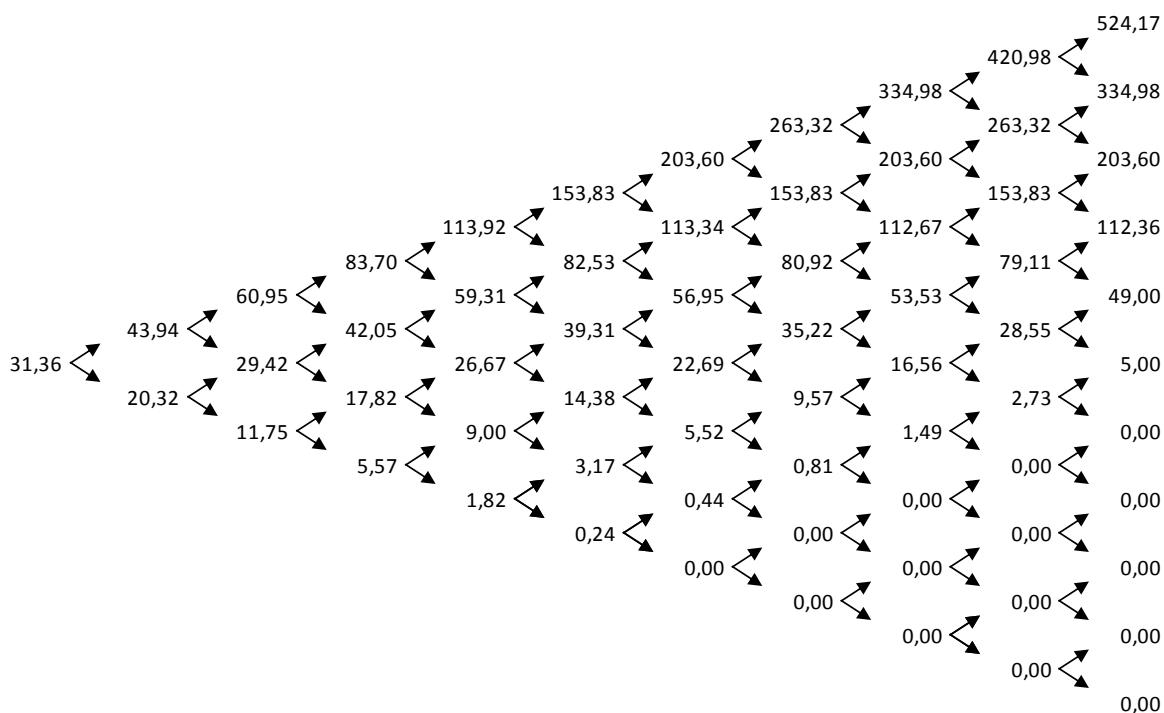
Źródło: opracowanie własne.

Analogiczną kalkulację przeprowadzono przy założeniu zastosowania podejścia opartego na koncepcji programowania dynamicznego Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, s. 120 i 152]. Podejście to zakłada stosowanie stopy dyskonta obciążonej ryzykiem oraz rzeczywistych prawdopodobieństw wzrostu i spadku wartości instrumentu bazowego. Wartość całkowita opcji w okresie t , zgodnie z tym podejściem, odpowiada wartości oczekiwanej wartości całkowitych opcji z okresu $t + 1$, ważonych prawdopodobieństwami rzeczywistymi wzrostu (p) i spadku ($1 - p$) wartości instrumentu bazowego, zdyskontowanej według stopy zwrotu obciążonej ryzykiem (r), zgodnie z formułą⁶⁹:

$$C_{p,t} = \frac{pC_{i,t+1} + (1-p)C_{i+1,t+1}}{1+r} \quad (96)$$

Na potrzeby prezentowanego przykładu liczbowego przyjęto stopę dyskonta obciążoną ryzykiem w wysokości $r = 10\%$. Na schemacie 36 zaprezentowano wyniki kalkulacji wartości całkowitej opcji w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego.

Schemat 36: Drzewo dwumianowe wartości całkowitej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



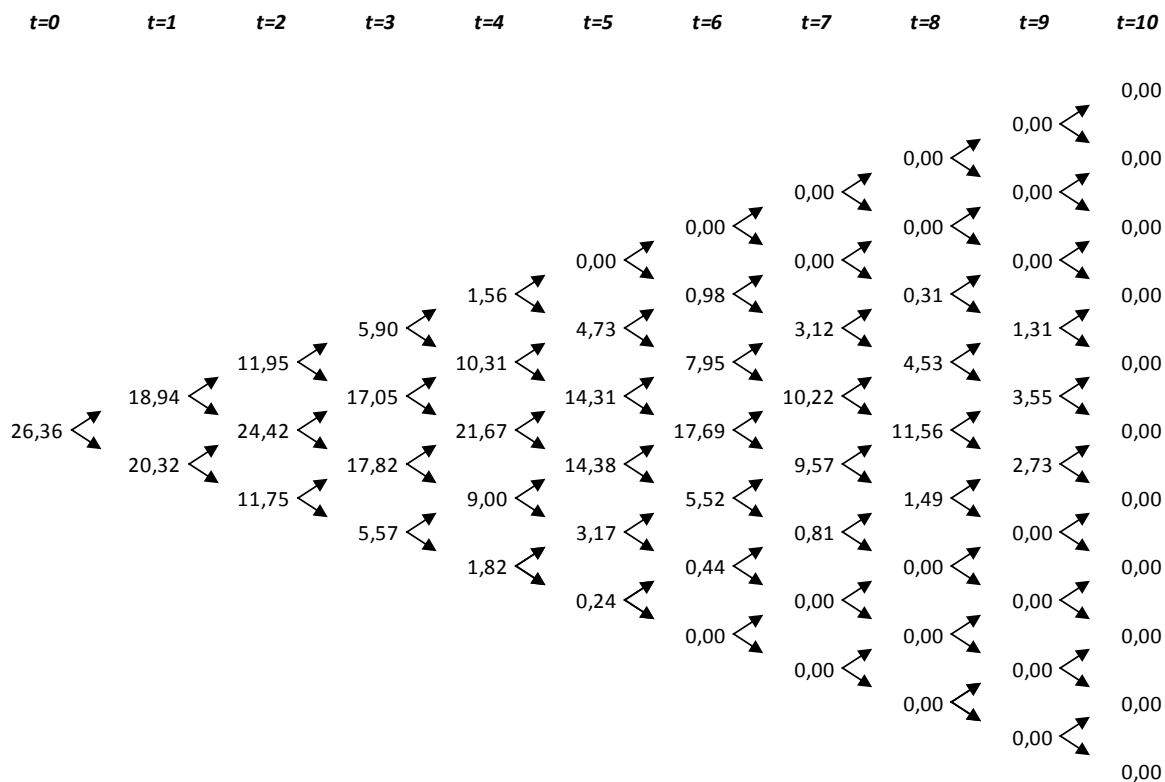
Źródło: opracowanie własne.

Uzyskana wartość całkowita opcji inwestycji o terminie wygaśnięcia równym dziesięć lat, skalkulowana na moment $t = 0$ z wykorzystaniem podejścia opartego na koncepcji programowania dynamicznego Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, s. 120 i 152] wynosi 31,36 j.p.

⁶⁹ Pozostałe oznaczenia przyjęto analogicznie jak w przypadku formuły (79).

Na podstawie uzyskanych wartości całkowitych (schemat 36) oraz wartości wewnętrznych opcji (schemat 17) w poszczególnych węzłach drzewa dwumianowego, zgodnie z formułą (83), skalkulowano wartość czasową opcji. Wyniki kalkulacji zaprezentowano na schemacie 37.

Schemat 37: Drzewo dwumianowe wartości czasowej hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania

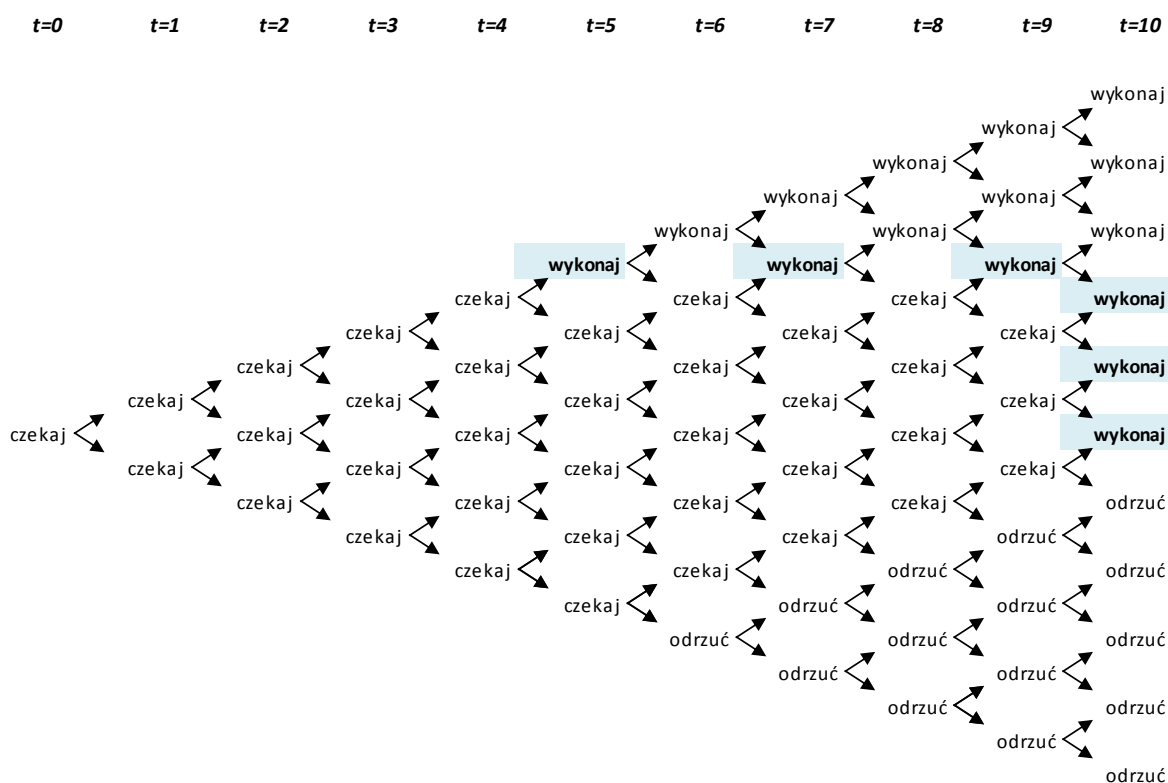


Źródło: opracowanie własne.

Na schemacie 38 zaprezentowano decyzje w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania⁷⁰.

⁷⁰ W ramach schematu zastosowano jednakową konwencję opisu i oznaczeń jak na poprzednich schematach (por. Schemat 35).

Schemat 38: Drzewo dwumianowe decyzji w zakresie wykonania hipotetycznej wielookresowej opcji inwestowania



Źródło: opracowanie własne.

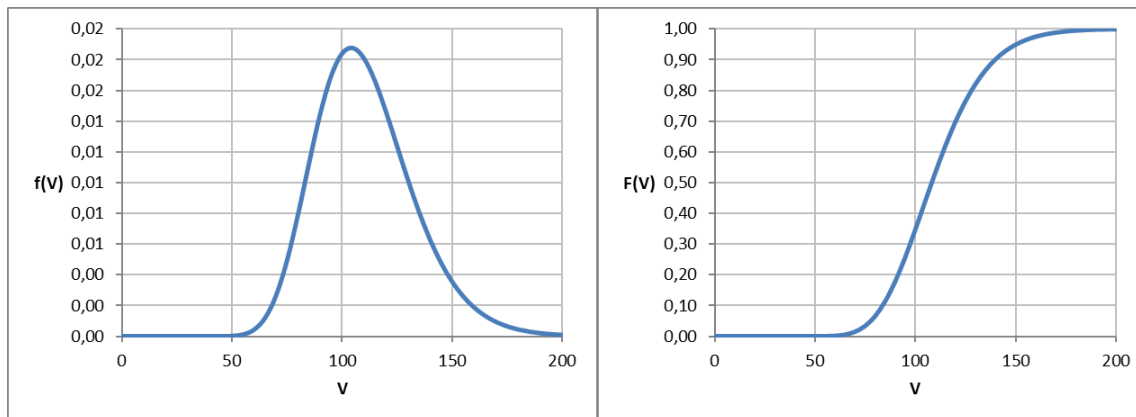
Załącznik 2. Wycena hipotetycznej jednookresowej opcji inwestowania z wykorzystaniem klasycznego modelu analitycznego

W ramach niniejszego załącznika zaprezentowano wycenę przykładowej jednookresowej europejskiej opcji rzeczywistej z wykorzystaniem modelu analitycznego, zgodnie z podejściem klasycznym. Wykorzystano przy tym liczbowy przykład wyceny hipotetycznej jednookresowej europejskiej opcji inwestowania prezentowany w podrozdziale 3.3 dysertacji.

Hipotetyczna opcja inwestowania dotyczy możliwości odsunięcia w czasie realizacji projektu inwestycyjnego związanego z rozwojem telekomunikacyjnej sieci kablowej przez Firmę A oraz doprowadzeniem sygnału do mieszkańców nowopowstającego osiedla. Doprowadzenie sygnału przez Firmę A wymaga poniesienia nakładów inwestycyjnych w wysokości $I = 95 \text{ j.p.}$ Wartość bieżąca korzyści ze świadczenia usług w ramach nowej sieci kablowej w momencie $t = 0$ wynosi $V_0 = 100 \text{ j.p.}$ Na potrzeby prezentacji zastosowania modelu analitycznego przyjęto, że zmienność instrumentu bazowego opisana jest w postaci geometrycznego ruchu Browna o dryfie (wartości oczekiwanej rocznej stopy zwrotu z instrumentu bazowego) równym $\mu = 10\%$ oraz zmienności na poziomie $\sigma = 20\%$.

Na wykresie 66 zaprezentowano funkcję gęstości prawdopodobieństwa (po lewej stronie) oraz dystrybuantę (po prawej stronie) wartości instrumentu bazowego przykładowej opcji inwestowania.

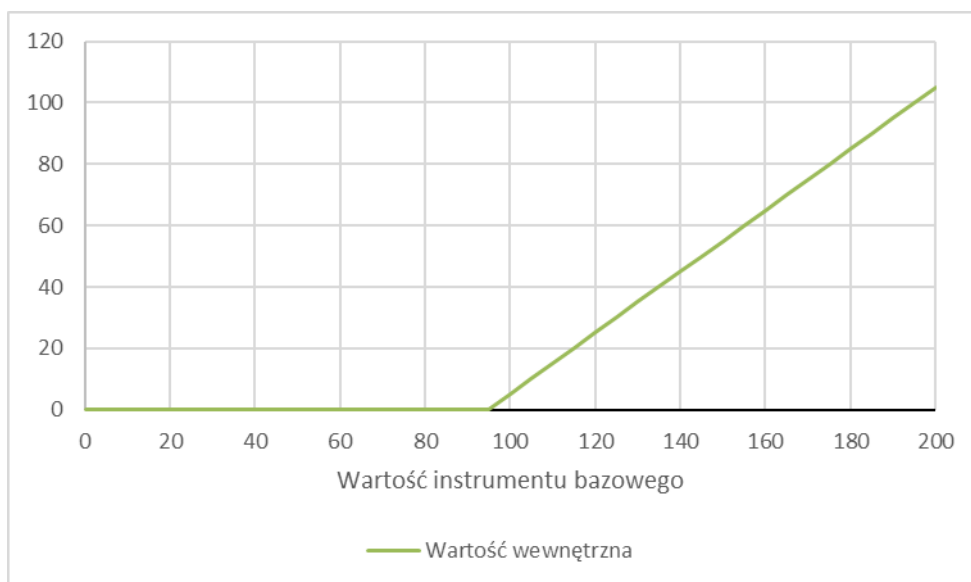
Wykres 66: Funkcja gęstości i dystrybuanta rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego oraz wag



Źródło: opracowanie własne.

Na wykresie 67 zaprezentowano wyniki kalkulacji wartości wewnętrznej analizowanej przykładowej opcji inwestowania dla różnych wartości instrumentu bazowego. W przypadku podejścia klasycznego wartość psychologiczna odpowiada gotówkowej wartości wewnętrznej opcji.

Wykres 67: Kalkulacja wartości wewnętrznej przykładowej opcji inwestowania w zależności od wartości instrumentu bazowego



Źródło: opracowanie własne.

Wartość perspektywy związanej z posiadaniem przykładowej opcji inwestowania określane są z wykorzystaniem formuły (91). Stanowi ona całość skalkulowaną dla zakresu wartości instrumentu bazowego $V_T \in (RP+X, \infty)$. W przypadku przykładowej opcji

inwestowania tak skalkulowana wartość perspektywy związanej z posiadaniem opcji wynosi $V_- = 18,1$.

Określenie wartości opcji polega na ustaleniu kwoty, której przyszła wartość, skapitalizowana z zastosowaniem stopy dyskonta właściwej analizowanej inwestycji, oznacza dla decydenta jednakową wartość psychologiczną, jak korzyści związane z posiadaniem opcji, zgodnie z równaniem (92). Przy założeniu stopy dyskonta na poziomie $r = 10\%$ wartość całkowita analizowanej przykładowej opcji inwestowania ustalona na moment $t = 0$ wynosi $C = 16,4 j.p.$ Jest to wartość uzyskana z zastosowaniem analitycznego modelu wyceny opcji zaprezentowanego w podrozdziale 3.3 dysertacji, przy założeniu w pełni racjonalnej percepcji wartości i prawdopodobieństw, zgodnie z hipotezą użyteczności oczekiwanej. Podejście to ze względu na zastosowanie rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa wartości instrumentu bazowego, jak i stopy dyskonta odzwierciedlającej profil ryzyka inwestycji, jest zgodne z koncepcją programowania dynamicznego Bellmana [Dixit i Pindyck 1994, s. 120 i 152].

W celu walidacji skonstruowanego modelu przeprowadzono kalkulację wartości przykładowej opcji inwestowania z zastosowaniem modelu Blacka-Scholesa, wykorzystując formuły (35) – (37):

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{100}{95}\right) + T\left(10\% + \frac{20\%^2}{2}\right)}{20\% \cdot \sqrt{1}} = 0,86, N(d_1) = 0,80$$
$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{100}{95}\right) + T\left(10\% - \frac{20\%^2}{2}\right)}{20\% \cdot \sqrt{1}} = 0,66, N(d_2) = 0,74$$
(97)

Uzyskano wartość całkowitą opcji na poziomie $C = 16,4 j.p.$ Jest to wartość jednakowa, jak uzyskana z wykorzystaniem analitycznego modelu wyceny opcji zaprezentowanego w podrozdziale 3.3 dysertacji, przy założeniu neutralnych wartości parametrów funkcji wazącej i oceny, odzwierciedlających w pełni racjonalną percepcję wartości i prawdopodobieństw zgodnie z hipotezą użyteczności oczekiwanej.