

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

Wydział Ekonomii

Paweł Olsza

Ewolucja metod konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych
po kryzysie płynności rynku międzybankowego w latach 2007 - 2009

Rozprawa doktorska
przygotowana pod kierunkiem
prof. dr hab. Małgorzaty Doman, prof. zw. UEP

Poznań 2014

Spis treści

Wstęp	4
1. Rynek międzybankowy instrumentów pochodnych stopy procentowej	12
1.1. Podstawowe definicje i oznaczenia	12
1.2. Konwencje rynkowe	16
1.3. Prezentacja głównych typów instrumentów rynkowych	18
1.3.1. Kontrakt FRA	18
1.3.2. Kontrakt IRS	21
1.3.3. Kontrakt TBS	24
1.3.4. Kontrakt OIS	26
1.3.5. Kontrakt <i>fx swap</i>	29
1.3.6. Kontrakt CIRS	31
Podsumowanie	34
2. Konstrukcja krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego	35
2.1. Podstawowe definicje oraz koncepcje	35
2.2. Procedura konstrukcji krzywej	42
2.3. <i>Bootstrapping</i> krzywej	45
2.4. Konstrukcja krzywej z wykorzystaniem metod optymalizacyjnych	53
Podsumowanie	58
3. Metody interpolacji krzywej	59
3.1. Liniowe metody interpolacji stóp natychmiastowych	60
3.1.1. Liniowa interpolacja czynników dyskontowych	60
3.1.2. Liniowa interpolacja stóp natychmiastowych	62
3.1.3. Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych czynników dyskontowych	63
3.1.4. Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych	65
3.2. Metody interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujące funkcje sklejjane/splajny kubiczne	66
3.2.1. Naturalny splajn kubiczny (<i>Natural Cubic Spline</i>)	68

3.2.2.	Splajn kubiczny hermitowski (<i>Hermite Cubic Spline</i>).....	70
3.2.3.	<i>Natural Quadratic Spline</i>	74
3.2.4.	Funkcje sklepane hiperboliczne (<i>Tension Splines</i>)	76
3.3.	Metody interpolacji bazujące na stopach terminowych	79
3.3.1.	<i>Quartic Forward Spline</i>	79
3.3.2.	<i>Forward Monotone Convex Spline</i>	82
3.4.	Analiza własności prezentowanych metod interpolacji	86
3.4.1.	Gładkość oraz ciągłość uzyskiwanych krzywych stóp terminowych	87
3.4.2.	Dodatniość uzyskiwanych stóp terminowych.....	89
3.4.3.	Wrażliwość algorytmu interpolacji na drobne zmiany wartości danych wejściowych dla poszczególnych punktów węzłowych.....	92
3.4.4.	Lokalność algorytmu interpolacji	95
	Podsumowanie	98
4.	Wpływ kryzysu finansowego na rynek międzybankowy stopy procentowej.....	100
4.1.	Premia za ryzyko na rynku międzybankowym	101
4.2.	Zależności arbitrażowe pomiędzy stopami procentowymi w jednej walucie.....	124
4.3.	Parytet stóp procentowych.....	139
	Podsumowanie	156
	Załącznik 4.1	158
5.	Wpływ kryzysu finansowego na metodyki konstrukcji krzywej	159
5.1.	Zmiany w otoczeniu rynkowym oraz regulacyjnym.....	160
5.2.	Ewolucja metodyk konstrukcji krzywej	175
5.3.	Metodyka konstrukcji krzywej z uwzględnieniem kosztu depozytu zabezpieczającego.....	192
	Podsumowanie	222
	Zakończenie	223
	Literatura.....	228

Wstęp

Ostatnie 30 lat to okres gwałtownego rozwoju światowych rynków finansowych. Oferowane inwestorom produkty stają się coraz bardziej skomplikowane, transakcje zawierane są pomiędzy podmiotami z różnych krajów, a czas ich przeprowadzania staje się coraz krótszy. Obserwowana od połowy lat osiemdziesiątych dwudziestego wieku liberalizacja rynków finansowych oraz gwałtowny rozwój rynku instrumentów pochodnych sprawiły, że obecnie jednym z najbardziej rozwiniętych segmentów światowego rynku finansowego jest rynek międzybankowy stopy procentowej. Jednocześnie zmiany poziomu rynkowych stóp procentowych są jednym z najważniejszych wskaźników gospodarczych, wpływających zarówno na stopę zwrotu, jak i poziom ryzyka związany praktycznie z każdą inwestycją.

Najważniejszym pojęciem spotykanym w zasadzie w każdym opracowaniu dotyczącym rynku stopy procentowej jest pojęcie struktury (krzywej) terminowej stóp procentowych. Struktura terminowa stóp procentowych definiowana jest najczęściej jako zależność stóp procentowych od ich terminu zapadalności, czyli od długości okresu inwestycji (Weron, Weron, 2005). Prawidłowo skonstruowana krzywa terminowa stóp procentowych pozwala nie tylko na wycenę instrumentów pochodnych rynku stopy procentowej, ale także na ocenę ryzyka stopy procentowej związanego z każdą inną inwestycją. Krzywa terminowa stóp procentowych oraz otrzymywane na jej podstawie czynniki dyskontowe stanowią bowiem punkt wyjścia do konstrukcji modeli wyceny wszystkich innych typów instrumentów finansowych. Krzywa terminowa stóp procentowych jest również ważnym narzędziem wykorzystywanym na potrzeby zarządzania strukturą aktywów oraz pasywów instytucji finansowej (*asset and liability management – ALM*) (por. m.in. (Choudhry, 2007)). Poprawna metodyka konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych ma więc kluczowe znaczenie z punktu widzenia funkcjonowania każdej instytucji finansowej.

W literaturze spotkać można prezentację wielu podejść do tworzenia krzywej terminowej stóp procentowych. Omawiane są między innymi metodyki konstrukcji krzywej terminowej oparte na procedurze *bootstrappingu* czynników dyskontowych z cen rynkowych płynnych obligacji skarbowych lub instrumentów rynku międzybankowego (Hull, 2009; Tuckman, 2002; Weron, Weron, 2005). Ponadto opisywane są podejścia bazujące na wykorzystaniu modeli ekonometrycznych (Svensson, 1994; Nelson, Siegel, 1987) oraz metod optymalizacyjnych i splajnów kubicznych (*cubic splines*) (McCulloch, 1975; Fisher, Nychka, Zervos,

1995; Waggoner, 1997). W literaturze przedmiotu często pomijany jest jednak wpływ takich czynników jak konwencje rynkowe, płynność poszczególnych segmentów rynku, dostępność danych rynkowych oraz algorytmy interpolacji stóp procentowych wykorzystywane w danej metodyce konstrukcji krzywych. Czynniki te mają natomiast duże znaczenie z praktycznego punktu widzenia.

Wydarzeniem, o największym wpływie na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej był niewątpliwie kryzys płynności rynku międzybankowego z lat 2007-2009, którego najbardziej jaskrawy przejaw stanowiło bankructwo banku inwestycyjnego Lehman Brothers ogłoszone 15 września 2008 roku. W trakcie kryzysu stało się jasne, że możliwa jest realizacja, dotychczas pomijanego, ryzyka płynności oraz ryzyka kredytowego związanego z transakcjami zawieranymi na rynku międzybankowym. Będąc konsekwencją kryzysu zmiany w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej, takie jak załamanie podstawowych zależności arbitrażowych, wzrost znaczenia izb rozliczeniowych, zwiększone wykorzystanie depozytów zabezpieczających oraz zmiany w otoczeniu regulacyjnym rynku transakcji międzybankowych¹ takie jak dążenie do standaryzacji transakcji oraz promowanie centralnych kontrpartnerów transakcji (*Central Counterparty Clearing House* – CCP), miały głęboki wpływ na stosowane w praktyce metodyki konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych.

Obniżenie płynności niektórych segmentów rynku sprawiło, że znaczenia nabrało zagadnienie poprawnego wyboru instrumentów wykorzystywanych na potrzeby konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych. Wzrost znaczenia transakcji rozliczanych przez CCP oraz zwiększone wykorzystanie depozytów zabezpieczających wymusiło konieczność uwzględnienia zagadnień związanych z kosztem finansowania depozytu zabezpieczającego. Załamanie powszechnie występujących zależności arbitrażowych, takich jak na przykład *pull to par phenomenon*, czyli powrót wartości instrumentu do wartości nominalnej w dacie ustalenia nowego poziomu referencyjnej stopy procentowej, spowodowało, że znaczenia nabrała kwestia wyboru algorytmu interpolacji stóp procentowych wykorzystywanego w metodyce konstrukcji krzywej. Zjawiska te dotyczyły początkowo wyłącznie najbardziej rozwiniętych rynków takich jak rynek międzybankowy waluty euro lub dolara amerykańskiego, jednak w wyniku wprowadzania nowych regulacji na poziomie Unii Europejskiej (por. EMIR, 2012),

¹ W Unii Europejskiej kluczowym dokumentem regulującym tę kwestię jest tzw. Regulacja EMIR - *European Market Infrastructure Regulation (EMIR)*. W USA kluczowym dokumentem jest rozdział VII *Dodd-Frank Wall Street Reform and Consumer Protection Act*.

jak również rozwoju instytucji rynkowych w Polsce², mają one także coraz większe znaczenie dla polskich instytucji finansowych.

Dotychczas w literaturze przedmiotu brak jest pracy, która stanowiłaby całościowe spojrzenie na problem konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych. Poszczególni autorzy koncentrują się na pojedynczych zagadnieniach związanych z tym obszarem, takich jak algorytmy interpolacji stóp procentowych lub metodyki konstrukcji krzywych. Niniejsza rozprawa stanowi próbę całościowego opisu problemu konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych. Dodatkowym atutem pracy jest identyfikacja oraz analiza głównych przesłanek stojących za ewolucją metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych w okresie po kryzysie płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009.

Głównym celem prezentowanej rozprawy doktorskiej jest zbadanie zmian w metodykach konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego, będących konsekwencją kryzysu płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009.

W pracy poszukujemy odpowiedzi na następujące pytania:

- Jakie metodyki są najczęściej spotykane w przypadku konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego? Czy można stwierdzić, że występuje jeden, określony zbiór instrumentów, na podstawie notowań których konstruowane są krzywe terminowe stóp procentowych rynku międzybankowego? Czy stosowane metodyki są identyczne dla wszystkich rynków, czy też występują w tej materii różnice, a wykorzystywane metodyki są zależne od stopnia rozwoju danego rynku oraz występujących na nim konwencji rynkowych?
- Jakie znaczenie dla konstruowanej krzywej terminowej stóp procentowych ma wykorzystywany algorytm interpolacji stóp procentowych? Jak wybór algorytmu interpolacji przekłada się na kształt otrzymywanej krzywej terminowej stóp procentowych? Jakie są własności poszczególnych algorytmów interpolacji? Jak własności poszczególnych algorytmów interpolacji przekładają się na możliwe spektrum ich zastosowań (wycena, pomiar ryzyka instrumentów finansowych)?
- Jaki wpływ na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stóp procentowych miał kryzys płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009? Czy wpływ ten jest jednakowy dla wszystkich analizowanych rynków? Jak zmieniły się podstawowe zależności arbitrażowe zachodzące na tym rynku? Jakie główne czynniki mogły

² Stworzenie usługi centralnego kontrpartnera transakcji przez KDPW, patrz m.in. www.kdpwccp.pl.

mieć wpływ na obserwowane zmiany w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stóp procentowych?

- Czy można stwierdzić, że zmiany w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stóp procentowych miały wpływ na stosowane w praktyce metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych? Jeśli tak, to jaki był charakter tych zmian? Jeśli tak, to jaki wpływ na otrzymywane z wykorzystaniem nowych metodyk wyniki ma stosowany algorytm interpolacji stóp procentowych? Jaki wpływ na wykorzystywane w praktyce metodyki konstrukcji krzywej miały, będące konsekwencją kryzysu, zmiany w konwencjach rynkowych oraz otoczeniu regulacyjnym?

Odpowiedzi na powyższe pytania pozwolą zweryfikować następującą główną hipotezę badawczą:

Kryzys płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009 miał silny wpływ na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej i w konsekwencji wymusił zmianę stosowanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego.

W pracy wraz z hipotezą główną weryfikowane będą cztery hipotezy cząstkowe. Pierwsza z nich stwierdza, że na wykorzystywane w praktyce metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych wpływ ma dostępność oraz płynność poszczególnych instrumentów rynkowych. Potwierdzenie tej hipotezy pozwoli na twierdzenie, że jedną z przyczyn obserwowanych w wyniku kryzysu zmian w metodykach konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych było obniżenie płynności jednych oraz wzrost znaczenia innych instrumentów rynkowych.

Hipoteza druga odnosi się do stwierdzenia, że własności poszczególnych algorytmów interpolacji stóp procentowych mają bezpośrednie przełożenie na uzyskiwane z ich zastosowaniem wyniki oraz możliwe spektrum ich zastosowań. W konsekwencji wybór algorytmu interpolacji wykorzystywanego w metodyce konstrukcji krzywej powinien zawsze uwzględniać jej planowane wykorzystanie (wycena lub pomiar ryzyka).

Hipoteza trzecia stwierdza, że w wyniku kryzysu płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009 na rynku międzybankowym stopy procentowej doszło do zmiany strukturalnej, której jednym z przejawów było załamanie obserwowanych powszechnie przed kryzysem zależności arbitrażowych. Załamanie zależności arbitrażowych wymusiło konieczność zmian w metodykach konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych.

Hipoteza czwarta głosi, że wykorzystanie depozytu zabezpieczającego ma bezpośrednie przełożenie na koszt finansowania pozycji w danym instrumencie oraz wymaga uwzględ-

nienia w stosowanej metodyce konstrukcji krzywej. W konsekwencji wzrost znaczenia transakcji objętych depozytem zabezpieczającym po kryzysie wymusił dalszą ewolucję stosowanych metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych.

W celu weryfikacji postawionych hipotez badaniu poddane zostały dane na temat kształtowania się cen następujących instrumentów pochodnych stopy procentowej: OIS, FRA, IRS, *tenor basis swap* oraz stóp referencyjnych rynku międzybankowego: WIBOR (Polska), EURIBOR (rynek euro) oraz LIBOR (USA). Zakres wykorzystywanych informacji obejmował dane dla rynku polskiego oraz rynków pieniężnych waluty euro oraz dolara amerykańskiego. Ponadto analizowane były dane na temat cen następujących instrumentów pochodnych dla pary walutowej EUR/PLN oraz USD/PLN: *fx swap*, *cross currency basis swap* oraz notowania kontraktów CDS.

Dane na temat wykorzystywanych notowań stóp oraz instrumentów rynku międzybankowego uzyskano za pośrednictwem serwisu Reuters Eikon oraz strony internetowej www.stooq.pl.

Głównym źródłem wiedzy wykorzystanym w pracy jest dostępna literatura przedmiotu. W zakresie literatury bazowano przede wszystkim na literaturze obcojęzycznej oraz w niewielkim stopniu na pozycjach polskich. Wykorzystywane zostały również akty prawne regulujące funkcjonowanie rynku międzybankowego oraz statystyki i opracowania banków centralnych, regulatorów rynku oraz Bank for International Settlements. Językiem finansów jest język angielski. W sytuacji, gdy dany termin z literatury obcojęzycznej ma swój, powszechnie wykorzystywany, polski odpowiednik, w pracy wykorzystywany jest termin w języku polskim. W przeciwnym wypadku, gdy brak jest odpowiedniego terminu w języku polskim, w pracy korzystamy z terminologii obcojęzycznej.

Praca składa się z pięciu rozdziałów.

W rozdziale pierwszym zawarty został opis najważniejszych konwencji oraz typów instrumentów finansowych będących w obrocie na rynku międzybankowym stopy procentowej. Rozpoczyna się on od wprowadzenia głównych pojęć z matematyki finansowej wykorzystywanych w pracy. Kolejne podrozdziały zostały poświęcone prezentacji najważniejszych typów instrumentów finansowych będących w obrocie na rynku międzybankowym stopy procentowej oraz omówieniu konwencji rynkowych na nim występujących.

Rozdział drugi przedstawia główne pojęcia związane z krzywą terminową stóp procentowych rynku międzybankowego oraz metodykami jej konstrukcji. Najpierw prezentowane jest samo pojęcie krzywej terminowej stóp procentowych. Następnie omówione zostały najważniejsze, spotykane w literaturze, teorie krzywej terminowej stóp procentowych. Dalsza

część rozdziału poświęcona jest omówieniu zagadnienia związanego z problemem wyboru instrumentów finansowych wykorzystywanych w metodyce konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych. W uzupełnieniu do prezentowanych w literaturze wyników badań dla rynków zagranicznych, w rozdziale prezentowane jest podsumowanie wyników badań NBP w zakresie płynności poszczególnych typów instrumentów dla różnych przedziałów terminów zapadalności przeprowadzonych dla polskiego rynku międzybankowego. Rozdział zamyka prezentacja dwóch głównych klas spotykanych w literaturze metodyk tworzenia krzywej terminowej stóp procentowych, metody *bootstrappingu* oraz podejścia bazującego na wykorzystaniu metod optymalizacyjnych.

Rozdział trzeci poświęcony został spotykanym w literaturze oraz praktyce rynkowej algorytmom interpolacji stóp procentowych. Prezentowana w rozdziale analiza przeprowadzana jest dla trzech grup spotkanych w praktyce algorytmów interpolacji stóp procentowych i obejmuje liniowe metody interpolacji stóp natychmiastowych (*simple interpolation methods*), metody interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujące funkcje sklepane/ splajny kubiczne (*cubic splines*) oraz metody interpolacji bazujące na stopach terminowych. Dla każdego z analizowanych algorytmów w ramach poszczególnych grup zaprezentowane zostały jego główne założenia. Ponadto bazując na przykładowych danych z polskiego rynku międzybankowego przedstawiono wyniki analizy wpływu własności poszczególnych algorytmów interpolacji na kształt uzyskiwanych za ich pomocą krzywych terminowych stóp procentowych. Rozdział zamyka analiza własności poszczególnych algorytmów. W ramach badania analizowane były poszczególne, sformułowane przez Hagana oraz Westa (2006), warunki jakie musi spełniać algorytm interpolacji, aby uzyskiwane z jego wykorzystaniem wyniki dawały realistyczne ekonomicznie postaci krzywej terminowej stóp procentowych. Badanie przeprowadzone zostało na podstawie danych z polskiego rynku międzybankowego. Otrzymane wyniki pozwoliły na sformułowanie wniosków odnośnie możliwych zastosowań analizowanych algorytmów interpolacji stóp procentowych.

Rozdział czwarty oraz rozdział piąty stanowią główną część pracy. W ramach rozdziału czwartego zaprezentowano wyniki analizy własności szeregów czasowych notowań instrumentów finansowych rynku międzybankowego stopy procentowej. Badanie zostało przeprowadzone w kierunku analizy obserwowanego na rynku załamania obserwowanych powszechnie przed kryzysem zależności arbitrażowych będącego wynikiem kryzysu płynności rynku międzybankowego w latach 2007 - 2009. Ponadto dokonano identyfikacji oraz omówienia głównych czynników mogących mieć wpływ na badane w rozdziale zmiany w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej. W tym celu wykorzystane zo-

stały dostępne dane rynkowe oraz statystyki i opracowania banków centralnych. Przeprowadzone analizy uzupełniają badanie ekonometryczne poszczególnych omawianych w rozdziale zależności arbitrażowych. W tym celu wykorzystane zostały dane dzienne, które modelowane były za pomocą modelu przełącznikowego typu Markowa z dodatkowymi zmiennymi objaśniającymi. Uzyskane wyniki pozwoliły na identyfikację okresów uspokojenia oraz okresów kryzysu, jak również ocenę istotności poszczególnych czynników mających wpływ na analizowane zależności arbitrażowe w okresach uspokojenia oraz okresach kryzysu.

Rozdział piąty poświęcony został analizie, będącej konsekwencją kryzysu płynności rynku międzybankowego w latach 2007 – 2009, zmian w wykorzystywanych w praktyce metodykach konstrukcji krzywych stóp procentowych. Część pierwsza rozdziału poświęcona została analizie zmian w otoczeniu regulacyjnym oraz praktyce rynkowej. W rozdziale zaprezentowane zostały główne założenia reformy mającej na celu zmianę warunków funkcjonowania rynku międzybankowego. Przedstawiono również zmiany w samej praktyce rynkowej wyrażające się między innymi zwiększoną rolą depozytów zabezpieczających. Zaprezentowano spotykane w literaturze argumenty mające na celu uzasadnienie tezy, że wykorzystanie depozytu zabezpieczającego ma bezpośrednie przełożenie na koszt finansowania pozycji w danym instrumencie oraz wymaga uwzględnienia w stosowanej metodyce konstrukcji krzywej. Dalsza część rozdziału poświęcona została prezentacji zmian w metodykach konstrukcji krzywej stóp procentowych. Przedstawiono główne przesłanki ekonomiczne oraz algorytmy będące podstawą stosowanych po kryzysie metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych rynku międzybankowego. Dodatkowo w rozdziale zaprezentowane zostały wyniki przeprowadzonego badania w kierunku identyfikacji oraz oceny wpływu poszczególnych czynników rynkowych mogących mieć znaczenie dla wyników uzyskiwanych z wykorzystaniem każdej z prezentowanych w rozdziale metodyk konstrukcji krzywej. Rozdział zamyka prezentacja rezultatów analizy wpływu własności wybranych algorytmów interpolacji stóp procentowych na wyniki uzyskiwane z wykorzystaniem metodyk konstrukcji krzywych używanych po kryzysie.

Wszystkie obliczenia prezentowane w pracy przeprowadzone zostały z wykorzystaniem pakietów: OxMetrics ver. 6.2, TSM ver. 4.38 oraz Gretl ver. 1.9.6. Ponadto na potrzeby prezentowanych w pracy analiz wykorzystano narzędzia zaimplementowane w programie MS Excel.

Prezentowana rozprawa doktorska powstała pod kierunkiem naukowym prof. dr hab. Małgorzaty Doman, prof. zw. UEP. Autor chciałby serdecznie podziękować Pani Profesor za okazywaną pomoc, wszystkie udzielane wskazówki i cały poświęcony czas. Dziękuję również uczestnikom Seminarium z Ekonometrii Finansowej na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM za cenne uwagi, które przyczyniły się do udoskonalenia powstałej pracy. Na koniec chciałbym podziękować koledze z pracy Wojciechowi Ślusarskiemu za zwrócenie uwagi na wiele interesujących pozycji z literatury, które zostały wykorzystane w niniejszej pracy.

1. Rynek międzybankowy instrumentów pochodnych stopy procentowej

Celem niniejszego rozdziału jest prezentacja podstawowych pojęć oraz koncepcji związanych z rynkiem międzybankowym instrumentów pochodnych stopy procentowej. W pierwszej kolejności prezentujemy główne pojęcia z matematyki finansowej wykorzystywane w niniejszej pracy oraz literaturze przedmiotu do opisu zagadnień związanych z modelowaniem stopy procentowej. Kolejne podrozdziały zostały poświęcone omówieniu najważniejszych konwencji rynkowych oraz prezentacji podstawowych typów liniowych instrumentów pochodnych będących w obrocie na rynku międzybankowym stopy procentowej. Informacje prezentowane w tym rozdziale stanowią bazę oraz mają bezpośredni wpływ dla wyników uzyskiwanych z wykorzystaniem koncepcji prezentowanych w dalszej części niniejszej pracy. Poznanie specyfiki funkcjonowania poszczególnych typów instrumentów na rynku międzybankowym stopy procentowej pozwala na lepsze zrozumienie czynników wpływających na wybór metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego.

1.1. Podstawowe definicje i oznaczenia

W tym podrozdziale zostaną przedstawione podstawowe pojęcia i oznaczenia mające zastosowanie w procesie modelowania stopy procentowej. W podrozdziale koncentrujemy się na prezentacji zagadnień przy założeniu kapitalizacji ciągłej.

- **Okres do zapadalności** (*time to maturity*) $T - t$ jest to wyrażony w latach okres pomiędzy chwilą obecną t a datą zapadalności (*maturity*) $T > t$, gdzie t oraz T to dwie nieujemne liczby rzeczywiste (Brigo, Mercurio, 2001, s. 4). W przypadku, gdy t oraz T wyrażone są jako data w konwencji dzień/ miesiąc/ rok, odpowiednio jako $D_1 = (d_1, m_1, r_1)$ oraz $D_2 = (d_2, m_2, r_2)$, konieczne staje się dokonanie przekształceń z wykorzystaniem konwencji dni opisanych w podrozdziale 1.2 niniejszej pracy.
- **Obligacja zerokuponowa** (*zerocoupon bond*) bez ryzyka kredytowego o dacie zapadalności T , to instrument finansowy, który zapewnia posiadaczowi na pewno jedną jednostkę pieniądza w chwili T . Moment wykupu T określany jest również jako data wykupu lub data zapadalności. Cenę w chwili t obligacji zerokuponowej o momencie wykupu T oznaczamy przez $P(t, T)$. Wynika z tego, że $P(T, T) = 1$ (Brigo, Mercurio, 2001, s. 4; Jakubowski i in., 2006, s. 217).

- **Stopa natychmiastowa** (*spot*) jest to stopa procentowa dla inwestycji rozpoczynającej się dzisiaj w chwili t i trwającej do chwili T . Możemy też traktować ją jako obecną stopę zwrotu z inwestycji w obligację zerokuponową o terminie wykupu T (Brigo, Mercurio, 2001, s. 6). Przy założeniu kapitalizacji ciągłej stopa natychmiastowa dla daty zapadalności T w chwili t wyraża się wzorem:

$$R(t, T) = \frac{-\ln P(t, T)}{T - t} . \quad (1.1)$$

- **Stopa terminowa** (*forward*) w chwili t na okres od T_1 do T_2 , jest to stopa procentowa dla inwestycji zawartej w chwili t rozpoczynającej się w chwili T_1 i trwającej do chwili T_2 , gdzie $t < T_1 < T_2$ (Brigo, Mercurio, 2001, s. 11). Przy założeniu kapitalizacji ciągłej stopa terminowa na okres od T_1 do T_2 w chwili t wyraża się równaniem:

$$F(t, T_1, T_2) = -\frac{\ln P(t, T_2) - \ln P(t, T_1)}{T_2 - T_1} . \quad (1.2)$$

- **Krótkoterminowa stopa terminowa** (*instantaneous forward rate*) dla daty zapadalności T w chwili t , odpowiada stopie pożyczki zakontraktowanej w chwili t , rozpoczynającej się w momencie $T > t$ i zwracanej w nieskończenie krótką chwilę potem (Brigo, Mercurio, 2001, s. 13):

$$f(t, T) = \lim_{S \rightarrow T^+} F(t, T, S) = \frac{-\partial \ln P(t, T)}{\partial T} . \quad (1.3)$$

- **Krótkoterminowa stopa natychmiastowa** (*instantaneous interest rate*) w chwili t odpowiada oprocentowaniu pożyczki zakontraktowanej dzisiaj w chwili t i zwracanej w nieskończenie krótką chwilę potem $T > t$ (Weron, Weron, 2005, s. 208):

$$r(t) = \lim_{T \rightarrow t^+} R(t, T) = \frac{-\partial \ln P(t, t)}{\partial t} = f(t, t) . \quad (1.4)$$

Na rynku stóp procentowych występują różne rodzaje kapitalizacji odsetek. Przyjmując cenę obligacji zerokuponowej $P(t, T)$ za daną w zależności od przyjętego rodzaju i częstotliwości kapitalizacji otrzymać można różne wartości stóp natychmiastowych. Wzory zaprezentowane w pierwszej części tego podrozdziału otrzymane zostały przy założeniu ciągłej kapitalizacji odsetek. Oprócz kapitalizacji ciągłej wyróżnić można trzy dodatkowe

rodzaje kapitalizacji. Bazując na jednej cenie obligacji zerokuponowej $P(t, T)$ otrzymać więc można cztery różne wzory na wysokość stopy natychmiastowej.

- **Stopa natychmiastowa dla kapitalizacji ciągłej:**

Dana wzorem (1.1) stopa natychmiastowa w kapitalizacji ciągłej $R(t, T)$ może być traktowana jako stopa zwrotu z inwestycji w chwili t w obligację zerokuponową $P(t, T)$. Inwestycja ta w chwili T przynosi jedną jednostkę pieniądza, przy założeniu kapitalizacji ciągłej. Przekształcając wzór (1.1) otrzymać można:

$$P(t, T) = e^{-R(t, T) \cdot (T-t)}. \quad (1.5)$$

Wzór (1.5) pozwala na otrzymanie ceny obligacji zerokuponowej $P(t, T)$ w chwili t o terminie wykupu T przy założeniu ciągłej kapitalizacji odsetek oraz znajomości stopy $R(t, T)$.

- **Stopa natychmiastowa w kapitalizacji prostej:**

$$L(t, T) = \frac{1 - P(t, T)}{(T - t) \cdot P(t, T)}. \quad (1.6)$$

Stopa $L(t, T)$ może być traktowana jako stopa zwrotu z inwestycji w chwili t w obligację zerokuponową $P(t, T)$. Inwestycja ta w dacie zapadalności T przynosi jedną jednostkę pieniądza, przy założeniu prostej kapitalizacji odsetek. Należy zwrócić uwagę, że stopy referencyjne rynku międzybankowego (LIBOR, EURIBOR, WIBOR) są to stopy o kapitalizacji prostej, stąd też wzór (1.6) określany jest często wzorem na tzw. stopę *LIBOR spot*. Przekształcając wzór (1.6) otrzymać można:

$$P(t, T) = \frac{1}{1 + (T - t) \cdot L(t, T)}. \quad (1.7)$$

Wzór (1.7) pozwala na otrzymanie ceny obligacji zerokuponowej $P(t, T)$ w chwili t o terminie wykupu T przy założeniu prostej kapitalizacji odsetek oraz znajomości stopy $L(t, T)$. W przypadku kapitalizacji prostej dla stopy terminowej otrzymujemy tzw. stopę *forward LIBOR*. Wyraża się ona wzorem:

$$F(t, T_1, T_2) = \frac{1}{T_2 - T_1} \left(\frac{P(t, T_1)}{P(t, T_2)} - 1 \right). \quad (1.8)$$

- **Stopa natychmiastowa dla rocznej kapitalizacji składanej:**

$$Y(t, T) = \frac{1}{[P(t, T)]^{1/(T-t)}} - 1 \quad . \quad (1.9)$$

Stopa ta może być traktowana jako stopa zwrotu z inwestycji w chwili t w obligację zerokuponową $P(t, T)$. Inwestycja ta w chwili T przynosi jedną jednostkę pieniądza, przy założeniu kapitalizacji składanej o częstotliwości rocznej. Przekształcając wzór (1.9) otrzymać można:

$$P(t, T) = \frac{1}{(1 + Y(t, T))^{T-t}} \quad . \quad (1.10)$$

Wzór (1.10) pozwala na otrzymanie ceny obligacji zerokuponowej $P(t, T)$ w chwili t o terminie wykupu T przy założeniu składanej kapitalizacji odsetek o częstotliwości rocznej oraz znajomości stopy $Y(t, T)$.

- **Stopa natychmiastowa dla kapitalizacji składanej o częstotliwości k -razy rocznie:**

$$Y^k(t, T) = \frac{k}{[P(t, T)]^{1/[k \cdot (T-t)]}} - k \quad . \quad (1.11)$$

Stopa ta może być traktowana jako stopa zwrotu z inwestycji w chwili t w obligację zerokuponową $P(t, T)$. Inwestycja ta w chwili T przynosi jedną jednostkę pieniądza, przy założeniu kapitalizacji składanej o częstotliwości k -razy w roku. Przekształcając wzór (1.11) otrzymać można:

$$P(t, T) = \frac{1}{\left(1 + \frac{Y^k(t, T)}{k}\right)^{k \cdot (T-t)}} \quad . \quad (1.12)$$

Wzór (1.12) pozwala na otrzymanie ceny obligacji zerokuponowej $P(t, T)$ w chwili t o terminie wykupu T przy założeniu składanej kapitalizacji odsetek o częstotliwości k -razy w roku oraz znajomości stopy $Y^k(t, T)$.

1.2. Konwencje rynkowe

Oprócz poziomu rynkowych stóp procentowych, istotnym czynnikiem wpływającym na cenę obligacji zerokuponowej danej wzorem (1.1) jest okres do wykupu. W praktyce rynkowej data wykupu analizowanego instrumentu określana jest zazwyczaj jako konkretna data w konwencji dzień/ miesiąc/ rok. W konsekwencji okres pomiędzy datą analizy a datą wykupu wyrazić możemy jako określoną liczbę dni. Przy przekształcaniu czasu do wykupu wyrażonego jako liczba dni na określoną część, frakcję roku, w praktyce rynkowej stosowane są konwencje dni. Konwencja dni jest to metoda, dzięki której można policzyć frakcję roku pomiędzy dwiema datami. W tym podrozdziale zaprezentowane zostały podstawowe konwencje dni stosowane na rynku międzybankowym, jak również konwencje dnia roboczego, czyli metody określania dni roboczych mogących służyć za datę zapadalności instrumentu. Prezentowane informacje opracowane zostały na podstawie opisów zawartych między innymi w (Brigo, Mercurio, 2001, s. 5-6) oraz (OpenGamma, 2012, s. 5-8).

W praktyce rynkowej najczęściej stosowane są następujące konwencje dni.

- **Actual/365** W konwencji tej zakłada się, że każdy rok ma 365 dni a frakcję roku pomiędzy dwiema datami oblicza się dzieląc przez 365 rzeczywistą liczbę dni pomiędzy nimi. Oznaczając przez $D_2 - D_1$ rzeczywistą liczbę dni pomiędzy datami $D_1 = (d_1, m_1, r_1)$ włącznie i $D_2 = (d_2, m_2, r_2)$ (wyłączana) otrzymujemy, że w tym przypadku frakcja roku pomiędzy nimi wynosi:

$$\frac{D_2 - D_1}{365}. \quad (1.13)$$

Przykładowo frakcja roku pomiędzy 30 października 2012 a 20 lutego 2014 wynosi $478 / 365 = 1,3096$.

- **Actual/360** W konwencji tej zakłada się, że każdy rok ma 360 dni a frakcję roku pomiędzy dwiema datami oblicza się dzieląc przez 360 rzeczywistą liczbę dni pomiędzy nimi. Oznaczając przez $D_2 - D_1$ rzeczywistą liczbę dni pomiędzy datami $D_1 = (d_1, m_1, r_1)$ włącznie i $D_2 = (d_2, m_2, r_2)$ (wyłączana) otrzymujemy, że w tym przypadku frakcja roku pomiędzy nimi wynosi:

$$\frac{D_2 - D_1}{360}. \quad (1.14)$$

Przykładowo frakcja roku pomiędzy 30 października 2012 a 20 lutego 2014 wynosi $478 / 360 = 1,3278$.

- **Actual/Actual** W konwencji tej frakcję roku pomiędzy dwiema datami oblicza się dzieląc rzeczywistą liczbę dni pomiędzy nimi przez rzeczywistą liczbę dni w roku (365 lub 366). Oznaczając przez $D_2 - D_1$ rzeczywistą liczbę dni pomiędzy datami $D_1 = (d_1, m_1, r_1)$ włącznie i $D_2 = (d_2, m_2, r_2)$ (wyłączana) oraz DL jako liczbę dni w roku przestępnym oraz DNL jako liczbę dni w roku nieprzestępnym otrzymujemy, że w tym przypadku frakcja roku pomiędzy nimi wynosi:

$$\frac{DL}{366} + \frac{DNL}{365}. \quad (1.15)$$

Przykładowo frakcja roku pomiędzy 30 października 2012 a 20 lutego 2014 wynosi $63 / 366 + 415 / 365 = 1,3091$.

- **30/360** W konwencji tej zakłada się, że każdy rok ma 360 dni a miesiąc 30 dni. Chcąc obliczyć frakcję roku $D_2 - D_1$ pomiędzy datami $D_1 = (d_1, m_1, r_1)$ włącznie i $D_2 = (d_2, m_2, r_2)$ (wyłączana) stosujemy następujący wzór:

$$\frac{(r_2 - r_1) \cdot 360 + (m_2 - m_1 - 1) \cdot 30 + \max(30 - d_1, 0) + \min(d_2, 30)}{360}. \quad (1.16)$$

Przykładowo frakcja roku pomiędzy 30 października 2012 a 20 lutego 2014 wynosi $2 \cdot 360 / 360 - 8 \cdot 30 / 360 - 10 / 360 = 1,3056$.

Dodatkowo na okres do wykupu wpływ mają również konwencje dnia roboczego to jest metody określania dni roboczych mogących służyć za datę zapadalności instrumentu. W praktyce rynkowej najczęściej stosowane są następujące konwencje dnia roboczego.

- **Konwencja następnego dnia roboczego (*following*)** W konwencji tej zakłada się, że jeżeli data końca okresu nie wypada w dzień roboczy, to przesuwana jest ona na następny dzień roboczy. Przykładowo w konwencji *following* dla okresu jednomiesięcznego zaczynającego się 31 lipca 2013 roku (środa) i mającego się zakończyć 31 sierpnia 2013 roku (sobota), dniem końca okresu będzie 2 września 2013 roku (poniedziałek).
- **Konwencja poprzedniego dnia roboczego (*preceding*)** W konwencji tej zakłada się, że jeżeli data końca okresu nie wypada w dzień roboczy, to przesuwana jest ona na poprzed-

ni dzień roboczy. Przykładowo w konwencji *preceding* dla okresu jednomiesięcznego zaczynającego się 31 lipca 2013 roku (środa) i mającego się zakończyć 31 sierpnia 2013 roku (sobota), dniem końca okresu będzie 30 sierpnia 2013 roku (piątek).

- **Zmodyfikowana konwencja następnego dnia roboczego (*modified following*)**
W konwencji tej zakłada się, że jeżeli data końca okresu nie wypada w dzień roboczy, to przesuwana jest ona na następny dzień roboczy, o ile ten dzień nie wypada w następnym miesiącu. W takim przypadku data przesuwana jest na poprzedni dzień roboczy. Przykładowo w konwencji *modified following* dla okresu jednomiesięcznego zaczynającego się 31 lipca 2013 roku (środa) i mającego się zakończyć 31 sierpnia 2013 roku (sobota), dniem końca okresu będzie 30 sierpnia 2013 roku (piątek). Konwencja ta jest najbardziej popularną konwencją w przypadku instrumentów pochodnych stopy procentowej rynku międzybankowego.
- **Konwencja ostatniego dnia roboczego miesiąca (*end of month*)** W konwencji tej zakłada się, że jeżeli data początku okresu wypada w ostatni dzień roboczy miesiąca to data końca okresu również wypadać będzie w ostatni dzień roboczy miesiąca. Przykładowo w konwencji *end of month* dla okresu jedno miesięcznego zaczynającego się 28 lutego 2014 roku (piątek) i mającego się zakończyć 28 marca 2014 roku (piątek), dniem końca okresu będzie 31 marca 2014 roku (poniedziałek). Dla okresu jednomiesięcznego zaczynającego się 31 lipca 2013 roku (środa) i mającego się zakończyć 31 sierpnia 2013 roku (sobota), dniem końca okresu będzie 30 sierpnia 2013 roku (piątek).

1.3. Prezentacja głównych typów instrumentów rynkowych

W tym podrozdziale zaprezentowane zostały główne typy instrumentów pochodnych stopy procentowej spotykane na rynku międzybankowym. Rynkowe notowania tych instrumentów wykorzystywane są w metodykach konstrukcji krzywych stóp procentowych rynku międzybankowego. Część ta zawiera prezentację podstawowych definicji oraz instrumentów do których odnosimy się w dalszej części pracy.

1.3.1. Kontrakt FRA

Procentowy kontrakt forward (*Forward Rate Agreement* - FRA) to transakcja, w której w dacie zawarcia T_0 kontrahenci ustalają określoną stopę procentową K na określony okres $[T_1, T_2]$ w przyszłości (Brigo, Mercurio, 2001, s. 11).

W celu minimalizacji ryzyka kontrahenta w kontraktach FRA nie dochodzi do wymiany kwoty nominalnej. Data rozliczenia transakcji przypada na początek okresu ustalonego

w warunkach kontraktu - T_1 , a wypłata z tytułu kontraktu $CF(FRA)$ wyznaczana jest za pomocą wzoru:

$$CF(FRA) = N \cdot \frac{[L(T_1, T_2) - K] \cdot (T_2 - T_1)}{1 + L(T_1, T_2) \cdot (T_2 - T_1)}, \quad (1.17)$$

gdzie:

- K – zakontraktowana stopa procentowa;
- N - nominal kontraktu;
- $L(T_1, T_2)$ - zaobserwowana w chwili T_1 rynkowa stopa LIBOR na okres $[T_1, T_2]$.

W przypadku, gdy:

- $L(T_1, T_2) > K$, to nabywca kontraktu (posiadający pozycję długą w kontrakcie) otrzymuje wypłatę określoną wzorem (1.17) od sprzedawcy kontraktu (posiadającego pozycję krótką w kontrakcie),
- $L(T_1, T_2) < K$, to nabywca kontraktu płaci wypłatę określoną wzorem (1.17) do sprzedawcy kontraktu.

Transakcje FRA wykorzystywane są w praktyce rynkowej przez banki jako transakcje o charakterze spekulacyjnym pozwalające na zyskiwanie w przypadku zmian krótkoterminowych stóp procentowych rynku pieniężnego (NBP 2010c; NBP 2011a; EBC 2009a; EBC 2010c). Transakcje FRA wykorzystywane są również w praktyce rynkowej jako narzędzie służące do zarządzania ryzykiem stopy procentowej. Wykorzystanie transakcji FRA jako narzędzia zarządzania ryzykiem stopy procentowej prześledzić można na przykładzie następującej hipotetycznej sytuacji.

Przykład 1.1

- 1) Firma chce zapewnić sobie korzystny poziom oprocentowania sześciomiesięcznego depozytu, który chce złożyć za sześć miesięcy od teraz. Przyszłe oprocentowanie depozytu jest uzależnione od kształtowania się stopy WIBOR 6M w przyszłości.
- 2) Firma otwiera pozycję długą w transakcji FRA (nabywca kontraktu) o zakontraktowanej stopie procentowej K . Nominał transakcji N równy jest nominalowi planowanego depozytu.

Zawarcie transakcji FRA pozwala firmie na ustalenie stopy oprocentowania planowego depozytu, zabezpieczając ją tym samym przed ryzykiem stopy procentowej.

Wyprowadzenie wzoru na wartość kontraktu FRA w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu zaprezentował Rebonato (2002, s. 28 - 31). Wycena kontraktu FRA zależy bez-

pośrednio od oszacowania wartości stopy terminowej w kapitalizacji prostej (*forward LIBOR*):

$$F(t, T_1, T_2) = \frac{1}{T_2 - T_1} \left(\frac{P(t, T_1)}{P(t, T_2)} - 1 \right). \quad (1.18)$$

Wartość $FRA(t, T_1, T_2)$ dłuższej pozycji w kontrakcie FRA w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu wyznaczyć można z wykorzystaniem wzoru:

$$FRA(t, T_1, T_2) = N \cdot \frac{[F(t, T_1, T_2) - K]}{1 + F(t, T_1, T_2) \cdot (T_2 - T_1)} \cdot P(t, T_1) \cdot (T_2 - T_1). \quad (1.19)$$

Wyceniając kontrakt FRA w praktyce, należy mieć na uwadze konwencje rynkowe obowiązujące dla tego kontraktu na rynkach poszczególnych walut. Tabela 1.1 prezentuje konwencje rynkowe dla kontraktów FRA dla głównych walut światowych oraz najważniejszych walut regionu.

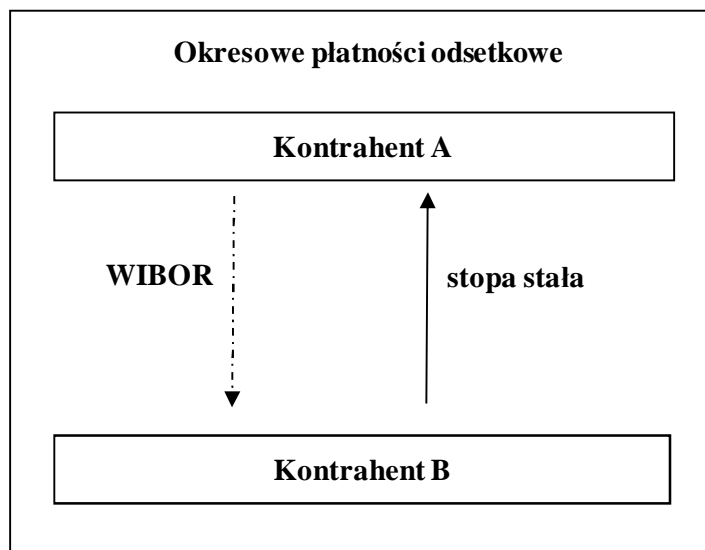
Tabela 1.1 Konwencje rynkowe dla kontraktów FRA dla wybranych walut

Waluta	Konwencja rynkowa
CHF	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: LIBOR CHF 3M, LIBOR CHF 6M; konwencja dni: ACT/360;
EUR	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: EURIBOR 3M, EURIBOR 6M; konwencja dni: ACT/360;
GBP	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: LIBOR GBP 3M, LIBOR GBP 6M; konwencja dni: ACT/365;
JPY	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: LIBOR JPY/ TIBOR 3M, LIBOR JPY/ TIBOR GBP 6M; konwencja dni: ACT/360;
USD	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: LIBOR USD 3M, LIBOR USD 6M; konwencja dni: ACT/360;
PLN	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: WIBOR 1M, WIBOR 3M, WIBOR 6M; konwencja dni: ACT/365;
HUF	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: BUBOR 3M, BUBOR 6M; konwencja dni: ACT/360;
CZK	<ul style="list-style-type: none"> stopa referencyjna: PRIBOR 3M, PRIBOR 6M; konwencja dni: ACT/360;

Źródło: Opracowanie własne

1.3.2. Kontrakt IRS

Kontrakt wymiany procentowej (*Interest Rate Swap* - IRS) zakłada wzajemną wymianę płatności pomiędzy kontrahentami transakcji w jednej walucie. Podstawową cechą kontraktu IRS są okresowe wymiany płatności odsetkowych pomiędzy uczestnikami transakcji. W celu ograniczenia ryzyka kontrahenta w kontraktach IRS nie dochodzi do wymiany nominału transakcji. Schemat płatności przykładowej transakcji IRS dla waluty PLN zaprezentowany został na wykresie 1.1.



Wykres 1.1 Schemat przepływów przykładowej transakcji IRS

Źródło: Opracowanie własne

W ramach kontraktu jeden z kontrahentów płaci odsetki oprocentowane według referencyjnej stopy zmiennej a drugi według ustalonej w kontrakcie stopy stałej. W kontrakcie IRS wyróżnić więc można tak zwaną *nogę zmienną* oraz *nogę stałą*. Płatności odbywają się w ustalonych wcześniej w kontrakcie datach płatności, przy czym częstotliwość oraz liczba płatności na obu nogach nie musi być równa. W dacie płatności T_i wysokość płatność z tytułu *nogi stałej* CF_Fixed wyznaczana jest według wzoru:

$$CF_Fixed = N \cdot (T_i - T_{i-1}) \cdot K, \quad (1.20)$$

gdzie:

- N - nominał kontraktu;
- K – zakontraktowana stała stopa procentowa.

W dacie płatności T_i wysokość płatność z tytułu *nogi zmiennej* CF_Float wyznaczana jest według wzoru:

$$CF_floating = N \cdot (T_i - T_{i-1}) \cdot L(T_{i-1}, T_i), \quad (1.21)$$

gdzie:

- N - nominal kontraktu;
- $L(T_{i-1}, T_i)$ - rynkowa stopa referencyjna za okres (T_{i-1}, T_i) .

W przypadku, gdy kontrahent transakcji IRS płaci odsetki wyliczone według stopy stałej, zajmuje on długą pozycję w kontrakcie IRS (*Payer IRS*). W sytuacji odwrotnej, kiedy to płaci odsetki wyliczone według rynkowej stopy LIBOR, zajmuje krótką pozycję w kontrakcie IRS (*Receiver IRS*) (Brigo, Mercurio, 2001, s. 14).

W praktyce rynkowej transakcje IRS wykorzystywane są głównie jako narzędzie zarządzania ryzykiem stopy procentowej. Wykorzystanie transakcji IRS jako narzędzia zarządzania ryzykiem stopy procentowej prześledzić można na przykładzie następującej hipotetycznej sytuacji.

Przykład 1.2

- 1) Firma pozyskała finansowanie w walucie krajowej poprzez emisję obligacji opartych o zmienną stopę referencyjną.
- 2) Chcąc zabezpieczyć ryzyko stopy procentowej, firma zawiera transakcję IRS w celu zamiany płatności kalkulowanych na bazie zmiennej stopy referencyjnej [L] na płatności kalkulowane na bazie stopy stałej [K]. Nominał transakcji równy jest nominalowi wyemitowanych obligacji [N].

Schemat przepływów związanych z przykładem 1.2 zaprezentowany został w tabeli 1.2.

Tabela 1.2 Schemat przepływów dla przykładu 1.2

Przepływy	Data zawarcia	Przepływy odsetkowe	Data zapadalności
Przepływy łącznie	N	$-K \cdot N \cdot (T_i - T_{i-1})$	$-N$
- emisja obligacji	N	$-L \cdot N \cdot (T_i - T_{i-1})$	$-N$
- transakcja IRS	0	$L \cdot N \cdot (T_i - T_{i-1}) - K \cdot N \cdot (T_i - T_{i-1})$	0

Źródło: Opracowanie własne

Emisja obligacji o oprocentowaniu zmiennym połączona z wykorzystaniem transakcji IRS pozwala więc na stworzenie syntetycznej obligacji o oprocentowaniu stałym równym stopie stałej transakcji IRS.

Wykorzystując wzór (1.18) na stopę terminową w kapitalizacji prostej, można wyrazić wartość $IRS(t)$ długiej pozycji w kontrakcie IRS w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu za pomocą formuły:

$$IRS(t) = PV _ floating(t) - PV _ fixed(t). \quad (1.22)$$

Wartość *nogi stałej* kontraktu IRS w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu można wyznaczyć wykorzystując wzór:

$$PV _ fixed(t) = N \cdot K \cdot \sum_{i=1}^L [(T_i - T_{i-1}) \cdot P(t, T_i)]. \quad (1.23)$$

gdzie:

- L – liczba płatności *nogi stałej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_L .

Wartość *nogi zmiennej* kontraktu IRS w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu można wyznaczyć wykorzystując wzór:

$$PV _ floating(t) = N \cdot \sum_{j=1}^M [(T_j - T_{j-1}) \cdot P(t, T_j) \cdot F(t, T_{j-1}, T_j)]. \quad (1.24)$$

gdzie:

- M – liczba płatności *nogi zmiennej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_L = T_M$).

Wykorzystując wzór (1.22) można wyznaczyć tzw. stopę terminową kontraktu wymiany procentowej (*forward swap rate*). Definiowana jest ona jako stała stopa ustalana w kontrakcie dla której wartość kontraktu wymiany procentowej o płatnościach następujących w momentach $T_1, \dots, T_L = T_M$ jest w chwili t równa zero (Brigo, Mercurio, 2001, s.15). Wyraża się wzorem:

$$K(t, T_L, T_M, L, M) = \frac{\sum_{j=1}^M [(T_j - T_{j-1}) \cdot P(t, T_j) \cdot F(t, T_{j-1}, T_j)]}{\sum_{i=1}^L [(T_i - T_{i-1}) \cdot P(t, T_i)]}. \quad (1.25)$$

Wyceniając kontrakt IRS w praktyce, należy mieć na uwadze konwencje rynkowe obowiązujące dla tego kontraktu na rynkach poszczególnych walut. Tabela 1.3 prezentuje konwencje rynkowe dla kontraktów IRS dla głównych walut światowych oraz najważniejszych walut regionu.

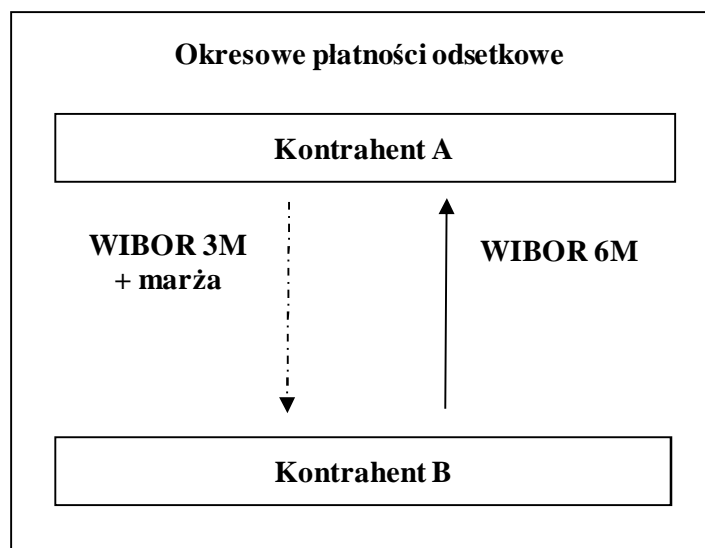
Tabela 1.3 Konwencje rynkowe dla kontraktów IRS dla wybranych walut

Waluta	Stopa referencyjna rynku pieniężnego	Stopy stała kontraktu IRS
CHF	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: 30/360;• częstotliwości płatności: roczna;
EUR	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: 30/360;• częstotliwości płatności: roczna;
GBP	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/365;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/365;• częstotliwości płatności: półroczna;
JPY	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/365;• częstotliwości płatności: półroczna;
USD	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;• częstotliwości płatności: roczna;
PLN	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/365;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/ACT;• częstotliwości płatności: roczna;
HUF	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/365;• częstotliwości płatności: roczna;
CZK	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;	<ul style="list-style-type: none">• konwencja dni: ACT/360;• częstotliwości płatności: roczna;

Źródło: Opracowanie własne

1.3.3. Kontrakt TBS

Transakcja *tenor basis swap* (TBS) to transakcja, w której uczestnicy wymieniają płatności odsetkowe w jednej walucie naliczane według różnych stóp referencyjnych, na przykład WIBOR 3M oraz WIBOR 6M, przy czym jedna ze stóp zmodyfikowana jest o odpowiednią marżę. Transakcję *tenor basis swap* traktować więc można jak złożenie dwóch obligacji o oprocentowaniu zmiennym, przy czym cechą charakterystyczną transakcji *tenor basis swap* jest brak wymiany nominału transakcji. Kontrahenci transakcji wymieniają wyłącznie płatności odsetkowe, których wysokość wyznaczana jest na podstawie odpowiednich stóp referencyjnych ustalonych w warunkach transakcji. Schemat płatności przykładowej transakcji TBS zaprezentowany został na wykresie 1.2.



Wykres 1.2 Schemat przepływów przykładowej transakcji TBS

Źródło: Opracowanie własne

Praktyką rynkową jest doliczanie marży do nogi transakcji TBS o większej częstotliwości płatności. Na przykład w przypadku transakcji TSB wymieniającej stopę WIBOR 3M na WIBOR 6M marża doliczona zostanie do płatności opartych o stopę WIBOR 3M.

W przypadku transakcji TBS wymianie podlegają płatności odsetkowe ustalone w oparciu o przyszłe, nieznanne w momencie zawarcia transakcji, wartości stóp referencyjnych rynku międzybankowego. W związku z tym transakcja TBS nie może być narzędziem zarządzania ryzykiem stopy procentowej. W praktyce rynkowej transakcje TBS wykorzystywane są głównie przez banki jako narzędzie zarządzania ryzykiem części portfela bankowego o oprocentowaniu zmiennym (Flavell, 2006, s. 137). Wykorzystanie transakcji TBS jako narzędzia zarządzania ryzykiem części portfela bankowego o oprocentowaniu zmiennym prześledzić można na przykładzie następującej hipotetycznej sytuacji.

Przykład 1.3

- 1) Bank posiada portfel kredytów o oprocentowaniu zmiennym ustalonym na bazie trzymiesięcznej referencyjnej stopy procentowej.
- 2) Bank finansuje akcję kredytową za pomocą portfela depozytów o oprocentowaniu zmiennym ustalonym na bazie jednomiesięcznej referencyjnej stopy procentowej.
- 3) Bank postanawia zarządzać ryzykiem wynikającym z różnych okresów zapadalności stopy referencyjnej dla portfela kredytów oraz depozytów poprzez zawarcie transakcji *tenor basis swap* w której płaci płatności ustalane według trzymiesięcznej referencyjnej stopy procentowej w zamian za co otrzymuje płatności ustalane według jednomiesięcznej referencyjnej stopy procentowej zmodyfikowane o marżę transakcji TBS.

Wykorzystanie transakcji TBS pozwala więc na dopasowanie stóp referencyjnych portfela kredytów oraz depozytów. Dodatkowym kosztem związanym z wykorzystaniem transakcji TBS jako narzędzia zarządzania ryzykiem części portfela bankowego o oprocentowaniu zmiennym jest marża transakcji TBS.

Przy założeniu, że inwestor otrzymuje płatności odsetkowe modyfikowane o wartość marży kontraktu, można wyznaczyć wartość $TBS(t)$ pozycji w kontrakcie TBS w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu za pomocą formuły:

$$TBS(t) = N \cdot \sum_{j=1}^M [(T_j - T_{j-1}) \cdot P(t, T_j) \cdot (F(t, T_{j-1}, T_j) + m)] - N \cdot \sum_{i=1}^L [(T_i - T_{i-1}) \cdot P(t, T_i) \cdot F(t, T_{i-1}, T_i)], \quad (1.26)$$

gdzie:

- N – nominal transakcji;
- m - ustalona marża transakcji TBS;
- L – liczba płatności płaconych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_L ;
- M – liczba płatności otrzymywanych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_L=T_M$).

Wyceniając kontrakt TBS w praktyce należy mieć na uwadze konwencje rynkowe obowiązujące dla tego kontraktu na rynkach poszczególnych walut. Konwencje rynkowe dla transakcji TBS są analogiczne do konwencji dla transakcji FRA oraz nogi zmiennej kontraktu IRS.

1.3.4. Kontrakt OIS

Transakcja *overnight indexed swap* (OIS) to transakcja polegająca na wymianie płatności odsetkowych pomiędzy kontrahentami transakcji, z których jeden płaci płatności których wysokość wyznaczana jest na bazie zakontraktowanej stopy stałej. Płatności drugiego uczestnika wyznaczone są jako średnia z ustalonej dla danej waluty stopy *overnight*. Przykładowo dla waluty PLN jest to indeks POLONIA, dla waluty EUR indeks EONIA. W celu ograniczenia ryzyka kontrahenta w kontraktach OIS nie dochodzi do wymiany kwoty nominalnej kontraktu. Transakcje OIS w większości przypadków charakteryzują się krótkimi terminami zapadalności nie przekraczającymi jednego roku (Flavell, 2006, s. 131 - 134). Podobnie jak w przypadku transakcji IRS w transakcjach OIS wyróżnić można *nogę stałą* oraz *nogę zmien-*

nq. Płatności odbywają się w ustalonych wcześniej w kontrakcie datach płatności. W dacie płatności T_i wysokość płatność z tytułu *nogi stałej* CF_fixed wyznaczana jest według wzoru:

$$CF_fixed = N \cdot (T_i - T_{i-1}) \cdot K, \quad (1.27)$$

gdzie:

- N - nominal kontraktu;
- K - zakontraktowana stała stopa procentowa.

W dacie płatności T_i wysokość płatność z tytułu *nogi zmiennej* $CF_floating$ wyznaczana jest według wzoru:

$$CF_floating = N \cdot \prod_{i=1}^M [1 + L_ON(T_{i-1}, T_i) \cdot (T_i - T_{i-1})], \quad (1.28)$$

gdzie:

- N - nominal kontraktu;
- $L_ON(T_{i-1}, T_i)$ - rynkowa stopa *overnight* za okres (T_{i-1}, T_i) ;
- M - liczba dni roboczych w których ustalany jest poziom rynkowej stopy *overnight* w analizowanym okresie odsetkowym.

Należy zwrócić uwagę, że w przypadku transakcji OIS o terminie zapadalności do jednego roku występuje tylko jedna płatność odsetkowa w dacie rozliczenia transakcji.

W praktyce rynkowej transakcje OIS pełnią rolę zbliżoną do kontraktów IRS i wykorzystywane są głównie przez banki jako narzędzie zarządzania ryzykiem stopy procentowej dla krótkich terminów zapadalności.

Wartość $OIS(t)$ długiej pozycji w kontrakcie OIS w dowolnej chwili t do daty zapadalności kontraktu wyznaczyć można z wykorzystaniem formuły:

$$OIS(t) = PV_floating(t) - PV_fixed(t). \quad (1.29)$$

Wartość *nogi stałej* kontraktu OIS, przy założeniu jednej płatności *nogi stałej*, w dowolnej chwili t można wyznaczyć wykorzystując wzór:

$$PV_fixed(t) = N \cdot K \cdot (T_M - T_1) \cdot P(t, T_M). \quad (1.30)$$

Wartość *nogi zmiennej* kontraktu OIS, przy założeniu jednej płatności *nogi zmiennej*, w dowolnej chwili t można wyznaczyć wykorzystując wzór:

$$PV_{floating}(t) = N \cdot \prod_{j=1}^M \left\{ \left[1 + F(t, T_{j-1}, T_j) \right] \cdot (T_j - T_{j-1}) \cdot P(t, T_j) \right\}. \quad (1.31)$$

Wyceniając kontrakt OIS w praktyce, należy mieć na uwadze konwencje rynkowe obowiązujące dla tego kontraktu na rynkach poszczególnych walut. Tabela 1.4 prezentuje konwencje rynkowe dla kontraktów OIS dla głównych walut światowych oraz najważniejszych walut regionu.

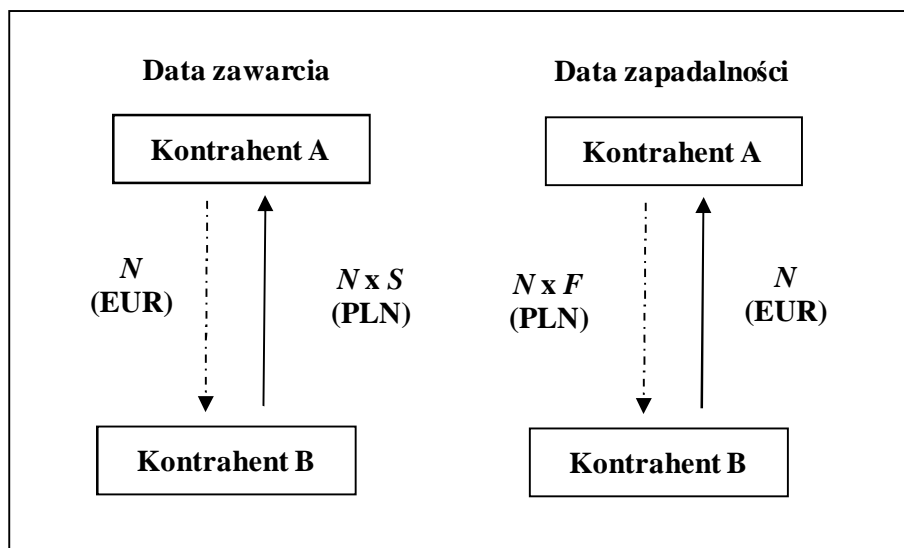
Tabela 1.4 Konwencje rynkowe dla kontraktów OIS dla wybranych walut

Waluta	Stopa referencyjna rynku pieniężnego	Stopy stała kontraktu OIS
CHF	<ul style="list-style-type: none"> indeks <i>overnight</i>: TOIS; konwencja dni: ACT/360; 	<ul style="list-style-type: none"> konwencja dni: ACT/360; częstotliwości płatności: zgodna z datą zapadalności (transakcje do 1 roku); roczna (transakcje powyżej 1 roku);
EUR	<ul style="list-style-type: none"> indeks <i>overnight</i>: EONIA; konwencja dni: ACT/360; 	<ul style="list-style-type: none"> konwencja dni: ACT/360; częstotliwości płatności: zgodna z datą zapadalności (transakcje do 1 roku); roczna (transakcje powyżej 1 roku);
GBP	<ul style="list-style-type: none"> indeks <i>overnight</i>: SONIA; konwencja dni: ACT/365; 	<ul style="list-style-type: none"> konwencja dni: ACT/365; częstotliwości płatności: zgodna z datą zapadalności (transakcje do 1 roku); roczna (transakcje powyżej 1 roku);
JPY	<ul style="list-style-type: none"> indeks <i>overnight</i>: TONAR/Mutan; konwencja dni: ACT/360; 	<ul style="list-style-type: none"> konwencja dni: ACT/365; częstotliwości płatności: zgodna z datą zapadalności (transakcje do 1 roku); roczna (transakcje powyżej 1 roku);
USD	<ul style="list-style-type: none"> indeks <i>overnight</i>: Fed Fund; konwencja dni: ACT/360; 	<ul style="list-style-type: none"> konwencja dni: ACT/360; częstotliwości płatności: zgodna z datą zapadalności (transakcje do 1 roku); roczna (transakcje powyżej 1 roku);
PLN	<ul style="list-style-type: none"> indeks <i>overnight</i>: POLONIA; konwencja dni: ACT/365; 	<ul style="list-style-type: none"> konwencja dni: ACT/365; częstotliwości płatności: zgodna z datą zapadalności (transakcje do 1 roku); roczna (transakcje powyżej 1 roku);

Źródło: Opracowanie własne

1.3.5. Kontrakt *fx swap*

Transakcje *fx swap* są głównym narzędziem wykorzystywanym przez instytucje finansowe w celu pozyskiwania finansowania w walucie obcej (Baba, Packer, Nagano 2008, s. 75). Schemat płatności przykładowej transakcji *fx swap* dla pary walutowej EUR/PLN o nominale N euro, przy założeniu walutowego kursu *spot* na poziomie S oraz walutowego kursu terminowego transakcji ustalonego na poziomie F zaprezentowany został na wykresie 1.3.



Wykres 1.3 Schemat przepływów przykładowej transakcji *fx swap*

Źródło: Opracowanie własne

Koszt pozyskania finansowania w walucie obcej z wykorzystaniem transakcji *fx swap* równy jest różnicy $F - S$ pomiędzy ustalonym walutowym kursem terminowym F oraz walutowym kursem *spot* S . Jedną z metod pozwalających na wyznaczenie wartości walutowego kursu terminowego jest wykorzystanie wzoru bazującego na parytecie stóp procentowych (Weron, Weron 2005, s. 87):

$$F(t, T) = S(t) \cdot \frac{1 + (T - t) \cdot R_d(t, T)}{1 + (T - t) \cdot R_f(t, T)}, \quad (1.32)$$

gdzie:

- S – aktualny kurs walutowy *spot* określony jako wartość jednostki waluty zagranicznej wyrażona w jednostkach waluty krajowej;
- F – walutowy kurs terminowy określony jako wartość jednostki waluty zagranicznej wyrażona w jednostkach waluty krajowej;
- T – wyrażony w latach termin zapadalności transakcji *fx swap*;

- $R_d(t, T)$ – stopa procentowa w kapitalizacji prostej dla waluty krajowej dla terminu zapadalności transakcji *fx swap*;
- $R_f(t, T)$ – stopa procentowa w kapitalizacji prostej dla waluty zagranicznej dla terminu zapadalności transakcji *fx swap*.

Walutowy kurs terminowy wyrazić też można za pomocą ilorazu cen obligacji zerokuponowych o terminie zapadalności T dla waluty krajowej oraz zagranicznej (por. np. Kenyon, Stamm, 2012, s. 10):

$$F(t, T) = S(t) \cdot \frac{P_f(t, T)}{P_d(t, T)}, \quad (1.33)$$

gdzie:

- $P_d(t, T)$ – cena obligacji zerokuponowej dla waluty krajowej;
- $P_f(t, T)$ – cena obligacji zerokuponowej dla waluty zagranicznej.

Standardem rynkowym jest kwotowanie transakcji *fx swap* w postaci tak zwanych punktów swapowych (*swap points*) czyli wyrażonej w punktach bazowych różnicy pomiędzy walutowym kursem terminowym a aktualnym walutowym kursem spot dla danej waluty:

$$F_{mkt}(t, T) = S(t) + Swp(t, T), \quad (1.34)$$

gdzie:

- $F_{mkt}(t, T)$ – rynkowy walutowy kurs terminowy dla terminu zapadalności T ;
- $Swp(t, T)$ – rynkowe kwotowania punktów swapowych dla terminu zapadalności T .

Wartość punktów swapowych dla poszczególnych terminów zapadalności jest pochodną parytetu stóp procentowych dla poszczególnych walut oraz rynkowej gry popytu i podaży na rynku transakcji *fx swap*. Wzrost popytu powoduje wzrost kwotowań punktów swapowych powodując w rezultacie wyższy koszt pozyskiwania finansowania w walucie zagranicznej z wykorzystaniem transakcji *fx swap*.

Wartość długiej pozycji $FX(t, T)$ w walutowej transakcji terminowej w dowolnej chwili t o dacie zapadalności $T > t$ można wyznaczyć wykorzystując wzór:

$$FX(t, T) = [F(t, T) - K] \cdot N \cdot P_d(t, T), \quad (1.35)$$

gdzie:

- $F(t, T)$ – rynkowy walutowy kurs terminowy dla daty zapadalności T określony jako wartość jednostki waluty zagranicznej wyrażona w jednostkach waluty krajowej;
- K – zakontraktowany walutowy kurs terminowy, określony jako wartość jednostki waluty zagranicznej wyrażona w jednostkach waluty krajowej;
- N – nominal transakcji w walucie zagranicznej.

1.3.6. Kontrakt CIRS

Transakcja swap walutowo – procentowy (*Cross Currency Interest Rate Swap* - CIRS) polega na wzajemnej wymianie kwot kapitału oraz płatności odsetkowych w różnych walutach pomiędzy dwoma partnerami transakcji (Beeck, Binkowski, 1998, s. 58). Transakcję CIRS rozumieć też można jako złożenie dwóch syntetycznych pożyczek w walutach obcych udzielanych sobie wzajemnie przez uczestników transakcji (Flavell, 2006, s. 2). W ramach transakcji CIRS wyróżnić więc można jej trzy podstawowe elementy:

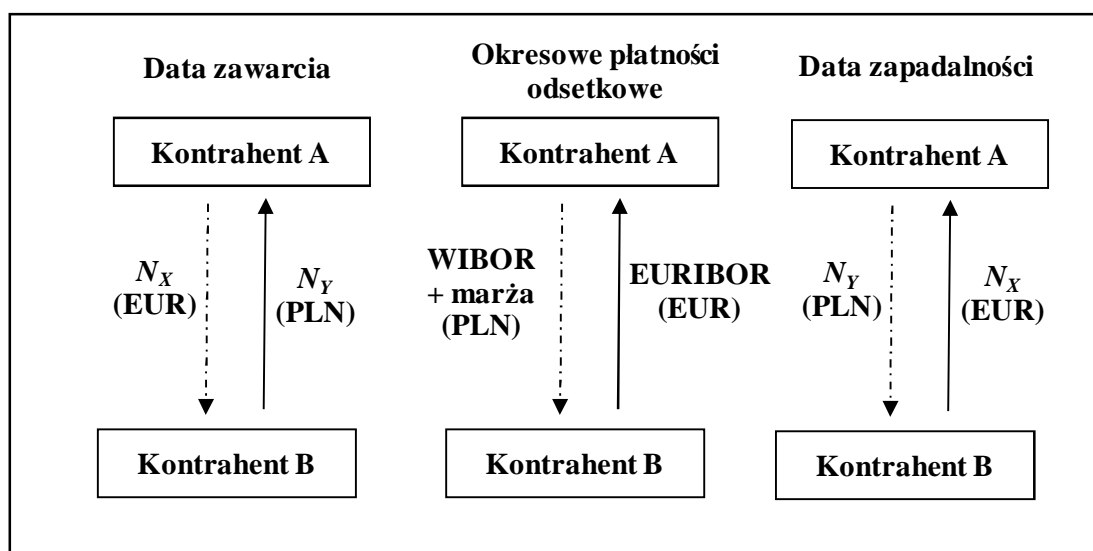
- 1) W dacie zawarcia – wzajemna wymiana uzgodnionych nominalów transakcji;
- 2) W okresie życia transakcji – wzajemna wymiana płatności odsetkowych od nominalów transakcji;
- 3) W dacie zapadalności – zwrot uzgodnionych nominalów transakcji.

Podstawową cechą kontraktu CIRS są okresowe wymiany płatności odsetkowych pomiędzy uczestnikami transakcji. W zależności od stosowanej konwencji oprocentowania poszczególnych nóg transakcji wyróżnić można trzy główne typy kontraktów CIRS:

- 1) Kontrakty, w których uczestnicy wymieniają płatności odsetkowe naliczane według stopy stałej (*Fixed to Fixed Cross Currency Swap*). W literaturze ten typ kontraktów uważany jest za odpowiednik długoterminowych transakcji *fx swap* (m.in. Flavell, 2006, s. 234; Clark, 2011, s. 245-246).
- 2) Kontrakty, w których jeden z uczestników płaci płatności odsetkowe naliczane według stopy stałej, w zamian za co otrzymuje płatności naliczane według stopy zmiennej (*Fixed to Floating Cross Currency Swap*). Transakcje tego typu zawierane są w dużej mierze przez przedsiębiorstwa z bankami, ponieważ stanowią one narzędzie zabezpieczenia ryzyka walutowego oraz ryzyka stopy procentowej związanego z finansowaniem pozyskiwanym w walucie obcej (Flavell, 2006, s. 224).
- 3) Kontrakty, w których uczestnicy wymieniają płatności odsetkowe naliczane na podstawie referencyjnych stóp zmiennych takich jak na przykład WIBOR, EURIBOR (*Cross Currency Basis Swap*, CCBS).

Transakcja CCBS stanowi podtyp transakcji CIRS, w której uczestnicy wymieniają płatności bazujące na określonych w warunkach transakcji stopach referencyjnych, przy czym jedna ze stóp modyfikowana jest o marżę transakcji CCBS. Wykorzystując transakcję CCBS oraz transakcję IRS replikować można dowolny z zaprezentowanych wcześniej typów transakcji CIRS. Przykładowo, chcąc uzyskać transakcję CIRS, w której otrzymywane są płatności naliczane według stopy stałej w walucie X oraz płacone przepływy naliczane według stopy zmiennej w walucie Y należy złożyć ze sobą transakcję CCBS w której otrzymywane są płatności naliczane według stopy zmiennej w walucie X oraz płacone przepływy naliczane według stopy zmiennej w walucie Y oraz transakcję IRS w walucie X w której otrzymywane są płatności naliczane według stopy stałej oraz płacone przepływy naliczane według stopy zmiennej.

Schemat płatności przykładowej transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN, o nominale N_X euro oraz N_Y złotych zaprezentowany został na wykresie 1.4.



Wykres 1.4 Schemat przepływów przykładowej transakcji CCBS

Źródło: Opracowanie własne

Transakcja CCBS nie może być wykorzystywana jako narzędzie zarządzania ryzykiem stopy procentowej ponieważ wymianie w niej podlegają płatności odsetkowe ustalone w oparciu o przyszłe, nieznanne w momencie zawarcia transakcji, wartości stóp referencyjnych. Instytucje finansowe wykorzystują jednak transakcje CCBS jako narzędzie pozwalające na pozyskiwanie finansowania w walutach obcych oraz zarządzanie ryzykiem walutowym związanym z pozyskanym źródłem finansowania (Fruchard, Zammouri, Willems, 1995, s. 70).

Przy założeniu, że inwestor otrzymuje płatności odsetkowe w walucie X modyfikowane o wartość marży kontraktu, można wyznaczyć wartość $CCBS_X(t)$ pozycji w kontrakcie CCBS w dowolnej chwili t przed datą zapadalności kontraktu za pomocą formuły:

$$CCBS_X(t) = N_X \cdot \left\{ -1 + \sum_{i=1}^M [(F_X(t, T_{i-1}, T_i) + b) \cdot (T_i - T_{i-1}) \cdot P_X(t, T_i)] + P_X(t, T_M) \right\} - N_Y \cdot S_{Y/X} \cdot \left\{ -1 + \sum_{j=1}^L [F_Y(t, T_{j-1}, T_j) \cdot (T_j - T_{j-1}) \cdot P_Y(t, T_j)] + P_Y(t, T_M) \right\}, \quad (1.36)$$

gdzie:

- b – ustalona marża transakcji CCBS;
- $P_X(t, T)$ – cena obligacji zerokuponowej w walucie X ;
- $P_Y(t, T)$ – cena obligacji zerokuponowej w walucie Y ;
- $F_X(t, T_{i-1}, T_i)$ – stopa terminowa w kapitalizacji prostej w walucie X ;
- $F_Y(t, T_{j-1}, T_j)$ – stopa terminowa w kapitalizacji prostej w walucie Y ;
- N_Y – nominal transakcji w walucie Y ;
- N_X – nominal transakcji w walucie X ;
- $S_{Y/X}(t)$ – rynkowy kurs waluty określony jako wartość jednostki waluty Y wyrażona w jednostkach waluty X ;
- L – liczba płatności płaconych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_L ;
- M – liczba płatności otrzymywanych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_L = T_M$).

Wyceniając kontrakt CCBS w praktyce, należy mieć na uwadze konwencje rynkowe dla poszczególnych typów instrumentów. Konwencje rynkowe dla transakcji CCBS są analogiczne jak w przypadku konwencji dla transakcji FRA oraz IRS w poszczególnych walutach.

Podsumowanie

W tym rozdziale zaprezentowany został opis najważniejszych pojęć, konwencji rynkowych oraz typów instrumentów finansowych spotykanych na rynku międzybankowym stopy procentowej. Wprowadzone zostały między innymi podstawowe pojęcia z matematyki finansowej wykorzystywane w literaturze przedmiotu do opisu zagadnień związanych z modelowaniem stopy procentowej. Zwrócono uwagę na znaczenie zagadnień związanych z rodzajami kapitalizacji oraz konwencjami rynkowymi, jako mającymi bezpośredni wpływ na obserwowane na rynku notowania poszczególnych typów instrumentów. Opisano również podstawowe typy instrumentów pochodnych stopy procentowej spotykane na rynku międzybankowym. Przedstawione informacje stanowią bazę do dalszych rozważań prezentowanych w niniejszej pracy. Znajomość specyfiki funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej pozwala na lepsze zrozumienie czynników wpływających na wybór metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego.

2. Konstrukcja krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego

W celu wyznaczenia wartości godziwej w chwili t dowolnego instrumentu finansowego dostępnego na rynku międzybankowym, konieczne jest oszacowanie wartości obecnej wszystkich przepływów pieniężnych związanych z analizowanym instrumentem. Ponieważ w zależności od typu instrumentu przyszłe przepływy pieniężne są albo znane (jak w przypadku obligacji o oprocentowaniu stałym bądź płatności wyznaczanych na bazie zakontraktowanej stopy stałej w kontrakcie IRS), albo można je estymować za pomocą odpowiedniego modelu finansowego (jak w przypadku opcji), jedną z kluczowych kwestii związanych z wyceną instrumentów finansowych staje się zagadnienie konstrukcji odpowiedniej dla danego typu instrumentu krzywej terminowej stóp procentowych. Wykorzystując krzywą terminową stóp procentowych wyznaczyć można czynniki dyskontowe dla terminów zapadalności oczekiwanych przepływów pieniężnych związanych z analizowanym instrumentem, a w konsekwencji wartość godziwą całego instrumentu.

W niniejszym rozdziale omówione zostały główne koncepcje związane z konstrukcją krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego. Zaprezentowano najważniejsze, spotykane w literaturze, teorie krzywej terminowej stóp procentowych. Omówione zostały zagadnienia związane z problemem wyboru instrumentów finansowych wykorzystywanych w konstrukcji krzywej oraz przedstawiono zalety oraz wady głównych klas, spotykanych w literaturze, metodyk tworzenia krzywej terminowej stóp procentowych. Przedstawione w tym rozdziale rozważania ilustrowane są przez przykłady z polskiego rynku międzybankowego oraz rynku waluty euro.

2.1. Podstawowe definicje oraz koncepcje

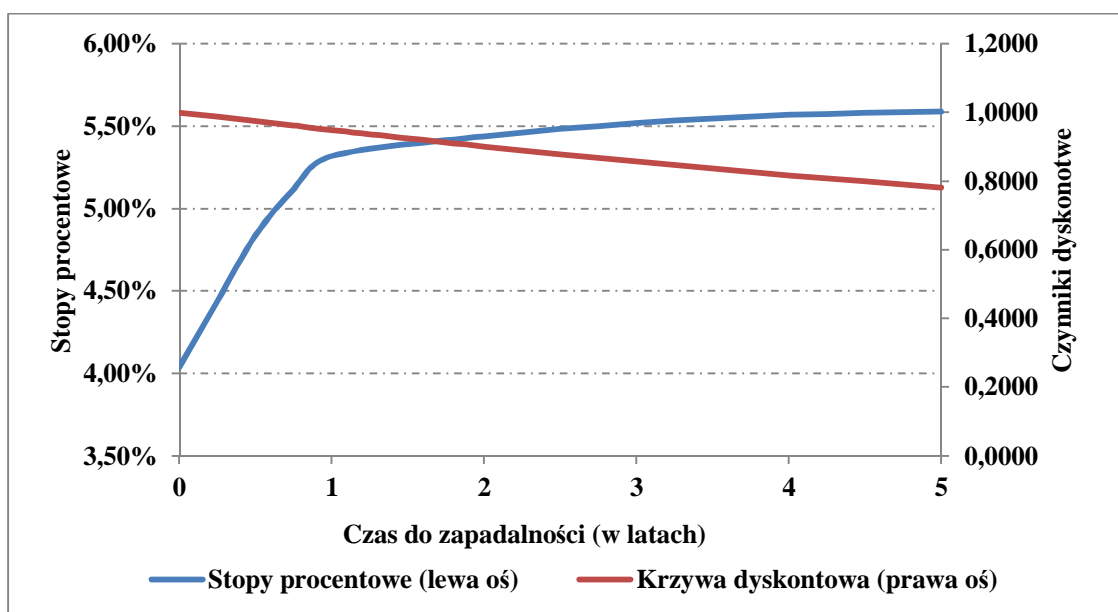
Struktura (krzywa) terminowa stóp procentowych definiowana jest najczęściej jako zależność stóp zwrotu wolnych od ryzyka obligacji zerokuponowych od ich terminu do wykupu, czyli od długości okresu inwestycji (Weron, Weron, 2005, s. 203). Ponieważ w niniejszej pracy koncentrujemy się na rynku międzybankowym, stopy zwrotu wolnych od ryzyka obligacji zerokuponowych rozumiane są jako stopy zwrotu instrumentów finansowych występujących na rynku międzybankowym. Graficzną reprezentacją struktury terminowej stóp procentowych jest krzywa dochodowości (Świętoń, 2002, s. 15).

Wykorzystując strukturę terminową stóp procentowych wyznaczyć można tak zwaną krzywą dyskontową. Krzywa dyskontowa prezentuje zależność czynników dyskontowych od czasu. Krzywa dyskontowa dla chwili t jest funkcją daną zależnością (Brigo, Mercurio, 2001, s.10):

$$T \mapsto P(t,T), \quad T > t. \quad (2.1)$$

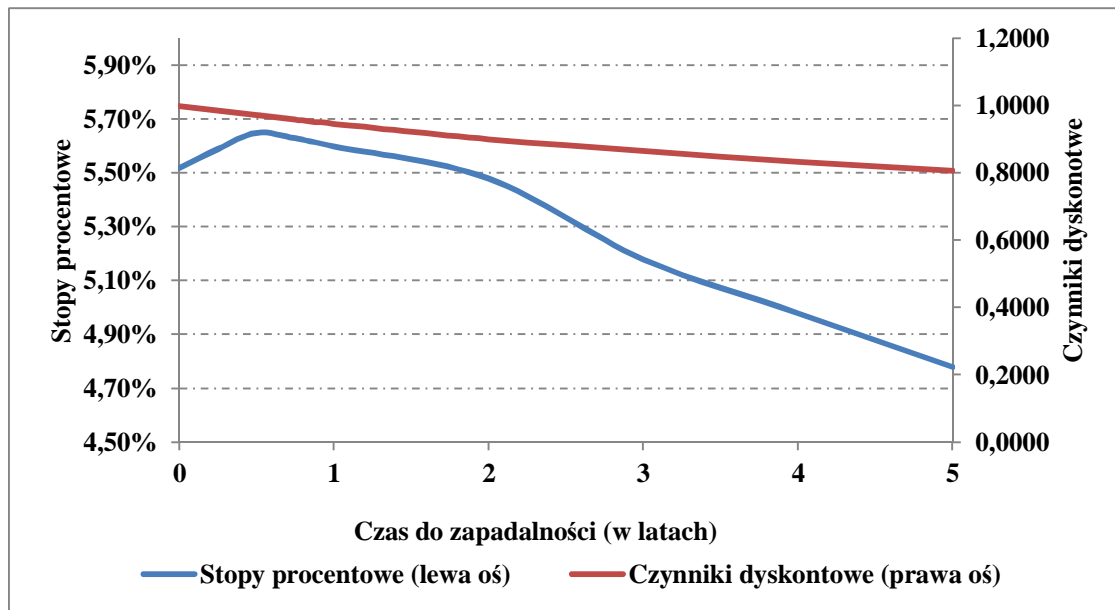
Wykorzystanie zaprezentowanej w rozdziale 1 definicji stopy natychmiastowej pozwala zauważyć, że krzywą dyskontową wyznaczyć można przekształcając strukturę terminową stóp procentowych. Zależność ta, połączona z faktem, że nominalne stopy procentowe są na większości rynków dodatnie, powoduje, że krzywa dyskontowa jest ciągłą, malejącą funkcją przyjmującą wartości na przedziale $(0,1]$ (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 230). Jednocześnie wykorzystując zależność (1.7) zauważyć można, że $P(t,t) = 1$.

Na wykresach 2.1 oraz 2.2 zaprezentowana została przykładowa krzywa dyskontowa wraz z odpowiadającą jej strukturą terminową stóp procentowych w przypadku rosnących oraz malejących poziomów stóp procentowych w miarę wzrostu czasu do zapadalności.



Wykres 2.1 Krzywa dyskontowa w przypadku rosnącej struktury terminowej stóp procentowych

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 2.2 Krzywa dyskontowa w przypadku malejącej struktury terminowej stóp procentowych

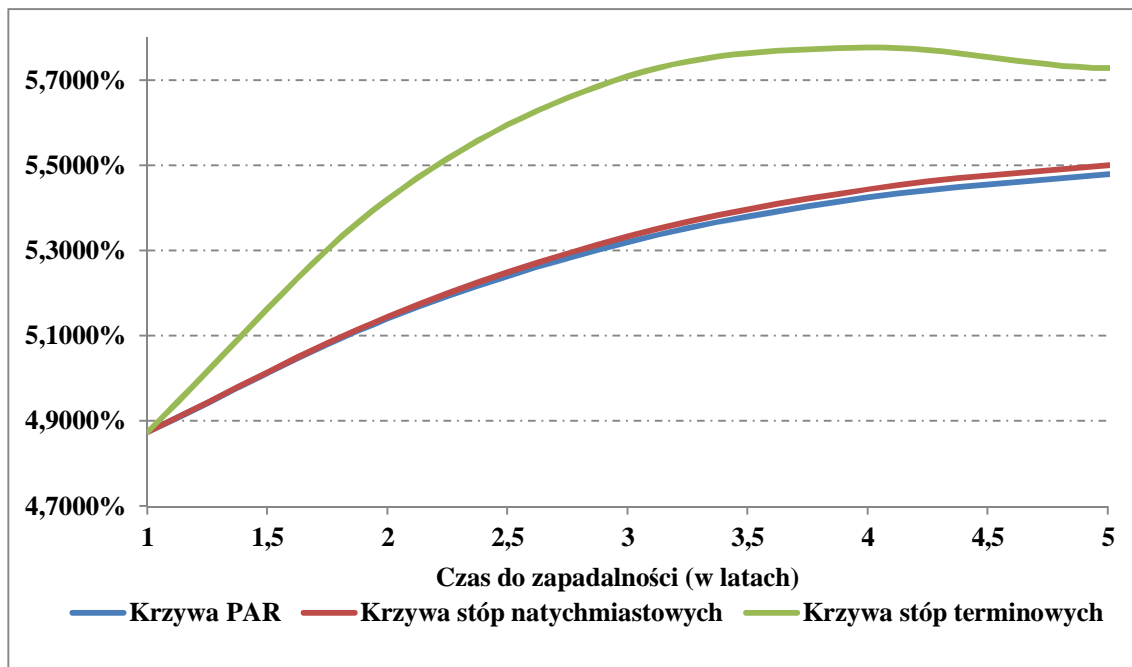
Źródło: Opracowanie własne

W zależności od rodzaju analizowanej stopy procentowej (na przykład stopy natychmiastowej lub stopy terminowej) mówić można o różnych strukturach terminowych stóp procentowych, a co za tym idzie wyróżnić można różne rodzaje krzywych dochodowości. Do najważniejszych typów krzywych należą (Jajuga, 2005, s. 5):

- a) **Krzywa stóp natychmiastowych** (*spot yield curve*) - jest to najważniejszy rodzaj krzywej. Przedstawia ona zależność pomiędzy stopą zwrotu z inwestycji w wolną od ryzyka obligację zerokuponową (stopą natychmiastową) a terminem jej wykupu.
- b) **Krzywa stóp terminowych** (*forward yield curve*) przedstawia zależność pomiędzy stopami terminowymi a terminami realizacji kontraktów *forward*. Wyznacza się ją zazwyczaj na podstawie krzywej stóp natychmiastowych. Teoretycznie dla każdego terminu realizacji można wyznaczyć dowolną liczbę krzywych stóp terminowych.
- c) **Krzywa stóp zwrotu z instrumentów rynku pieniężnego wycenianych według wartości nominalnej** (*par yield curve*) przedstawia zależność pomiędzy stopami zwrotu z instrumentów rynku pieniężnego wycenianych według wartości nominalnej a ich terminami zapadalności.

W przypadku gdy krzywa stóp zwrotu z instrumentów rynku pieniężnego wycenianych według wartości nominalnej jest rosnąca, znajduje się ona zawsze poniżej krzywej stóp natychmiastowych. Dzieje się tak, ponieważ w przypadku niektórych instrumentów rynku pieniężnego część płatności ma miejsce przed terminem wykupu, co wpływa na stopę zwrotu z tych instrumentów. W przypadku gdy krzywa stóp natychmiastowych jest rosnąca, znajduje

się ona zawsze poniżej krzywej stóp terminowych. Przedstawione zależności są odwrotne w przypadku gdy krzywe są malejące. Wykres 2.3 prezentuje zależności pomiędzy poszczególnymi typami krzywych stóp procentowych dla przykładowych danych z polskiego rynku międzybankowego na dzień 17 maja 2011 roku.



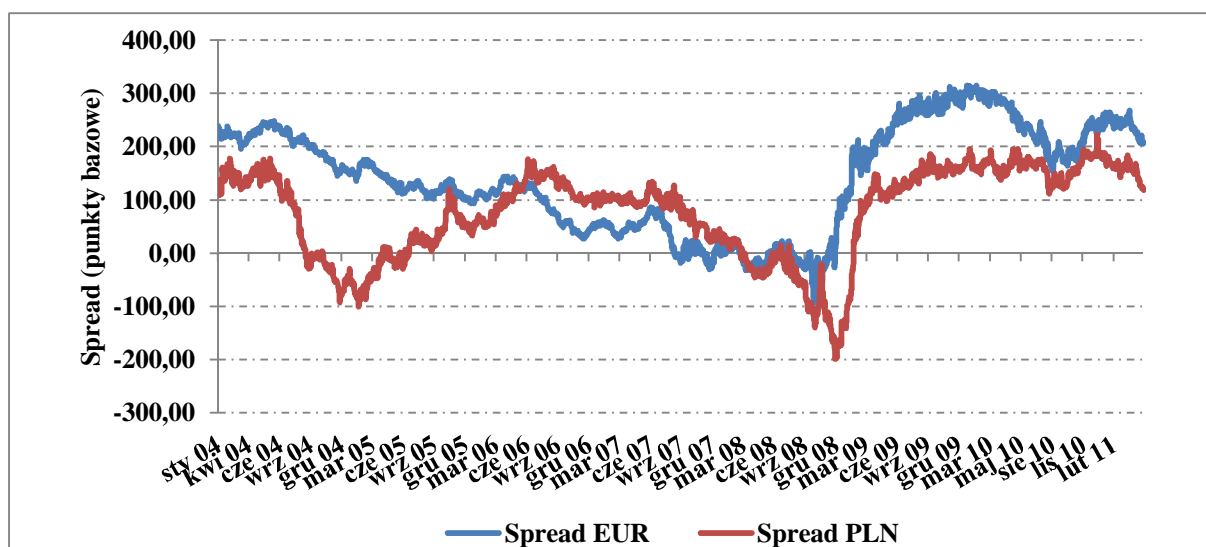
Wykres 2.3 Krzywa stóp natychmiastowych, krzywa stóp terminowych oraz krzywa par dla polskiego rynku międzybankowego w dniu 17 maja 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Reuters

W praktyce krzywa dochodowości przyjmować może różne kształty, jednakże do najczęściej rozróżnianych w literaturze należą (Fabozzi, 2000, s 200):

- a) kształt normalny/rosnący (*normal*);
- b) kształt płaski (*flat*);
- c) kształt odwrócony/malejący (*inverted*);
- d) kształt zgarbiony (*hump – shaped*).

Zaprezentowane nazewnictwo sugeruje, że najczęściej na rynku spotykana jest rosnąca krzywa dochodowości. Wykres 2.4 prezentuje różnicę (*spread*) w punktach bazowych pomiędzy nominalną stopą stałą transakcji IRS o terminie zapadalności 10 lat dla waluty EUR oraz PLN a nominalną stopą rynku międzybankowego o terminie zapadalności 3 miesiące (oprocentowanie depozytów na rynku międzybankowym o danym terminie zapadalności dla waluty EUR oraz PLN) w okresie o stycznia 2004 roku do maja 2011 roku. *Spread* przedstawia różnicę pomiędzy poziomem krótko- oraz długoterminowych stóp procentowych, można go więc traktować jako przybliżoną miarę nachylenia krzywej w danej dacie.

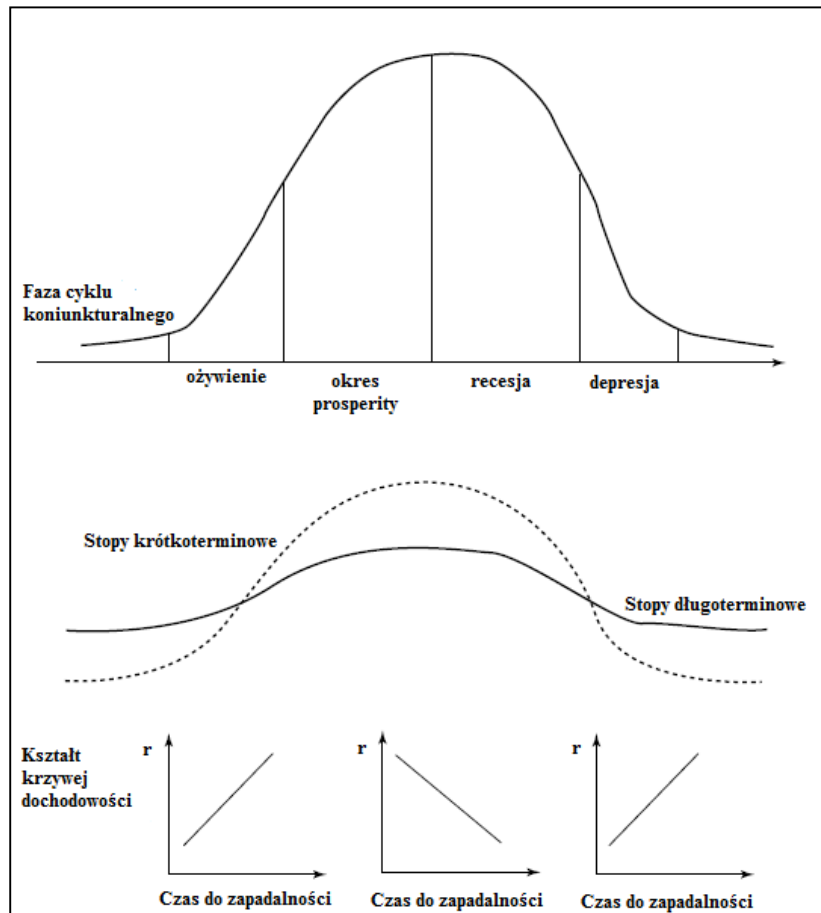


Wykres 2.4 Różnica (*spread*) w punktach bazowych pomiędzy nominalną stopą stałą transakcji IRS o terminie zapadalności 10 lat a nominalną stopą rynku międzybankowego o terminie 3 miesiące dla waluty EUR oraz PLN w okresie od stycznia 2004 roku do maja 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych z serwisu Reuters

Przez większość analizowanego okresu obserwowany na rynku międzybankowym *spread* był dodatni. Miało to miejsce zarówno w przypadku rynku polskiego, jak i rynku waluty euro, co warunkowało występowanie na rynku normalnego, czyli rosnącego kształtu krzywej stóp procentowych. Wyjątek stanowi okres od września 2004 roku do maja 2005 roku dla rynku polskiego oraz druga połowa 2008 roku zarówno dla rynku polskiego, jak i dla rynku waluty euro. Zaobserwowaną na wykresie ujemną wartość *spreadu* w okresie od września 2004 roku do maja 2005 roku tłumaczyć można reakcją na działania Rady Polityki Pieniężnej. W okresie od 1 lipca 2004 roku do 26 sierpnia 2004 roku Rada podwyższyła stopę referencyjną z poziomu 5,75% do 6,50%. Ujemna wartość *spreadu* obserwowana w drugiej połowie 2008 roku zarówno dla rynku polskiego, jak i rynku waluty euro jest wynikiem kryzysu płynności rynku międzybankowego.

Zmiany kształtu krzywej dochodowości tłumaczyć można również powiązaniem kształtu krzywej terminowej stóp procentowych z aktualną fazą cyklu koniunkturalnego. Wykres 2.5 obrazuje prezentowaną w literaturze zależność pomiędzy cyklem koniunkturalnym oraz wynikającymi z niego zmianami kształtu krzywej stóp procentowych.



Wykres 2.5 Wpływ cyklu koniunkturalnego na kształt krzywej dochodowości

Źródło: (Gup, Brooks, 1997, s. 38)

W celu wyjaśnienia czynników determinujących obserwowany kształt krzywej dochodowości posłużyć się można jedną z teorii krzywej dochodowości. Do podstawowych, spotykanych w literaturze teorii krzywej dochodowości należą (Świętoń, 2002, s. 16):

- a) teoria oczekiwań rynkowych (*expectations theory*),
- b) teoria preferencji płynności (*liquidity theory*),
- c) teoria segmentacji rynku (*segmented markets theory*)/preferowanych habitatów (*preferred habitat theory*).

Podstawowym założeniem teorii oczekiwań rynkowych jest, że implikowane stopy terminowe powinny dokładnie odzwierciedlać oczekiwania inwestorów co do przyszłego poziomu stóp natychmiastowych (Świętoń, 2002, s. 19):

$$E_t(R(S, T)) = F(t, S, T), \quad (2.2)$$

gdzie:

- $R(S, T)$ - stopa natychmiastowa na okres T w chwili S ;
- $F(t, S, T)$ - stopa terminowa w chwili t na okres od S do T ;

- $E_t(\)$ - warunkowa wartość oczekiwana pod warunkiem informacji dostępnej do chwili t włącznie.

Głównym czynnikiem kształtującym oczekiwania inwestorów co do przyszłych poziomów stóp procentowych są ich oczekiwania co do stopy inflacji w przyszłości. Rosnący kształt krzywej dochodowości implikuje oczekiwania inwestorów co do wzrostu stopy inflacji w przyszłości. Odwrócony kształt krzywej dochodowości warunkuje oczekiwania odnośnie spadku stopy inflacji w przyszłości (Jajuga, Jajuga, 2006, s. 64).

Teoria preferencji płynności zakłada, że na poziom stóp terminowych oprócz oczekiwań rynkowych co do przyszłego poziomu stóp natychmiastowych wpływ ma również premia za ryzyko adekwatna dla danego okresu zapadalności (Świętoń, 2002, s. 22):

$$E_t(R(S,T)) = F(t, S, T) + RiskP(t, S, T), \quad (2.3)$$

gdzie:

- $RiskP(t, S, T)$ - wysokość premii za ryzyko w chwili t na okres od S do T .

Teoria ta proponuje wytłumaczenie obserwowanego często na rynku rosnącego kształtu krzywej dochodowości. W zależności od wysokości premii za ryzyko rosnący kształt krzywej może być wynikiem:

- oczekiwań inwestorów co do stabilizacji stóp procentowych przy występowaniu umiarkowanej lub wysokiej premii za ryzyko;
- oczekiwań inwestorów co do wzrostu stóp procentowych przy występowaniu umiarkowanej lub wysokiej premii za ryzyko;
- oczekiwań inwestorów co do spadku stóp procentowych przy występowaniu relatywnie wysokiej premii za ryzyko.

Teoria segmentacji rynków zakłada, że rynek podzielony jest na wydzielone segmenty instrumentów krótko-, średnio- oraz długoterminowych. W ramach każdego z tych segmentów działa inna grupa inwestorów. W świetle tej teorii czynnikiem determinującym kształt krzywej dochodowości jest więc instytucjonalna struktura rynków finansowych. Rosnący kształt krzywej dochodowości uwarunkowany jest przez wysoki popyt inwestorów krótkoterminowych, odwrócony kształt krzywej świadczy o wysokim popycie inwestorów z segmentu długoterminowego (Świętoń, 2002, s. 23).

Rozwinięciem teorii segmentacji rynków jest teoria preferowanych habitatów. Zrywa ona z wyraźnym podziałem rynku na segmenty, dopuszczając substytucje pomiędzy instrumentami o różnych terminach zapadalności. W świetle tej teorii stopy procentowe o różnych

terminach zapadalności są wzajemnie powiązane, a stopy długoterminowe powinny być równe średniej z oczekiwanych stóp krótkoterminowych, skorygowanej o premię zależną od popytu i podaży w ramach instrumentów o danych terminie zapadalności.

Tabela 2.1 prezentuje interpretację poszczególnych kształtów krzywej dochodowości w świetle teorii zaprezentowanych w niniejszym rozdziale.

Tabela 2.1 Interpretacja poszczególnych kształtów krzywej dochodowości w świetle podstawowych teorii stóp procentowych

Kształt krzywej	Teoria oczekiwań	Teoria preferencji płynności	Teoria segmentacji rynku
rosnący	Oczekiwanie wzrostu stóp procentowych	Oczekiwanie wzrostu stóp procentowych, rosnąca premia za ryzyko	Relatywnie wyższy popyt segmentu inwestorów krótkoterminowych niż długoterminowych
odwrócony	Oczekiwanie spadku stóp procentowych	Oczekiwanie znaczącego spadku stóp procentowych, rosnąca premia za ryzyko	Relatywnie wyższy popyt segmentu inwestorów długoterminowych niż krótkoterminowych
zgarbiony	Oczekiwanie wzrostu stóp procentowych w krótkim okresie oraz ich spadku w długim okresie	Oczekiwanie wzrostu stóp procentowych w krótkim okresie oraz znacznego ich spadku w długim okresie, rosnąca premia za ryzyko	Względna równowaga popytu ze strony inwestorów krótko- oraz długoterminowych.

Źródło: (Świętoń, 2002, s. 24)

2.2. Procedura konstrukcji krzywej

Procedura konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego polega na wyborze zbioru notowań płynnych instrumentów rynkowych oraz wyznaczeniu na ich podstawie odpowiadającej tym notowaniom postaci krzywej terminowej stóp procentowych (Lesniewski, 2008, s. 9).

W literaturze spotkać można wiele przykładów opisu procedury konstrukcji krzywej stóp procentowych rynku międzybankowego dla rynków zagranicznych – zob. np. Ron (2000), Lesniewski (2008), Flavell (2006). Relatywnie mało przykładów dotyczy rynku polskiego, dla którego badania skupiają się przede wszystkim na zagadnieniach z rynku polskich obligacji skarbowych – zob. np. Gurazdowski (2003), Marciniak (2006), Stamirowski (2003), Świętoń (2002), Kliber (2009).

Procedurę konstrukcji krzywej terminowej sprowadzić można do dwóch podstawowych kroków:

- wyboru zbioru odpowiednio płynnych, podstawowych (*plain vanilla*) instrumentów finansowych stopy procentowej o rosnących terminach zapadalności, których kwotowania dostępne są na rynku w sposób ciągły,
- wykorzystania wybranej metody numerycznej w celu stworzenia krzywej stóp procentowych na podstawie kwotowań wybranych instrumentów finansowych stopy procentowej.

Pierwszym krokiem procedury konstrukcji krzywej jest wybór odpowiednio płynnych wanioliowych (*plain vanilla*) instrumentów finansowych stopy procentowej o rosnących terminach zapadalności. Wybierając instrumenty należy zapewnić, aby miały one zbliżone charakterystyki co do płynności, poziomu ryzyka kredytowego oraz częstotliwości aktualizacji kwotowań rynkowych (Ron, 2000, s. 4). Spotykane w literaturze rozwiązania sugerują wybór następujących typów instrumentów finansowych w zależności od terminu zapadalności, dla którego dokonywana jest konstrukcja krzywej – zob. np. Ron (2000), Zhou (2002):

- depozytów rynku międzybankowego (*depos*) lub stóp rynku międzybankowego (*LIBORs*) dla terminów zapadalności tworzących tak zwany krótki koniec krzywej (*short-end of the curve*);
- kontraktów *futures* na stopę procentową lub kontraktów FRA dla tak zwanych środkowych terminów zapadalności (*middle area of the curve*);
- kontraktów IRS dla terminów zapadalności tworzących tak zwany długi koniec krzywej (*long-end of the curve*).

Wybór tych instrumentów podyktowany jest przede wszystkim ich stosunkowo największą płynnością dla danych przedziałów terminów zapadalności (*buckets*). Instrumenty wykorzystywane na potrzeby konstrukcji krzywej stóp procentowych dla głównych walut świata zaprezentowane zostały w tabeli 2.2.

Tabela 2.2 Instrumenty wykorzystywane na potrzeby konstrukcji krzywej stóp procentowych rynku międzybankowego dla głównych walut świata

Waluta	Zestaw wykorzystywanych instrumentów
EUR	<ul style="list-style-type: none"> stopa <i>overnight</i> rynku międzybankowego dla początku krzywej; depozyty rynku międzybankowego dla terminów zapadalności do 3 miesięcy; kontrakty <i>futures</i> na stopę procentową dla terminów zapadalności do 2 lat; kontrakty IRS dla terminów zapadalności do 10 lat;
GBP	<ul style="list-style-type: none"> stopa <i>overnight</i> rynku międzybankowego dla początku krzywej; depozyty rynku międzybankowego dla terminów zapadalności do 3 miesięcy; kontrakty <i>futures</i> na stopę procentową dla terminów zapadalności do 2 lat; kontrakty IRS dla terminów zapadalności do 10 lat;
JPY	<ul style="list-style-type: none"> stopa <i>overnight</i> rynku międzybankowego dla początku krzywej; depozyty rynku międzybankowego dla terminów zapadalności do 3 miesięcy; kontrakty <i>futures</i> na stopę procentową dla terminów zapadalności do 2 lat; kontrakty IRS dla terminów zapadalności do 10 lat;
USD	<ul style="list-style-type: none"> stopa <i>overnight</i> rynku międzybankowego dla początku krzywej; depozyty rynku międzybankowego dla terminów zapadalności do 3 miesięcy; kontrakty <i>futures</i> na stopę procentową lub kontrakty <i>FRA</i> dla terminów zapadalności do 2 lat; kontrakty IRS dla terminów zapadalności do 10 lat;

Źródło: (Ron , 2000, s. 18-19)

Zaprezentowany w tabeli 2.2 zestaw instrumentów można również stosować w przypadku rynku polskiego. Na dzień pisania niniejszej pracy rynek kontraktów *futures* w Polsce na stopę procentową jest w początkowym stadium rozwoju. Począwszy od 18 października 2013 dostępne są kontrakty *futures* na stopę WIBOR 1M, WIBOR 3M oraz WIBOR 6M notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. W praktyce dla średnich terminów zapadalności wykorzystuje się dostępne kwotowania kontraktów *FRA*. Należy zwrócić uwagę na możliwe różnice w płynności poszczególnych typów instrumentów dla danych przedziałów terminów zapadalności dla rynku polskiego w stosunku do rynków zagranicznych. W raportach NBP na temat rozwoju rynku finansowego w Polsce³ prezentowane są między innymi wyniki corocznych badań odnośnie ewolucji oraz struktury poszczególnych segmentów rynku finansowego w Polsce. W tabeli 2.3 zaprezentowane zostało podsumowanie wyników badań NBP w zakresie płynności poszczególnych typów instrumentów dla różnych przedziałów terminów zapadalności.

³ Dostępne na stronie internetowej NBP pod adresem: <http://nbp.pl/home.aspx?f=/systemfinansowy/rozwoj.html> [dostęp: 3 lipca 2011 roku].

Tabela 2.3 Podsumowanie wyników badań NBP w zakresie płynności poszczególnych typów instrumentów dla różnych przedziałów terminów zapadalności na koniec 2011 roku

Instrument	Podsumowanie wyników badań NBP
Depozyty rynku międzybankowego	<ul style="list-style-type: none"> • płynność koncentruje się przede wszystkim dla transakcji o terminach zapadalności <i>overnight</i>; • niewielki udział transakcji dla terminów zapadalności powyżej 3 miesięcy; • duża wrażliwość rynku na poziom ryzyka płynności oraz kredytowego sektora bankowego (zamarcie rynku na przełomie lat 2008 oraz 2009);
Kontrakty FRA	<ul style="list-style-type: none"> • stawkami referencyjnymi dla transakcji FRA są przede wszystkim stawki WIBOR 1M, WIBOR 3M oraz WIBOR 6M; • najbardziej płynne segmenty rynku to transakcje 3x6, 6x9, 9x12 oraz 1x4; • niewielki udział transakcji dla terminów zapadalności powyżej 9 miesięcy; • duża wrażliwość rynku na poziom ryzyka płynności oraz kredytowego sektora bankowego, szczególnie w przypadku transakcji o dłuższych terminach zapadalności;
Kontrakty IRS	<ul style="list-style-type: none"> • stawkami referencyjnymi dla transakcji IRS są przede wszystkim stawki WIBOR 3M dla transakcji o terminie zapadalności do 1 roku oraz WIBOR 6M dla transakcji o dłuższych terminach zapadalności; • średni nominal zawieranych transakcji maleje wraz ze wzrostem terminu zapadalności transakcji; • niewielki udział transakcji o terminach zapadalności powyżej 5 lat;

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: NBP (2006, 2007, 2008c, 2009b, 2010c, 2011a, 2012)

Na bazie wybranego zestawu instrumentów rynkowych przystąpić można do stworzenia krzywej stóp procentowych dla danej waluty. Duże znaczenie dla otrzymywanych wyników mają również konwencje rynkowe związane ze sposobem naliczania odsetek, częstotliwością płatności oraz sposobem wyznaczania dat poszczególnych przepływów dla poszczególnych typów instrumentów. Zagadnienia te zostały omówione w rozdziale pierwszym niniejszej rozprawy.

2.3. Bootstrapping krzywej

Metoda *bootstrappingu* jest jedną najpowszechniej wykorzystywanych w praktyce metod konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego (Lesniewski, 2008, s. 9). Metoda *bootstrappingu* pozwala na dokładne oddanie rynkowych cen instrumentów finansowych wykorzystywanych na potrzeby konstrukcji krzywej. Jej wyniki zależą jednak od jakości danych rynkowych, związanych na przykład z płynnością danego segmentu rynku. *Bootstrapping* to procedura iteracyjna pozwalająca na uzyskanie na podstawie wybranego zbioru rynkowych notowań instrumentów waniliowych (*plain vanilla*), cen obligacji zeroku-

ponowych $P(t, T)$ dla wybranego okresu zapadalności, a na ich podstawie odpowiedniej krzywej stóp procentowych (Hull, 2009, s. 80). Ideę metody *bootstrappingu* najłatwiej zobrazować za pomocą algorytmu (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 234). Przed prezentacją algorytmu konieczne jest przyjęcie odpowiednich założeń:

- *Bootstrapping* przeprowadzany jest w chwili t .
- Wykorzystywany jest zbiór N instrumentów rynkowych o datach zapadalności T_1, T_2, \dots, T_N .
- Analizowane instrumenty rynkowe mają rosnące terminy zapadalności:

$$T_i > T_{i+1} \text{ dla } i = 2, 3, \dots, N. \quad (2.4)$$

- Dla każdego z wykorzystywanych instrumentów rynkowych znana jest jego aktualna cena rynkowa $V_M(t, T_i)$.
- Daty zapadalności poszczególnych instrumentów T_1, T_2, \dots, T_N tworzą tak zwane punkty węzłowe (*knots*). Ceny obligacji zerokuponowych $P(t, t_j)$ dla dat t_j znajdujących się pomiędzy poszczególnymi punktami węzłowymi otrzymywane są z wykorzystaniem algorytmu interpolacji.

Algorytm *bootstrappingu* zakłada konstrukcję krzywej w następujących krokach:

- 1) Niech $P(t, t_j)$ będzie dane dla każdego $t_j \leq T_{i-1}$, tak, że ceny rynkowe wszystkich wykorzystywanych w procedurze instrumentów rynkowych o terminach zapadalności T_1, T_2, \dots, T_{i-1} są dokładne replikowane.
- 2) Wyznacz wartość $P(t, T_i)$ dla następnego punktu węzłowego.
- 3) Wykorzystując algorytm interpolacji wyznacz wartości $P(t, t_j)$ dla dat t_j pomiędzy ostatnim a aktualnie analizowanym punktem węzłowym $T_{i-1} < t_j < T_i$.
- 4) Bazując na wartościach $P(t, t_j)$ oraz $P(t, T_i)$ wylicz cenę $V(t, T_i)$ instrumentu dla aktualnie analizowanego punktu węzłowego.
- 5) Jeżeli wyznaczona cena równa jest cenie rynkowej $V(t, T_i) = V_M(t, T_i)$, przejdź do kroku 6 algorytmu. W przeciwnym wypadku wróć do kroku 2 algorytmu.
- 6) Jeżeli $T_i < T_N$, przejdź do kroku 1 algorytmu oraz powtórz całą procedurę dla następnego punktu węzłowego T_{i+1} .

Krzywa stóp procentowych otrzymywana z wykorzystaniem algorytmu *bootstrappingu* jest ciągła, ale niekoniecznie różniczkowalna. Zależy to od wykorzystywanego w kroku 3

algorytmu interpolacji. Własności poszczególnych algorytmów interpolacji omawiane są szerzej w rozdziale trzecim niniejszej rozprawy.

Zastosowanie metody *bootstrappingu* dla poszczególnych typów instrumentów rynkowych wykorzystywanych na potrzeby konstrukcji krzywej opisać można w następujący sposób.

a) *Depozyty rynku międzybankowego*

W celu otrzymania cen obligacji zerokuponowych dla krótkiego końca krzywej wykorzystywane są notowania stóp oprocentowania depozytów rynku międzybankowego. Stopy oprocentowania depozytów rynku międzybankowego to stopy natychmiastowe, tak więc cenę obligacji zerokuponowej, a tym samym wartość czynnika dyskontowego dla terminu zapadalności T_i , można wyznaczyć za pomocą wzoru:

$$P(t, T_i) = \frac{1}{1 + R(t, T_i) \cdot (T_i - t)}, \quad (2.5)$$

gdzie:

- $R(t, T_i)$ - stopa oprocentowania depozytu rynku międzybankowego dla okresu zapadalności T_i .

b) *Kontrakty FRA*

W celu otrzymania cen obligacji zerokuponowych dla średnich okresów zapadalności wykorzystywane są notowania rynkowych stawek kontraktów FRA. Wykorzystując własność mówiącą, że w chwili zawarcia kontraktu FRA jego wartość równa jest zero, można wyprowadzić formułę:

$$0 = [F(t, T_{i-1}, T_i) - K(t, T_{i-1}, T_i)] \cdot P(t, T_i) \cdot (T_i - T_{i-1}), \quad (2.6)$$

gdzie:

- $F(t, T_{i-1}, T_i)$ - stopa terminowa w kapitalizacji prostej dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $K(t, T_{i-1}, T_i)$ - rynkowa stawka kontraktu FRA dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- t - data konstrukcji krzywej równa dacie zawarcia kontraktu FRA.

Przekształcając wzór (2.6) oraz wykorzystując wzór (1.18) na stopę terminową w kapitalizacji prostej, otrzymać można wzór na cenę obligacji zerokuponowej $P(t, T_i)$ przy założeniu, że $P(t, T_{i-1})$ jest znane oraz $T_{i-1} < T_i$:

$$P(t, T_i) = \frac{P(t, T_{i-1})}{1 + K(t, T_{i-1}, T_i) \cdot (T_i - T_{i-1})}. \quad (2.7)$$

c) *Kontrakty futures*

Alternatywnie, w celu otrzymania czynników dyskontowych dla średnich okresów zapadalności, wykorzystywane mogą być notowania giełdowych cen kontraktów *futures* na stopę procentową. Kontrakty *futures* wykorzystywane są w procedurze konstrukcji krzywej dyskontowej przede wszystkim na rynkach rozwiniętych, charakteryzujących się rozwiniętym rynkiem giełdowych instrumentów pochodnych, takich jak rynek międzybankowy waluty USD (głównie kontrakty typu 3M *eurodollar futures* kwotowane na giełdzie Chicago Mercantile Exchange) oraz EUR (głównie kontrakty 3M *EURIBOR futures* notowane na giełdzie Eurex).

Wykorzystując giełdową cenę kontraktu *futures* można otrzymać determinowaną przez nią cenę terminową:

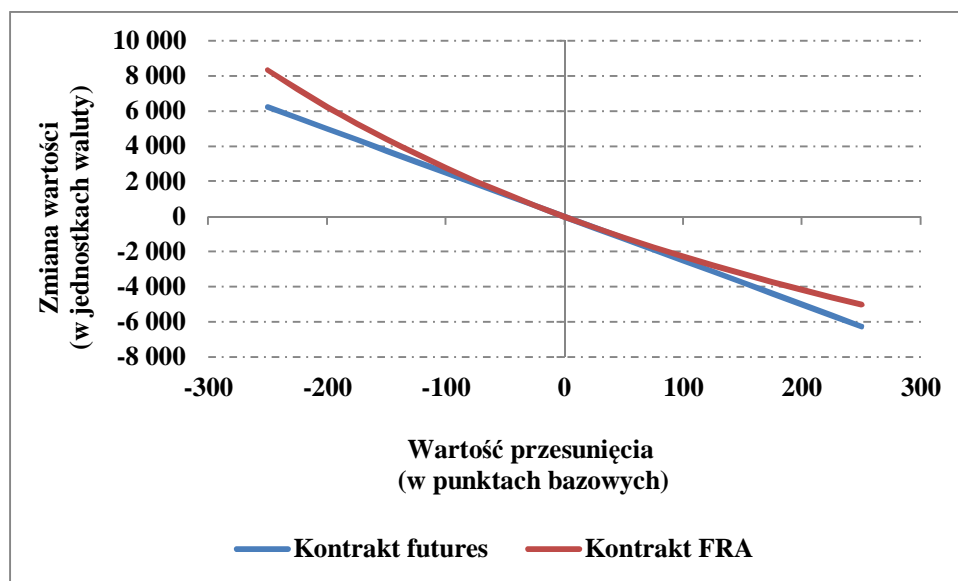
$$Q(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{100 - FP(t, T_{i-1}, T_i)}{100}, \quad (2.8)$$

gdzie:

- $Q(t, T_{i-1}, T_i)$ - stopa terminowa determinowana przez cenę kontraktu *futures* dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $FP(t, T_{i-1}, T_i)$ - giełdowa cena kontraktu *futures* na stopę procentową dla okresu od T_{i-1} do T_i .

Stóp terminowych wyznaczonych na bazie rynkowych cen kontraktów *futures* nie można jednak bezpośrednio wykorzystywać w procedurze konstrukcji krzywej dyskontowej, ponieważ zawierają one w sobie dodatkowy komponent określany w literaturze jako *convexity adjustment* (Hull, 2009, s. 138-139). *Convexity adjustment* związany jest bezpośrednio z mechanizmem dziennych rozliczeń (*daily settlement*) zysków lub strat z pozycji w giełdowych kontraktach *futures*. W przypadku wzrostu rynkowych stóp procentowych długa pozycja w giełdowych kontraktach *futures* generuje straty, które muszą być natychmiast pokrywane za pomocą pożyczek zaciąganych po rosnącym oprocentowaniu związanym ze wzrostem poziomu rynkowych stóp procentowych. Odwrotna sytuacja ma miejsce w przypadku spadku rynkowych stóp procentowych, kiedy to zyski z długiej pozycji w giełdowych kontraktach *futures* mogą być reinwestowane po niższych rynkowych stopach procentowych. Długa pozycja w giełdowych kontraktach *futures* daje więc większe straty w przypadku wzrostu stóp procentowych oraz mniejsze zyski w przypadku spadku stóp procentowych niż analogiczna krótka pozycja w kontrakcie FRA (Hull, 2009, s. 139). Wykres 2.6 prezentuje wrażliwość wyceny analogicznych pozycji w kontrakcie *futures* oraz FRA.

Analizie podlegają długa pozycja w kontrakcie *futures* oraz krótka pozycja w kontrakcie FRA na trzymiesięczną stopę terminową. Wartość pozycji równa jest 1 000 000 jednostek waluty.



Wykres 2.6 Wrażliwość wyceny analogicznych pozycji w kontrakcie *futures* oraz FRA na równoległe przesunięcie stóp procentowych

Źródło: Opracowanie własne

Mechanizm codziennego rozliczania zysków/strat z pozycji w kontrakcie *futures* powoduje, że kontrakt ten nie posiada własności wypukłości zmian wartości (*convexity*) typowej dla liniowych instrumentów pochodnych stopy procentowej takich jak obligacje, kontrakty IRS oraz kontrakty FRA. W związku z tym stopa terminowa implikowana przez rynkowe ceny kontraktów *futures* jest zawyżona w stosunku do stóp terminowych dla analogicznych kontraktów FRA o wartość daną przez *convexity adjustment*:

$$Q(t, T_{i-1}, T_i) = K(t, T_{i-1}, T_i) + CA(t, T_{i-1}, T_i), \quad (2.9)$$

gdzie:

- $K(t, T_{i-1}, T_i)$ - rynkowa stawka kontraktu FRA dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $Q(t, T_{i-1}, T_i)$ - stopa terminowa determinowana przez cenę kontraktu *futures* dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $CA(t, T_{i-1}, T_i)$ - wartość *convexity adjustment* dla stopy procentowej dla okresu od T_{i-1} do T_i .

Chcąc wyznaczyć wartość *convexity adjustment*, należy przyjąć odpowiednie założenia odnośnie postaci procesu stóp procentowych determinującego wartość analizowanych kontraktów *futures* oraz FRA. Znając postać procesu stochastycznego opisującego zmiany stóp procentowych można wyznaczyć wartość odpowiedniej korekty.

Jedną z najprostszych oraz najbardziej popularnych metod jest wyznaczanie wartości *convexity adjustment* na podstawie zaproponowanej przez Hull'a formuły wyprowadzonej na podstawie założenia, że proces stóp procentowych opisać można za pomocą jednoczynnikowego modelu stóp procentowych Ho-Lee (1986). Formuła ta przyjmuje postać (Hull, 2009, s.139):

$$CA(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{\sigma^2}{2} \cdot (T_{i-1} - t) \cdot (T_i - t), \quad (2.10)$$

gdzie:

- $CA(t, T_{i-1}, T_i)$ - wartość *convexity adjustment* dla stopy procentowej dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- σ - zmienność procesu krótkoterminowej stopy procentowej;
- T_{i-1} - data zapadalności kontraktu *futures*/ data początku obowiązywania stopy procentowej będącej instrumentem bazowym dla kontraktu *futures*;
- T_i - data zapadalności stopy procentowej będącej instrumentem bazowym dla kontraktu *futures*.

Inną metodą bazującą na jednoczynnikowym modelu stóp procentowych Ho-Lee jest zaproponowana przez Flesakera (1993) formuła postaci:

$$CA(t, T_{i-1}, T_i) = \left(1 - e^{-Z(t, T_i, T_{i-1})}\right) \cdot \left(Q(t, T_{i-1}, T_i) + \frac{1}{T_i - T_{i-1}}\right), \quad (2.11)$$

$$Z(t, T_{i-1}, T_i) = \sigma^2 \cdot (T_{i-1} - t) \cdot (T_i - T_{i-1})^2 + \frac{\sigma^2}{2} \cdot (T_{i-1} - t)^2 \cdot (T_i - T_{i-1}),$$

gdzie:

- $CA(t, T_{i-1}, T_i)$ - wartość *convexity adjustment* dla stopy procentowej dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $Q(t, T_{i-1}, T_i)$ - stopa terminowa determinowana przez cenę kontraktu *futures* dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- σ - zmienność procesu krótkoterminowej stopy procentowej;
- T_{i-1} - data zapadalności kontraktu *futures*/ data początku obowiązywania stopy procentowej będącej instrumentem bazowym dla kontraktu *futures*;

- T_i - data zapadalności stopy procentowej będącej instrumentem bazowym dla kontraktu *futures*.

Rozwinięciem metody zaproponowanej przez Flesakera jest zaproponowana przez Kirikosa oraz Novaka (1997) metoda bazująca na założeniu, że proces stóp procentowych opisać można za pomocą jednoczynnikowego modelu stóp procentowych Hulla –White’a (1990). Formuła ta przyjmuje postać:

$$CA(t, T_{i-1}, T_i) = \left(1 - e^{-Z_1(t, T_{i-1}, T_i) - Z_2(t, T_{i-1}, T_i)}\right) \cdot \left(Q(t, T_{i-1}, T_i) + \frac{1}{T_i - T_{i-1}}\right), \quad (2.12)$$

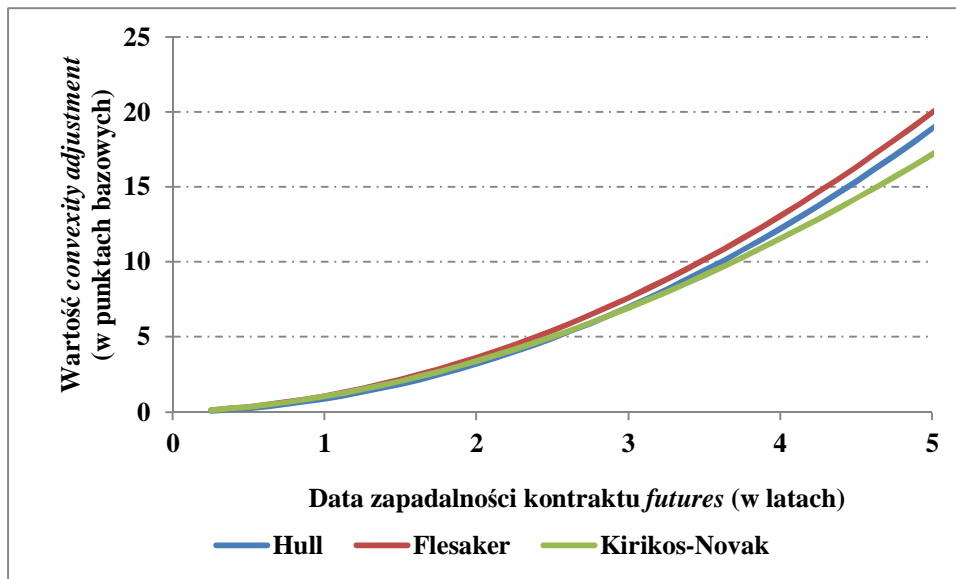
$$Z_1(t, T_{i-1}, T_i) = \sigma^2 \cdot \frac{1 - \exp[-2a \cdot (T_{i-1} - t)]}{2a} \cdot \left(\frac{1 - \exp[-a \cdot (T_i - T_{i-1})]}{a}\right)^2,$$

$$Z_2(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{\sigma^2}{2a^3} \cdot (1 - \exp[-a \cdot (T_i - T_{i-1})]) \cdot (1 - \exp[-a \cdot (T_{i-1} - t)])^2,$$

gdzie:

- $CA(t, T_{i-1}, T_i)$ - wartość *convexity adjustment* dla stopy procentowej dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $Q(t, T_{i-1}, T_i)$ - stopa terminowa determinowana przez cenę kontraktu *futures* dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- σ - zmienność procesu krótkoterminowej stopy procentowej;
- a - wartość parametru powrotu krótkoterminowej stopy procentowej do długookresowej średniej;
- T_{i-1} - data zapadalności kontraktu *futures*/ data początku obowiązywania stopy procentowej będącej instrumentem bazowym dla kontraktu *futures*;
- T_i - data zapadalności stopy procentowej będącej instrumentem bazowym dla kontraktu *futures*.

Wykres 2.7 prezentuje oszacowania wartości *convexity adjustment* dla poszczególnych metod przy założeniu następującego przykładowego zbioru parametrów ($\sigma = 1,20\%$, $a = 0,03$, $T_i - T_{i-1} = 0,25$, $Q(t, T_{i-1}, T_i) = 4,00\%$).



Wykres 2.7 Przykładowe oszacowania wartości *convexity adjustment*

Źródło: Opracowanie własne

Dla okresów zapadalności kontraktów *futures* do 3 lat wszystkie analizowane metody dają wartości parametru *convexity adjustment* różniące się maksymalnie o jeden punkt bazowy. Kontrakty *futures* wykorzystywane są w procedurze konstrukcji krzywej dla średnich terminów zapadalności, nieprzekraczających zazwyczaj 3 lat. W konsekwencji wybór metody wyznaczania *convexity adjustment* nie powinien mieć dużego wpływu na jakość otrzymywanych na jej podstawie oszacowań postaci krzywej terminowej stóp procentowych.

Po wyznaczeniu wartości *convexity adjustment* wzór na cenę obligacji zerokuponowej $P(t, T_i)$ z wykorzystaniem kontraktów *futures* przy założeniu, że $P(t, T_{i-1})$ jest znane oraz $T_{i-1} < T_i$ przyjmuje postać:

$$P(t, T_i) = \frac{P(t, T_{i-1})}{1 + [Q(t, T_{i-1}, T_i) - CA(t, T_{i-1}, T_i)] \cdot (T_i - T_{i-1})}. \quad (2.13)$$

d) Kontrakty IRS

W celu otrzymania cen obligacji zerokuponowych dla długiego końca krzywej, wykorzystane są notowania stopy stałej kontraktów IRS. Stopę stałą kontraktu IRS traktować można jako odpowiednik oprocentowania obligacji o terminie zapadalności odpowiadającym terminowi zapadalności kontraktu IRS. Wykorzystując własności, że wartość kontraktu IRS w chwili zawarcia musi być równa zero, a wartość obligacji kuponowej o oprocentowaniu zmiennym w chwili ustalenia odpowiedniego poziomu stopy zmiennej jest równa wartości nominalnej (*pull to par phenomenon*), dla rocznego kontraktu IRS o jednej płatności odsetkowej na nodze stałej wyprowadzić można następujący wzór (wzory wyprowadzane będą

przy założeniu rocznej częstotliwości płatności odsetek płaconych według stopy stałej w kontrakcie IRS):

$$1 = [1 + K \cdot (T_i - t)] \cdot P(t, T_i), \quad (2.14)$$

gdzie:

- K – zakontraktowana stała stopa procentowa.

Przekształcając wzór (2.14), otrzymać można wzór na cenę obligacji zerokuponowej:

$$P(t, T_i) = \frac{1}{1 + K \cdot (T_i - t)}. \quad (2.15)$$

Zależność pomiędzy ceną obligacji kuponowej o oprocentowaniu zmiennym oraz obligacji kuponowej o oprocentowaniu stałym zachodzi także w przypadku kontraktu IRS o liczbie płatności odsetkowej większej niż jeden. Bazując na wzorze (1.22) otrzymać można ogólny wzór na cenę obligacji zerokuponowej z wykorzystaniem rynkowej stopy kontraktu IRS dla n płatności odsetkowych na nodze stałej:

$$P(t, T_n) = \frac{1 - K \cdot \sum_{i=1}^{n-1} [(T_i - T_{i-1}) \cdot P(t, T_i)]}{1 + K \cdot (T_n - T_{n-1})} \quad (2.16)$$

2.4. Konstrukcja krzywej z wykorzystaniem metod optymalizacyjnych

Alternatywą dla konstrukcji krzywej stóp procentowych z wykorzystaniem metody *bootstrappingu* jest metoda polegająca na wyznaczaniu postaci krzywej terminowej stóp procentowych dla wybranych punktów węzłowych z wykorzystaniem metod optymalizacyjnych. Na podstawie wybranego zbioru rynkowych notowań instrumentów waniliowych (*plain vanilla*), z wykorzystaniem wybranej metody optymalizacyjnej otrzymywane są ceny obligacji zerokuponowych $P(t, T)$ dla wybranych okresów zapadalności, tworzących zadane punkty węzłowe krzywej (*knots*). Powyższe podejście charakteryzuje się o wiele większą czasochłonnością niż metoda *bootstrappingu*, dlatego też wykorzystywane jest głównie w ściśle określonych sytuacjach, na przykład gdy dany rynek charakteryzuje się niedostateczną płynnością (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 245). Metoda ta wykorzystywana może być również wtedy, gdy chcemy uzyskać gładką (w tym przypadku gładką w rozumieniu dwukrotnie różniczkowalną - $f \in C^2$) krzywą stóp procentowych, kosztem dopasowania do rynkowych cen instrumentów finansowych (Flavell, 2006, s. 58).

Podejście do konstrukcji krzywej z wykorzystaniem metod optymalizacyjnych zilustrować można za pomocą poniższego algorytmu (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 245). Przed prezentacją algorytmu konieczne jest przyjęcie odpowiednich założeń:

- *Boostrapping* przeprowadzany jest w chwili t .
- Wykorzystywany jest zbiór N instrumentów rynkowych o datach zapadalności T_1, T_2, \dots, T_N .

- Analizowane instrumenty rynkowe mają rosnące terminy zapadalności:

$$T_i > T_{i+1} \text{ dla } i = 2, 3, \dots, N. \quad (2.17)$$

- Dla każdego z wykorzystywanych instrumentów rynkowych znana jest jego aktualna cena rynkowa $V(t, T_i)$.
- Daty zapadalności poszczególnych instrumentów T_1, T_2, \dots, T_N tworzą tak zwane punkty węzłowe (*knots*).

Algorytm zakłada konstrukcję krzywej w następujących krokach:

- 1) Poszczególnym elementom ze zbioru N rynkowych cen instrumentów $V_M(t, T_i)$ nadaj odpowiednie wagi, wynikające przykładowo z płynności danego instrumentu.
- 2) Dla zadanego zbioru N instrumentów rynkowych wyznacz wektor cen obligacji zero-kuponowych $P = [P(t, T_1) \dots P(t, T_N)]$ obejmujący terminy zapadalności dla wszystkich analizowanych instrumentów rynkowych tak, aby spełniona była zależność:

$$\hat{P} = \arg \min \Theta(P), \quad (2.18)$$

gdzie:

- $\Theta(P)$ - funkcja celu, której wartość zależy od wektora cen obligacji zerokuponowych.

Nałożenie odpowiednich ograniczeń na postać funkcji celu pozwala na uzyskanie gładkich krzywych stóp procentowych. Spotykane w literaturze podejścia do konstrukcji funkcji celu Θ , podlegającej minimalizacji w metodzie optymalizacyjnej zakładają najczęściej występowanie w niej dwóch komponentów. Pierwszy komponent odpowiada za dopasowanie krzywej do rynkowych cen instrumentów finansowych. Drugi komponent jest parametrem odpowiadającym za gładkość uzyskiwanej krzywej stóp procentowych. Poszczególnym komponentom mogą być przypisywane różne wagi. Jeżeli w procedurze konstrukcji krzywej zależy nam przede wszystkim na dopasowaniu do rynkowych cen instrumentów finansowych, większą wagę będzie miał pierwszy komponent. Jeżeli celem jest przede wszyst-

kim uzyskanie gładkiej krzywej większa waga nadana zostanie drugiemu komponentowi funkcji celu. W większości przypadków obu komponentom nadawana jest jednak ta sama waga.

Jednym z możliwych podejść do konstrukcji funkcji celu jest podejście zaprezentowane przez Flavella (2006, s. 58) oraz Adamsa i van Deventera (1994). W podejściu tym komponent odpowiadający za gładkość krzywej stóp procentowych wyznaczany jest na podstawie krzywej stóp terminowych. Funkcja celu przyjmuje wówczas postać:

$$\Theta(P) = \sum_{i=1}^N w_i \cdot \left(V_i - \sum_{j=1}^{M_i} c_{i,j}(T_j) \cdot P(t, T_j) \right)^2 + \int_{T_1}^{T_N} (f''(s))^2 ds, \quad (2.19)$$

gdzie:

- w_i - waga danego rynkowego instrumentu finansowego;
- V_i - rynkowa cena danego rynkowego instrumentu finansowego w chwili t ;
- $c_{i,j}(T_j)$ - zapadający w chwili T_j przepływ związany z danym rynkowym instrumentem finansowym;
- $P(t, T_j)$ - cena w chwili t obligacji zerokuponowej zapadającej w chwili T_j ;
- N - liczba rynkowych instrumentów finansowych wykorzystywanych w procesie optymalizacji;
- M_i - liczba przepływów składających się na dany rynkowy instrument finansowy;
- $\int_{T_1}^{T_N} (f''(s))^2 ds$ - komponent odpowiadający za gładkość krzywej stóp procentowych bazujący na stopach terminowych;
- $f(s)$ - krótkoterminowa stopa terminowa dla daty zapadalności s w chwili t .

Miara gładkości funkcji danej równaniem (2.19) prezentowana jest w ujęciu ciągłym, dlatego też dla zastosowań praktycznych wykorzystywana jest najczęściej miara bazująca na stopach terminowych w kapitalizacji prostej wyznaczanych na podstawie czynników dyskontowych zgodnie ze wzorem (1.9) (Flavell, 2006, s. 58):

$$\int_{T_1}^{T_N} (f''(s))^2 ds = \sum_{i=2}^{N-1} (F(t, T_i, T_{i+1}) - F(t, T_{i-1}, T_i))^2, \quad (2.20)$$

gdzie:

- N - liczba punktów węzłowych dla analizowanej krzywej.

Krzywe stóp procentowych otrzymywane z wykorzystaniem funkcji celu postaci danej równaniem (2.19) pozwalają na spełnienie kryterium gładkości. Jednakże Hagan oraz West (2006) zwracają uwagę, że wykorzystywanie wyłącznie kryterium opartego o stopy terminowe prowadzi do wysokiej wrażliwości uzyskiwanych w ten sposób krzywych na zmiany wartości danych rynkowych wykorzystywanych w procesie optymalizacji. Podejście takie charakteryzuje się również możliwością uzyskania kształtów krzywych o dużej oscylacji oraz wypukłości/wklęsłości występujących w punktach przegięć krzywej stóp procentowych.

Andersen oraz Piterbarg (2010, s. 245) proponują modyfikację wykorzystywanej w procesie optymalizacji funkcji celu. Czynniki odpowiadający za gładkość uzyskiwanej krzywej budują oni wykorzystując w tym celu krzywą stóp natychmiastowych. Dodają również dodatkowy czynnik odpowiadający za nadmierne oscylacje oraz wypukłość/wklęsłość uzyskiwanej krzywej (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 246). Rekomendowana funkcja celu przyjmuje postać:

$$\Theta(P) = \sum_{i=1}^N w_i^2 \cdot \left(V_i - \sum_{j=1}^{M_i} c_{i,j}(T_j) \cdot P(t, T_j) \right)^2 + \lambda \int_{T_1}^{T_N} (R''(s) + R'(s))^2 ds, \quad (2.21)$$

gdzie:

- λ - waga dla czynnika funkcji celu odpowiadającego za gładkość krzywej;
- $\int_{T_1}^{T_N} (R''(s) + R'(s))^2 ds$ - komponent odpowiadający za gładkość krzywej stóp procentowych bazujący na stopach natychmiastowych;
- $R(s)$ - stopa natychmiastowa dla daty zapadalności s w chwili t .

Dodanie dodatkowego parametru $\lambda \int_{T_1}^{T_N} R'(s)^2 ds$ do części funkcji celu odpowiadającej na gładkość uzyskiwanej krzywej ma wyeliminować podatność uzyskiwanych w wyniku procedury optymalizacyjnej krzywych stóp procentowych na nadmierne oscylacje oraz nadmierną wypukłość/ wklęsłość w punktach przegięć. Element ten prezentowany jest w postaci ciągłej,

dlatego też w praktyce musi być przybliżany za pomocą odpowiednich procedur numerycznych.

Do zadania optymalizacyjnego jakim jest konstrukcja krzywej stóp procentowych na podstawie rynkowych notowań wybranych instrumentów finansowych powinny być wykorzystywane algorytmy optymalizacyjne efektywnie radzące sobie z nieliniową postacią funkcji celu. Spośród algorytmów optymalizacyjnych wykorzystywanych do konstrukcji krzywej stóp procentowych w literaturze stosuje się najczęściej algorytm Levenberga-Marquardta (zob. (Andersen, Piterbarg, 2010)) lub Gaussa-Newtona (zob. (Andersen, 2005)).

Podsumowanie

W rozdziale omówione zostały główne koncepcje związane z konstrukcją krzywej stóp procentowych rynku międzybankowego. W pierwszej części rozdziału przedstawiona została definicja krzywej (struktury) terminowej stóp procentowych, omówione zostały również najważniejsze, spotykane w literaturze teorie krzywej terminowej stóp procentowych. Następnie skupiono się na zagadnieniu związanym z wyborem instrumentów rynkowych wykorzystywanych w metodzie konstrukcji krzywej stóp procentowych. Wyniki przeprowadzonych analiz wskazały, że zbiór instrumentów wykorzystywanych na potrzeby konstrukcji krzywych jest w większości przypadków zbliżony. Zwrócono również uwagę, że czynnikiem wpływającym na wybór instrumentów są przede wszystkim płynność oraz rozwój poszczególnych segmentów rynku międzybankowego instrumentów stopy procentowej, co ma znaczenie szczególnie dla rynków rozwijających się, takich jak rynek polski. W części trzeciej omówione zostały dwie główne, spotykane w literaturze metody konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych czyli metoda *bootstrappingu* oraz metodyka wykorzystująca metody optymalizacyjne. Metoda *bootstrappingu* pozwala na dokładne oddanie rynkowych cen instrumentów finansowych wykorzystywanych na potrzeby konstrukcji krzywej. Jej wyniki zależą jednak od jakości danych rynkowych, związanych na przykład z płynnością danego segmentu rynku. Metodyka wykorzystująca metody optymalizacyjne używana może być w sytuacji, gdy dany rynek charakteryzuje się niedostateczną płynnością lub też gdy celem konstrukcji krzywej jest uzyskanie gładkiej krzywej stóp procentowych kosztem dopasowania do rynkowych cen instrumentów finansowych

3. Metody interpolacji krzywej

Zaprezentowane w rozdziale 2 metody konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych pozwalają na otrzymanie wartości stóp procentowych w każdym z punktów węzłowych krzywej odpowiadających terminom zapadalności wykorzystywanego zbioru instrumentów rynkowych. W celu uzyskania wartości stóp procentowych dla terminów zapadalności innych niż punkty węzłowe należy posłużyć się odpowiednim algorytmem interpolacji. Rozdział ten poświęcony został spotykanym w literaturze oraz praktyce rynkowej algorytmom interpolacji stóp procentowych. Opisane zostały główne założenia stojące u podstaw każdego z omawianych algorytmów interpolacji. W rozdziale przedstawione zostały także wyniki analizy wpływu poszczególnych algorytmów na kształt uzyskiwanych za ich pomocą krzywych terminowych stóp procentowych. W celu prezentacji działania algorytmów, dla każdego z omawianych algorytmów interpolacji przygotowano wykres prezentujący krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą stóp terminowych w kapitalizacji prostej. W celu umożliwienia porównania krzywych uzyskiwanych z wykorzystaniem różnych metod interpolacji wykresy przygotowane zostały na podstawie danych na ten sam dzień – 28 lutego 2011 roku. Rozdział zamyka analiza własności poszczególnych algorytmów przeprowadzona na przykładzie danych z polskiego rynku międzybankowego.

Najbardziej kompleksowo temat analizy własności algorytmów interpolacji krzywej stóp procentowych zaprezentowany został w literaturze w pracy Hagana oraz Westa (2006). W swojej pracy Hagan oraz West (2006, s. 90-91) wskazują między innymi warunki jakie musi spełniać algorytm interpolacji, aby uzyskiwane z jego wykorzystaniem wyniki dawały realistyczne ekonomicznie postaci krzywej terminowej stóp procentowych:

- uzyskiwane z wykorzystaniem algorytmu interpolacji stopy terminowe (*forward rates*) powinny być ciągłe, ponieważ nieciągła krzywa stóp terminowych implikuje nierealistyczne oczekiwania odnośnie przyszłych poziomów stóp procentowych,
- uzyskiwane z wykorzystaniem algorytmu interpolacji stopy terminowe powinny być dodatnie, ponieważ ujemne stopy terminowe implikują oczekiwania odnośnie ujemnych stóp procentowych w przyszłości,
- algorytm interpolacji nie powinien być wrażliwy na drobne zmiany wartości danych wejściowych dla poszczególnych punktów węzłowych,

- algorytm interpolacji powinien być lokalny to znaczy zmiany wartości danych wejściowych dla punktów węzłowych na krótkim końcu krzywej powinny mieć jedynie minimalny wpływ na interpolowane wartości dla długiego końca krzywej.

Wykorzystywane w praktyce oraz spotykane w literaturze algorytmy interpolacji podzielić można na trzy podstawowe typy:

- liniowe metody interpolacji stóp natychmiastowych (*simple interpolation methods*),
- metody interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujące funkcje sklejjane/ splajny kubiczne (*cubic splines*),
- metody interpolacji bazujące na stopach terminowych.

Dla uproszczenia notacji w niniejszym rozdziale przyjmuje się, że $R(t, T) = R(T)$, $P(t, T) = P(T)$ oraz $f(t, T) = f(T)$.

3.1. Liniowe metody interpolacji stóp natychmiastowych

W celu wykorzystania dowolnej metody interpolacji konieczna jest znajomość poziomu stóp procentowych $R(T_i)$ w poszczególnych punktach węzłowych T_i . Przy założeniu, że mamy n punktów węzłowych, interpolacja jest możliwa dla dowolnej daty zapadalności T , gdzie $T_1 < T < T_n$.

Własności liniowych metod interpolacji najlepiej opisane zostały w pracy Hagana oraz Westa (2006, s. 94 - 96). Informacje prezentowane w niniejszym podrozdziale opierają się na wynikach zaprezentowanych w tej pracy.

Liniowe metody interpolacji stóp natychmiastowych pozwalają na otrzymanie wartości stopy natychmiastowej $R(T)$ dla daty zapadalności T , gdzie $T_i < T < T_{i+1}$ z wykorzystaniem wyłącznie wartości stóp natychmiastowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych $R(T_i)$ oraz $R(T_{i+1})$. W dalszej części podrozdziału zaprezentowane zostały najważniejsze metody interpolacji z tej grupy.

3.1.1. Liniowa interpolacja czynników dyskontowych

W interpolacji tą metodą wykorzystywane są czynniki dyskontowe dla poszczególnych okresów, a nie bezpośrednio stopy natychmiastowe. Algorytm interpolacji dany jest wzorem:

$$P(T) = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot P(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot P(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.1)$$

gdzie:

- $P(T)$ - czynnik dyskontowy dla terminu zapadalności T .

Przekształcając schemat interpolacji czynników dyskontowych dany wzorem (3.1) w schemat interpolacji stóp natychmiastowych w kapitalizacji ciągłej otrzymać można formułę:

$$R(T) = -\frac{1}{T} \cdot \ln \left[\frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot P(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot P(T_i) \right], \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.2)$$

gdzie:

- $R(T)$ - stopa natychmiastowa w kapitalizacji ciągłej dla terminu zapadalności T .

Wykorzystując opisaną w rozdziale 1 zależność (1.3) otrzymać można następujący wzór na krótkoterminową stopę terminową $f(T)$:

$$f(T) = -\frac{\partial \ln P(T)}{\partial T} = \frac{\partial R(T) \cdot T}{\partial T}, \quad T_i < T < T_{i+1},$$

stąd też

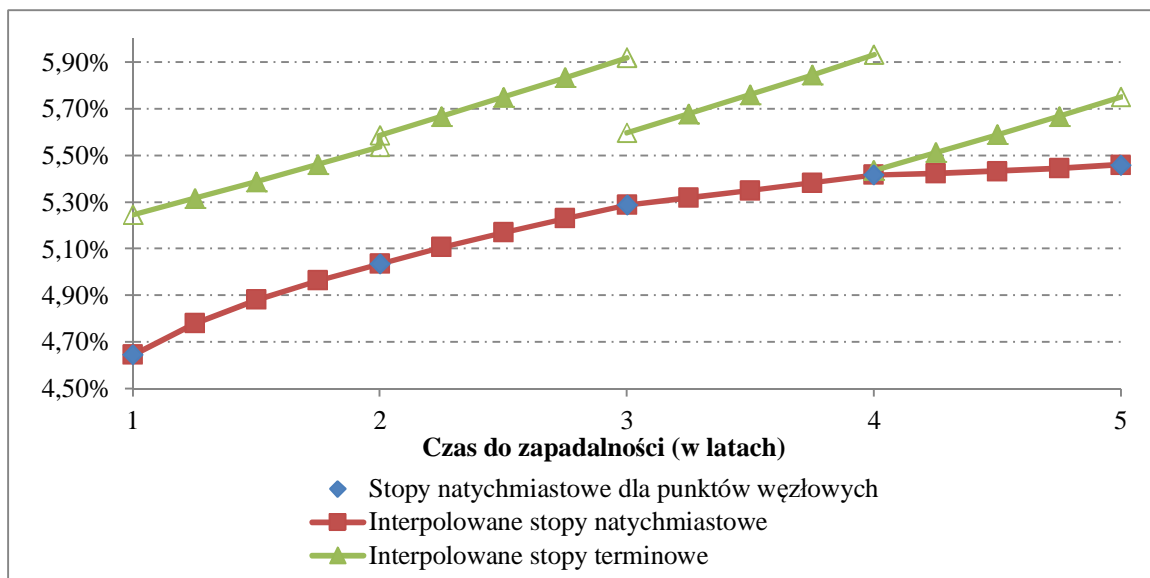
$$f(T) = -\frac{\partial \ln \left[\frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot P(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot P(T_i) \right]}{\partial T}, \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.3)$$

czyli

$$f(T) = \frac{P(T_i) - P(T_{i+1})}{(T - T_i) \cdot P(T_{i+1}) + (T_{i+1} - T) \cdot P(T_i)}, \quad T_i < T < T_{i+1}. \quad (3.4)$$

W przypadku liniowej interpolacji czynników dyskontowych funkcja $f(T)$ nie jest określona w punktach sklejenia (którymi są daty zapadalności dla poszczególnych punktów węzłowych krzywej). Dla różnych terminów zapadalności zmieniają się wykorzystywane punkty węzłowe. Krótkoterminowa stopa terminowa dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i < T < T_{i+1}$, zależy wyłącznie od wartości stóp procentowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych krzywej stóp procentowych.

Ta własność funkcji $f(T)$ krótkoterminowej stopy terminowej ma przełożenie na kształt krzywej stóp terminowych możliwej do uzyskania z wykorzystaniem algorytmu liniowej interpolacji czynników dyskontowych. Wykres 3.1 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku. Dla okresów znajdujących się pomiędzy poszczególnymi punktami węzłowymi poziom stóp terminowych zależy wyłącznie od wartości stóp procentowych w dwóch najbliższych punktach węzłowych. Otrzymywana krzywa stóp terminowych nie jest ciągła.



Wykres 3.1 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody liniowej interpolacji czynników dyskontowych na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.1.2. Liniowa interpolacja stóp natychmiastowych

W przypadku liniowej interpolacji stóp natychmiastowych algorytm interpolacji dany jest wzorem:

$$R(T) = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.5)$$

gdzie:

- $R(T)$ - stopa natychmiastowa dla terminu zapadalności T .

Wykorzystując opisaną w rozdziale 1 zależność (1.3) otrzymać można następujący wzór na krótkoterminową stopę terminową $f(T)$ w przypadku liniowej interpolacji stóp natychmiastowych:

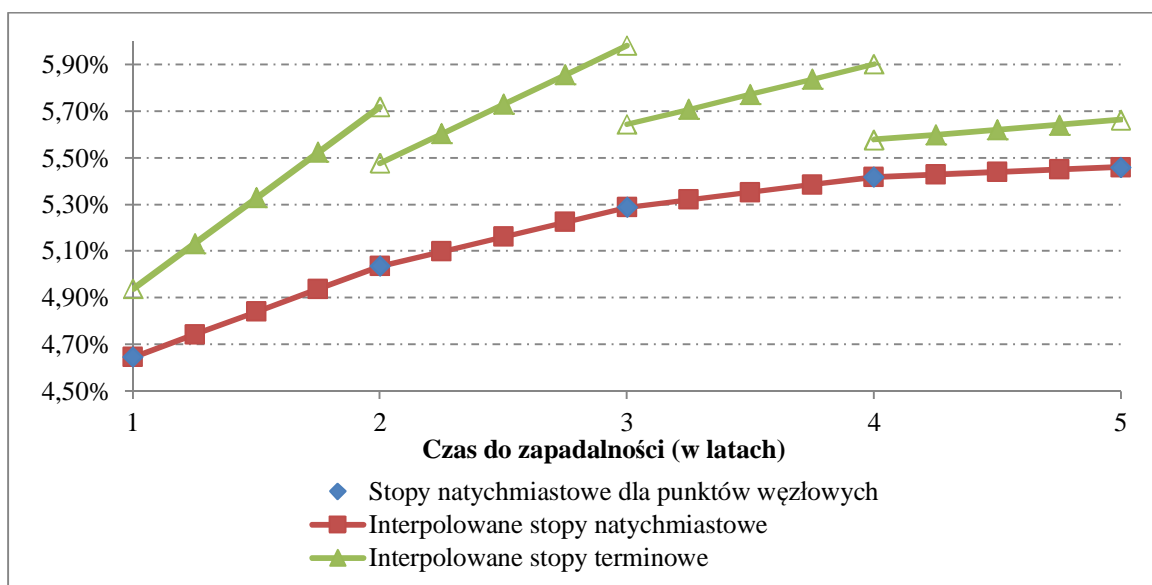
$$f(T) = \frac{\partial \left[\frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_{i+1}) \cdot T + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_i) \cdot T \right]}{\partial T}, \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.6)$$

skąd

$$f(T) = \frac{2 \cdot T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - 2 \cdot T}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}. \quad (3.7)$$

Podobnie jak w przypadku liniowej interpolacji czynników dyskontowych, w algorytmie liniowej interpolacji stóp natychmiastowych, krótkoterminowa stopa terminowa dla okresu

zapadalności T , gdzie $T_i < T < T_{i+1}$, zależy wyłącznie od wartości stóp procentowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych krzywej stóp procentowych. Krzywa stóp terminowych nie jest ciągła. Wykres 3.2 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku.



Wykres 3.2 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody liniowej interpolacji stóp natychmiastowych na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.1.3. Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych czynników dyskontowych

W interpolacji tą metodą wykorzystywane są czynniki dyskontowe dla poszczególnych okresów, a nie bezpośrednio stopy natychmiastowe. Algorytm interpolacji dany jest wzorem:

$$\ln P(T) = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot \ln P(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot \ln P(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.8)$$

gdzie:

- $P(T)$ - czynnik dyskontowy dla terminu zapadalności T .

Wykorzystując wzór (3.9) uzyskać można algorytm interpolacji stóp natychmiastowych w kapitalizacji ciągłej:

$$P(T) = e^{-R(T) \cdot T}, \quad (3.9)$$

co daje

$$R(T) = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot \frac{T_{i+1}}{T} \cdot R(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot \frac{T_i}{T} \cdot R(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}. \quad (3.10)$$

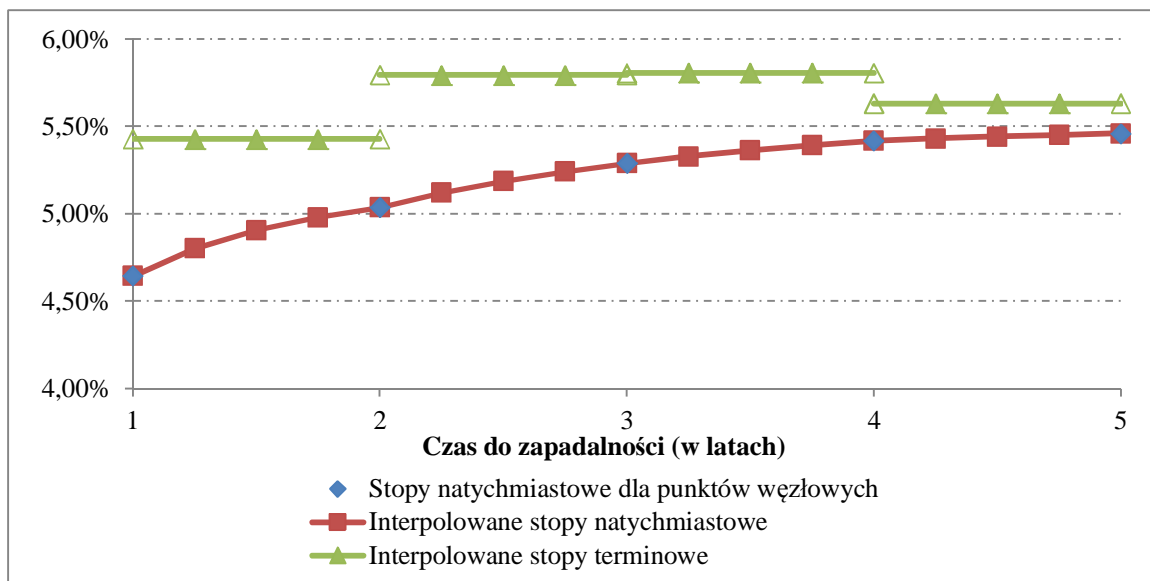
Formuły (3.11) oraz (3.12) prezentują wyprowadzenie wzoru na krótkoterminową stopę terminową $f(T)$ w przypadku liniowej interpolacji logarytmów naturalnych czynników dyskontowych:

$$f(T) = \frac{\partial \left[\frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot T_{i+1} \cdot R(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot T_i \cdot R(T_i) \right]}{\partial T}, \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.11)$$

skąd

$$f(T) = \frac{T_{i+1}}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_{i+1}) - \frac{T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot R(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}. \quad (3.12)$$

Funkcja $f(T)$ nie jest określona w punktach sklejenia (którymi są daty zapadalności dla poszczególnych punktów węzłowych krzywej). Dla różnych terminów zapadalności zmieniają się wykorzystywane punkty węzłowe. Krótkoterminowa stopa terminowa dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i < T < T_{i+1}$, zależy wyłącznie od wartości stóp procentowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych krzywej stóp procentowych. Analizując wzór (3.12) należy również zauważyć, że algorytm liniowej interpolacji logarytmów czynników dyskontowych pozwala na uzyskanie stałych wartości stóp terminowych na przedziałach wyznaczonych przez poszczególne punkty węzłowe krzywej. Wykres 3.3 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku dla algorytmu liniowej interpolacji logarytmów naturalnych czynników dyskontowych.



Wykres 3.3 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody liniowej interpolacji logarytmów czynników dyskontowych na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.1.4. Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych

W interpolacji tą metodą wykorzystywane są logarytmy naturalne stóp natychmiastowych dla poszczególnych okresów, a nie bezpośrednio stopy natychmiastowe. Algorytm interpolacji dany jest wzorem:

$$\ln R(T) = \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \cdot \ln R(T_{i+1}) + \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \cdot \ln R(T_i), \quad T_i < T < T_{i+1}, \quad (3.13)$$

gdzie:

- $R(T)$ - stopa natychmiastowa dla terminu zapadalności T .

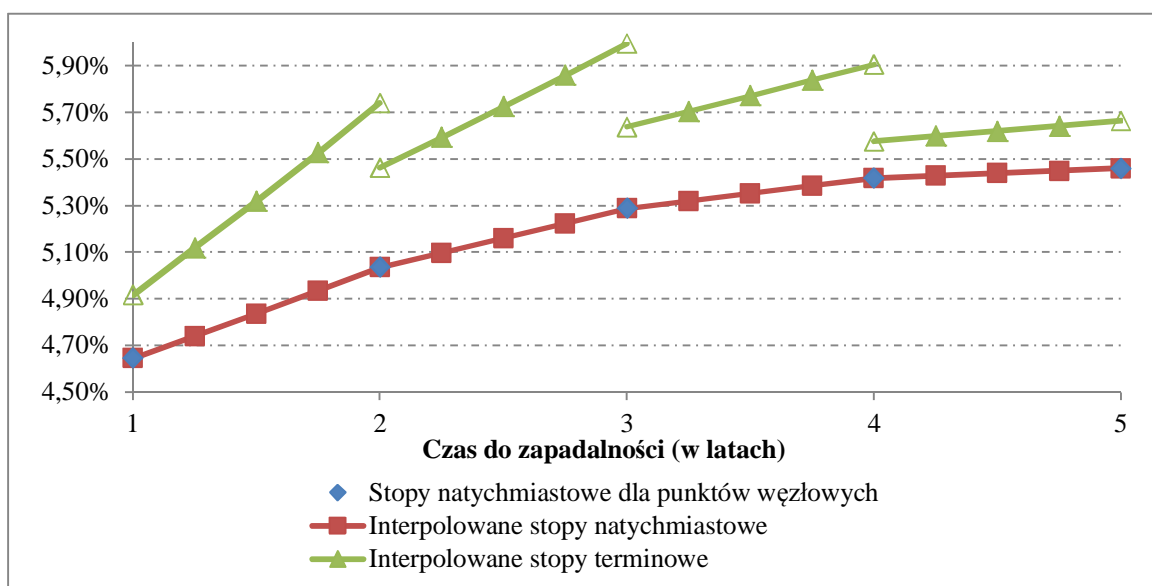
Przekształcając wzór (3.13) otrzymać można algorytm interpolacji stóp natychmiastowych:

$$R(T) = R(T_{i+1})^{\frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i}} \cdot R(T_i)^{\frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i}}, \quad T_i < T < T_{i+1}. \quad (3.14)$$

Wzór na krótkoterminową stopę terminową $f(T)$ w przypadku liniowej interpolacji logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych ma postać:

$$f(T) = R(T) \cdot \left[\frac{T}{T_{i+1} - T_i} \cdot \ln \left(\frac{R(T_{i+1})}{R(T_i)} \right) + 1 \right]. \quad (3.15)$$

Podobnie jak w przypadku wszystkich algorytmów bazujących na interpolacji liniowej, w przypadku liniowej interpolacji logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych algorytm interpolacji wykorzystuje wyłącznie informacje dotyczące wartości czynników dyskontowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych krzywej stóp procentowych. Otrzymywana krzywa stóp terminowych nie jest ciągła. Wykres 3.4 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku dla algorytmu liniowej interpolacji logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych.



Wykres 3.4 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody liniowej interpolacji logarytmów stóp natychmiastowych na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.2. Metody interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujące funkcje sklejane/splajny kubiczne

Podobnie jak w przypadku analizy liniowych algorytmów interpolacji przyjmujemy założenie, że dane są poziomy natychmiastowych stóp procentowych $R(T_i)$ w poszczególnych punktach węzłowych krzywej T_i . Przy założeniu, że mamy n punktów węzłowych, interpolacja jest możliwa dla dowolnej daty zapadalności T , gdzie $T_1 < T < T_n$.

W przypadku metod interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujących funkcje sklejane/splajny kubiczne wartość stopy natychmiastowej $R(T)$ dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i < T < T_{i+1}$ otrzymywana jest z wykorzystaniem wzoru postaci:

$$R(T) = a_i + b_i \cdot (T - T_i) + c_i \cdot (T - T_i)^2 + d_i \cdot (T - T_i)^3, \quad T_i \leq T \leq T_{i+1}. \quad (3.16)$$

W celu stworzenia algorytmu interpolacji pozwalającego na interpolację stóp procentowych dla dowolnej daty zapadalności T , gdzie $T_1 < T < T_n$, konieczne jest wyznaczenie $n - 1$ zestawów parametrów (a_i, b_i, c_i, d_i) równania (3.16) tak, aby spełnione były następujące własności (Hagan, West, 2006, s. 97):

- funkcja interpolująca pozwala na dokładne odtworzenie wartości stóp natychmiastowych dla punktów węzłowych, czyli spełniony jest warunek:

$$a_i = R(T_i), \quad (3.17)$$

dla każdego $i = 1, 2, \dots, n - 1$,

a ponadto dla $i = n$ spełniony jest warunek:

$$a_{n-1} + b_{n-1} \cdot (T_n - T_{n-1}) + c_{n-1} \cdot (T_n - T_{n-1})^2 + d_{n-1} \cdot (T_n - T_{n-1})^3 = a_n = R(T_n); \quad (3.18)$$

- funkcja interpolująca jest ciągła w każdym punkcie, czyli:

$$a_i + b_i \cdot (T_{i+1} - T_i) + c_i \cdot (T_{i+1} - T_i)^2 + d_i \cdot (T_{i+1} - T_i)^3 = a_{i+1}, \quad (3.19)$$

dla każdego $i = 1, 2, \dots, n - 1$;

- funkcja interpolująca jest różniczkowalna w każdym punkcie, czyli:

$$b_i + 2 \cdot c_i \cdot (T_{i+1} - T_i) + 3 \cdot d_i \cdot (T_{i+1} - T_i)^2 = b_{i+1}. \quad (3.20)$$

dla każdego $i = 1, 2, \dots, n - 2$.

Wzór na postać funkcji $f(T)$ krótkoterminowej stopy terminowej w przypadku interpolacji za pomocą metody wykorzystującej funkcje sklejane można opisać za pomocą wzoru (Hagan, West, 2006, s. 97):

$$f(T) = a_i + b_i \cdot (2 \cdot T - T_i) + c_i \cdot (T - T_i) \cdot (3 \cdot T - T_i) + d_i \cdot (T - T_i)^2 \cdot (4 \cdot T - T_i), \quad T_i \leq T \leq T_{i+1}. \quad (3.21)$$

W dalszej części podrozdziału zaprezentowane zostały najważniejsze metody interpolacji z tej grupy.

3.2.1. Naturalny splajn kubiczny (*Natural Cubic Spline*)

Ograniczenia na wartości poszczególnych parametrów równania (3.16) dane wzorami (3.17) - (3.20) pozwalają na stworzenie układu $3n - 4$ równań dla $4n - 4$ niewiadomych. Analizowany układ nie ma więc jednoznacznego rozwiązania. W przypadku algorytmu naturalnego splajnu kubicznego na parametry równania (3.16) nakładane jest n dodatkowych ograniczeń postaci:

- funkcja interpolująca jest dwukrotnie różniczkowalna w każdym punkcie, czyli:

$$c_i + 3 \cdot d_i \cdot (T_{i+1} - T_i) = c_{i+1}, \quad (3.22)$$

dla każdego $i = 1, 2, \dots, n - 2$;

- dla $i = 1$ oraz $i = n$ druga pochodna funkcji interpolującej równa jest zero:

$$R''(T_1) = R''(T_n) = 0. \quad (3.23)$$

Dodanie n dodatkowych ograniczeń na parametry równania (3.16) pozwala na stworzenie układu $4n - 4$ równań dla $4n - 4$ niewiadomych. Układ ten można rozwiązać za pomocą następującego algorytmu (Burden, Faires, 2011, s. 149-150):

- **Krok 1:** Dla $i = 1, 2, \dots, n - 1$ wyznacz:

$$h_i = T_{i+1} - T_i;$$

$$a_i = R(T_i);$$

- **Krok 2:** Dla $i = 2, \dots, n - 1$ wyznacz:

$$\alpha_i = \frac{3}{h_i} \cdot (a_{i+1} - a_i) - \frac{3}{h_i - 1} \cdot (a_i - a_{i-1});$$

- **Krok 3:** Dla $i = 1$ wyznacz:

$$l_1 = 1;$$

$$u_1 = 0;$$

$$z_1 = 0;$$

- **Krok 4:** Dla $i = 2, \dots, n - 1$ wyznacz:

$$l_i = 2 \cdot (T_{i+1} - T_{i-1}) - h_{i-1} \cdot u_{i-1};$$

$$u_i = \frac{h_i}{l_i};$$

$$z_i = \frac{a_i - h_{i-1} \cdot z_{i-1}}{l_i};$$

- **Krok 5:** Dla $i = n$ wyznacz:

$$l_n = 1;$$

$$u_n = 0;$$

$$z_n = 0;$$

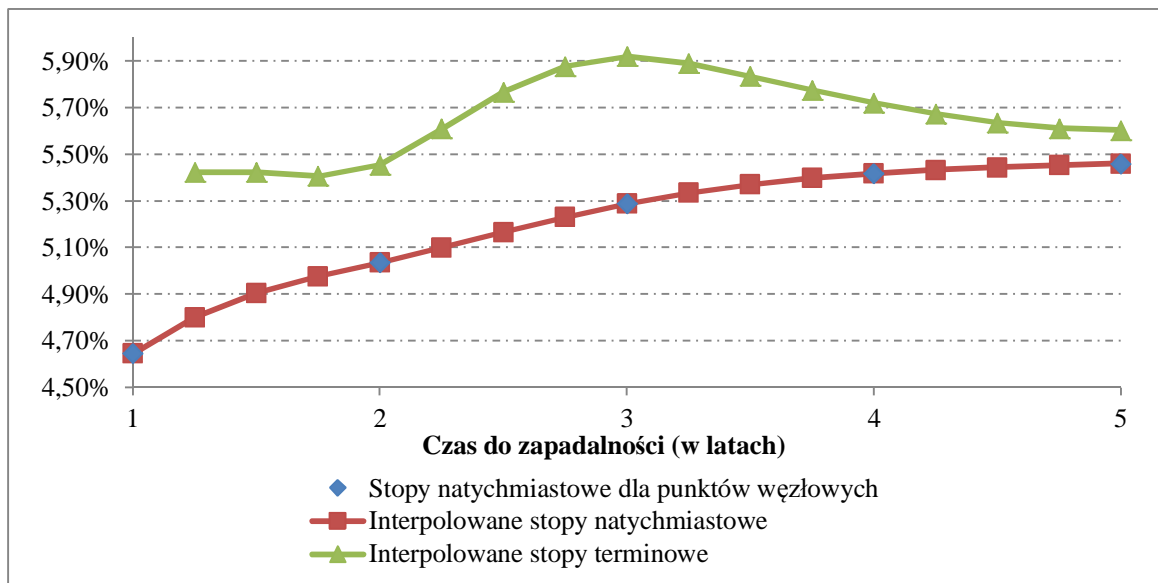
- **Krok 6:** Dla $j = n - 1, n - 2, \dots, 1$ wyznacz retrospektywnie:

$$c_j = z_j - u_j \cdot c_{j+1};$$

$$b_j = \frac{a_{j+1} - a_j}{h_j} - h_j \frac{c_{j+1} + 2 \cdot c_j}{3};$$

$$d_j = \frac{c_{j+1} - c_j}{3 \cdot h_j}.$$

Wykres 3.5 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku. W przeciwieństwie do liniowych algorytmów interpolacji naturalny splajn kubiczny pozwala na uzyskanie gładkiej⁴ krzywej stóp terminowych.



Wykres 3.5 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem naturalnego splajnu kubicznego na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

⁴ W tym przypadku gładką w rozumieniu dwukrotnie różniczkowalną - $f \in C^2$.

3.2.2. Splajn kubiczny hermitowski (*Hermite Cubic Spline*)

W przypadku splajnu kubicznego hermitowskiego, w celu uzyskania jednoznacznego rozwiązania, na parametry rozwiązania równania (3.16) nakładane jest n dodatkowych ograniczeń postaci:

- parametr b_i równania (3.16) równy jest nachyleniu interpolowanej wartości czyli pierwszej pochodnej interpolowanej wartości względem dziedziny po której dokonywana jest interpolacja, czyli:

$$b_i = \frac{\partial R(T_i)}{\partial T_i} = R'(T_i), \quad (3.24)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n$.

Wartości poszczególnych parametrów równania (3.16) wyznaczyć można z wykorzystaniem następującego algorytmu (Burden, Faires, 2011, s.141):

- **Krok 1:** Dla $i = 1, \dots, n-1$ wyznacz:

$$h_i = T_{i+1} - T_i;$$

$$a_i = R(T_i);$$

- **Krok 2:** Dla $i = 1, \dots, n-1$ wyznacz:

$$m_i = \frac{a_{i+1} - a_i}{h_i};$$

- **Krok 3:** Dla $i = 1, \dots, n$ wyznacz numerycznie pierwsze pochodne interpolowanej funkcji względem dziedziny po której dokonywana jest interpolacja:

$$b_i = R'(T_i);$$

- **Krok 4:** Dla $i = 1, \dots, n-1$ wyznacz:

$$c_i = \frac{3m_i - b_{i+1} - 2b_i}{h_i};$$

- **Krok 5:** Dla $i = 1, \dots, n-1$ wyznacz:

$$d_i = \frac{b_{i+1} + b_i - 2m_i}{h_i}.$$

Dodatkowo w celu zachowania kryterium monotoniczności (przykładowo, jeżeli wartości funkcji w przedziale dziedziny po której dokonywana jest interpolacja rosną to również wartości uzyskiwane z wykorzystaniem algorytmu interpolacji powinny rosnąć na tym przedzia-

le) w algorytmie wprowadzane są dodatkowe ograniczenia na wartości parametru b_i (Hyman, 1983, s. 647):

- jeżeli interpolowana krzywa jest rosnąca na danym przedziale, czyli $\min(m_{i-1}, m_i) > 0$, to:

$$b_i = \min[\max(0, b_i), 3 \cdot \min(m_{i-1}, m_i)],$$

- jeżeli interpolowana krzywa jest malejąca na danym przedziale, czyli $\max(m_{i-1}, m_i) < 0$, to:

$$b_i = \max[\min(0, b_i), 3 \cdot \max(m_{i-1}, m_i)],$$

- jeżeli interpolowana krzywa posiada punkt zwrotny na danym przedziale, czyli $m_{i-1} \cdot m_i \leq 0$, to:

$$b_i = 0.$$

Powyższe ograniczenia można dodatkowo zmodyfikować, tak, aby zachowywany był znak parametru b_i [Hyman, 1983, s. 648]:

- jeżeli $\text{sign}(b_i) > 0$, to:

$$b_i = \min[\max(0, b_i), 3 \cdot \min(|m_{i-1}|, |m_i|)],$$

- jeżeli $\text{sign}(b_i) < 0$, to:

$$b_i = \max[\min(0, b_i), -3 \cdot \min(|m_{i-1}|, |m_i|)].$$

Jakość wyników interpolacji z wykorzystaniem splajnu kubicznego hermitowskiego zależy przede wszystkim od jakości oszacowań pierwszej pochodnej interpolowanej wielkości względem dziedzin, po której dokonywana jest interpolacja. Ponieważ w przypadku krzywej stóp procentowych wartości te nie są bezpośrednio obserwowalne, konieczne jest ich wyznaczenie za pomocą metod numerycznych. Dokładność oraz jakość oszacowań pierwszej pochodnej uzyskiwanych z wykorzystaniem metod numerycznych wpływa w dużym stopniu na jakość samego algorytmu interpolacji oraz spełnienie warunków dobrego algorytmu interpolacji krzywej, takich jak na przykład ciągłość uzyskiwanej krzywej stóp terminowych (Hyman, 1983, s. 646). W tabeli 3.1 zaprezentowano przegląd metod numerycznych pozwalających na wyznaczenie pierwszej pochodnej interpolowanej wielkości względem dziedzin, po której dokonywana jest interpolacja.

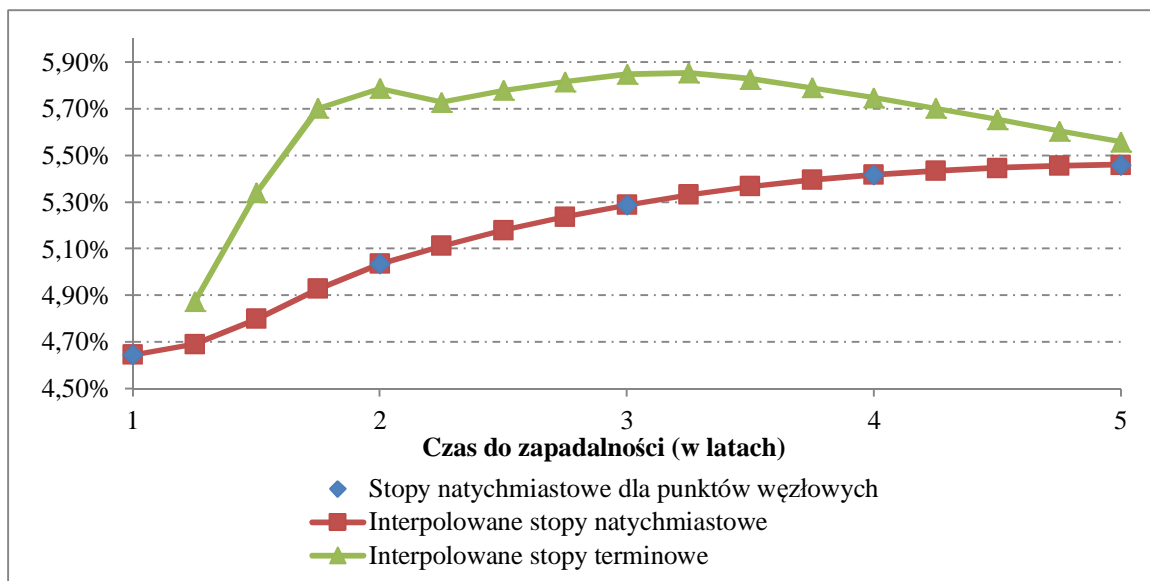
Tabela 3.1 Metody numeryczne wyznaczania pierwszej pochodnej mające zastosowanie w interpolacji z wykorzystaniem splajnu kubicznego hermitowskiego

Metoda	Formuła wyznaczania pierwszej pochodnej
Akimy	<ul style="list-style-type: none"> dla $i = 1, 2$: $b_i = \frac{(2h_i + h_{i+1}) \cdot m_i - h_i \cdot m_{i+1}}{h_i + h_{i+1}};$ dla $i = 3, \dots, n - 2$: $b_i = \frac{ m_{i+1} - m_i \cdot m_{i-1} + m_{i-1} - m_{i-2} \cdot m_i}{ m_{i+1} - m_i + m_{i-1} - m_{i-2} };$ dla $i = n - 1, n$: $b_i = \frac{(2h_{i-1} + h_{i-2}) \cdot m_{i-1} - h_{i-1} \cdot m_{i-2}}{h_{i-1} + h_{i-2}};$
Fritscha - Butlanda	<ul style="list-style-type: none"> dla $i = 1$: $b_1 = 0;$ dla $i = 2, \dots, n - 1$: $b_i = \frac{3 \cdot \min(m_{i-1}, m_i) \cdot \max(m_{i-1}, m_i)}{\max(m_{i-1}, m_i) + 2 \cdot \min(m_{i-1}, m_i)};$ dla $i = n$: $b_n = 0;$
Paraboliczna (Parabolic)	<ul style="list-style-type: none"> dla $i = 1$: $b_1 = \frac{(2h_1 + h_2) \cdot m_1 - h_1 \cdot m_2}{h_1 + h_2};$ dla $i = 2, \dots, n - 1$: $b_i = \frac{h_{i-1} \cdot m_i + h_i \cdot m_{i-1}}{h_i + h_{i-1}};$ dla $i = n$: $b_n = \frac{(2h_{n-1} + h_{n-2}) \cdot m_{n-1} - h_{n-1} \cdot m_{n-2}}{h_{n-1} + h_{n-2}};$

Metoda	Formuła wyznaczania pierwszej pochodnej
Różnic skończonych czwartego rzędu (<i>Fourth-order finite difference</i>)	<ul style="list-style-type: none"> dla $i = 1$: $b_1 = \frac{-22R(T_i) + 36R(T_{i+1}) - 18R(T_{i+2}) + 4R(T_{i+3})}{-22T_i + 36T_{i+1} - 18T_{i+2} + 4T_{i+3}};$ dla $i = 2$: $b_2 = \frac{-2R(T_{i-1}) - 3R(T_i) + 6R(T_{i+1}) - R(T_{i+2})}{-2T_{i-1} - 3T_i + 6T_{i+1} - T_{i+2}};$ dla $i = 3, \dots, n - 2$: $b_i = \frac{-R(T_{i+2}) + 8R(T_{i+1}) - 8R(T_{i-1}) + R(T_{i-2})}{-T_{i+2} + 8T_{i+1} - 8T_{i-1} + T_{i-2}};$ dla $i = n - 1$: $b_{n-1} = \frac{2R(T_{i+1}) + 3R(T_i) - 6R(T_{i-1}) + R(T_{i-2})}{2T_{i+1} + 3T_i - 6T_{i-1} + T_{i-2}};$ dla $i = n$: $b_n = \frac{22R(T_n) - 36R(T_{n-1}) + 18R(T_{n-2}) - 4R(T_{n-3})}{22T_n - 36T_{n-1} + 18T_{n-2} - 4T_{n-3}};$

Źródło: Opracowanie własne na podstawie (Hyman, 1983, s. 649)

Wykres 3.6 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku z wykorzystaniem splajnu kubicznego hermitowskiego z zastosowaniem wyznaczania pochodnych metodą Fritscha – Butlanda.



Wykres 3.6 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem splajnu kubicznego hermitowskiego na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.2.3. Natural Quadratic Spline

Algorytm *Natural Quadratic Spline* jest modyfikacją algorytmu naturalnego splajnu kubicznego zaproponowaną w kontekście interpolacji stóp procentowych przez McCullocha oraz Kochina (2000). Proponowana przez nich funkcja interpolująca stopę natychmiastową $R(T)$ dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i \leq T \leq T_{i+1}$ dana jest wzorem:

$$R(T) = \frac{a_i + b_i \cdot (T - T_i) + c_i \cdot (T - T_i)^2 + d_i \cdot (T - T_i)^3}{T}, \quad T_i \leq T \leq T_{i+1}. \quad (3.25)$$

W celu stworzenia algorytmu interpolacji pozwalającego na interpolację stóp procentowych dla dowolnej daty zapadalności T , gdzie $T_1 < T < T_n$, konieczne jest wyznaczenie $n - 1$ zestawów parametrów (a_i, b_i, c_i, d_i) spełniających następujące warunki:

- funkcja interpolująca pozwala na dokładne odtworzenie wartości stóp zerokuponowych dla punktów węzłowych, czyli:

$$a_i = R(T_i) \cdot T_i, \quad (3.26)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n - 1$,

ponadto dla $i = n$ spełniony jest warunek:

$$a_{n-1} + b_{n-1} \cdot (T_n - T_{n-1}) + c_{n-1} \cdot (T_n - T_{n-1})^2 + d_{n-1} \cdot (T_n - T_{n-1})^3 = a_n = R(T_n) \cdot T_n; \quad (3.27)$$

- funkcja interpolująca jest ciągła w każdym punkcie, czyli:

$$a_i + b_i \cdot (T_{i+1} - T_i) + c_i \cdot (T_{i+1} - T_i)^2 + d_i \cdot (T_{i+1} - T_i)^3 = a_{i+1}, \quad (3.28)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n-2$;

- funkcja interpolująca jest różniczkowalna w każdym punkcie, czyli:

$$b_i \cdot T_i + c_i \cdot (T_{i+1}^2 - T_i^2) + d_i \cdot (2 \cdot T_{i+1}^2 - 3 \cdot T_i \cdot T_{i+1} + T_i^3) - a_i = b_{i+1} \cdot T_{i+1} - a_{i+1}. \quad (3.29)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n-2$.

Ograniczenia na zestawy parametrów równania (3.25) dane równaniami (3.26) - (3.29) pozwalają na stworzenie układu $3n-4$ równań dla $4n-4$ niewiadomych. Analizowany układ nie ma więc jednoznacznego rozwiązania, dlatego też dodawane jest n dodatkowych ograniczeń postaci:

- funkcja interpolująca jest dwukrotnie różniczkowalna w każdym punkcie, czyli:

$$a_i - b_i \cdot T_i + c_i \cdot T_i^2 + d_i \cdot (T_{i+1}^3 - T_i^3) = a_{i+1} - b_{i+1} \cdot T_{i+1} + c_{i+1} \cdot T_{i+1}^2, \quad (3.30)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n-2$;

- dla $i = n$ druga pochodna funkcji interpolującej równa jest zero, czyli:

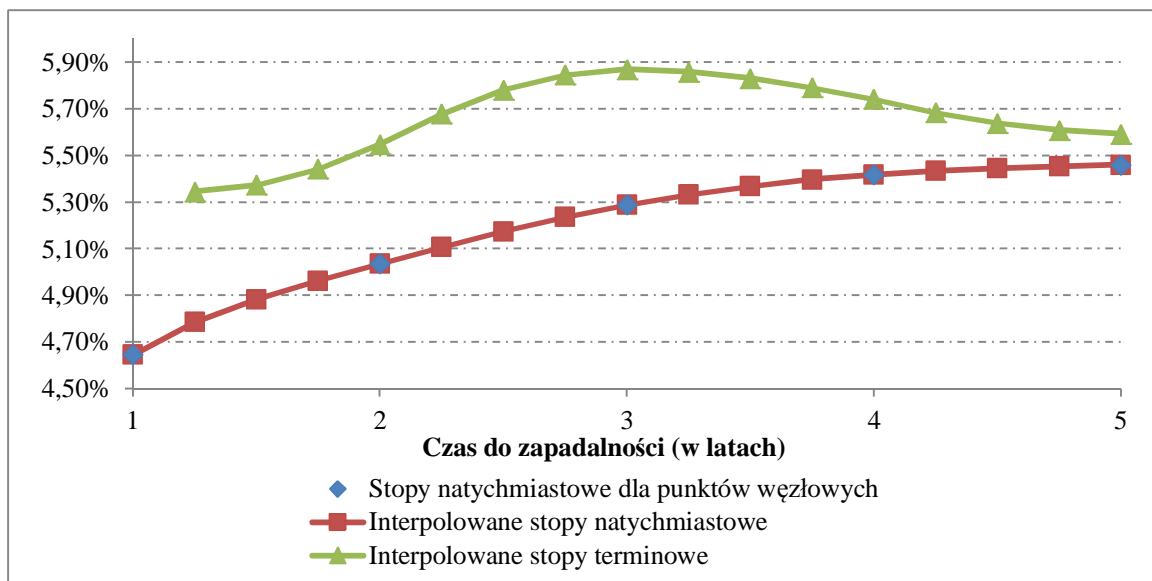
$$R''(T_n) = 0; \quad (3.31)$$

- dla $i = 1$ trzecia pochodna funkcji interpolującej równa jest zero, czyli:

$$R^{(3)}(T_1) = 0. \quad (3.32)$$

Dodanie n dodatkowych ograniczeń na parametry równania (3.25) pozwala na stworzenie układu $4n-4$ równań dla $4n-4$ niewiadomych. Cały układ posiada więc jednoznaczne rozwiązanie, które uzyskać można za pomocą algorytmu analogicznego do stosowanego w przypadku interpolacji z wykorzystaniem algorytmu naturalnego splajnu kubicznego.

Wykres 3.7 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku.



Wykres 3.7 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody interpolacji *natural quadratic spline* na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.2.4. Funkcje sklejjane hiperboliczne (*Tension Splines*)

Funkcje sklejjane hiperboliczne w kontekście interpolacji stóp procentowych zostały zaproponowane przez Andersena (2005). Wykorzystywana w przypadku tego algorytmu postać funkcji interpolującej stopę natychmiastową $R(T)$ dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i \leq T \leq T_{i+1}$ dana jest wzorem:

$$\begin{aligned}
 R(T) = & \left(\frac{\sinh[\sigma \cdot (T_{i+1} - T)]}{\sinh[\sigma \cdot (T_{i+1} - T_i)]} - \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} \right) \cdot \frac{R''(T_i)}{\sigma^2} \\
 & + \left(\frac{\sinh[\sigma \cdot (T - T_i)]}{\sinh[\sigma \cdot (T_{i+1} - T_i)]} - \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i} \right) \cdot \frac{R''(T_{i+1})}{\sigma^2} \quad T_i \leq T \leq T_{i+1}, \quad (3.33) \\
 & + R(T_i) \cdot \frac{T_{i+1} - T}{T_{i+1} - T_i} + R(T_{i+1}) \cdot \frac{T - T_i}{T_{i+1} - T_i},
 \end{aligned}$$

gdzie:

- $\sigma \geq 0$ - parametr algorytmu.

W zależności od wartości parametru σ funkcje sklejjane hiperboliczne pozwalają na interpolację stóp natychmiastowych w sposób zbliżony do interpolacji z wykorzystaniem naturalnego splajnu kubicznego lub do algorytmu liniowej interpolacji stóp natychmiastowych (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 243). W sytuacji, gdy wartość parametru $\sigma = 0$ funkcje sklejjane hiperboliczne zachowują się analogicznie jak w przypadku zastosowania algorytmu naturalnego

splajnu kubicznego. W sytuacji, gdy wartość parametru $\sigma \gg 1$ funkcje sklepane hiperboliczne zachowują się w podobny sposób jak w przypadku zastosowania algorytmu liniowej interpolacji stóp natychmiastowych. W przeciwieństwie do algorytmu liniowej interpolacji stóp natychmiastowych zachowany zostaje warunek dwukrotnej różniczkowości funkcji w każdym jej punkcie. Warunek ten nie jest spełniony jedynie w przypadku granicznym, gdy $\sigma \rightarrow \infty$ (Andersen, Piterbarg, 2010, s. 275).

Przy założeniu, że wartość parametru σ jest dana, chcąc dokonać interpolacji z wykorzystaniem wzoru (3.33) konieczne jest wyznaczenie wartości n parametrów $R''(T_i)$ tak, aby spełnione były następujące warunki (Cline, 1974, s. 219):

- funkcja interpolująca jest różniczkowalna w każdym punkcie, czyli:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{T_i - T_{i-1}} - \frac{\sigma}{\sinh(\sigma \cdot (T_i - T_{i-1}))} \right) \cdot \frac{R''(T_{i-1})}{\sigma^2} \\ & + \left(\frac{\sigma \cdot \cosh(\sigma \cdot (T_i - T_{i-1}))}{\sinh(\sigma \cdot (T_i - T_{i-1}))} - \frac{1}{T_i - T_{i-1}} - \frac{\sigma \cdot \cosh(\sigma \cdot (T_{i+1} - T_i))}{\sinh(\sigma \cdot (T_{i+1} - T_i))} - \frac{1}{T_{i+1} - T_i} \right) \cdot \frac{R''(T_i)}{\sigma^2} \\ & + \left(\frac{1}{T_{i+1} - T_i} - \frac{\sigma}{\sinh(\sigma \cdot (T_{i+1} - T_i))} \right) \cdot \frac{R''(T_{i+1})}{\sigma^2} = \frac{R(T_{i+1}) - R(T_i)}{T_{i+1} - T_i} - \frac{R(T_i) - R(T_{i-1})}{T_i - T_{i-1}} \end{aligned} \quad (3.34)$$

dla każdego $i = 2, \dots, n - 2$;

- dla $i = 1$ druga pochodna funkcji interpolującej równa jest zero, czyli:

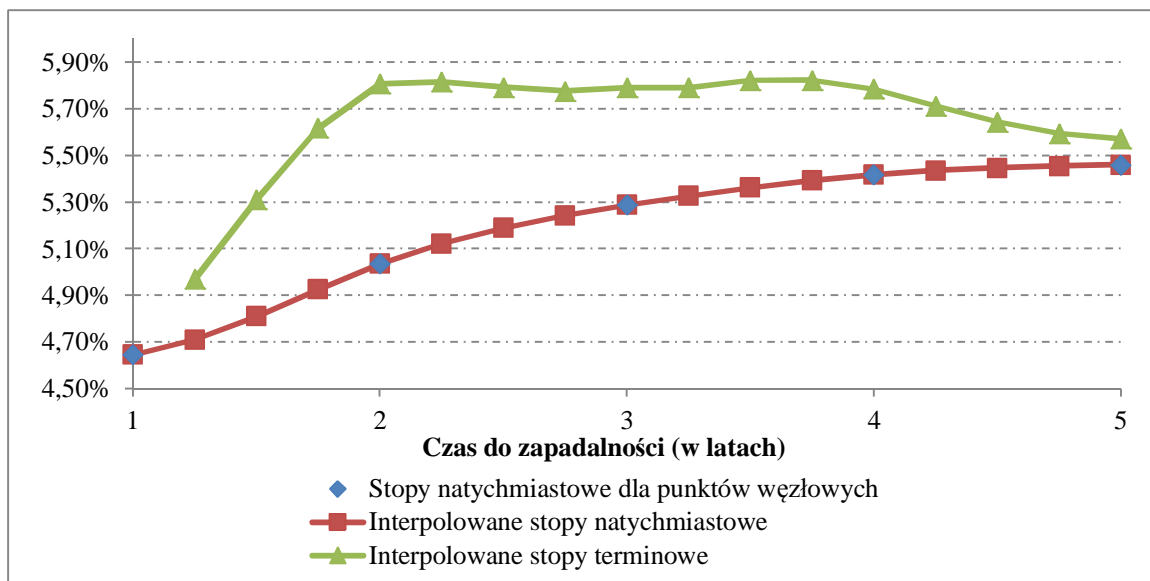
$$R''(T_1) = 0; \quad (3.35)$$

- dla $i = n$ druga pochodna funkcji interpolującej równa jest zero, czyli:

$$R''(T_n) = 0. \quad (3.36)$$

Powyższy układ równań rozwiązać można wykorzystując na przykład metodę Crouta (Burden, Faires, 2011, s. 408).

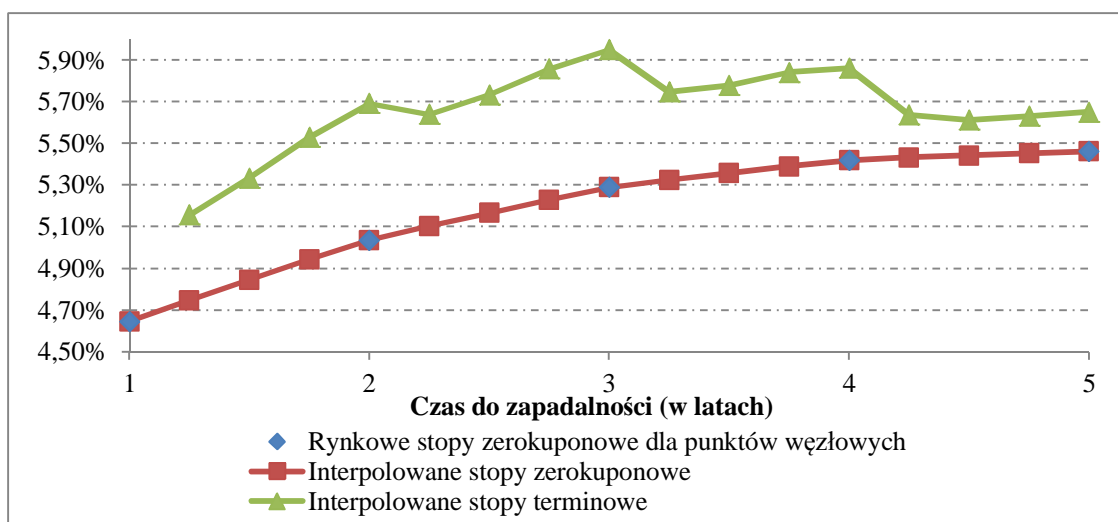
Wykres 3.8 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku z wykorzystaniem funkcji sklepanych hiperbolicznych, gdy wartość parametru σ równa jest zero ($\sigma = 0$). Algorytm interpolacji zachowuje się więc w sposób zbliżony do naturalnego splajnu kubicznego (por. wykres 3.5).



Wykres 3.8 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem funkcji sklejanych hiperbolicznych przy wartości parametru $\sigma = 0$ na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Wykres 3.9 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku z wykorzystaniem funkcji sklejanych hiperbolicznych, gdy wartość parametru $\sigma = 15$. Uzyskiwana krzywa stóp terminowych upodabnia się do krzywej uzyskiwanej z wykorzystaniem algorytmu liniowej interpolacji stóp natychmiastowych (por. Wykres 3.2), zachowany jednak zostaje warunek dwukrotnej różniczkalności funkcji w każdym jej punkcie.



Wykres 3.9 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem funkcji sklejanych hiperbolicznych przy wartości parametru $\sigma = 15$ na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.3. Metody interpolacji bazujące na stopach terminowych

Dokonując analizy metod interpolacji bazujących na stopach terminowych przyjmujemy założenie, że dane są poziomy natychmiastowych stóp procentowych $R(T_i)$ w poszczególnych punktach węzłowych T_i . Przy założeniu, że mamy n punktów węzłowych, interpolacja jest możliwa dla dowolnej daty zapadalności T , gdzie $T_1 < T < T_n$.

W przypadku metod interpolacji bazujących na stopach terminowych algorytm interpolujący odnoszony jest bezpośrednio do terminowych stóp procentowych. Ponieważ stopy terminowe dla większości terminów nie są obserwowane bezpośrednio na rynku, konieczne jest przekształcenie algorytmu interpolującego tak aby uzyskać postać pozwalającą na otrzymanie wartości stopy natychmiastowej $R(T)$ dla okresu zapadalności T z wykorzystaniem danych stóp natychmiastowych $R(T_i)$ w poszczególnych punktach węzłowych. W dalszej części podrozdziału zaprezentowane zostały najważniejsze metody interpolacji z tej grupy.

3.3.1. *Quartic Forward Spline*

Adams (2001) proponuje zastosowanie funkcji sklepanych bezpośrednio do interpolacji krótkoterminowej stopy terminowej (*instantaneous forward rate*). Wartość krótkoterminowej stopy terminowej $f(T)$ dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i \leq T < T_{i+1}$ otrzymywana jest z wykorzystaniem wzoru postaci (Adams, 2001, s. 16):

$$f(T) = a_i + b_i \cdot T + c_i \cdot T^2 + d_i \cdot T^3 + e_i \cdot T^4, \quad T_i \leq T < T_{i+1}. \quad (3.37)$$

Głównym problemem z zastosowaniem tego podejścia jest fakt, że krótkoterminowa stopa terminowa nie jest bezpośrednio obserwowalna na rynku. W związku z tym, w celu kalibracji funkcji interpolującej do danych rynkowych, wykorzystywana jest zależność (1.3) pomiędzy stopą natychmiastową a chwilową stopą terminową:

$$f(T) = -\frac{\partial \ln P(T)}{\partial T} = \frac{\partial R(T) \cdot T}{\partial T},$$

skąd otrzymać można:

$$R(T) \cdot T = \int_{T_i}^T f(s) ds.$$

Przekształcając wzór (3.37) otrzymać można następujący schemat interpolacji stóp natychmiastowych dla okresu zapadalności T , gdzie $T_i \leq T < T_{i+1}$ (Adams, 2001, s. 19):

$$R(T) \cdot T = \int_{T_1}^T f(s) ds = \int_{T_1}^{T_i} f(s) ds + \int_{T_i}^T f(s) ds, \quad T_i \leq T < T_{i+1}, \quad (3.38)$$

czyli

$$R(T) = \frac{T_i \cdot R(T_i) + a_i \cdot (T - T_i) + \frac{b_i}{2} \cdot (T^2 - T_i^2) + \frac{c_i}{3} \cdot (T^3 - T_i^3) + \frac{d_i}{4} \cdot (T^4 - T_i^4) + \frac{e_i}{5} \cdot (T^5 - T_i^5)}{T}, \quad T_i \leq T < T_{i+1}. \quad (3.39)$$

W celu stworzenia algorytmu interpolacji pozwalającego na interpolację stóp procentowych dla dowolnej daty zapadalności T , gdzie $T_1 < T < T_n$, konieczne jest wyznaczenie $n - 1$ zestawów parametrów $(a_i, b_i, c_i, d_i, e_i)$ równania (3.37) tak, aby spełnione były następujące własności (Adams, 2001, s. 16):

- funkcja interpolująca pozwala na dokładne odtworzenie wartości stóp natychmiastowych dla punktów węzłowych, czyli spełniony jest warunek:

$$R(T_i) \cdot T_i = \int_{T_1}^{T_i} f(s) ds, \quad (3.40)$$

skąd otrzymać można:

$$R(T_{i+1}) \cdot T_{i+1} = R(T_i) \cdot T_i + \int_{T_i}^{T_{i+1}} f(s) ds,$$

czyli dla każdego $i = 1, \dots, n - 1$ musi być spełniony warunek:

$$\begin{aligned} R(T_{i+1}) \cdot T_{i+1} - R(T_i) \cdot T_i &= a_i \cdot (T_{i+1} - T_i) + \frac{b_i}{2} \cdot (T_{i+1}^2 - T_i^2) \\ &+ \frac{c_i}{3} \cdot (T_{i+1}^3 - T_i^3) + \frac{d_i}{4} \cdot (T_{i+1}^4 - T_i^4) + \frac{e_i}{5} \cdot (T_{i+1}^5 - T_i^5) \end{aligned} \quad (3.41)$$

oraz

$$R(T_1) = a_1 + \frac{b_1}{2} \cdot T_1 + \frac{c_1}{3} \cdot T_1^2 + \frac{d_1}{4} \cdot T_1^3 + \frac{e_1}{5} \cdot T_1^4; \quad (3.42)$$

- funkcja interpolująca jest ciągła w każdym punkcie, czyli:

$$\begin{aligned} &a_i + b_i \cdot T_{i+1} + c_i \cdot T_{i+1}^2 + d_i \cdot T_{i+1}^3 + e_i \cdot T_{i+1}^4 \\ &= a_{i+1} + b_{i+1} \cdot T_{i+1} + c_{i+1} \cdot T_{i+1}^2 + d_{i+1} \cdot T_{i+1}^3 + e_{i+1} \cdot T_{i+1}^4 \end{aligned} \quad (3.43)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n - 2$;

- funkcja interpolująca ma ciągłą pierwszą pochodną w każdym punkcie, czyli:

$$\begin{aligned} b_i + 2 \cdot c_i \cdot T_{i+1} + 3 \cdot d_i \cdot T_{i+1}^2 + 4 \cdot e_i \cdot T_{i+1}^3 \\ = b_{i+1} + 2 \cdot c_{i+1} \cdot T_{i+1} + 3 \cdot d_{i+1} \cdot T_{i+1}^2 + 4 \cdot e_{i+1} \cdot T_{i+1}^3 \end{aligned} \quad (3.44)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n-2$;

- funkcja interpolująca ma ciągłą drugą pochodną w każdym punkcie, czyli

$$c_i + 3 \cdot d_i \cdot T_{i+1} + 6 \cdot e_i \cdot T_{i+1}^2 = c_{i+1} + 3 \cdot d_{i+1} \cdot T_{i+1} + 6 \cdot e_{i+1} \cdot T_{i+1}^2 \quad (3.45)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n-2$;

- funkcja interpolująca ma ciągłą trzecią pochodną w każdym punkcie, czyli:

$$d_i + 4 \cdot e_i \cdot T_{i+1} = d_{i+1} + 4 \cdot e_{i+1} \cdot T_{i+1} \quad (3.46)$$

dla każdego $i = 1, \dots, n-2$.

Ograniczenia na zestawy parametrów równania (3.39) dane równaniami (3.40) - (3.46) pozwalają na stworzenie układu $5n-8$ równań dla $5n-5$ niewiadomych. Analizowany układ nie ma więc jednoznacznego rozwiązania. Dlatego też Adams (2001, s. 16) wprowadza 3 dodatkowe ograniczenia na parametry równania (3.39) postaci:

- dla $i = 1$ oraz $i = n$ druga pochodna funkcji interpolującej równa jest zero, czyli:

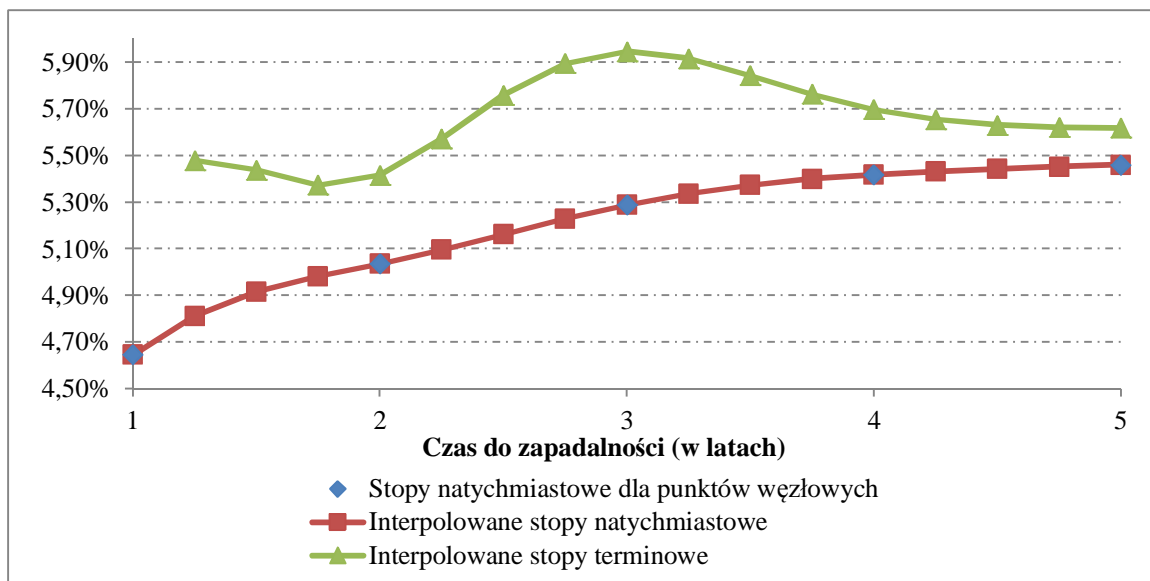
$$f''(T_1) = f''(T_n) = 0; \quad (3.47)$$

- dla $i = n$ pierwsza pochodna funkcji interpolującej równa jest zero, czyli:

$$f'(T_n) = 0. \quad (3.48)$$

Powyższy układ równań rozwiązać można wykorzystując algorytm rozwiązywania równań metodą eliminacji Gaussa z podstawianiem wstecz (Burden, Faires, 2011, s. 352).

Wykres 3.10 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku z wykorzystaniem algorytmu *quartic forward spline*.



Wykres 3.10 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody interpolacji *quartic forward spline* na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.3.2. *Forward Monotone Convex Spline*

Algorytm *forward monotone convex spline* to algorytm interpolacji zaprezentowany przez Hagara oraz Westa (2006). Podstawą algorytmu jest założenie interpolacji stóp terminowych w kapitalizacji prostej z wykorzystaniem funkcji splajn. Parametry funkcji są tak dobierane, aby zachowane zostały własności danych wejściowych, w szczególności dodatniość stóp terminowych.

Niech $R(T_i)$ oznacza wartości stóp natychmiastowych dla poszczególnych punktów węzłowych T_i . Implikowane na ich podstawie stopy terminowe w kapitalizacji prostej na okres $[T_{i-1}, T_i]$ otrzymać można z wykorzystaniem wzoru:

$$F_i = \frac{R(T_i) \cdot T_i - R(T_{i-1}) \cdot T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}}, \quad (3.49)$$

gdzie:

- F_i – stopa terminowa w kapitalizacji prostej w chwili t na okres od T_{i-1} to T_i .

Stopy terminowe w kapitalizacji prostej są następnie wykorzystywane do wyznaczenia wartości krótkoterminowych stóp terminowych w poszczególnych punktach węzłowych:

$$\begin{aligned}
f_i &= \frac{T_i - T_{i-1}}{T_{i+1} - T_{i-1}} \cdot F_{i+1} + \frac{T_{i+1} - T_i}{T_{i+1} - T_{i-1}} \cdot F_i \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \\
f_0 &= F_1 - \frac{1}{2}(f_1 - F_1) \\
f_n &= F_n - \frac{1}{2}(f_{n-1} - F_n)
\end{aligned}
, \quad (3.50)$$

gdzie:

- f_i – krótkoterminowa stopa terminowa w chwili t na okres T_i .

Dodatkowo wprowadzane są ograniczenia mające zapobiec przyjmowaniu ujemnych wartości przez stopy terminowe uzyskiwane za pomocą algorytmu interpolacji (Hagan, West, 2006, s. 114):

$$\begin{aligned}
f_i &= \min(\max(0, f_i), 2 \cdot \min(F_i, F_{i+1})), \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \\
f_0 &= \min(\max(0, f_0), 2 \cdot F_1), \\
f_n &= \min(\max(0, f_n), 2 \cdot F_n).
\end{aligned}$$

Zaproponowany przez Hagana oraz Westa algorytm interpolacji wymaga, aby funkcja $f_{\text{int}}(T)$ interpolująca krótkoterminowe stopy terminowe na przedziale $[T_{i-1}, T_i]$ spełniała następujące warunki Hagan, West, 2006, s. 108):

- wartość funkcji interpolującej w punkcie węzłowym równa jest wyznaczonej wzorem (3.50) wartości krótkoterminowej stopy procentowej tym punkcie, czyli:

$$\begin{aligned}
f_{\text{int}}(T_{i-1}) &= f_{i-1} \\
f_{\text{int}}(T_i) &= f_i
\end{aligned}
, \quad (3.51)$$

- średni poziom interpolowanej krótkoterminowej stopy terminowej w okresie $[T_{i-1}, T_i]$ równy jest danej wzorem (3.49) stopie terminowej w kapitalizacji prostej dla tego okresu, czyli:

$$\frac{1}{T_i - T_{i-1}} \cdot \int_{T_{i-1}}^{T_i} f_{\text{int}}(s) ds = F_i . \quad (3.52)$$

Ostatecznie postać funkcji interpolującej chwilową stopę terminową w algorytmie zaproponowanym przez Hagana oraz Westa dana jest wzorem (2006, s. 109):

$$\begin{aligned}
f_{\text{int}}(T) &= F_i - \frac{T_i - T_{i-1}}{T_i - T_{i-2}} \cdot (F_i - F_{i-1}) \cdot (1 - 4 \cdot x(T) + 3 \cdot x(T)^2) \\
&+ \frac{T_i - T_{i-1}}{T_{i+1} - T_{i-1}} \cdot (F_{i+1} - F_i) \cdot (-2 \cdot x(T) + 3 \cdot x(T)^2)
\end{aligned}
, \quad (3.53)$$

gdzie:

- $$x(T) = \frac{T - T_{i-1}}{T_i - T_{i-1}}.$$

Badając monotoniczność funkcji interpolującej $f_{\text{int}}(T)$ Hagan oraz West (2006, s. 110) definiują nową funkcję $g(T)$:

$$g(T) = f_{\text{int}}(T) + F_i, \quad T_{i-1} \leq T \leq T_i. \quad (3.54)$$

W celu zachowania kryterium monotoniczności na przedziale $[T_{i-1}, T_i]$ w algorytmie wprowadzane są dodatkowe ograniczenia na wartości funkcji $g(T)$ (Hagan, West, 2006, s. 112):

- interpolowane wartości są rosnące w danym przedziale, czyli:

$$g(T_{i-1}) < 0, \quad -\frac{1}{2} \cdot g(T_{i-1}) \leq g(T_i) \leq -2 \cdot g(T_{i-1}),$$

lub malejące w danym przedziale, czyli:

$$g(T_{i-1}) > 0, \quad \frac{1}{2} \cdot g(T_{i-1}) \geq g(T_i) \geq -2 \cdot g(T_{i-1}),$$

wówczas wartość funkcji $g(T)$ nie ulega zmianie;

- interpolowane wartości są niemalejące w danym przedziale, czyli $g(T_{i-1}) < 0, g(T_i) > -2 \cdot g(T_{i-1})$ oraz $g(T_{i-1}) > 0, g(T_i) < -2 \cdot g(T_{i-1})$, wówczas funkcja $g(T)$ przyjmuje postać:

$$g(T) = \begin{cases} g(T_{i-1}) & 0 \leq x(T) \leq \eta \\ g(T_{i-1}) + (g(T_i) - g(T_{i-1})) \cdot \left(\frac{x(T) - \eta}{1 - \eta} \right)^2 & \eta \leq x(T) \leq 1 \end{cases},$$

gdzie:

- $$\eta = \frac{g(T_i) + 2 \cdot g(T_{i-1})}{g(T_i) - g(T_{i-1})};$$

- interpolowane wartości są nierosnące w danym przedziale, czyli $g(T_{i-1}) > 0, 0 > g(T_i) > -\frac{1}{2} \cdot g(T_{i-1})$ oraz $g(T_{i-1}) < 0, 0 < g(T_i) < -\frac{1}{2} \cdot g(T_{i-1})$, wówczas funkcja $g(T)$ przyjmuje postać:

$$g(T) = \begin{cases} g(T_i) + (g(T_{i-1}) - g(T_i)) \cdot \left(\frac{\eta - x(T)}{\eta}\right)^2 & 0 < x(T) < \eta, \\ g(T_i) & \eta \leq x(T) < 1 \end{cases}$$

gdzie:

$$\circ \eta = \frac{3 \cdot g(T_i)}{g(T_i) - g(T_{i-1})};$$

- funkcja $g(T)$ osiąga minimum w danym przedziale, czyli $g(T_{i-1}) \geq 0$, $g(T_i) \geq 0$ oraz $g(T_{i-1}) \leq 0$, $g(T_i) \leq 0$, wówczas funkcja $g(T)$ przyjmuje postać:

$$g(T) = \begin{cases} A + (g(T_{i-1}) - A) \cdot \left(\frac{\eta - x(T)}{\eta}\right)^2 & 0 < x(T) < \eta \\ A & (T) = \eta \\ A + (g(T_i) - A) \cdot \left(\frac{x(T) - \eta}{1 - \eta}\right)^2 & \eta < x(T) < 1 \end{cases},$$

gdzie:

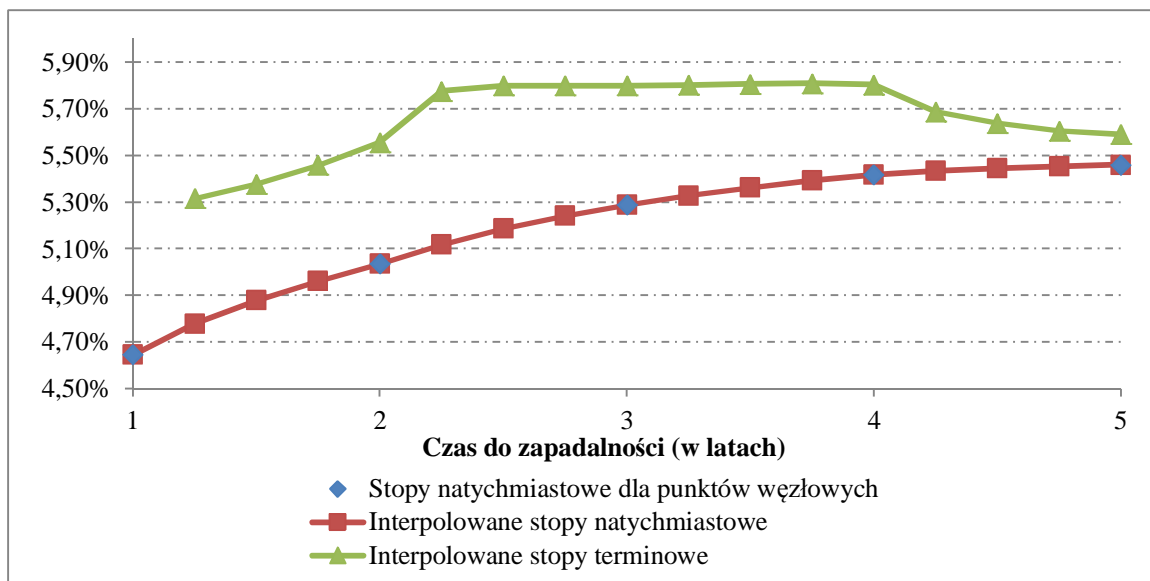
$$\circ \eta = \frac{g(T_i)}{g(T_i) + g(T_{i-1})};$$

$$\circ A = -\frac{g(T_{i-1}) \cdot g(T_i)}{g(T_i) + g(T_{i-1})}.$$

Wykorzystując algorytm interpolacji krótkoterminowej stopy terminowej uzyskać można funkcję pozwalającą na interpolację stopy natychmiastowej $R(T)$ dla okresu zapadalności T , gdzie $T_{i-1} \leq T < T_i$ (Hagan, West, 2006, s. 118):

$$R(T) \cdot T = R(T_{i-1}) \cdot T_{i-1} + (T - T_{i-1}) \cdot F_i + (T_i - T_{i-1}) \cdot \left[g(T_{i-1}) \cdot (x(T) - 2 \cdot x(T)^2 + x(T)^3) + g(T_i) \cdot (-x(T)^2 + x(T)^3) \right], \quad T_{i-1} \leq T < T_i. \quad (3.55)$$

Wykres 3.11 prezentuje krzywą stóp natychmiastowych oraz krzywą trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresów zapadalności od 1 roku do 5 lat otrzymaną na podstawie przykładowych danych z rynku polskiego z dnia 28 lutego 2011 roku z wykorzystaniem algorytmu *forward monotone convex spline*.



Wykres 3.11 Przykładowa krzywa stóp natychmiastowych oraz krzywa stóp terminowych interpolowana z wykorzystaniem metody interpolacji *forward monotone convex spline* na dzień 28 lutego 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

3.4. Analiza własności prezentowanych metod interpolacji

W niniejszym podrozdziale zaprezentowane zostały wyniki analiz własności metod interpolacji omówionych w rozdziale trzecim. Podobnie jak we wcześniejszych podrozdziałach przyjmujemy założenie, że dane są poziomy natychmiastowych stóp procentowych $R(T_i)$ w poszczególnych punktach węzłowych T_i . Przy założeniu, że mamy n punktów węzłowych, interpolacja jest możliwa dla dowolnej daty zapadalności t_j , gdzie $T_1 < t_j < T_n$.

Analiza przeprowadzona została pod kątem spełnienia przez poszczególne metody wymagań odnośnie dobrego algorytmu interpolacji stóp procentowych. Zakres analizowanych wymagań względem algorytmów interpolacji jest analogiczny jak prezentowany w pracach Hagana oraz Westa (2006) oraz Le Floc'ha (2013):

- gładkość oraz ciągłość uzyskiwanej z wykorzystaniem algorytmu interpolacji krzywych stóp terminowych;
- dodatniość uzyskiwanych z wykorzystaniem algorytmu interpolacji stóp terminowych;
- wrażliwość algorytmu interpolacji na drobne zmiany wartości danych wejściowych dla poszczególnych punktów węzłowych;
- lokalność algorytmu interpolacji polegająca na tym, że zmiany wartości danych dla punktów węzłowych na krótkim końcu krzywej mają jedynie minimalny wpływ na interpolowane wartości dla długiego końca krzywej.

3.4.1. Gładkość oraz ciągłość uzyskiwanych krzywych stóp terminowych

Gładkość oraz ciągłość uzyskiwanych z wykorzystaniem interpolacji krzywych stóp terminowych jest jednym z podstawowych wymagań stawianych względem dobrego algorytmu interpolacji. Nieciągła krzywa stóp terminowych implikuje nierealistyczne oczekiwania odnośnie przyszłych poziomów stóp procentowych. Wykorzystywaną na potrzeby analizy miarą gładkości krzywej stóp terminowych jest miara opisana przez Adamsa oraz van Deventera (1994, s. 54). Definiują oni najbardziej gładką krzywą stóp terminowych na przedziale $[T_1, T_n]$ jako krzywą minimalizującą wyrażenie postaci:

$$Z = \int_{T_1}^{T_n} [f''(s)]^2 ds, \quad (3.56)$$

gdzie:

- $f(s)$ - krótkoterminowa stopa terminowa dla daty zapadalności s w chwili t .

Prezentowana miara jest miarą gładkości funkcji w ujęciu ciągłym. Na potrzeby przeprowadzonej analizy wykorzystana została miara bazująca na stopach terminowych w kapitalizacji prostej za okres m miesięcy dzielących przedział $[T_1, T_n]$ na M równych przedziałów [Adams, van Deventer, 1994, s. 57]:

$$Z = \sum_{j=2}^{M-1} (f(t_{j+1}) + f(t_{j-1}) - 2 \cdot f(t_j))^2, \quad (3.57)$$

gdzie:

- $f(t_j)$ - stopa terminowa w kapitalizacji prostej w chwili t dla okresu od t_j do t_{j+m} .

Tabela 3.2 prezentuje wyniki badania gładkości krzywych stóp terminowych uzyskiwanych z wykorzystaniem poszczególnych algorytmów interpolacji. Prezentowana miara gładkości jest sumą wskazań miary danej wzorem (3.57) obliczoną dla 1666 dziennych obserwacji z polskiego rynku międzybankowego w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 23 maja 2011 roku. Analizowaną krzywą była krzywa trzymiesięcznych stóp terminowych dla okresu od jednego roku do pięciu lat.

Tabela 3.2 Miara gładkości krzywej trzymiesięcznych stóp terminowych dla poszczególnych algorytmów interpolacji

Algorytm interpolacji	Wartość miary gładkości
Liniowa interpolacja czynników dyskontowych	0,0828
Liniowa interpolacja stóp natychmiastowych	0,0643
Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych czynników dyskontowych	0,0403
Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych	0,0742
Naturalny splajn kubiczny	0,0058
Splajn kubiczny hermitowski (Akima)	0,0081
Splajn kubiczny hermitowski (Fritsch - Butland)	0,0200
Splajn kubiczny hermitowski (Parabolic)	0,0034
Splajn kubiczny hermitowski (Fourth-order finite difference)	0,0024
<i>Natural Quadratic Spline</i>	0,0029
Funkcje sklejące hiperboliczne ($\sigma = 0,5$)	0,0289
Funkcje sklejące hiperboliczne ($\sigma = 2$)	0,0241
Funkcje sklejące hiperboliczne ($\sigma = 5$)	0,0255
Funkcje sklejące hiperboliczne ($\sigma = 10$)	0,0339
<i>Quartic Forward Spline</i>	0,0087
<i>Forward Monotone Convex Spline</i>	0,0056

Źródło: Opracowanie własne

Otrzymane wyniki wskazują na istotne różnice pomiędzy poszczególnymi grupami metod interpolacji. Zdecydowanie największe wartości miary gładkości (najgorsze wyniki) zostały otrzymane dla algorytmów interpolacji liniowej. Najlepszy wynik w tej grupie uzyskano w przypadku zastosowania algorytmu liniowej interpolacji logarytmów naturalnych czynników dyskontowych.

W przypadku metod interpolacji stóp natychmiastowych bazujących na wykorzystaniu funkcji sklejaných/splajnów najlepsze wyniki (najmniejsza wartość miary gładkości) uzyskane zostały dla algorytmu wykorzystującego splajn kubiczny hermitowski z wykorzystaniem metody obliczania pochodnych *fourth-order finite difference* oraz dla algorytmu interpolacji *Natural Quadratic Spline*. W przypadku algorytmu splajn kubiczny hermitowski warto zauważyć, że wyniki są mocno uzależnione od wybranej metody numerycznego obliczania pochodnej, co jest potwierdzeniem argumentów prezentowanych w literaturze (Hyman, 1983, s. 646).

W przypadku funkcji sklejaných hiperbolicznych zauważyć można, że uzyskiwane wyniki powiązane są bezpośrednio ze zmianami wartości parametru σ . W miarę wzrostu wartości parametru σ wyniki kalkulacji miary gładkości upodabniają się do wyników uzyskiwanych w przypadku zastosowania liniowych metod interpolacji. Uzyskane wyniki potwierdzają tym samym główną cechę tej metody interpolacji prezentowaną w literaturze (Andersen, Piterbarg, 2010). Analizując wyniki analizy dla tego przypadku warto zwrócić uwagę na możliwość obciążenia wyników związaną z poprawnością implementacji funkcji hiperbolicznych.

W przypadku metod interpolacji wykorzystujących stopy terminowe nie zaobserwowano znaczącego polepszenia wartości miary gładkości. Uzyskane wyniki są zbliżone do metod interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujących funkcje sklejané.

3.4.2. Dodatniość uzyskiwanych stóp terminowych

Jeżeli poziomy natychmiastowych stóp procentowych w punktach węzłowych nie wskazują inaczej, to interpolowane stopy terminowe powinny być również dodatnie.

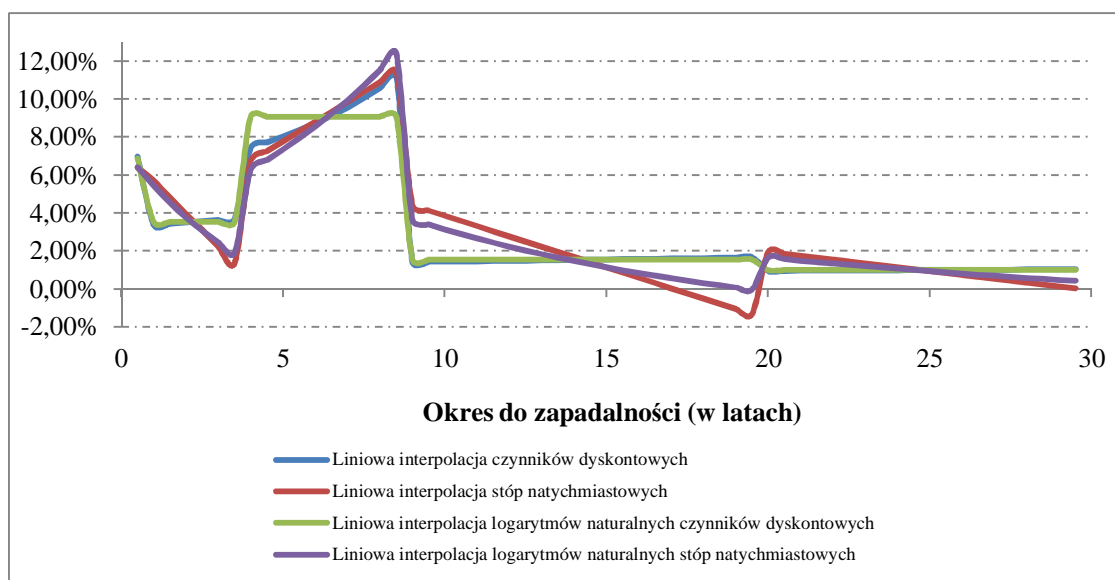
W celu zbadania odporności poszczególnych algorytmów interpolacji na możliwość uzyskania ujemnych stóp terminowych w analizie wykorzystano krzywą stóp natychmiastowych użytą w badaniu przeprowadzonym przez Hagana oraz Westa (2006, s. 102). Krzywa stóp natychmiastowych wykorzystana w badaniu zaprezentowana została w tabeli 3.3.

Tabela 3.3 Krzywa stóp natychmiastowych wykorzystana w badaniu

Okres do zapadalności (w latach)	Wartość stopy natychmiastowej
0,1	8,1%
1	7,0%
4	4,4%
9	7,0%
20	4,0%
30	3,0%

Źródło: [Hagan, West, 2006, s. 102]

Wyniki uzyskane dla liniowych metod interpolacji stóp natychmiastowych prezentuje wykres 3.12. Prezentowane krzywe stóp terminowych obejmują stopy półroczne w kapitalizacji prostej w horyzoncie 30 lat.

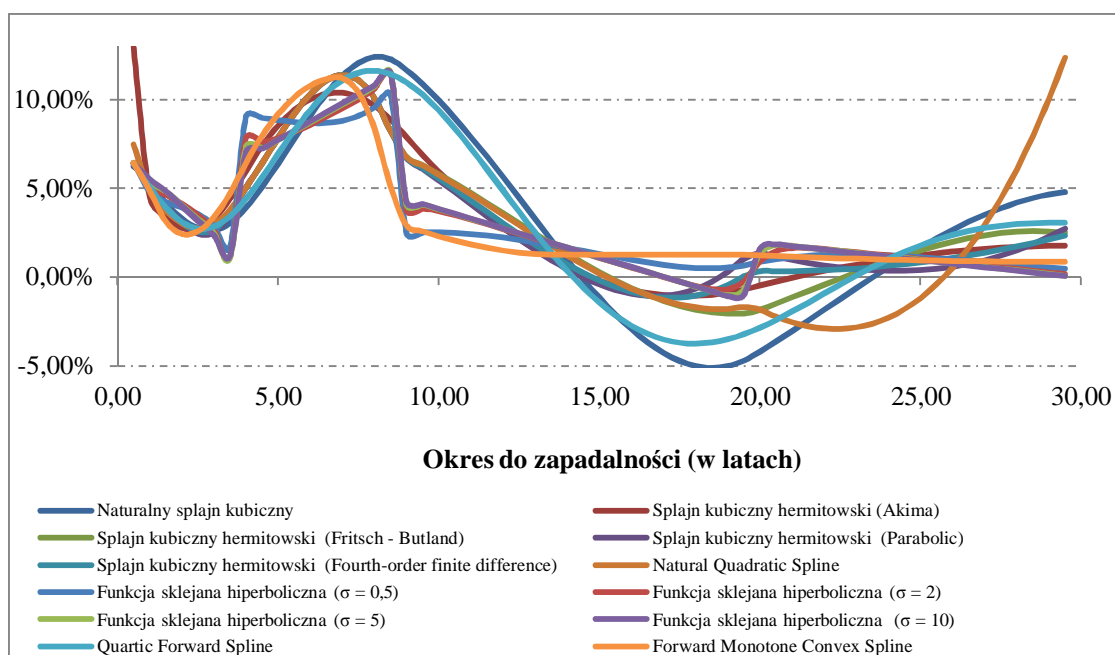


Wykres 3.12 Półroczne stopy terminowe dla poszczególnych liniowych metod interpolacji stóp natychmiastowych

Źródło: Opracowanie własne

Ujemne stopy terminowe uzyskane zostały w przypadku liniowej interpolacji stóp natychmiastowych oraz liniowej interpolacji logarytmów naturalnych stóp zerokuponowych. W przypadku metod interpolacji liniowej bazujących na czynnikach dyskontowych nie uzyskano ujemnych stóp terminowych. Otrzymane wyniki zdają się potwierdzać prezentowane w literaturze argumenty (Ametrano, Bianchetti, 2009; Le Floc'h, 2013), że wykorzystanie algorytmów interpolacji bazujących na czynnikach dyskontowych, a nie bezpośrednio na stopach natychmiastowych, pozwala na minimalizację problemu związanego z ryzykiem uzyskania ujemnych stóp terminowych.

Wyniki uzyskane dla metod interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujących funkcje sklepane oraz metod bazujących na stopach terminowych prezentuje wykres 3.13.

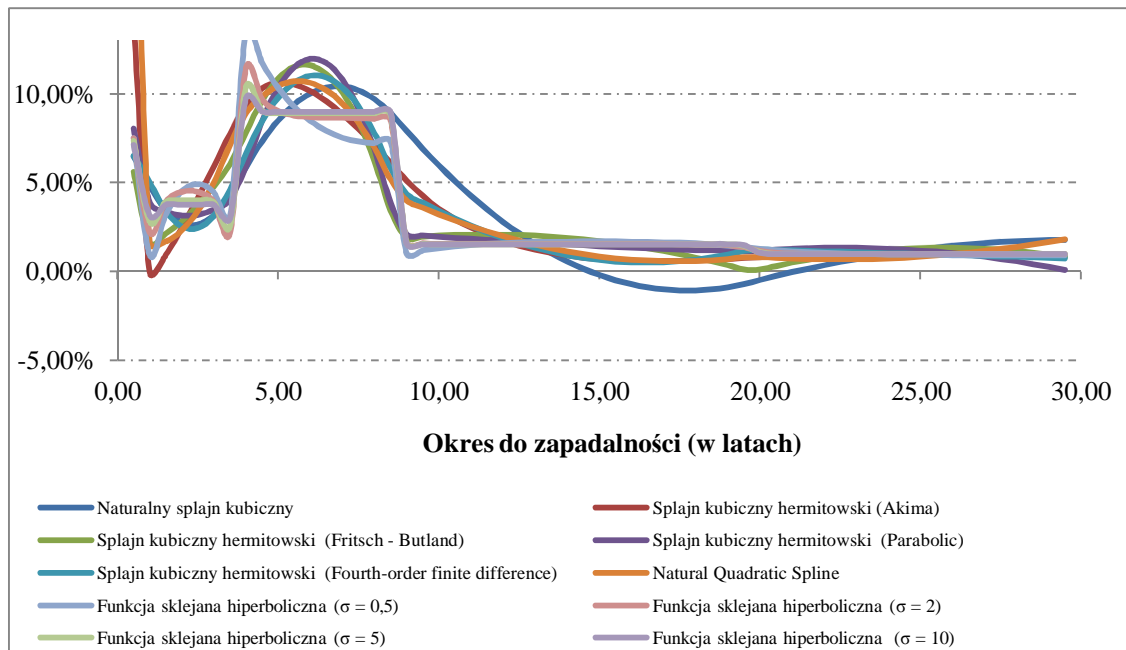


Wykres 3.13 Półroczne stopy terminowe dla poszczególnych metod interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujących funkcje sklepane oraz metod bazujących na stopach terminowych

Źródło: Opracowanie własne

Jedynie w przypadku algorytmów *forward monotone convex spline* oraz funkcji sklepanej hiperbolicznej (dla wartości parametru $\sigma = 0,5$), zachowany został warunek dodatniości stóp terminowych. Pozostałe algorytmy interpolacji nie gwarantują zachowania wymogu dodatniości uzyskiwanych na ich podstawie stóp terminowych. Uzyskane wyniki potwierdzają wyniki prezentowane w literaturze. W przypadku algorytmu *forward monotone convex spline* jednym z głównych założeń stawianych przez jego twórców było stworzenie metody interpolacji gwarantującej zachowanie warunku uzyskania dodatnich stóp terminowych (Hagan, West, 2006, s. 108). Główną cechą algorytmu wykorzystującego funkcje sklepane hiperboliczne jest jego elastyczność, dzięki czemu zmieniając wartości parametru σ możliwe jest uzyskanie pożądaných własności algorytmu interpolacji.

Jednym ze wskazywanych w literaturze rozwiązań problemu związanego z zapewnieniem dodatniości stóp terminowych (Ametrano, Bianchetti, 2009; Le Floc'h, 2013) jest metoda polegająca na wykorzystaniu w algorytmie nie stóp natychmiastowych, ale czynników dyskontowych. Wyniki uzyskane dla metod interpolacji wykorzystujących funkcje sklepane uzyskane dla interpolacji względem logarytmów naturalnych czynników dyskontowych prezentuje wykres 3.14.



Wykres 3.14 Półroczne stopy terminowe dla poszczególnych metod interpolacji wykorzystujących funkcje sklejane względem logarytmów naturalnych czynników dyskontowych

Źródło: Opracowanie własne

Uzyskane wyniki potwierdzają wyniki prezentowane w literaturze. Dla wszystkich metod, z wyjątkiem naturalnego splajnu kubicznego, oparcie algorytmu interpolacji na logarytmach naturalnych czynników dyskontowych pozwoliło na eliminację problemu możliwości uzyskania ujemnych stóp procentowych. Dla funkcji sklejanych hiperbolicznych dla większych wartości parametru σ uzyskiwane krzywe stóp terminowych są zbliżone do krzywych uzyskiwanych w przypadku algorytmu liniowej interpolacji logarytmów naturalnych czynników dyskontowych.

3.4.3. Wrażliwość algorytmu interpolacji na drobne zmiany wartości danych wejściowych dla poszczególnych punktów węzłowych

Mała wrażliwość algorytmu interpolacji na drobne zmiany wartości danych wejściowych dla poszczególnych punktów węzłowych jest jednym ze znaków odporności danej metody interpolacji na szum w wykorzystywanych danych wejściowych. Dobry algorytm interpolacji nie powinien być wrażliwy na drobne zmiany wartości danych wejściowych, ponieważ w przypadku dużej wrażliwości nawet niewielkie dzienne zmiany danych wejściowych powodować mogą gwałtowne zmiany interpolowanych wartości i w efekcie duże zmiany w wycenie instrumentów finansowych, niewspółmierne do skali zmian danych rynkowych. Na potrzeby przeprowadzonych analiz wykorzystana została miara odporności algorytmu interpolacji wykorzystana w badaniu przeprowadzonym przez Hagana oraz Westa (2006, s. 124) postaci:

$$M = \sup_{t_j} \max_i \left| \frac{\partial r(t_j)}{\partial r(T_i)} \right|, \quad (3.58)$$

gdzie:

- $\frac{\partial r(t_j)}{\partial r(T_i)}$ - wrażliwość interpolowanej stopy procentowej na okres t_j na zmianę wartości stopy procentowej w punkcie węzłowym T_i .

Im niższa wartość miary tym większa odporność danego algorytmu interpolacji na drobne zmiany wartości danych wejściowych dla poszczególnych punktów węzłowych. Miara dana wzorem (3.58) wyznaczana była numerycznie. Badanie zakładało przesunięcie poszczególnych punktów węzłowych krzywej o jeden punkt bazowy w górę oraz w dół. Analizie poddano krzywe stóp natychmiastowych wyznaczone na podstawie danych z polskiego rynku międzybankowego. W celu uwzględnienia wpływu różnych kształtów krzywej stóp procentowych na uzyskiwanie wyniki, analizowano dane za okres od 3 stycznia 2005 roku do 23 maja 2011 roku. Analizie podlegały stopy natychmiastowe interpolowane na kolejne sześciomiesięczne okresy zapadalności dla przedziału od 1 roku do 5 lat. Wyniki analizy zaprezentowane zostały w tabeli 3.4.

Tabela 3.4 Wskazania miary odporności dla poszczególnych algorytmów interpolacji

Algorytm interpolacji	Wartość miary odporności
Liniowa interpolacja czynników dyskontowych	1,0000
Liniowa interpolacja stóp natychmiastowych	1,0000
Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych czynników dyskontowych	1,0000
Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych	1,0000
Naturalny splajn kubiczny	1,4634
Splajn kubiczny hermitowski (Akima)	2,5519
Splajn kubiczny hermitowski (Fritsch - Butland)	2,3476
Splajn kubiczny hermitowski (<i>Parabolic</i>)	2,5313
Splajn kubiczny hermitowski (<i>Fourth-order finite difference</i>)	2,5607
<i>Natural Quadratic Spline</i>	1,1691
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 0,5$)	1,0000
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 2$)	1,0000
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 5$)	1,0000
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 10$)	1,0000
<i>Quartic Forward Spline</i>	1,6545
<i>Forward Monotone Convex Spline</i>	1,6640

Źródło: Opracowanie własne

Analizowana miara odporności odpowiada wartości bezwzględnej, wyrażonej w punktach bazowych, maksymalnej wrażliwości interpolowanych wartości na przesunięcie punktu węzłowego krzywej bazowej o jeden punkt bazowy w górę lub w dół.

Największą odpornością charakteryzują się liniowe algorytmy interpolacji stóp natychmiastowych oraz algorytmy interpolacji wykorzystujące funkcje sklejane hiperboliczne. Wysoką wrażliwością na zmiany danych wejściowych wykazały się algorytmy interpolacji oparte o splajn kubiczny hermitowski. Jest to związane najpewniej z samym algorytmem wyznaczania interpolowanych wartości. Wyznaczanie pierwszych pochodnych za pomocą metod numerycznych charakteryzuje się wysoką wrażliwością na zmiany danych wejściowych, nie bez znaczenia są również dodatkowe ograniczenia nakładane na algorytm związane z koniecznością zachowania warunków monotoniczności.

3.4.4. Lokalność algorytmu interpolacji

Lokalność algorytmu interpolacji mierzyć można za pomocą długości odcinka $[T_{i-l}, T_{i+u}]$ pokazującego zakres zmian interpolowanych wartości w przypadku zmiany danych wejściowych dla punktu węzłowego T_i . Jedną z własności dobrego algorytmu interpolacji jest minimalizacja długości odcinka obejmującego punkty, dla których nastąpiły zmiany w interpolowanych wartościach. Ma to kluczowe znaczenie w przypadku pomiaru oraz zabezpieczania ryzyka z wykorzystaniem miar ryzyka stopy procentowej wykorzystujących metody numeryczne takich jak *key rate duration*, PV01 lub BPV. Szczegółowy opis poszczególnych miar ryzyka stóp procentowych oraz praktycznych aspektów ich stosowania prezentuje Tuckman (2002). W przypadku wykorzystywania algorytmu o niskim stopniu lokalności, wykorzystanie wspomnianych wcześniej miar ryzyka może prowadzić do błędnych wniosków odnośnie poziomu oraz źródeł ryzyka stopy procentowej analizowanej pozycji, a w konsekwencji do błędów w procedurze zabezpieczenia. Przykładowo pozycję zabezpieczaną, której wartość jest wrażliwa na zmiany wyłącznie długoterminowych stóp procentowych, zabezpieczyć możemy za pomocą pozycji w instrumencie zabezpieczającym, którego wartość jest wrażliwa na zmiany jedynie krótkoterminowych stóp procentowych.

Tabela 3.6 prezentuje długość odcinka $[T_{i-l}, T_{i+u}]$ wskazującego zakres zmian interpolowanych wartości w przypadku zmiany danych wejściowych dla punktu węzłowego T_i . Podawane zakresy odnoszą się do poszczególnych punktów węzłowych. Przykładowo wartość $u = 1$ wskazuje, że zmianie ulegają interpolowane wartości w zakresie do 1 punktu węzłowego wprzód. Wartość $l = 1$ wskazuje, że zmianie ulegają interpolowane wartości w zakresie do 1 punktu węzłowego wstecz.

Tabela 3.5 Wskazania miary lokalności dla poszczególnych algorytmów interpolacji

Algorytm interpolacji	l	u
Liniowa interpolacja czynników dyskontowych	1	1
Liniowa interpolacja stóp natychmiastowych	1	1
Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych czynników dyskontowych	1	1
Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych stóp natychmiastowych	1	1
Naturalny splajn kubiczny	$i - 1$	$n - 1$
Splajn kubiczny hermitowski (Akima)	3	3
Splajn kubiczny hermitowski (Fritsch - Butland)	2	2
Splajn kubiczny hermitowski (<i>Parabolic</i>)	2	2
Splajn kubiczny hermitowski (<i>Fourth-order finite difference</i>)	3	3
<i>Natural Quadratic Spline</i>	$i - 1$	$n - 1$
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 0,5$)	$i - 1$	$n - 1$
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 2$)	$i - 1$	$n - 1$
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 5$)	$i - 1$	$n - 1$
Funkcje sklejjane hiperboliczne ($\sigma = 10$)	$i - 1$	$n - 1$
<i>Quartic Forward Spline</i>	$i - 1$	$n - 1$
<i>Forward Monotone Convex Spline</i>	2	2

Źródło: Opracowanie własne

Przeprowadzona analiza wykazała, że największą lokalnością charakteryzują się liniowe algorytmy interpolacji. Algorytmy te wykorzystują wyłącznie wartości stóp natychmiastowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych, dlatego też charakteryzują się największą lokalno-

ścią. Wysoką lokalnością charakteryzuje się również algorytm *forward monotone convex spline* oraz różne warianty algorytmów wykorzystujących splajny kubiczne hermitowskie. Także w przypadku tych algorytmów jednym z kluczowych założeń jest dążenie do minimalizacji liczby punktów węzłowych wykorzystywanych jednorazowo w procesie interpolacji. Pozostałe algorytmy interpolacji oparte są na metodach zakładających globalną optymalizację dla wszystkich punktów krzywej, w związku z czym charakteryzują się niską lokalnością. W przypadku algorytmów wykorzystujących funkcje sklepane hiperboliczne, obserwowane zmiany interpolowanych wartości są coraz mniejsze w miarę zwiększania wartości parametru σ . Dla dużych wartości parametru σ zmiany te są pomijalne.

Podsumowanie

W rozdziale omówiliśmy spotykane w literaturze oraz praktyce rynkowej algorytmy interpolacji stóp procentowych. Zaprezentowane zostały główne założenia stojące u podstaw każdego z omawianych algorytmów interpolacji, przedstawiono wpływ poszczególnych algorytmów na kształt uzyskiwanych za ich pomocą krzywych terminowych stóp procentowych.

W części pierwszej rozdziału omówione zostały liniowe metody interpolacji stóp natychmiastowych (*simple interpolation methods*). Metody te pozwalają na interpolację z wykorzystaniem wyłącznie wartości stóp natychmiastowych dla dwóch najbliższych punktów węzłowych, co pozwala na ich szybką oraz prostą implementację. Założenia stojące u podstaw metod z tej grupy sprawiają, że krzywa stóp terminowych uzyskiwana z ich wykorzystaniem nie może być ciągła. Metody interpolacji z tej grupy charakteryzują się niską lokalnością oraz niewielką wrażliwością na zmiany danych wejściowych. Mogą więc dobrze się sprawdzać w zastosowaniach wymagających pomiaru ryzyka z wykorzystaniem metod numerycznych. Oparcie metod interpolacji liniowej na czynnikach dyskontowych pozwala jednocześnie na eliminację ryzyka uzyskania ujemnych stóp terminowych. W wielu badaniach metody z tej grupy wykorzystywane są jako grupa porównawcza służąca analizie własności bardziej zaawansowanych metod interpolacji (por. Hagan, West, 2006).

W części drugiej rozdziału omówione zostały metody interpolacji stóp natychmiastowych wykorzystujące funkcje sklepane/splajny kubiczne (*cubic splines*). Jest to najbardziej rozbudowana oraz zróżnicowana grupa algorytmów interpolacji stóp procentowych. W przeciwieństwie do liniowych algorytmów interpolacji, algorytmy interpolacji wykorzystujące funkcje sklepane pozwalają na uzyskanie ciągłych oraz realistycznych ekonomicznie postaci krzywych stóp terminowych. Metody z tej grupy nadają się więc dobrze do zastosowań związanych z wyceną instrumentów finansowych, w szczególności w sytuacjach w których wycena zależy od kształtowania się krzywej terminowej stóp procentowych. Z wyjątkiem splajnu kubicznego hermitowskiego metody z tej grupy charakteryzują się stosunkowo niską lokalnością. Pomiar ryzyka wyłącznie z ich wykorzystaniem prowadzić więc może do niepoprawnych wskazań czynników ryzyka, na które narażona jest analizowana pozycja. Metody te charakteryzuje ryzyko uzyskania ujemnych stóp terminowych. Oparcie algorytmu interpolacji na logarytmach czynników dyskontowych pozwala na eliminację tego problemu, wyjątkiem jest tutaj naturalny splajn kubiczny. Metody z tej grupy mogą być wykorzystywane zarówno do wyceny jak również pomiaru ryzyka. Należy jednak pamiętać, że wykorzystywane w nich algorytmy numeryczne czynią je stosunkowo wrażliwymi na jakość danych wejściowych.

Część trzecia rozdziału poświęcona została metodom interpolacji bazującym na stopach terminowych. W przypadku metod interpolacji bazujących na stopach terminowych algorytm interpolujący odnoszony jest bezpośrednio do terminowych stóp procentowych. Ponieważ stopy terminowe dla większości terminów nie są obserwowane bezpośrednio na rynku, konieczne jest przekształcenie algorytmu interpolującego w celu uzyskania postaci pozwalającej na otrzymanie wartości stopy natychmiastowej. Algorytmy interpolacji z tej grupy są najbardziej zaawansowane numerycznie, z definicji pozwalają również na uzyskanie ciągłych oraz realistycznych postaci krzywych terminowych stóp procentowych. Metody interpolacji z tej grupy przeznaczone są przede wszystkim do zastosowań związanych z wyceną instrumentów pochodnych. Złożoność wykorzystywanych algorytmów powoduje, że metody te są stosunkowo wrażliwe na zmiany danych wejściowych, co może mieć wpływ na uzyskiwane z ich zastosowaniem wyniki pomiaru ryzyka.

4. Wpływ kryzysu finansowego na rynek międzybankowy stopy procentowej

W niniejszym rozdziale zaprezentowane zostały wyniki analizy wpływu kryzysu finansowego na rynek międzybankowy instrumentów pochodnych stopy procentowej. Wydarzenia związane z rozwojem kryzysu finansowego pokazały, że możliwa jest realizacja ryzyka płynności oraz ryzyka kredytowego związanego z transakcjami zawieranymi na rynku międzybankowym. W niniejszej pracy jako dzień w którym rozpoczęły się zaburzenia na światowych rynkach finansowych przyjęto datę 9 sierpnia 2007 roku. Jest to dzień, w którym jeden z największych francuskich banków – BNP Paribas ogłosił, że z powodu braku możliwości wyceny jednostek, zawieszona zostaje możliwość wypłat z trzech funduszy inwestujących na amerykańskim rynku kredytów hipotecznych. W wielu opracowaniach (por. np. Baba, Packer, Nagano 2008; Konopczak, Sieradzki, Wiernicki 2010; Sultaneva, Strömquist 2009; Taylor, Williams 2009) data ta uznawana jest za początek zaburzeń obserwowanych na światowym rynku międzybankowym.

Najbardziej jaskrawym przejawem kryzysu było bankructwo banku inwestycyjnego Lehman Brothers ogłoszone 15 września 2008 roku. Brak informacji na temat wielkości rzeczywistego zaangażowania instytucji finansowych w ryzykowne inwestycje oraz skali poniesionych strat doprowadził do nagłego wzrostu oczekiwanego przez inwestorów wynagrodzenia za ryzyko. Ograniczenia związane z niskim poziomem limitów kredytowych sprawiały, że banki z konieczności ograniczyły skalę swojej aktywności na rynku międzybankowym. Nawet te podmioty, które dysponowały niewykorzystanymi limitami kredytowymi, często powstrzymywały się od aktywności ze względu na obawy odnośnie kondycji innych uczestników rynku oraz chęć zabezpieczenia własnej pozycji płynnościowej. Spadek zaufania pomiędzy instytucjami finansowymi – uczestnikami rynku oraz zwiększenie awersji do ryzyka spowodowały w konsekwencji głęboki spadek efektywności działania rynku międzybankowego. Działania antykryzysowe podejmowane przez banki centralne pozwoliły na stabilizację sytuacji na rynku międzybankowym oraz, dla większości jego segmentów, poprawę efektywności jego działania. Jednakże świadomość występowania istotnego poziomu ryzyka kredytowego oraz płynności, związanego z transakcjami zawieranymi na rynku międzybankowym, sprawiła, że wiele zależności arbitrażowych znanych na rynku w okresie przed kryzysem uległo znaczącej modyfikacji lub całkowitemu załamaniu, powodując zmiany w funkcjonowaniu

całych segmentów rynku międzybankowego stopy procentowej. Uwzględnienie tych zmian wymagało w konsekwencji odpowiednich korekt w wykorzystywanych metodykach konstrukcji krzywych stóp procentowych.

Celem niniejszego rozdziału jest analiza załamania obserwowanych powszechnie przed kryzysem zależności arbitrażowych, będącego wynikiem kryzysu płynności rynku międzybankowego w latach 2007 - 2009. Oceniany jest wpływ kryzysu na efektywność funkcjonowania rynku międzybankowego stóp procentowych. W ramach analizy, której wyniki zaprezentowane zostały w niniejszym rozdziale, badano czy wpływ kryzysu jest jednakowy dla wszystkich rozważanych rynków oraz jak w konsekwencji kryzysu zmieniły się podstawowe zależności arbitrażowe zachodzące na analizowanych rynkach. Dodatkowo w rozdziale dokonano identyfikacji oraz omówienia głównych czynników mogących mieć wpływ na badane zmiany w strukturze funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej. Wyniki zaprezentowane w niniejszym rozdziale bezpośrednio nawiązują oraz stanowią rozwinięcie wyników prezentowanych w innych pracach autora (Olsza 2013a; Olsza 2013b).

Prezentowane w niniejszym rozdziale wyniki uzyskane zostały na podstawie danych obejmujących ewolucję cen następujących instrumentów pochodnych stopy procentowej: OIS, FRA oraz stóp referencyjnych rynku międzybankowego: WIBOR (Polska), EURIBOR (rynek euro) oraz LIBOR (USA). Zakres wykorzystywanych informacji obejmował dane dla rynku polskiego oraz rynków pieniężnych waluty euro oraz dolara amerykańskiego. Dodatkowo analizowano notowania walutowych instrumentów pochodnych *fx swap* dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN, jak również notowań cen kontraktów CDS. Dane na temat wykorzystywanych notowań instrumentów pochodnych uzyskano za pośrednictwem serwisu Reuters Eikon oraz strony internetowej www.stooq.pl.

4.1. Premia za ryzyko na rynku międzybankowym

Wykorzystywanym w literaturze miernikiem poziomu premii za ryzyko na rynku międzybankowym jest wielkość różnicy (*spreadu*) pomiędzy stawkami referencyjnymi rynku międzybankowego (np. LIBOR, WIBOR, EURIBOR) a odpowiadającymi im stawkami transakcji OIS (por. np. Thornton, 2009; Klüber, Płuciennik, 2011; Schwarz, 2010):

$$s(t, T) = L(t, T) - OIS(t, T), \quad (4.1)$$

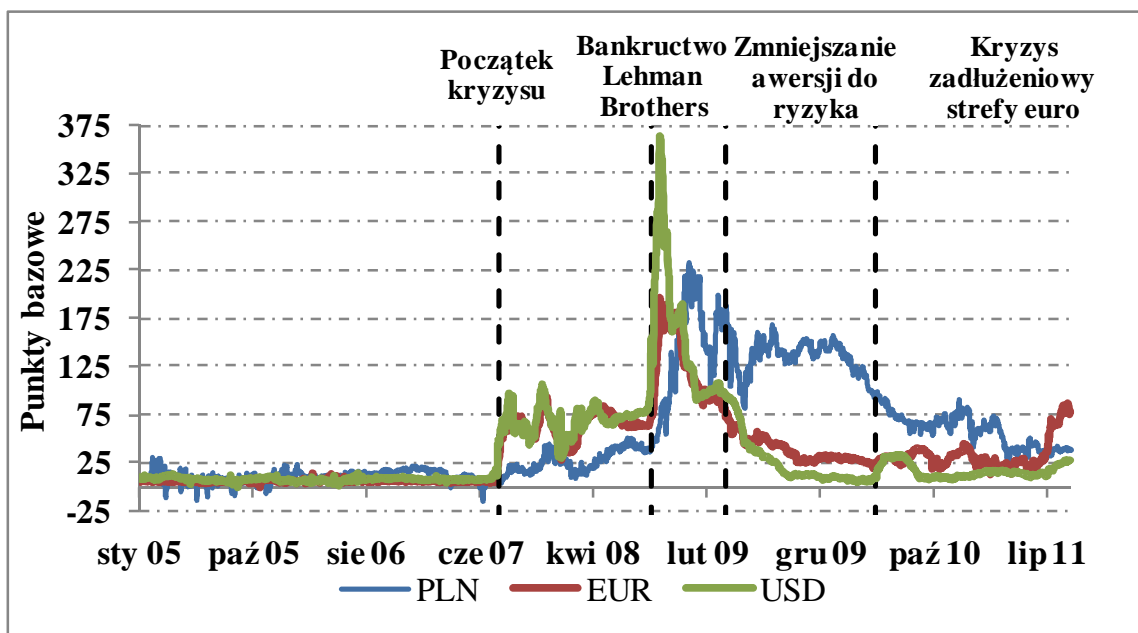
gdzie:

- $L(t, T)$ - wysokość stopy referencyjnej rynku międzybankowego dla okresu T ;

- $OIS(t, T)$ - wysokość stopy transakcji OIS dla okresu T .

Wysokość stopy WIBOR wskazuje na cenę, za jaką dana instytucja jest gotowa pożyczyć swoje środki innej instytucji finansowej na określony okres, czyli złożyć u niej depozyt na rynku międzybankowym. W przypadku tej transakcji przepływy są jednostronne i mają miejsce na początku transakcji (złożenie nominału) oraz na końcu transakcji (zwrot nominału powiększonego o oprocentowanie). Ponieważ umowy depozytów zawierane na rynku międzybankowym są niezabezpieczone, to ryzyko kredytowe kontrahenta związane z tego typu transakcją jest dość znaczne. W kontrakcie OIS następuje wymiana wzajemnych płatności pomiędzy instytucjami – uczestnikami transakcji. W przypadku transakcji OIS o terminie zapadalności do jednego roku, wymiana ta dokonywana jest jednorazowo w dacie rozliczenia transakcji. Z jednej strony płacona jest uzgodniona stopa stała kontraktu OIS, z drugiej, średnia geometryczna ze stopy *overnight* rynku międzybankowego liczona dla całego okresu życia transakcji. W Polsce są to najczęściej podawane przez NBP poziomy indeksu POLONIA (więcej informacji na temat specyfikacji kontraktu OIS, stopy rynku międzybankowego WIBOR oraz stopy POLONIA znaleźć można na stronie ACI: www.acipolska.pl). W większości przypadków kontrakty OIS mają terminy zapadalności nieprzekraczające jednego roku (Flavell, 2006, s. 133-134). W związku z wzajemną wymianą płatności przez obie strony kontraktu oraz brakiem wymiany nominału transakcji, kontrakt OIS uznawany jest za transakcję o minimalnym poziomie ryzyka kredytowego kontrahenta.

Wykres 4.1 prezentuje ewolucję premii za ryzyko dla rynku pieniężnego walut PLN, EUR oraz USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku. Prezentowane wartości wyznaczone zostały na podstawie stawek WIBOR, EURIBOR, LIBOR USD oraz stawek transakcji OIS o terminie zapadalności 3 miesiące.



Wykres 4.1 Ewolucja premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty PLN, EUR oraz USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Gwałtowny wzrost wartości premii za ryzyko na rynkach pieniężnych waluty EUR oraz USD obserwowany był począwszy od 9 sierpnia 2007 roku. Załamanie amerykańskiego rynku ryzykownych kredytów hipotecznych (*subprime*) oraz związane z tym potencjalne straty instytucji finansowych inwestujących na tym rynku, doprowadziło do gwałtownego wzrostu oczekiwanego przez inwestorów wynagrodzenia za ryzyko. Jednocześnie w lipcu 2007 roku kilka dużych banków europejskich poinformowało o swoim zaangażowaniu na rynku amerykańskich kredytów *subprime* poprzez bezpośrednie inwestycje na tym rynku bądź poprzez instrumenty pochodne (EBC, 2007, s. 81). Pojawiające się na rynku pogłoski o skali możliwych strat spowodowały w konsekwencji spadek zaufania pomiędzy instytucjami finansowymi – uczestnikami rynku oraz wzrost premii za ryzyko na rynku międzybankowym.

W początkowym okresie kryzysu polski rynek międzybankowy wydawał się być odporny na zaburzenia obserwowane na rynkach światowych. Na podstawie informacji prezentowanych w opracowaniach NBP (2008a, s. 16) można stwierdzić, że krótkoterminowe stopy procentowe w Polsce w okresie do czerwca 2008 roku odzwierciedlały głównie oczekiwania co do przyszłego kształtowania się poziomu stóp referencyjnych. Wyjątkiem było obserwowane w grudniu 2007 roku zwiększenie poziomu premii za ryzyko, będące w ocenie NBP, spowodowane przede wszystkim przez malejącą na koniec roku płynność rynku wynikającą z przygotowań banków do zamknięcia roku oraz rozliczania w tym okresie dużych transakcji budżetu państwa. Prowadzone przez NBP badania ankietowe nie wykazały również spadku

wzajemnego zaufania uczestników rynku międzybankowego, jedynie część banków zmniejszyła w tym okresie skalę transakcji na rynku międzybankowym.

Wydarzeniem, które wpłynęło na wzrost wartości premii za ryzyko dla rynku polskiego była upadłość banku inwestycyjnego Lehman Brothers ogłoszona 15 września 2008 roku. W okresie bezpośrednio po tym wydarzeniu spadek zaufania pomiędzy uczestnikami rynku międzybankowego osiągnął maksymalny poziom. Brak informacji na temat rzeczywistej kondycji potencjalnych kontrahentów transakcji spowodował, że na rynku międzybankowym praktycznie nie zawierano żadnych transakcji. Zgodnie z informacjami prezentowanymi przez NBP (2008b, s. 15) po upadku Lehman Brothers transakcje na rynku międzybankowym ograniczały się wyłącznie do transakcji o najkrótszych terminach, takich jak transakcje *overnight*. Jakkolwiek w następnych miesiącach termin zapadalności pożyczek na rynku międzybankowym uległ wydłużeniu, to jednak cały czas wartość premii za ryzyko utrzymywała się na wysokim poziomie. Arbitraż pomiędzy poszczególnymi segmentami rynku nie funkcjonował ze względu na znaczne zmniejszenie poziomu limitów na ryzyko kredytowe kontrahenta oraz małą liczbę uczestników rynku pieniężnego (NBP 2009a, s. 22).

Wydarzenia obserwowane na polskim rynku pieniężnym były analogiczne do wydarzeń obserwowanych na rynku pieniężnym waluty EUR oraz USD. Działania podejmowane przez banki centralne począwszy od wybuchu kryzysu w sierpniu 2007 roku pozwoliły na ustabilizowanie poziomu obserwowanej na rynku premii za ryzyko. Analizę skuteczności działań stabilizujących podejmowanych przez banki centralne w początkowym okresie kryzysu finansowego znaleźć można między innymi w (Wu, 2008; Frank, Hesse, 2009; Kliber, Płuciennik, 2011). Jednakże upadek banku Lehman Brothers i związane z tym obawy o sytuację innych uczestników rynku pieniężnego spowodowały praktycznie całkowite zamarcie segmentu pożyczek międzybankowych dla terminów zapadalności powyżej jednego tygodnia i, w konsekwencji, skokowy wzrost premii za ryzyko począwszy od połowy września 2008 roku (EBC, 2008a, s. 63).

Począwszy od marca 2009 roku obserwować można było na rynku stopniowe zmniejszanie się awersji do ryzyka (Konopczak, Sieradzki, Wiernicki 2010, s. 64) potwierdzone stopniowym obniżaniem się wartości premii za ryzyko na polskim rynku międzybankowym. W maju 2010 roku tendencja do obniżania wartości premii za ryzyko została zahamowana, na co wpływ miał rozwijający się kryzys zadłużeniowy państw strefy euro (NBP, 2010b, s. 18). Czynnikiem wpływającym na utrzymywanie się wartości premii za ryzyko na wysokim poziomie były informacje na temat dużego zaangażowania niektórych banków działających w strefie euro na rynku obligacji państw bezpośrednio dotkniętych kryzysem zadłużeniowym,

takich jak Grecja, Hiszpania, Włochy. Na rynku polskim ponowny spadek premii za ryzyko widoczny jest począwszy od listopada 2010 roku. NBP (2011b, s. 23) zwraca jednak uwagę, że obniżenie wartości premii za ryzyko nie musiało być koniecznie wynikiem wyłącznie poprawy sytuacji rynkowej. W analizowanym okresie rynek transakcji OIS charakteryzował się wyższą płynnością niż rynek depozytów międzybankowych. Notowania transakcji OIS szybciej reagowały na zmiany oczekiwań dotyczących wzrostu poziomu stopy referencyjnej NBP w przyszłości. W konsekwencji poziomy stawek transakcji OIS rosły szybciej niż poziomy stopy WIBOR.

W przypadku rynku pieniężnego waluty euro oraz dolara amerykańskiego działalność banków centralnych wspierających płynność rynku międzybankowego spowodowała obniżanie poziomu premii za ryzyko. Począwszy od listopada 2009 roku wartość premii za ryzyko utrzymywała się na zbliżonym poziomie. Wydarzeniem, które miało wpływ na ponowny wzrost obserwowanej na rynku premii, był nasilający się kryzys zadłużeniowy państw strefy euro. Widoczne jest to szczególnie dla okresu od dnia 23 kwietnia 2010 roku, kiedy to Grecja oficjalnie wystąpiła o pomoc finansową do Unii Europejskiej oraz Międzynarodowego Funduszu Walutowego. Pojawiające się obawy odnośnie kondycji innych państw strefy euro oraz banków działających na ich terenie spowodowały ponowny wzrost premii za ryzyko (EBC, 2010a, s. 71 – 73).

W dalszej części podrozdziału zaprezentowano wyniki analizy statystycznej własności szeregów czasowych premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty EUR, USD oraz PLN. Analiza przeprowadzona została na podstawie danych dziennych obejmujących okres od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku (1758 obserwacji). Jako dane z okresu przed kryzysem finansowym wykorzystywane byłyienne obserwacje w dniach od 3 stycznia 2005 roku do 8 sierpnia 2007 roku (678 obserwacji). Za dane dla okresu kryzysu przyjęto obserwacje od 9 sierpnia 2007 roku do 30 września 2011 roku (1080 obserwacji). Ponieważ w literaturze przedmiotu okres kryzysu dzielony jest często na podokresy obejmujące różne etapy nasilenia kryzysu, na przykład przed oraz po upadku banku Lehman Brothers (por. np. Angelini, Nobili, Picillo, 2011), na potrzeby przeprowadzonej analizy okres kryzysu finansowego podzielony został na trzy podokresy. Pierwszy podokres obejmował dane dzienne od 9 sierpnia 2007 roku do 14 września 2008 roku, to znaczy okres od wybuchu kryzysu finansowego do bankructwa banku Lehman Brothers. Drugi podokres obejmował dane od 15 września 2008 roku do 31 marca 2010 roku, czyli okres od bankructwa Lehman Brothers do początku kryzysu zadłużeniowego państw strefy euro. Trzeci podokres obejmował dane dzienne od 1 kwietnia 2010 roku do 30 września 2011 roku, to jest okres od początku kryzysu zadłu-

żeniowego państw strefy euro do końca prezentowanego w niniejszej pracy okresu analizy. Statystyki opisowe dla szeregów czasowych premii za ryzyko dla waluty EUR, USD oraz PLN w podziale na poszczególne podokresy zaprezentowane zostały w tabelach 4.1 – 4.3.

Tabela 4.1 Podstawowe statystyki opisowe dla premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty EUR (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	4,90	62,20	67,94	31,90
Mediana	4,80	63,00	47,40	27,70
Wariancja	1,48	190,92	2137,43	224,15
Minimum	-1,80	16,60	23,90	11,70
Maksimum	13,20	92,30	195,80	85,90
Skośność	1,25	-0,54	1,12	1,99
Kurtoza nadwyżkowa	7,42	-0,01	0,14	3,43
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 4.2 Podstawowe statystyki opisowe dla premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty USD (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	7,35	68,32	71,64	15,71
Mediana	7,30	70,20	37,12	13,58
Wariancja	3,55	201,86	6058,38	53,49
Minimum	-1,06	29,88	4,14	4,79
Maksimum	17,60	106,00	363,87	32,56
Skośność	0,25	-0,17	1,53	0,96
Kurtoza nadwyżkowa	2,61	0,25	2,12	-0,22
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

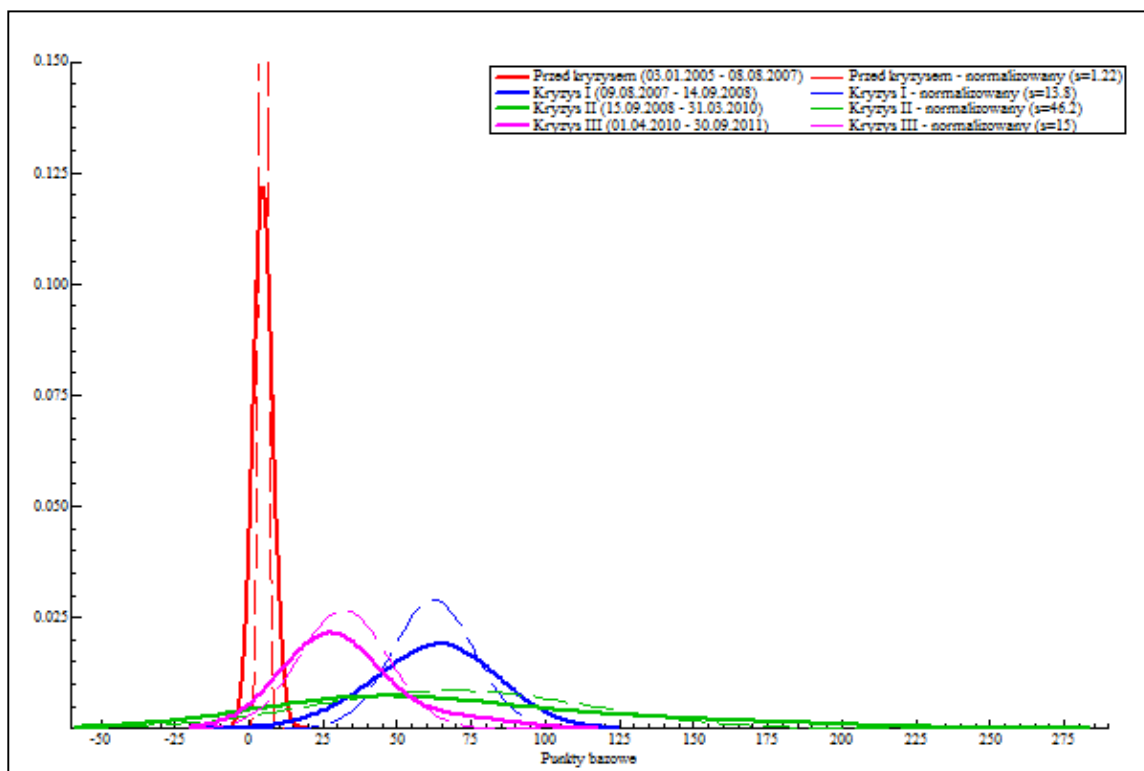
Tabela 4.3 Podstawowe statystyki opisowe dla premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty PLN (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	10,32	27,10	138,67	60,37
Mediana	10,00	26,00	140,00	63,00
Wariancja	36,55	128,30	1203,37	372,33
Minimum	-15,00	4,00	40,00	27,00
Maksimum	30,00	50,00	231,00	115,00
Skośność	-0,28	0,11	-0,22	0,38
Kurtoza nadwyżkowa	1,58	-1,14	1,23	-0,42
Liczba obserwacji	678	287	403	390

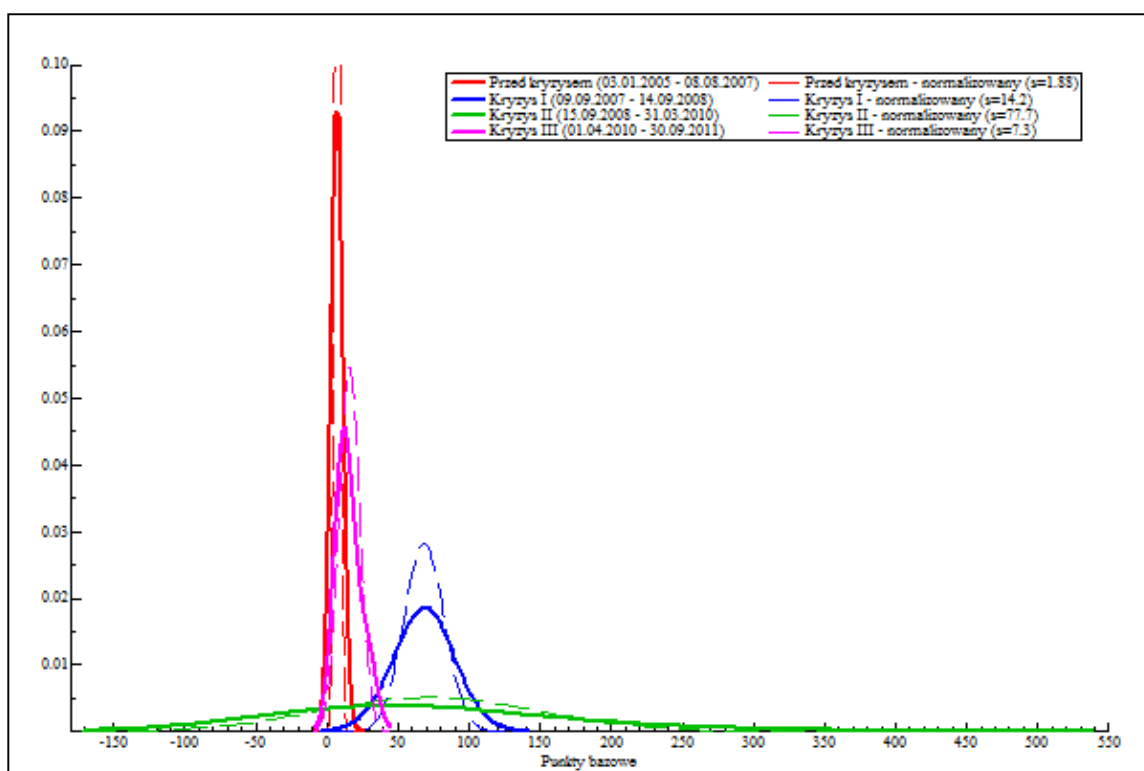
Źródło: Opracowanie własne

Z zaprezentowanych statystyk opisowych zwraca uwagę przede wszystkim istotna różnica w wartości średniej premii za ryzyko dla okresu przed kryzysem oraz poszczególnych podokresów po dniu 9 sierpnia 2007 roku. Dla każdego z analizowanych rynków zaobserwować można również istotny wzrost wariancji.

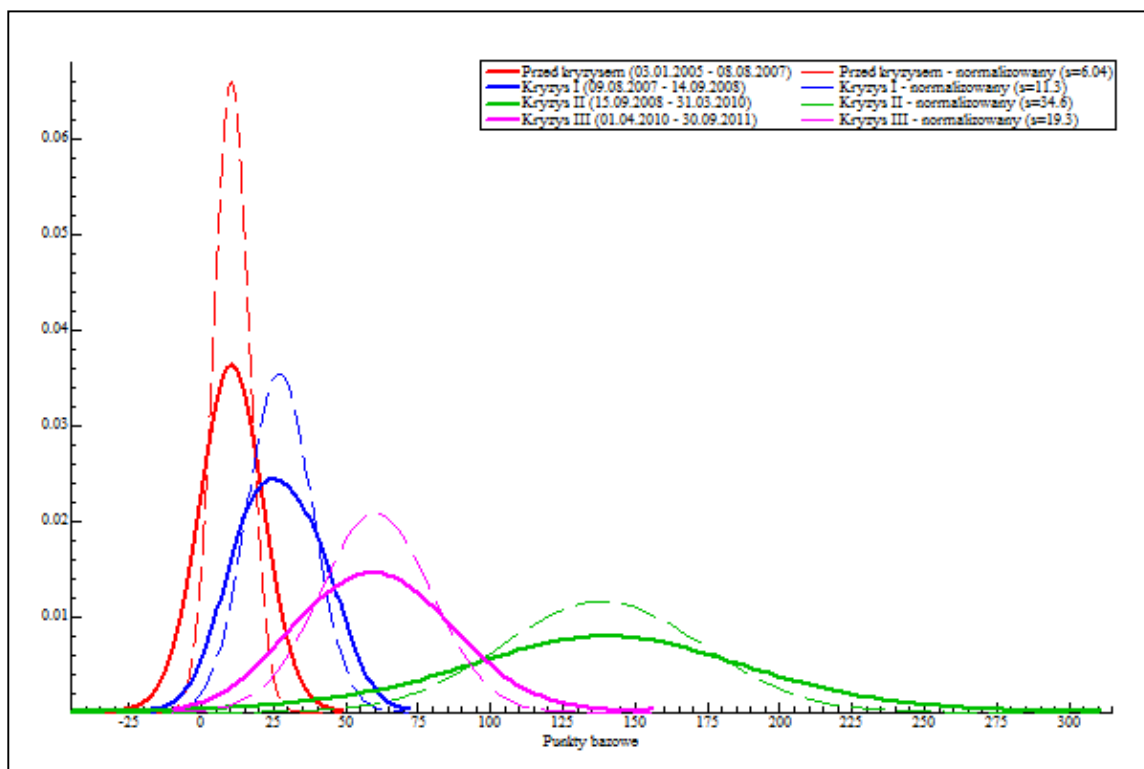
Zmianie uległy również miary zróżnicowania, asymetrii oraz koncentracji rozkładu. Wykresy 4.2 – 4.4 prezentują ewolucję rozkładu premii za ryzyko dla walut EUR, USD oraz PLN w poszczególnych analizowanych podokresach. Na wykresie zaprezentowany został zarówno rozkład premii za ryzyko, jak również, w celu uzyskania porównywalności rozkładów, rozkłady znormalizowane. Rozkład znormalizowany uzyskany został przez przekształcenie rozkładu empirycznego na rozkład zbliżony do normalnego, poprzez przekształcenie danych surowych na skalę standaryzowaną znormalizowaną. Przekształcenie zostało przeprowadzone z wykorzystaniem programu OxMetrics ver. 6.2.



Wykres 4.2 Ewolucja rozkładu premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty EUR w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku
 Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.3 Ewolucja rozkładu premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku
 Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.4 Ewolucja rozkładu premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Dla każdej z analizowanych walut zauważyć można stopniowe „przesuwanie się” rozkładu premii w prawo wynikające z rosnącej premii za ryzyko obserwowanej dla danej waluty (wzrost mediany rozkładu). Dla pierwszego podokresu kryzysu, przed upadkiem banku Lehman Brothers, wyraźne przesunięcie rozkładu jest zauważalne wyłącznie dla rozkładu premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty EUR oraz USD. W przypadku rynku waluty PLN wyraźne przesunięcie rozkładu zaobserwować można dopiero dla podokresu po upadku banku Lehman Brothers. W podokresie tym premia za ryzyko osiągnęła szczytowe wartości oraz charakteryzowała się dużą zmiennością. W przypadku rynku pieniężnego waluty USD dla ostatniego podokresu widać przesunięcie rozkładu w lewo, do poziomów premii sprzed kryzysu. Związane to jest najprawdopodobniej z ograniczonym wpływem kryzysu zadłużeniowego strefy euro na rynek pieniężny waluty USD.

W literaturze przedmiotu wymieniane są dwa podstawowe czynniki, które mogą mieć wpływ na wysokość danej wzorem (4.1) premii za ryzyko na rynku międzybankowym. Czynniki te związane są z poziomem ryzyka kredytowego oraz płynnością rynku pieniężnego (m.in. Taylor, Williams, 2009; Schwarz, 2010; Soultanaeva, Strömquist, 2009; Michaud, Upper, 2008).

Wpływ ryzyka kredytowego na poziom premii za ryzyko analizować można wykorzystując prosty model ryzyka kredytowego zaproponowany przez Mercurio (2009). Uznając stopę kontaktu OIS za stopę wolną od ryzyka oraz zakładając brak korelacji pomiędzy poziomem rynkowych stóp procentowych a prawdopodobieństwem wystąpienia zdarzenia kredytowego (*default*), cenę obligacji zerokuponowej $D(t,T)$ odpowiadającej wartości stopy referencyjnej rynku międzybankowego opisać można za pomocą wzoru:

$$D(t,T) = P(t,T) \cdot [Q(t,T) + RR \cdot (1 - Q(t,T))], \quad (4.2)$$

gdzie:

- $P(t,T)$ - cena obligacji zerokuponowej wolnej od ryzyka wyznaczonej na podstawie stopy kontraktu OIS dla okresu zapadalności T ;
- $Q(t,T)$ - prawdopodobieństwo niewystąpienia zdarzenia kredytowego do momentu T ;
- RR - stopa odzysku w przypadku wystąpienia zdarzenia kredytowego.

Wykorzystując opisany w rozdziale 1 wzór (1.6), wzór (4.2) można przekształcić w celu wyznaczenia wzoru na stopę natychmiastową $L(t,T)$ w kapitalizacji prostej z uwzględnieniem ryzyka kredytowego:

$$L(t,T) = \frac{1}{T} \cdot \left[\frac{1}{D(t,T)} - 1 \right] = \frac{1}{T} \cdot \left[\frac{1}{P(t,T)} \cdot \frac{1}{Q(t,T) + RR \cdot (1 - Q(t,T))} - 1 \right]. \quad (4.3)$$

Ponieważ stopa odzysku oraz prawdopodobieństwo niewystąpienia zdarzenia kredytowego przyjmować mogą wartości z przedziału od 0 do 1, stąd:

$$0 < [Q(t,T) + RR \cdot (1 - Q(t,T))] < 1, \quad (4.4)$$

czyli

$$L(t,T) > \frac{1}{T} \cdot \left[\frac{1}{P(t,T)} \cdot \frac{1}{Q(t,T) + RR \cdot (1 - Q(t,T))} - 1 \right] > OIS(t,T). \quad (4.5)$$

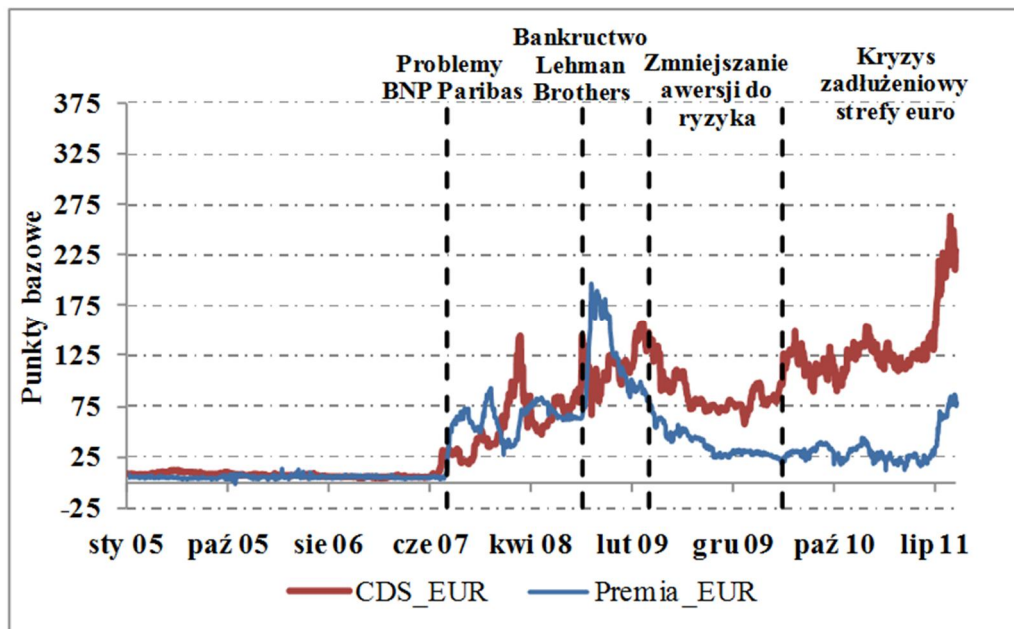
Wynik opisany wzorem (4.5) wskazuje, że można przyjąć, że stopa referencyjna rynku międzybankowego powinna być zawsze na wyższym poziomie od stopy kontraktu OIS o takim samym terminie zapadalności. Wynika to z ryzyka kredytowego związanego z inwestycją w stopę referencyjną rynku międzybankowego. Jeżeli wysokość stopy odzysku jest stała

w czasie, to wartość premii za ryzyko zależy od oceny prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia kredytowego w okresie trwania kontraktu. Im prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia kredytowego wyższe (wartość $Q(t,T)$ niższa), tym wyższa premia za ryzyko na rynku międzybankowym.

Jednym z wykorzystywanych w literaturze podejść (por. np. Taylor, Williams, 2009; Soultanaeva, Strömquist, 2009; Michaud, Upper, 2009; McAndrews, Sarkar, Wang, 2008; Wu, 2008), pozwalających na obserwację ewolucji w czasie zmian oceny prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia kredytowego, są rynkowe notowania kontraktów CDS (*credit default swap*). Kontrakty CDS pozwalają na zabezpieczenie ryzyka upadłości podmiotu, na który wystawiony został dany kontrakt CDS. Nabywca kontraktu CDS nabywa prawo do sprzedaży instrumentów finansowych wyemitowanych przez dany podmiot (*reference entity*) w przypadku jego upadłości po ich cenie nominalnej (pomniejszonej o zakładaną w kontrakcie CDS stopę odzysku), w zamian za co w trakcie życia kontraktu przekazuje wystawcy kontraktu CDS okresowe płatności wyznaczane w oparciu o marżę kontraktu CDS (Hull, 2009, s. 527). Marża ta jest stała w trakcie życia kontraktu, ustalana jest w momencie zawierania kontraktu oraz zależy od aktualnej oceny zdolności podmiotu do regulowania swoich zobowiązań w okresie obowiązywania kontraktu CDS. Rynkowe notowania kontraktów CDS prezentują aktualną wartość marży dla kontraktów zawieranych danego dnia przy założeniu określonej stopy odzysku (*recovery rate*).

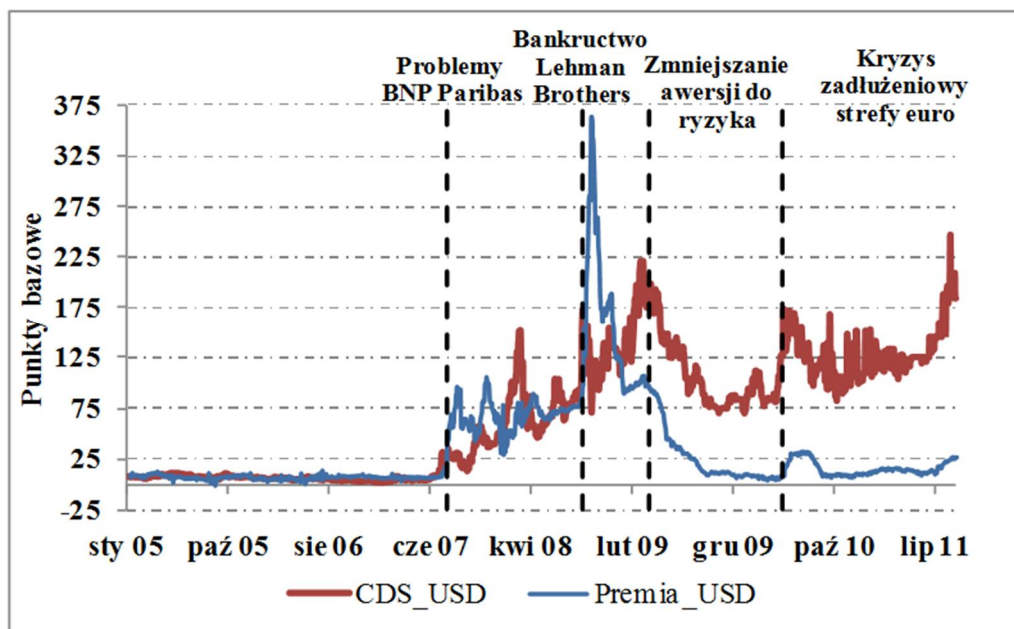
W przypadku analizy ryzyka kredytowego dla rynku pieniężnego waluty EUR oraz USD w niniejszej pracy zastosowano podejście prezentowane między innymi w (Taylor, Williams, 2009; McAndrews, Sarkar, Wang, 2008; Wu, 2008) i polegające na wyznaczeniu mediany z notowań kontraktów CDS o terminie zapadalności pięć lat dla największych banków uczestniczących odpowiednio w ankiecie EURIBOR oraz LIBOR USD. Kontrakty CDS o terminie zapadalności pięć lat są najbardziej płynnym segmentem rynku kontraktów CDS. Lista banków, dla których notowania kontraktów CDS wykorzystane zostały w ramach analizy zaprezentowana została w Załączniku 4.1. Na rynku brak jest dostępnych notowań kontraktów CDS dla banków polskich, w związku z tym w analizie wykorzystane zostały notowania kontraktów CDS o terminie zapadalności pięć lat dla denominowanego w USD długu rządu polskiego. Wysokość marży kontraktu CDS dla banku polskiego zależy będzie od oceny całego regionu/kraju działalności (danej marżą kontraktu CDS dla rządu polskiego), oceny polskiego sektora bankowego oraz czynników specyficznych dla danego banku. W Polsce w okresie kryzysu nie wystąpiło gwałtowne pogorszenie sytuacji banków, w związku z czym, wykorzystanie notowań kontraktu CDS dla rządu polskiego stanowić może dobre przybliżenie

nie zmian w postrzeganiu ryzyka kredytowego dla całego polskiego sektora finansowego. Wykresy 4.5 – 4.7 prezentują porównanie ewolucji wartości premii za ryzyko oraz notowań kontraktów CDS o terminie zapadalności pięć lat dla rynku pieniężnego walut EUR, USD oraz PLN.



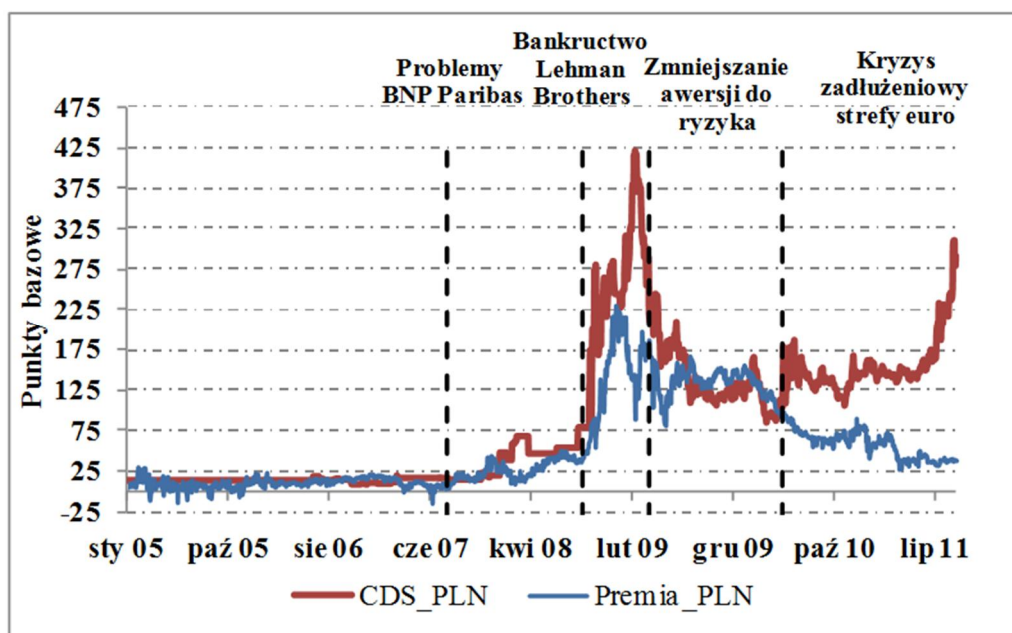
Wykres 4.5 Ewolucja wartości premii za ryzyko oraz notowań kontraktów CDS dla rynku pieniężnego waluty EUR w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.6 Ewolucja wartości premii za ryzyko oraz notowań kontraktów CDS dla rynku pieniężnego waluty USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.7 Ewolucja wartości premii za ryzyko oraz notowań kontraktów CDS dla rynku pieniężnego waluty PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

W początkowym okresie kryzysu finansowego, do upadku banku Lehman Brothers, zauważyć można wysoką zależność pomiędzy notowaniami kontraktów CDS a premią za ryzyko na rynku pieniężnym. W okresie bezpośrednio po upadku banku Lehman Brothers, w przypadku rynku waluty EUR oraz USD, gwałtownemu wzrostowi premii za ryzyko nie odpowiada jednak równie duży wzrost notowań kontraktów CDS. Można więc zakładać, że obserwowany w warunkach kryzysu wzrost premii za ryzyko wynikał nie tylko z obniżenia wiarygodności kredytowej uczestników rynku międzybankowego, ale warunkowany był również przez inne czynniki takie jak płynność rynku depozytów międzybankowych (por. np. EBC, 2008a, s. 63; Schwarz, 2010; Brunnermeier, Pedersen, 2009).

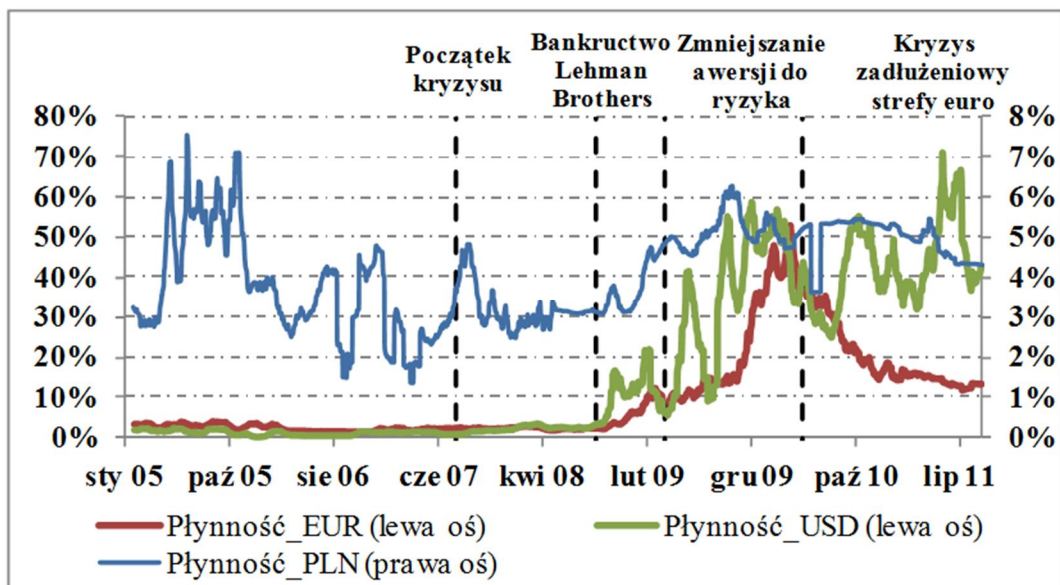
Jedną z podstawowych trudności związanych z analizą poziomu ryzyka płynności jest brak bezpośrednio obserwowalnych notowań rynkowych. Na rynku brak jest instrumentów finansowych, których wartość zależy wprost od poziomu płynności dla danego segmentu rynku. W literaturze spotkać można wiele propozycji miar pozwalających na oszacowanie płynności danego segmentu rynku (por. np. Roll, 1984; Schwarz, 2010). W prezentowanej w niniejszej pracy analizie wykorzystywana będzie najbardziej popularna miara płynności SL_t polegająca na wyznaczeniu stosunku różnicy pomiędzy kursem kupna oraz kursem sprzedaży do średniej ceny:

$$SL_t = \left[\frac{ask_t - bid_t}{(ask_t + bid_t)/2} \right] \cdot 100\% , \quad (4.6)$$

gdzie:

- bid_t - kurs kupna w okresie t ;
- ask_t - kurs sprzedaży w okresie t .

Im wyższa wartość miary SL_t , tym płynność analizowanego instrumentu jest niższa, rośnie bowiem udział różnicy pomiędzy kursem kupna oraz kursem sprzedaży w średniej cenie. Wykres 4.8 prezentuje porównanie ewolucji miary płynności SL_t dla rynku pieniężnego walut EUR, USD oraz PLN. Dla każdej z walut miara płynności wyznaczona została na podstawie rynkowych notowań depozytów rynku międzybankowego o terminie zapadalności 3 miesiące. Ponieważ otrzymana miara charakteryzowała się dużą dzienną zmiennością, w celu zachowania czytelności na wykresie zaprezentowano wartości uśrednione za okres 20 dni roboczych.



Wykres 4.8 Ewolucja średniej wartości miary płynności dla rynku pieniężnego waluty EUR, USD oraz PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Dla rynków pieniężnych wszystkich analizowanych walut zauważyć można wzrost miary płynności, a tym samym spadek płynności rynku, począwszy od czwartego kwartału 2008 roku. Wzrost ten jest szczególnie widoczny w przypadku rynku waluty EUR oraz USD. Widoczna różnica w skali wzrostu obserwowana dla rynku pieniężnego waluty PLN oraz rynku waluty USD i EUR może być również związana z gwałtownym obniżaniem poziomu stóp procentowych dla rynku pieniężnego walut EUR oraz USD. Spadek stóp procentowych, przy

jednoczesnym utrzymywaniu stałej różnicy pomiędzy kursem kupna oraz sprzedaży, przekładać się mógł na wzrost danej wzorem (4.6) miary płynności.

Obserwacja odnośnie pogarszającej się płynności rynku depozytów międzybankowych znajduje potwierdzenie w prezentowanych przez banki centralne danych odnośnie średnich dziennych obrotów na rynku depozytów międzybankowych.

Tabela 4.4 Średnie dzienne obroty netto na rynku depozytów międzybankowych w walucie PLN (2005 = 100)

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Średnie dzienne obroty	100,00	119,51	140,24	125,61	89,02	85,37	75,61
Zmiana (r/r)		19,51%	17,35%	-10,43%	-29,13%	-4,11%	-11,43%

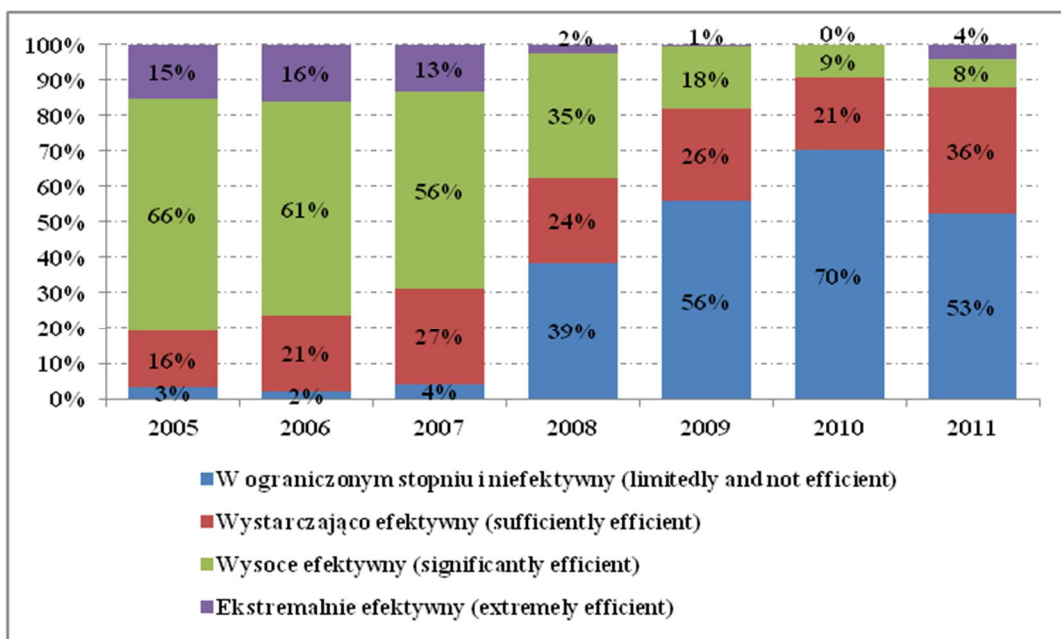
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NBP (2006, 2007, 2008c, 2009b, 2010c, 2011a, 2012)

Tabela 4.5 Średnie dzienne obroty netto na rynku depozytów międzybankowych w walucie EUR (2005 = 100)

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Średnie dzienne obroty	100,00	102,77	116,13	121,31	89,73	92,25	66,72
Zmiana (r/r)		2,77%	13,00%	4,46%	-26,03%	2,81%	-27,67%

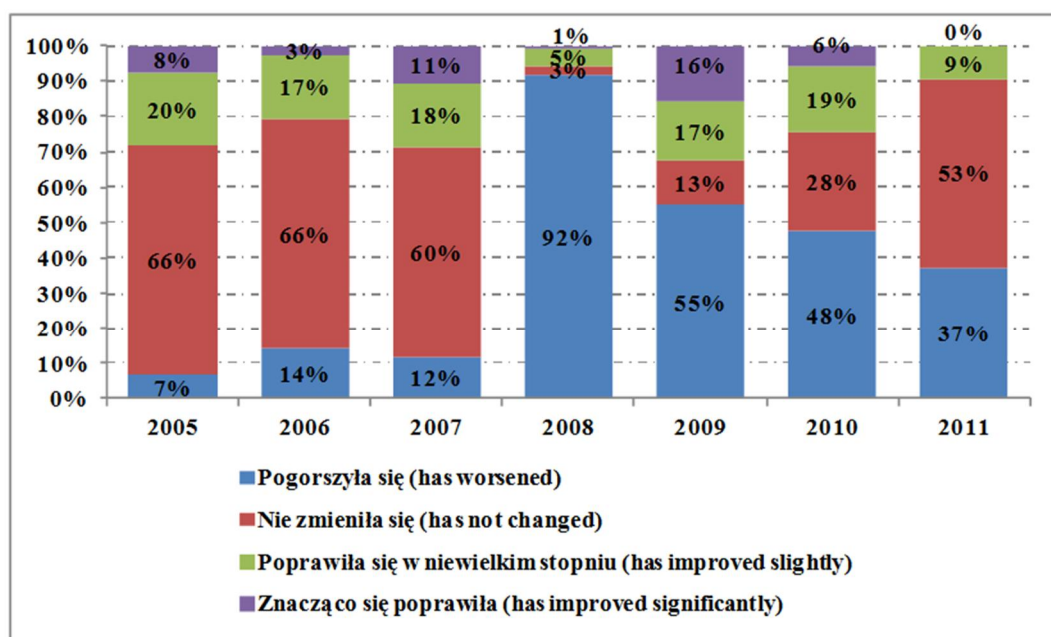
Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2008b, 2009b, 2010b, 2011, 2012a)

Pogarszająca się od końca 2008 roku płynność rynku depozytów międzybankowych znalazła również odzwierciedlenie w przeprowadzanych przez EBC badaniach ankietowych odnośnie postrzegania kondycji rynku przez jego uczestników. Badania przeprowadzane przez EBC obejmują wybrane banki ze wszystkich krajów należących do Unii Europejskiej oraz wybranych krajów ościennych. Szczegółowa lista banków dostępna jest w (EBC, 2012a).



Wykres 4.9 Procent odpowiedzi na pytanie: Czy w Państwa ocenie rynek depozytów międzybankowych jest efektywny?

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2012a)



Wykres 4.10 Procent odpowiedzi na pytanie: Czy w Państwa ocenie płynność rynku depozytów międzybankowych zmieniła się w stosunku do poprzedniego roku?

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2012a)

Wyniki badań prezentowane przez EBC oraz NBP potwierdzają wnioski z analizy ewolucji miary płynności i wskazują na pogarszającą się począwszy od końca 2008 roku płynność rynku depozytów międzybankowych. Znaczne zmniejszenie poziomu limitów na ryzyko kredytowe kontrahenta, mała liczba uczestników rynku pieniężnego, wzrastające wymogi kapitałowe oraz płynności (por. np. NBP 2009a, s. 22; NBP 2011c, s. 20; EBC 2012b, s. 17 - 19)

sprawiły, że począwszy od końca 2008 roku płynność rynku depozytów międzybankowych systematycznie spadała, a aktywność banków przenosiła się do segmentu transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym, które nie obciążały w tak dużym stopniu obniżonych limitów na ryzyko kredytowe kontrahenta oraz wymogów płynności.

W dalszej części podrozdziału zaprezentowano wyniki analizy ekonometrycznej prezentowanych wcześniej szeregów czasowych premii za ryzyko z wykorzystaniem modeli przełącznikowych typu Markowa. Celem badania była identyfikacja okresów uspokojenia oraz okresów kryzysu, jak również istotności czynników mających wpływ na ewolucję premii za ryzyko w okresach uspokojenia oraz okresach kryzysu. Podejście zakładające wykorzystanie modeli przełącznikowych typu Markowa wykorzystywane jest powszechnie w celu analizy wpływu kryzysów finansowych oraz zmian strukturalnych na badane szeregi czasowe (por. np. Coe, 2002; Doman, Doman, 2004; Alexander, Kaeck, 2008; Frank, Hesse, 2009).

Modele przełącznikowe pozwalają na opisanie sytuacji, w której szereg stóp zwrotu może być modelowany za pomocą modelu z parametrami, które należą do pewnego skończonego podzbioru przestrzeni parametrów. Określony jest również proces stochastyczny, charakteryzujący prawdopodobieństwo przejścia od jednego wektora parametrów do drugiego (Doman, Doman, 2004, s. 405). W pracy wykorzystano specyfikację modelu zaprezentowaną po raz pierwszy przez Hamiltona (1989). W modelu zakłada się, że reżim występujący w danym momencie t jest określony przez nieobserwowalny proces s_t , który może przyjmować M wartości: $1, 2, \dots, M$. Proces s_t jest jednorodnym procesem Markowa rzędu pierwszego, czyli bieżący stan s_t zależy jedynie od stanu opóźnionego o jeden okres s_{t-1} .

W badaniu, którego wyniki prezentowane są w niniejszej pracy, stosowany był model liniowy, w którym rozważano możliwość przebywania procesu w jednym z dwóch możliwych reżimów. Jeden z reżimów odpowiada rynkowi uspokojonemu, a drugi rynkowi w okresie kryzysu. W postaci ogólnej model ma postać (Doman, Doman, 2004, s. 407):

$$y_t - m(s_t) = a_1 \cdot (y_{t-1} - m(s_{t-1})) + \dots + a_p \cdot (y_{t-p} - m(s_{t-p})) + \varepsilon_t, \quad (4.7)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2(s_t)), \quad (4.8)$$

W równaniach (4.7) oraz (4.8) zmienna s_t może przyjmować wartości 1 lub 2. Zmienne $m(1)$, $m(2)$, $\sigma^2(1)$, $\sigma^2(2)$ są parametrami podlegającymi estymacji. Dodatkowo estymowane są również prawdopodobieństwa przejścia procesu pomiędzy dwoma stanami:

$$P(s_t = 1 | s_{t-1} = 1) = p_{11},$$

$$P(s_t = 2 | s_{t-1} = 1) = p_{12},$$

$$P(s_t = 1 | s_{t-1} = 2) = p_{21},$$

$$P(s_t = 2 | s_{t-1} = 2) = p_{22}.$$

Zmienne s_t tworzą łańcuch Markowa o dwóch stanach, z prawdopodobieństwami przejścia $p_{ij}, i, j \in \{1, 2\}$. Parametry p_{ij} powinny być nieujemne oraz powinny zachodzić zależności (Doman, Doman, 2004, s. 407):

$$p_{11} + p_{12} = 1,$$

$$p_{21} + p_{22} = 1.$$

Parametry modeli przełącznikowych typu Markowa mogą być estymowane za pomocą technik największej wiarygodności (Doman, Doman, 2004, s. 408 - 410). W celu estymacji modeli przełącznikowych typu Markowa zastosowanych do analizowanych szeregów czasowych wykorzystany został pakiet PcGive zaimplementowany w środowisku OxMetrics ver. 6.2. Estymację przeprowadzono wykorzystując algorytm programowania nieliniowego zaproponowany przez Lawrence'a oraz Titsa (2001). Ponieważ w ramach analizowanego problemu występować może wiele minimów lokalnych, w procesie estymacji wykorzystano podejście zakładające wielokrotną estymację z wykorzystaniem 20 losowo wygenerowanych zestawów parametrów startowych i wybranie wyników dla największej wartości funkcji wiarygodności.

W celu przeanalizowania, czy wykorzystanie modelu przełącznikowego typu Markowa daje lepsze wyniki niż wykorzystanie standardowego modelu liniowego, wykorzystano test ilorazu wiarygodności (LR):

$$LR = -2(L_1 - L_0) \sim \chi^2_{p(c-1)}, \quad (4.9)$$

gdzie:

- L_1 - logarytm funkcji wiarygodności modelu przełącznikowego typu Markowa;
- L_0 - logarytm funkcji wiarygodności modelu liniowego;
- p - ilość zmiennych niezależnych w modelu;
- c - ilość kategorii zmiennej objaśnianej.

Hipotezą zerową testu jest, że wykorzystanie modelu przełącznikowego typu Markowa nie daje lepszych wyników niż zwykły model liniowy. Ponieważ w przypadku testowania modelu przełącznikowego typu Markowa statystyka testowa nie ma rozkładu χ^2 o $p(c-1)$ stopniach swobody (por. np. Teräsvirta, 2006; Alexander, Kaeck, 2008), dodatkowo w ramach testu wykorzystano procedurę wykorzystującą analizę wyników testu z wykorzystaniem przybliżonej górnej wartości granicznej rozkładu zaproponowaną przez Daviesa (1987). Test każdorazowo przeprowadzono z wykorzystaniem pakietu PcGive zaimplementowanego w środowisku OxMetrics ver. 6.2.

Analizę przeprowadzono dla szeregów czasowych premii za ryzyko dla rynku międzybankowego waluty PLN, waluty EUR i waluty USD. Testy pierwiastka jednostkowego ADF (Said, Dickey, 1984) oraz KPSS (Kwiatkowski i in., 1992) wykazały występowanie pierwiastka jednostkowego w analizowanych szeregach czasowych, analiza przeprowadzona została więc na pierwszych różnicach analizowanych zmiennych.

W modelu uwzględniono dodatkowe zmienne objaśniające mogące mieć wpływ na ewolucję premii za ryzyko. Pierwszą zmienną objaśniającą były zmiany danej wzorem (4.6) miary płynności dla analizowanej waluty. W modelu przyjęto, że zmiana poziomu ryzyka płynności poprzedza zmianę premii za ryzyko, stąd w modelu miara płynności dla analizowanej waluty ujęta została z opóźnieniem o jeden okres. Drugą zmienną objaśniającą były zmiany notowań marży kontraktów CDS dla danej waluty. Zmiany notowań marży kontraktów CDS uznano za miarę pozwalającą na ocenę zmian poziomu ryzyka kredytowego dla danego rynku. W modelu przyjęto, że zmiana poziomu ryzyka kredytowego zachodzi w tym samym okresie co zmiana premii za ryzyko. Dodatkowo w celu uwzględnienia autokorelacji występującej w analizowanych szeregach czasowych w modelu uwzględniono opóźnione o jeden okres zmiany premii za ryzyko. Dla premii za ryzyko dla każdej z analizowanych walut w badaniu wykorzystywany był model postaci:

$$\Delta DEPO_t = a_0(s_t) + a_1(s_t) \cdot \Delta LIQD_{t-1} + a_2(s_t) \cdot \Delta CDS_t + a_3(s_t) \cdot (\Delta DEPO_{t-1} - a_0(s_{t-1}) - a_1(s_{t-1}) \cdot \Delta LIQD_{t-2} - a_2(s_{t-1}) \cdot \Delta CDS_{t-1}) + \varepsilon_t, \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2(s_t)), \quad (4.11)$$

gdzie:

- $\Delta DEPO_t$ - zmiana danej wzorem (4.1) premii za ryzyko na rynku międzybankowym w okresie t ;

- $\Delta LIQD_t$ - zmiana danej wzorem (4.6) miary płynności depozytów rynku międzybankowego analizowanej waluty dla terminu zapadalności 3 miesiące w okresie t ;
- ΔCDS_t - zmiana notowania kontraktu CDS dla danej waluty.

Estymacja modelu przeprowadzona została na dziennych przyrostach analizowanych zmiennych na podstawie danych za okres od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku (1757 obserwacji). Wyniki oszacowania parametrów modelu (4.10) - (4.11) dla poszczególnych walut zaprezentowane zostały w tabeli 4.6. W nawiasach zaprezentowane zostały błędy standardowe.

Tabela 4.6 Wyniki oszacowania parametrów modelu (4.10) - (4.11)

Szereg	EUR		USD		PLN	
Rozkład	Normalny		Normalny		Normalny	
$a_0(1)$	-0,01089	(0,02817)	-0,03105	(0,02392)	-0,04106	(0,06846)
$a_0(2)$	0,12124	(0,16675)	0,1261	(0,40298)	0,22534	(0,52936)
$a_1(1)$	0,01846	(0,00663)**	-0,00236	(0,00227)	-0,05428	(0,05694)
$a_1(2)$	-0,02731	(0,03087)	-0,04162	(0,11086)	0,13679	(0,37907)
$a_2(1)$	0,00061	(0,01397)	0,00607	(0,0034)*	0,00315	(0,0205)
$a_2(2)$	0,10135	(0,0369)**	0,16151	(0,0643)**	0,00233	(0,09684)
a_3	-0,15897	(0,02955)**	-0,14086	(0,03895)**	-0,15814	(0,0284)**
$\sigma(1)$	0,99872	(0,0465)**	0,89622	(0,0408)**	2,40322	(0,1925)**
$\sigma(2)$	4,31351	(0,3754)**	8,52464	(0,7985)**	11,6781	(1,168)**
Prawdopodobieństwa przejścia						
	1	2	1	2	1	2
1	0,9597	0,0403	0,9811	0,0189	0,9298	0,0702
2	0,0871	0,9129	0,0756	0,9244	0,2468	0,7533

* p -wartość $\leq 10\%$

** p -wartość $\leq 5\%$

Źródło: Opracowanie własne

W tabeli 4.7 zaprezentowano zostały wyniki testu ilorazu wiarygodności dla poszczególnych walut.

Tabela 4.7 Wyniki testu ilorazu wiarygodności dla modelu (4.10) - (4.11)

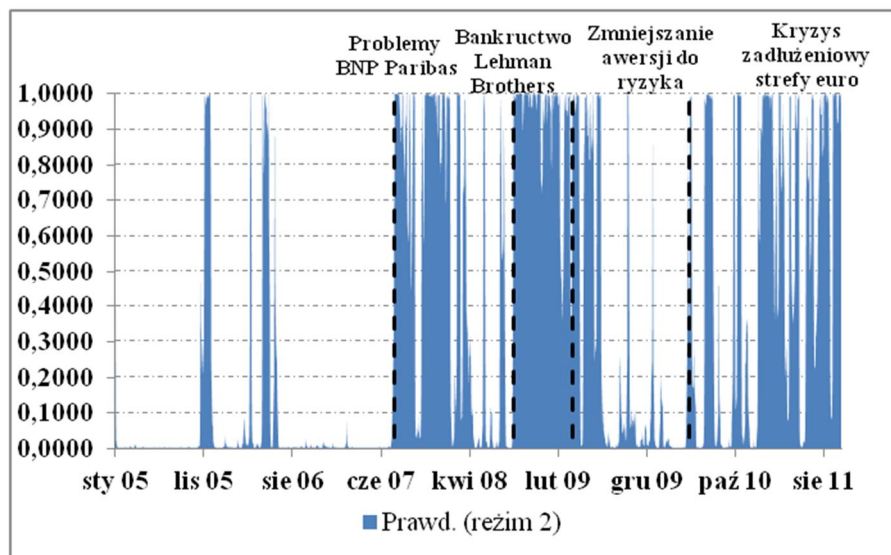
Parametr	EUR	USD	PLN
<i>Statystyka testowa</i>	1269,1	3066,2	1340,9
<i>p-wartość</i>	0,0000	0,0000	0,0000

Źródło: Opracowanie własne

W przypadku wszystkich analizowanych walut reżim drugi charakteryzuje zdecydowanie wyższa wariancja. Można więc przyjąć, że odpowiada on okresowi kryzysu, czyli okresowi

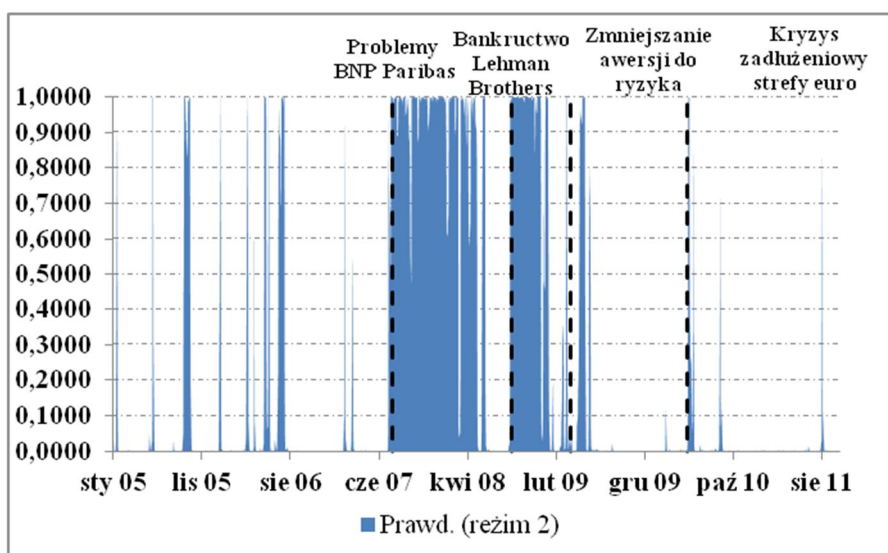
o zdecydowanie większej zmienności rynkowej. Statystycznie istotne oszacowania parametrów dla dodatkowych zmiennych objaśniających otrzymane zostały jedynie dla wpływu zmiany marży kontraktów CDS dla premii za ryzyko dla rynku waluty EUR oraz USD. Potwierdza to wyniki otrzymywane przez innych autorów (por. np. Taylor, Williams, 2009) o znaczącym wpływie ryzyka kredytowego na ewolucję premii za ryzyko w okresie kryzysu. W przypadku rynku waluty PLN otrzymane oszacowania parametrów dla dodatkowych zmiennych objaśniających (z wyjątkiem autokorelacji procesu) są statystycznie nieistotne.

Wyniki oszacowania przez model przełącznikowy (4.10) - (4.11) prawdopodobieństw warunkowych przebywania w drugim reżimie (okresie kryzysu) dla premii za ryzyko dla poszczególnych analizowanych walut zaprezentowane zostały na wykresach 4.11 – 4.13.



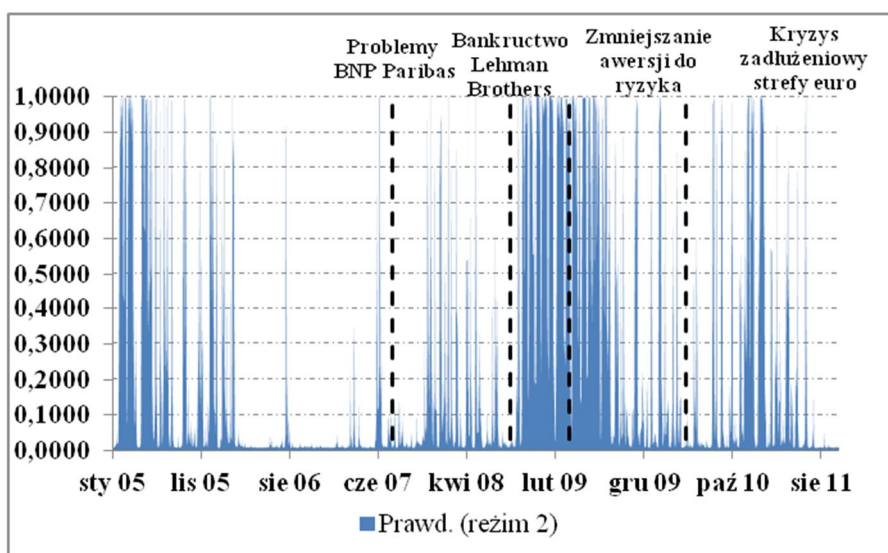
Wykres 4.11 Wyznaczone przez model (4.10) - (4.11) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty EUR w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.12 Wyznaczone przez model (4.10) - (4.11) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.13 Wyznaczone przez model (4.10) - (4.11) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Analizując ewolucję wyznaczonych przez model przełącznikowy prawdopodobieństw warunkowych przebywania w drugim reżimie, zauważyć można różnice dla rynków rozwiniętych takich jak rynek waluty EUR oraz USD oraz dla rynku polskiego. W przypadku rynku waluty EUR oraz USD wpływ kryzysu jest bardzo wyraźny i widoczny już od sierpnia 2007 roku. Działania stabilizacyjne podejmowane przez banki centralne (por. np. EBC, 2007, s. 82) sprawiły, że począwszy od kwietnia 2008 roku obserwować można uspokojenie sytuacji i wygaszenie reżimu kryzysowego. Zwiększone prawdopodobieństwo przebywania w reżimie

kryzysowym widoczne jest ponownie od września 2008 roku i jest bezpośrednią konsekwencją bankructwa banku Lehman Brothers. Od tego momentu widać też różnice w oddziaływaniu kryzysu na rynek waluty EUR oraz rynek waluty USD. W przypadku rynku waluty USD reżim kryzysowy ulega wygaszeniu począwszy od początku 2009 roku. W przypadku rynku waluty EUR okres kryzysowy trwa dłużej, do kwietnia 2009 roku i następnie pojawia się ponownie jako konsekwencja kolejnych fal kryzysu zadłużeniowego krajów strefy euro. Analizując wykresy 4.11 i 4.12 oraz macierz prawdopodobieństw przejścia pomiędzy poszczególnymi reżimami w tabeli 4.6, można wyciągnąć wniosek, że przez kryzys zadłużeniowy państw strefy euro rynek waluty EUR jest dużo bardziej podatny na występowanie kolejnych okresów kryzysowych charakteryzujących się zwiększoną zmiennością premii za ryzyko. Wynika to między innymi z dużo większej wartości prawdopodobieństwa przejścia z reżimu pierwszego do reżimu drugiego danego (p_{12}) w przypadku rynku waluty EUR.

Dla rynku waluty PLN zauważyć można, że zwiększone prawdopodobieństwo przebywania w reżimie kryzysowym obserwowane jest dopiero dla okresu od września 2008 roku. Potwierdza to przedstawioną wcześniej hipotezę o opóźnionym wpływie kryzysu na rynek polski. Analizując wykres 4.13 zauważyć można, że w przeciwieństwie do rynków waluty EUR oraz waluty USD w przypadku rynku polskiego wpływ kryzysu, dany prawdopodobieństwem przebywania w reżimie drugim, nie jest tak bardzo wyraźny, nawet w okresie bezpośrednio po upadku banku Lehman Brothers. Widać dużą zmienność poziomu prawdopodobieństwa, a system nie pozostaje stale w reżimie kryzysowym. Obserwację potwierdza analiza macierzy prawdopodobieństw przejścia pomiędzy poszczególnymi reżimami w tabeli 4.6. Macierz prawdopodobieństw przejścia dla waluty PLN charakteryzuje się dużo niższym prawdopodobieństwem pozostania systemu w reżimie kryzysowym (p_{22}).

Otrzymane w niniejszym podrozdziale wyniki wskazują na znaczący wpływ kryzysu na funkcjonowanie rynku międzybankowego stopy procentowej. Począwszy od 9 sierpnia 2007 roku zasadne jest przyjmowanie założenia, że stopy referencyjne rynku międzybankowego zawierają istotną premię za ryzyko, nie mogą więc być traktowane jako stopy wolne od ryzyka i wykorzystywane zamiennie ze stopami transakcji OIS. Zmiany w funkcjonowaniu rynku mają również bezpośrednie przełożenie na wykorzystywane w praktyce metodyki konstrukcji krzywych stóp procentowych. Załamanie płynności rynku depozytów międzybankowych sprawia, że nie mogą być one dłużej uznawane za płynne instrumenty właściwe do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych zgodnie z zasadami określonymi w rozdziale 2 niniejszej pracy. Obecność znaczącej premii za ryzyko sprawia, że stopy procentowe uży-

skiwane na podstawie notowań depozytów międzybankowych nie mogą już być stosowane do wyceny transakcji uznawanych za transakcje o minimalnym poziomie ryzyka kontrahenta, takich jak transakcje rozliczane przez izby rozliczeniowe, czy też transakcje objęte depozytem zabezpieczającym. Konieczne staje się uwzględnienie w wycenie oraz metodykach konstrukcji krzywej wpływu premii za ryzyko. Wpływ ten zależy między innymi od tego czy transakcja jest niezabezpieczona czy też objęta jest depozytem zabezpieczającym.

4.2. Zależności arbitrażowe pomiędzy stopami procentowymi w jednej walucie

Celem niniejszego podrozdziału jest analiza wpływu kryzysu finansowego na zależności arbitrażowe pomiędzy stopami procentowymi w jednej walucie. Jednym z najczęściej omawianych w literaturze przykładów zależności arbitrażowych jest zależność pozwalająca na wyznaczenie stopy stałej kontraktu FRA. Jeżeli wypłatę z kontraktu FRA replikować będziemy za pomocą portfela dwóch depozytów, jednego nabytego, o dacie zapadalności równej dacie ustalenia stopy zmiennej w kontrakcie FRA, oraz drugiego sprzedanego, o dacie zapadalności równej dacie zapadalności kontraktu FRA, to stopa stała w kontrakcie FRA $K_M(t, T_{i-1}, T_i)$ musi być taka sama jak stopa stała implikowana przez portfel dwóch depozytów $K_I(t, T_{i-1}, T_i)$:

$$K_M(t, T_{i-1}, T_i) = K_I(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \cdot \left[\frac{P(t, T_{i-1})}{P(t, T_i)} - 1 \right], \quad (4.12)$$

gdzie:

- $T_{i-1} < T_i$;
- $K_M(t, T_{i-1}, T_i)$ - rynkowa stawka kontraktu FRA dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $K_I(t, T_{i-1}, T_i)$ - implikowana stawka kontraktu FRA dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $P(t, T_i)$ - cena obligacji zerokuponowej wolnej od ryzyka dla okresu zapadalności T_i .

Wzór (4.12) wyprowadzony został przy założeniu, że wykorzystywane ceny obligacji zerokuponowych wyznaczane są na podstawie stóp wolnych od ryzyka. Założenie to jest jednak sprzeczne z występowaniem premii za ryzyko na rynku międzybankowym. Chcąc uwzględnić możliwość upadłości kontrahenta, wzór (4.12) należy przekształcić wykorzystując zależność daną wzorem (4.2):

$$K_I(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \cdot \left[\frac{P(t, T_{i-1}) \cdot [Q(t, T_{i-1}) + RR \cdot (1 - Q(t, T_{i-1}))]}{P(t, T_i) \cdot [Q(t, T_i) + RR \cdot (1 - Q(t, T_i))]} - 1 \right]. \quad (4.13)$$

Kontrakt FRA również nie jest kontraktem pozbawionym ryzyka kredytowego. Rynkowe notowania stopy stałej kontraktu FRA powinny więc również zawierać premię z tytułu ryzyka kredytowego związanego z kontraktem FRA:

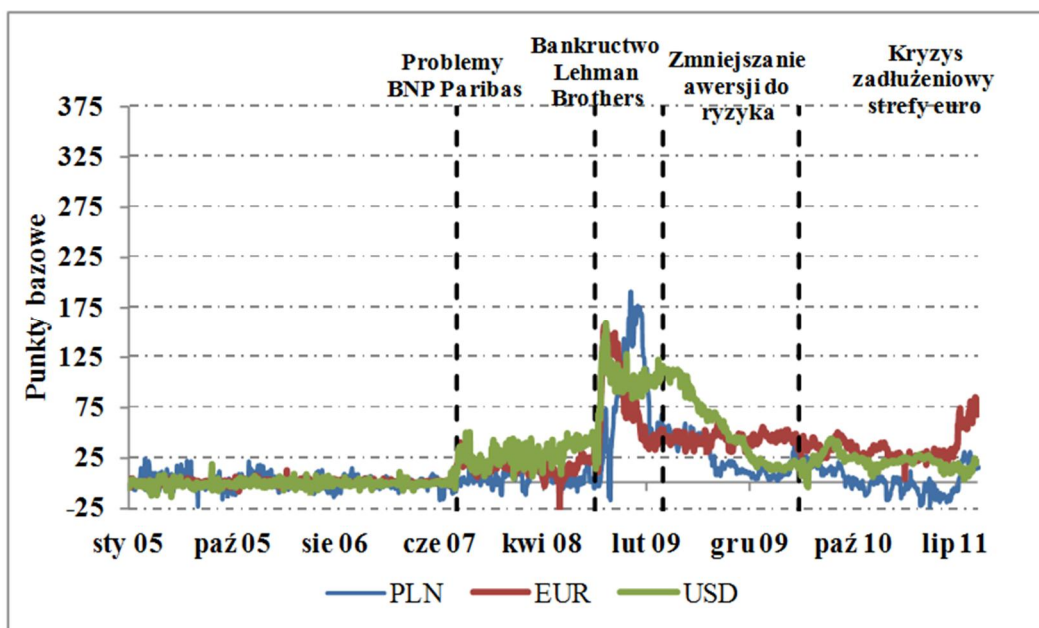
$$K_M(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \cdot \left[\frac{1}{P(t, T_{i-1}, T_i) \cdot [Q(t, T_{i-1}, T_i) + RR \cdot (1 - Q(t, T_{i-1}, T_i))]} - 1 \right]. \quad (4.14)$$

Jeżeli wartość stopy odzysku jest stała w czasie, to zależność (4.13) jest spełniona wyłącznie w przypadku, gdy:

$$\frac{[Q(t, T_{i-1}) + RR \cdot (1 - Q(t, T_{i-1}))]}{[Q(t, T_i) + RR \cdot (1 - Q(t, T_i))]} = \frac{1}{[Q(t, T_{i-1}, T_i) + RR \cdot (1 - Q(t, T_{i-1}, T_i))]} \quad (4.15)$$

Zależność (4.15) zachodzi w sytuacji, gdy rynkowe oczekiwania odnośnie prawdopodobieństwa upadłości kontrahenta dla okresu od T_{i-1} do T_i $[1 - Q(t, T_{i-1}, T_i)]$ są równe prawdopodobieństwu implikowanemu. Zależność (4.15) nie jest jednak spełniona w sytuacji, gdy oczekiwania odnośnie poziomu ryzyka kredytowego nie są takie same dla wszystkich typów transakcji i zależą na przykład od długości płatności, jej częstotliwości lub innych cech charakterystycznych dla danego instrumentu finansowego lub segmentu rynku.

Wpływ kryzysu finansowego na rynkowe postrzeganie poziomu ryzyka kredytowego związanego z poszczególnymi typami transakcji można prześledzić analizując wykres 4.14 prezentujący różnice pomiędzy stopą kontraktu FRA implikowaną z portfela depozytów o terminie zapadalności trzy oraz sześć miesięcy oraz rynkową stopą kontraktu FRA 3x6.



Wykres 4.14 Ewolucja różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą kontraktu FRA 3x6 dla waluty PLN, EUR oraz USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Obserwowana na wykresie 4.14 ewolucja różnicy pomiędzy stopą rynkową oraz implikowaną jest zbliżona do wykresu 4.1 prezentującego ewolucję premii za ryzyko na rynku międzybankowym. Im większa różnica pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową, tym wyższa różnica w poziomie ryzyka pomiędzy transakcjami o tym samym okresie trwania, ale różnej charakterystyce. Różnica ta osiągnęła maksymalne wartości w okresie bezpośrednio po upadku banku inwestycyjnego Lehman Brothers. Kryzys finansowy oraz zmniejszenie poziomu limitów na ryzyko kredytowe kontrahenta, wzrastające wymogi kapitałowe oraz płynności (por. np. EBC 2012b, s. 17 - 19) sprawiły, że uczestnicy rynku zaczęli zwracać uwagę na ryzyko kredytowe oraz częstotliwość płatności dla poszczególnych transakcji o tym samym okresie zapadalności. Transakcje o dłuższym okresie pomiędzy poszczególnymi płatnościami traktowane były jako transakcje implikujące wyższy poziom ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności, w związku z czym inwestorzy wymagali wyższego wynagrodzenia z tytułu tych transakcji, co wpływało na zwiększanie różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową kontraktu FRA. Działania podejmowane przez banki centralne doprowadziły wprawdzie do obniżenia różnicy, jednakże wysokość różnicy nie wróciła do poziomów sprzed 9 sierpnia 2007 roku.

W dalszej części niniejszego podrozdziału zaprezentowano wyniki analizy statystycznej szeregów czasowych dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty EUR, USD oraz PLN. Analiza przeprowadzona została na podstawie danych

dziennych z okresu od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku (1758 obserwacji). Jako dane z okresu przed kryzysem finansowym wykorzystywane były codzienne obserwacje w dniach od 3 stycznia 2005 roku do 8 sierpnia 2007 roku (678 obserwacji), a jako dane z okresu kryzysu finansowego wykorzystywane były obserwacje od 9 sierpnia 2007 roku do 30 września 2011 roku (1080 obserwacji). Analogicznie jak w przypadku analizy premii za ryzyko dla rynku pieniężnego, okres kryzysu finansowego podzielony został na trzy podokresy. Statystyki opisowe dla szeregów czasowych różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty EUR, USD oraz PLN w podziale na poszczególne podokresy zaprezentowane zostały w tabelach 4.8 – 4.10.

Tabela 4.8 Podstawowe statystyki opisowe dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty EUR (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	0,83	16,05	55,65	35,68
Mediana	0,85	16,57	44,99	32,93
Wariancja	3,76	58,29	843,77	165,51
Minimum	-8,65	-26,92	10,44	3,64
Maksimum	12,36	40,01	155,99	84,76
Skośność	-0,04	-0,70	2,01	1,44
Kurtoza nadwyżkowa	2,99	3,37	3,10	2,18
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 4.9 Podstawowe statystyki opisowe dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty USD (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	-0,97	28,58	71,62	20,84
Mediana	-1,16	28,67	77,92	20,68
Wariancja	8,93	99,28	1385,52	58,72
Minimum	-14,60	4,66	11,97	-4,33
Maksimum	17,59	50,51	159,32	43,81
Skośność	0,56	-0,07	-0,24	0,42
Kurtoza nadwyżkowa	5,43	-0,74	-1,27	1,40
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

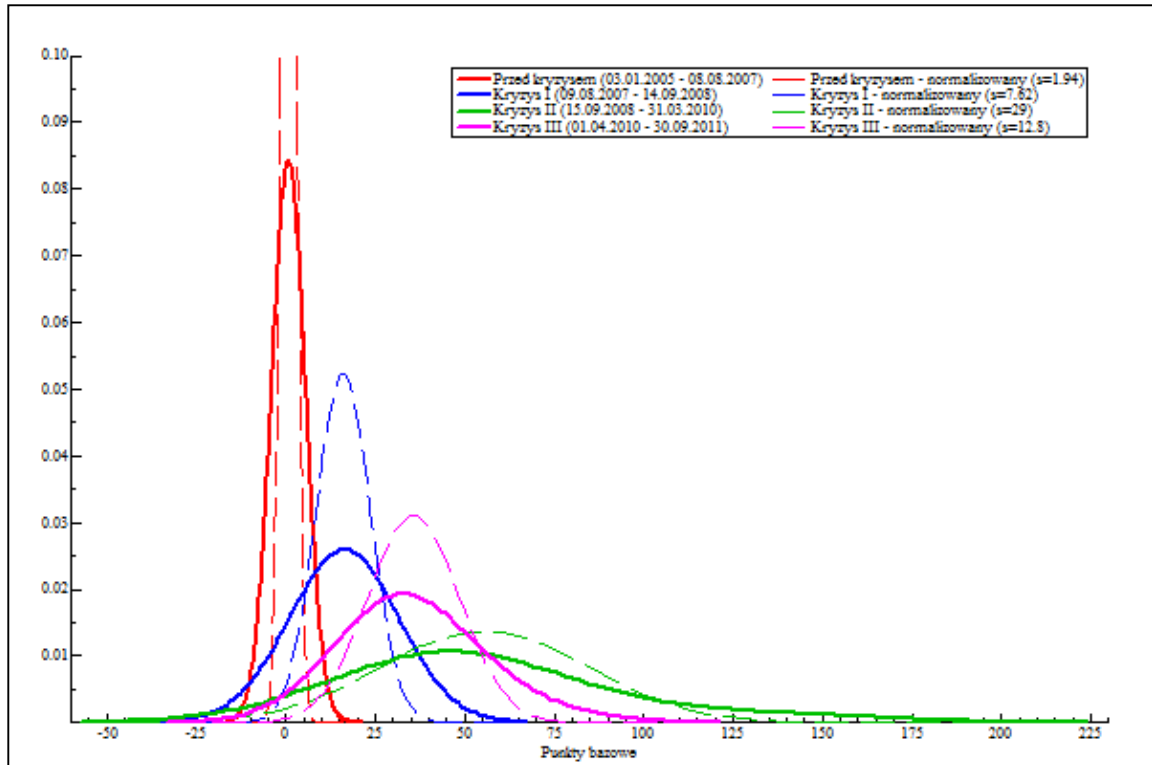
Tabela 4.10 Podstawowe statystyki opisowe dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty PLN (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	1,40	6,30	45,62	4,88
Mediana	1,08	5,23	37,19	3,19
Wariancja	39,75	69,33	2124,05	188,09
Minimum	-22,82	-11,59	-16,63	-22,02
Maksimum	24,61	29,27	190,73	39,81
Skośność	0,28	0,55	1,49	0,12
Kurtoza nadwyżkowa	0,83	-0,16	1,47	-0,89
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

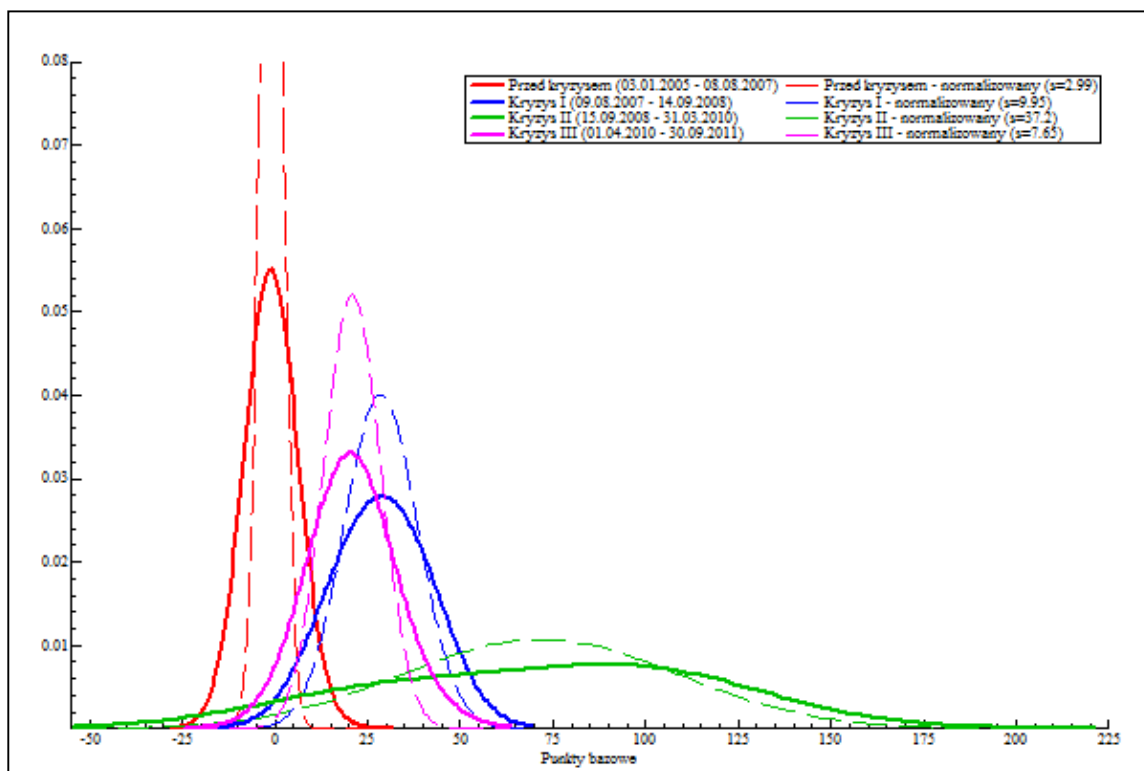
Dla wszystkich analizowanych walut zaobserwowano zwiększenie różnicy pomiędzy stopą implikowaną oraz stopą rynkową w okresie po 9 sierpnia 2007 roku. Wartość różnicy osiągnęła maksymalną wartość dla rynku waluty PLN, jednakże skala wzrostu wartości średniej jak również mediany była niższa niż w przypadku rynku waluty EUR oraz USD. Dla rynku polskiego wzrost różnicy miał więc bardziej charakter gwałtownego, ale krótkotrwałego skoku będącego wynikiem ogólnoswiatowego wzrostu awersji do ryzyka w drugiej połowie 2008 roku.

Zmianie uległy również miary zróżnicowania, asymetrii oraz koncentracji rozkładu. Wykresy 4.15 – 4.17 prezentują ewolucję rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla walut EUR, USD oraz PLN w poszczególnych analizowanych podokresach.



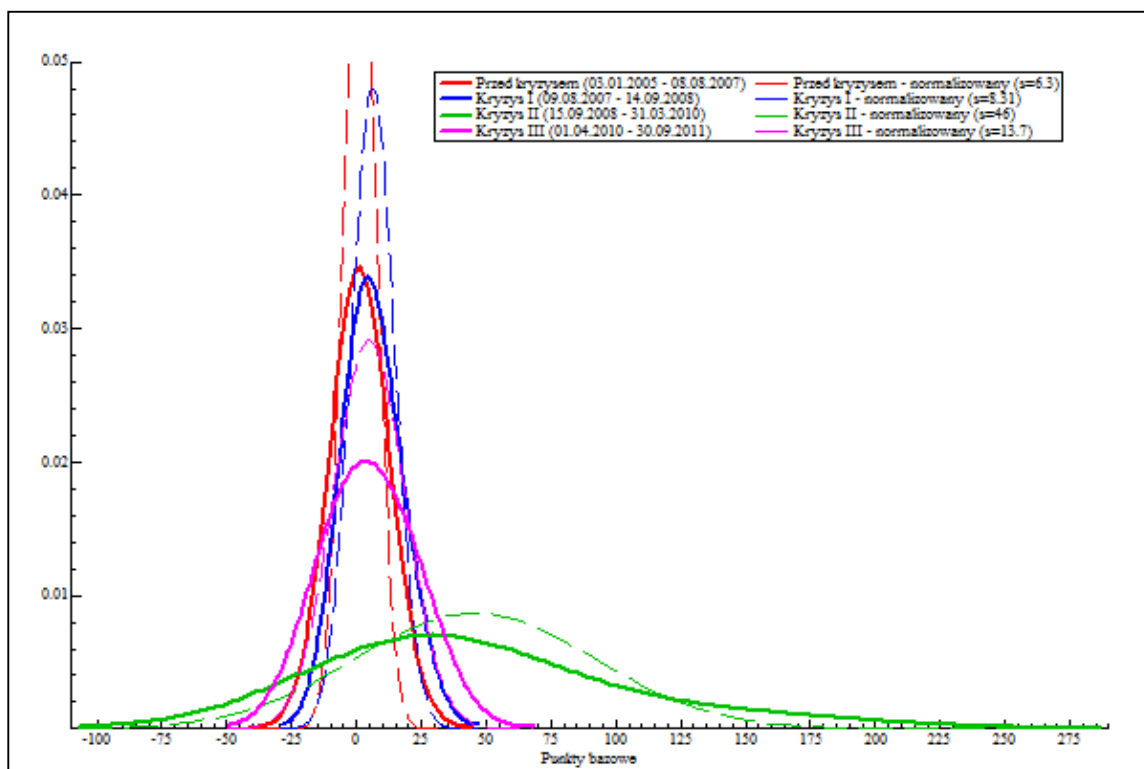
Wykres 4.15 Ewolucja rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty EUR w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.16 Ewolucja rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

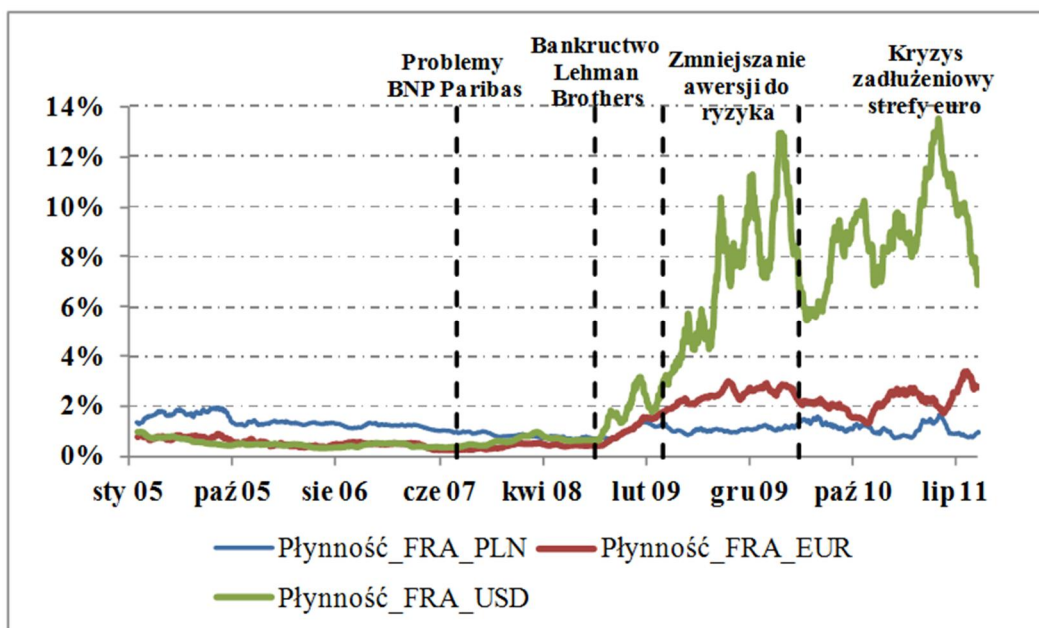


Wykres 4.17 Ewolucja rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Zwiększenie wartości średniej oraz mediany widoczne jest w postaci „przesunięcia” rozkładów w prawo dla wszystkich podokresów po 9 sierpnia 2007 roku. Podobnie jak w przypadku ewolucji rozkładów premii za ryzyko (wykresy 4.2 – 4.5), największą medianą oraz największą zmiennością, dla wszystkich walut charakteryzował się podokres bezpośrednio po upadku banku Lehman Brothers. W przypadku waluty PLN wyraźne przesunięcie rozkładu zaobserwować można wyłącznie w przypadku podokresu po ogłoszeniu bankructwa banku Lehman Brothers. W przypadku pozostałych podokresów przesunięcie nie jest wyraźne, zmiany w kształcie rozkładu sprowadzają się przede wszystkim do zmian w poziomie kurtozy rozkładu. Mediana rozkładu pozostaje na zbliżonym poziomie.

Badając zmiany w poziomie płynności rynku transakcji FRA dla poszczególnych walut, można zauważyć spadek płynności rynku mierzony wzrostem miary SL_t danej wzorem (4.6). Spadek ten jest szczególnie widoczny w przypadku rynku transakcji FRA w walucie USD. Warto jednak zwrócić uwagę na fakt, że w przypadku każdej z analizowanych walut ten obserwowany spadek płynności (wzrost miary) był mniejszy niż spadek płynności (wzrost miary) obserwowany na rynku depozytów międzybankowych (wykres 4.8).



Wykres 4.18 Ewolucja średniej wartości miary płynności dla rynku transakcji FRA dla waluty EUR, USD oraz PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Prezentowane przez banki centralne dane dotyczące średnich dziennych obrotów na rynku kontraktów FRA wskazują na różny wpływ kryzysu finansowego obserwowany w przypadku rynku transakcji FRA dla waluty EUR oraz waluty PLN.

Tabela 4.11 Średnie dzienne obroty netto na rynku kontraktów FRA w walucie PLN (2005 = 100)

	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Średnie dzienne obroty	100,00	97,96	124,49	155,10	48,98	71,43	114,29
Zmiana (r/r)		-2,04%	27,08%	24,59%	-68,42%	45,83%	60,00%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NBP (2006, 2007, 2008c, 2009b, 2010c, 2011a, 2012)

W przypadku rynku transakcji FRA dla waluty PLN widoczny jest przede wszystkim gwałtowny spadek wielkości średnich dziennych obrotów w 2009 roku oraz ponowny wzrost obrotów w latach 2010 oraz 2011. Wyniki badań NBP (2010c, s. 238 – 239) wskazują, że na gwałtowny spadek widoczny w 2009 roku miały wpływ przede wszystkim dwa czynniki. Pierwszy związany był bezpośrednio z kryzysem finansowym, podczas gdy drugi wynikał z oczekiwań uczestników rynku. Czynnikiem związanym z kryzysem finansowym był wzrost awersji do ryzyka. Ograniczenia związane z niskim poziomem limitów kredytowych sprawiały, że banki z konieczności koncentrowały swoją aktywność na operacjach obciążonych relatywnie niewielkim ryzykiem. Nawet te podmioty, które dysponowały niewykorzystanymi limitami kredytowymi, często powstrzymywały się od aktywności o charakterze spekulacyjnym. Jednocześnie większość uczestników rynku w krótkim okresie oczekiwała utrzymania poziomu stóp procentowych na zbliżonym poziomie, co przyczyniało się do spadku zainteresowania transakcjami FRA, będącymi zakładem o poziom przyszłych krótkoterminowych stóp procentowych. W ocenie NBP (2011a, s. 346 – 347; 2012, s. 340 – 341) czynnikiem przyczyniającym się do wzrostu średnich obrotów w latach 2010 oraz 2011 były oczekiwania uczestników rynku co do zmian poziomu krótkoterminowych stóp procentowych, które spowodowały wzrost liczby transakcji o charakterze spekulacyjnym. Jednocześnie relatywnie niskie limity kredytowe ustanawiane przez banki sprawiły, że skala aktywności na rynku transakcji FRA nie wróciła do poziomów sprzed kryzysu finansowego.

Tabela 4.12 Średnie dzienne obroty netto na rynku kontraktów FRA w EUR (2005 = 100)

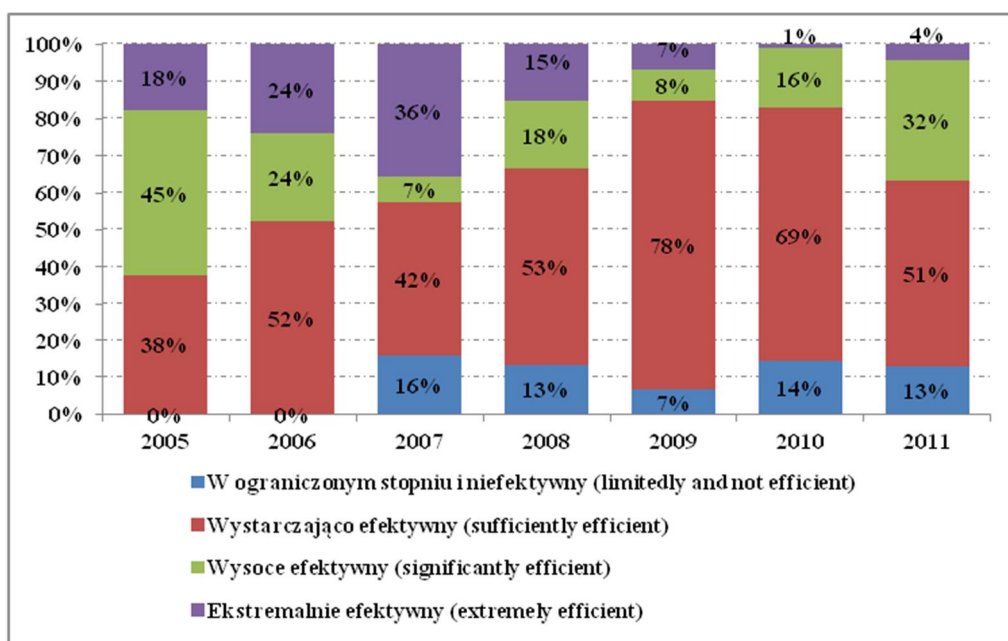
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Średnie dzienne obroty	100,00	143,97	133,32	271,54	341,12	306,71	379,39
Zmiana (r/r)		43,97%	-7,40%	103,67%	25,63%	-10,09%	23,70%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2008b, 2009b, 2010b, 2011, 2012a)

Dla rynku transakcji FRA dla waluty EUR w okresie kryzysu spadek średnich dziennych obrotów zaobserwowano jedynie w 2010 roku. W przeciwieństwie do rynku polskiego w roku 2009 roku widoczny był wzrost średnich obrotów, nie był on jednak tak duży, jak gwałtowny

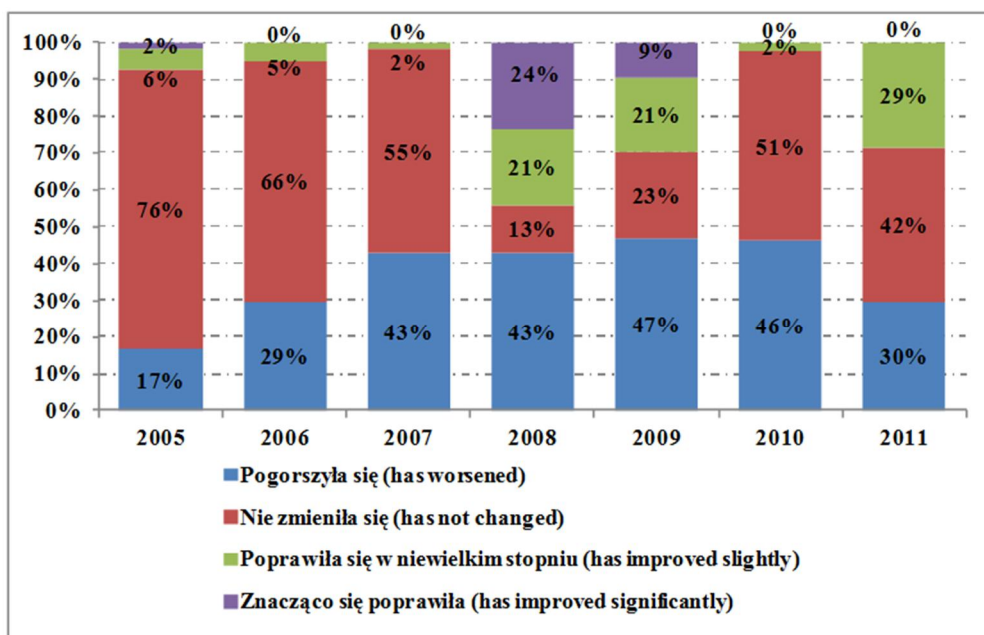
wzrost obserwowany w roku 2008. W ocenie EBC (2009a, s. 29 – 31) wzrost średnich dziennych obrotów na rynku transakcji FRA związany był przede wszystkim ze wzrostem liczby transakcji o charakterze spekulacyjnym, wynikających z oczekiwań uczestników rynku co do zmian poziomu krótkoterminowych stóp procentowych. Spadek średnich dziennych obrotów w 2010 roku wywołany był zdaniem EBC (2010c, s. 33) ustabilizowaniem się krótkoterminowych stóp procentowych na jednolitym poziomie oraz wzrostem awersji do ryzyka wywołanym obawami co do wpływu kryzysu zadłużeniowego państw strefy euro na płynności poszczególnych banków - uczestników rynku.

Analizując dane zawarte w tabelach 4.11 oraz 4.12 zauważyć można, że wpływ kryzysu na rynek transakcji FRA nie był tak gwałtowny jak w przypadku rynku depozytów międzybankowych (tabela 4.4 oraz tabela 4.5). Znajduje to potwierdzenie w wynikach badań ankietowych przeprowadzanych przez EBC.



Wykres 4.19 Procent odpowiedzi na pytanie: Czy w Państwa ocenie rynek transakcji FRA jest efektywny?

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2012a)



Wykres 4.20 Procent odpowiedzi na pytanie: Czy w Państwa ocenie płynność rynku transakcji FRA zmieniła się w stosunku do poprzedniego roku?

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2012a)

Wyniki ankiety wskazują na istotne pogorszenie sytuacji na rynku transakcji FRA w latach 2007 - 2010. Jednak w przeciwieństwie do rynku depozytów międzybankowych, w ocenie uczestników rynku, w całym analizowanym okresie rynek transakcji FRA był efektywny.

Różnica w poziomie ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności obserwowana w przypadku rynku transakcji FRA oraz rynku depozytów międzybankowych sprawiły, że wpływ kryzysu finansowego na oba rynki nie był taki sam. Nierównomierny wpływ kryzysu finansowego na rynek depozytów międzybankowych oraz rynek transakcji FRA jest jednym z przykładów zmian w postrzeganiu ryzyka oraz funkcjonowaniu rynku międzybankowego stopy procentowej. W okresie po kryzysie finansowym kwestie związane z ryzykiem kredytowym oraz ryzykiem płynności stały się istotnym czynnikiem brany pod uwagę przy zawieraniu poszczególnych typów transakcji, co było jednym z czynników mających wpływ na załamanie klasycznych zależności arbitrażowych obserwowanych przed kryzysem.

Podobnie jak w przypadku badań dla premii za ryzyko analizę uzupełnia badanie ekonometryczne prezentowanych wcześniej szeregów czasowych z wykorzystaniem modeli przełącznikowych typu Markowa. Celem badania była identyfikacja okresów uspokojenia oraz okresów kryzysu, jak również zbadanie istotności czynników mających wpływ na ewolucję analizowanych szeregów czasowych w okresach uspokojenia oraz okresach kryzysu.

Analizę przeprowadzono dla szeregów czasowych różnicy pomiędzy stopą implikowaną oraz stopą rynkową kontraktu FRA 3x6 dla rynku pieniężnego waluty PLN, waluty EUR i waluty USD. Testy pierwiastka jednostkowego ADF oraz KPSS wykazały występo-

wanie pierwiastka jednostkowego w analizowanych szeregach czasowych, analiza przeprowadzona została więc na pierwszych różnicach analizowanych zmiennych.

W modelu uwzględniono również dodatkowe zmienne objaśniające mogące mieć wpływ na ewolucję różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą kontraktu FRA 3x6. Pierwszą zmienną objaśniającą były zmiany notowań danej wzorem 4.1 premii za ryzyko dla danej waluty. Zmiany notowań premii za ryzyko miały przybliżać zmiany poziomu ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności dla całego rynku pieniężnego dla danej waluty. W modelu przyjęto, że zmiana poziomu premii za ryzyko zachodzi w tym samym okresie co zmiana różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową. Drugą zmienną objaśniającą były zmiany danej wzorem (4.6) miary płynności dla rynku transakcji FRA w analizowanej walucie. W modelu przyjęto, że zmiana poziomu ryzyka płynności dla rynku transakcji FRA poprzedza zmianę różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową, stąd w modelu miara płynności dla rynku transakcji FRA w analizowanej walucie została uwzględniona z opóźnieniem o jeden okres. Dodatkowo w celu uwzględnienia autokorelacji występującej w analizowanych szeregach czasowych w modelu uwzględniono opóźnione o jeden okres zmiany różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową. Dla każdej z analizowanych walut w badaniu wykorzystywany był model postaci:

$$\Delta FRA_t = a_0(s_t) + a_1(s_t) \cdot \Delta DEPO_t + a_2(s_t) \cdot \Delta LIQFRA_{t-1} + a_3(s_t) \cdot (\Delta FRA_{t-1} - a_0(s_{t-1}) - a_1(s_{t-1}) \cdot \Delta DEPO_{t-1} - a_2(s_{t-1}) \cdot \Delta LIQFRA_{t-2}) + \varepsilon_t, \quad (4.16)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2(s_t)), \quad (4.17)$$

gdzie:

- ΔFRA_t - zmiana różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą kontraktu FRA 3x6 w okresie t ;
- $\Delta LIQFRA_t$ - zmiana danej wzorem (4.6) miary płynności transakcji FRA 3x6 w okresie t ;
- $\Delta DEPO_t$ - zmiana danej wzorem (4.1) premii za ryzyko na rynku międzybankowym w okresie t .

Estymacja modelu przeprowadzona została na dziennych przyrostach analizowanych zmiennych w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku (1757 obserwacji). Estymację przeprowadzono z wykorzystaniem założeń oraz metod analogicznych jak w przypadku estymacji dla szeregów czasowych premii za ryzyko. Wyniki oszacowania parametrów

modelu (4.16) - (4.17) dla poszczególnych walut zaprezentowane zostały w tabeli 4.13. W nawiasach zaprezentowane zostały błędy standardowe.

Tabela 4.13 Wyniki oszacowania parametrów modelu (4.16) - (4.17)

Szereg	EUR		USD		PLN	
Rozkład	Normalny		Normalny		Normalny	
$a_0(1)$	-0,01199 (0,0578)		0,004578 (0,07032)		0,02759 (0,09201)	
$a_0(2)$	-0,0057 (0,14716)		0,12902 (0,4648)		-0,13873 (0,5382)	
$a_1(1)$	0,45536 (0,10135)**		1,01297 (0,05890)**		-0,00252 (0,01993)	
$a_1(2)$	0,89157 (0,10768)**		0,406935 (0,06475)**		0,177737 (0,06055)**	
$a_2(1)$	2,11133 (2,3527)		1,00194 (0,4188)**		13,6209 (4,293)**	
$a_2(2)$	7,54895 (5,10818)		1,06397 (6,183)		40,9698 (24,67)*	
a_3	-0,24626 (0,03016)**		-0,327749 (0,02044)**		-0,157873 (0,02425)**	
$\sigma(1)$	1,75018 (0,1773)**		2,42213 (0,07480)**		3,18598 (0,09169)**	
$\sigma(2)$	4,64296 (0,3441)**		9,36581 (0,3887)**		9,72308 (0,4981)**	
Prawdopodobieństwa przejścia						
	1	2	1	2	1	2
1	0,9705	0,0295	0,9814	0,0187	0,9663	0,0338
2	0,0385	0,9615	0,0537	0,9463	0,1335	0,8665

* p -wartość $\leq 10\%$

** p -wartość $\leq 5\%$

Źródło: Opracowanie własne

W celu przeanalizowania, czy wykorzystanie modelu przełącznikowego typu Markowa daje lepsze wyniki niż wykorzystanie standardowego modelu liniowego, wykorzystano test ilorazu wiarygodności (LR). Wyniki testu dla poziomu ufności 95% dla poszczególnych walut zaprezentowane zostały w tabeli 4.14.

Tabela 4.14 Wyniki testu ilorazu wiarygodności dla modelu (4.16) - (4.17)

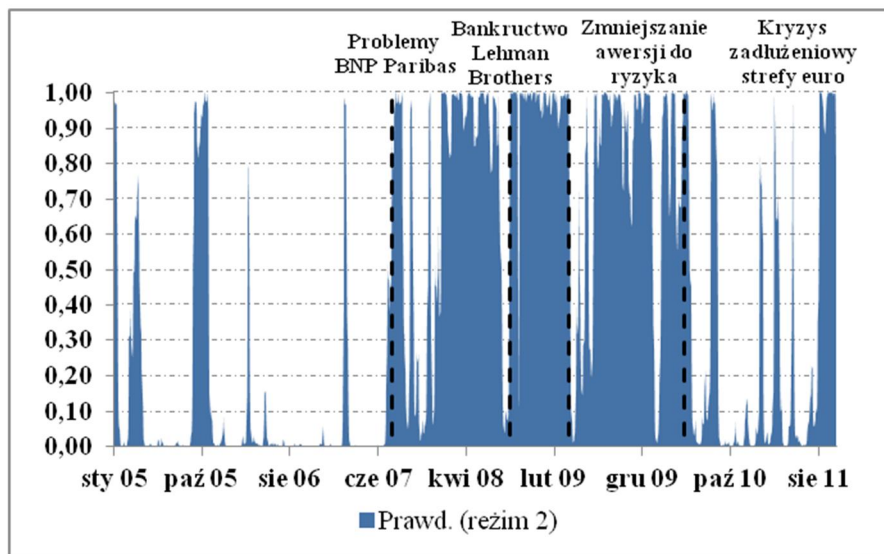
Parametr	EUR	USD	PLN
<i>Statystyka testowa</i>	585,66	1171,6	653,50
<i>p-wartość</i>	0,000	0,000	0,000

Źródło: Opracowanie własne

Podobnie jak w przypadku wyników dla analizy premii za ryzyko (tabela 4.6) reżim drugi jest reżimem kryzysowym charakteryzującym się większą wariancją. Czynnikiem który najbardziej różnicuje wyniki dla poszczególnych analizowanych walut jest wpływ zmian premii za ryzyko. Dla rynku waluty EUR w warunkach kryzysu zaobserwować można dużą zależność pomiędzy zmianami premii za ryzyko a ewolucją różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową. W tym przypadku wzrost premii za ryzyko miał więc bezpośrednie przełożenie na załamanie analizowanej zależności arbitrażowej. Dla rynku waluty

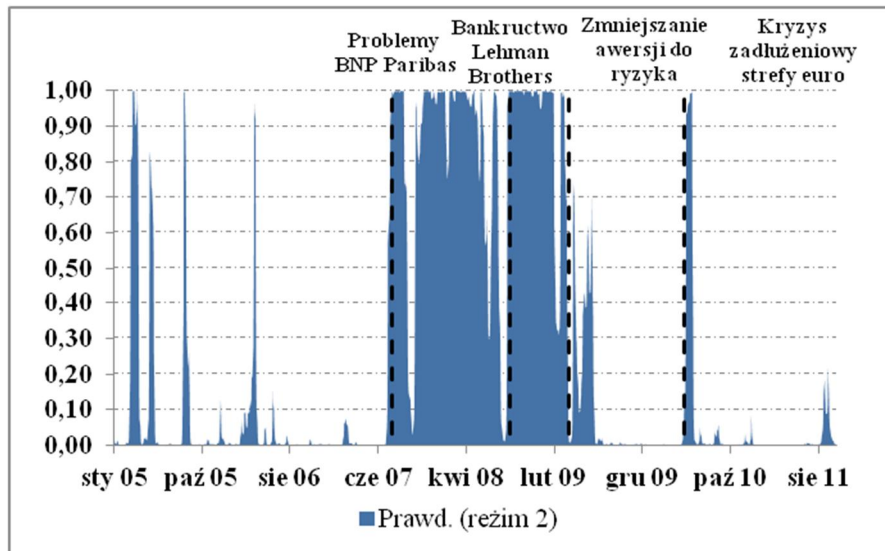
USD sytuacja jest odwrotna. W okresie uspokojenia zaobserwować można dużą zależność pomiędzy zmianami premii za ryzyko a ewolucją różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową, która to zależność ulega osłabieniu w warunkach kryzysu. Dla rynku polskiego, w przeciwieństwie do rynków rozwiniętych, wpływ zmian premii za ryzyko w warunkach kryzysu nie jest duży. Istotny wpływ ma poziom płynności rynku transakcji FRA.

Wyniki oszacowania przez model przełącznikowy (4.16) - (4.17) prawdopodobieństw warunkowych przebywania w drugim reżimie (reżimie kryzysowym) dla poszczególnych analizowanych walut zaprezentowane zostały na wykresach 4.21 – 4.23.



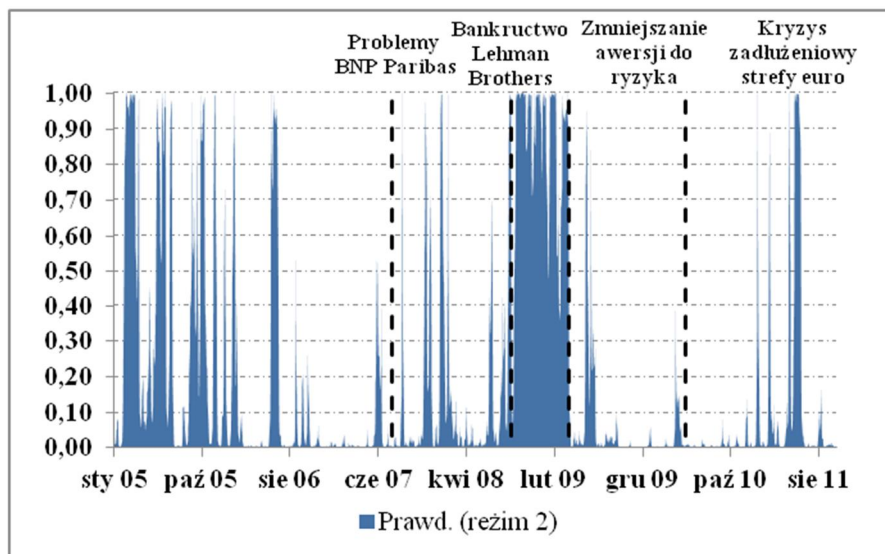
Wykres 4.21 Wyznaczone przez model (4.16) - (4.17) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty EUR w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.22 Wyznaczone przez model (4.16) - (4.17) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty USD w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.23 Wyznaczone przez model (4.16) - (4.17) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą kontraktu FRA dla waluty PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Dla rynku waluty EUR oraz rynku waluty USD zwiększone prawdopodobieństwo przebywania w reżimie kryzysowym można zaobserwować począwszy od sierpnia 2007 roku. Dla obu analizowanych rynków zwiększone prawdopodobieństwo utrzymywało się przez całą pierwszą połowę 2008 roku. Czasowe zmniejszenie prawdopodobieństwa ma miejsce tuż przed datą bankructwa banku Lehman Brothers. Zwiększone prawdopodobieństwo przebywania

w reżimie kryzysowym widoczne jest ponownie od września 2008 roku i jest bezpośrednią konsekwencją bankructwa banku Lehman Brothers. Od tego momentu widać też różnice w oddziaływaniu kryzysu na rynek waluty EUR oraz rynek waluty USD. W przypadku rynku waluty USD reżim kryzysowy ulega wygaszeniu począwszy od początku 2009 roku. W przypadku rynku waluty EUR okres kryzysowy trwa dłużej, utrzymując się przez cały 2009 rok.

W przypadku rynku waluty PLN zauważyć można, że zwiększone prawdopodobieństwo obserwowane jest dopiero dla okresu od bankructwa banku Lehman Brothers we wrześniu 2008 roku i kończy się w marcu 2009 roku z krótkotrwałym wzrostem w okolicach sierpnia 2011 roku. Jest to potwierdzenie tezy o opóźnionym wpływie kryzysu na rynek polski.

Otrzymane w niniejszym podrozdziale wyniki potwierdzają wcześniejsze spostrzeżenia o znaczącym wpływie kryzysu na rynek międzybankowy stopy procentowej. Począwszy od 9 sierpnia 2007 roku znaczenia nabierają różnice w poziomie ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności dla poszczególnych grup instrumentów oraz segmentów rynku co w konsekwencji prowadzi do załamania obserwowanych przed kryzysem zależności arbitrażowych.

Załamanie zależności arbitrażowych pomiędzy stopami procentowymi ma również określone implikacje dla metodyki konstrukcji krzywych stóp procentowych. Prawidłowa metodyka konstrukcji krzywych powinna uwzględniać różnice w poziomie ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności dla poszczególnych segmentów rynku w ramach jednej waluty.

4.3. Parytet stóp procentowych

W niniejszym podrozdziale analizowane są będące wynikiem kryzysu zmiany w zależnościach arbitrażowych pomiędzy stopami procentowymi dla różnych walut. Wyniki prezentowane w niniejszym podrozdziale bezpośrednio nawiązują oraz stanowią rozwinięcie wyników prezentowanych w innych pracach autora (Olsza 2013a; Olsza 2013b)

Obserwowane po 9 sierpnia 2007 roku zaburzenia na światowych rynkach finansowych skutkowały załamaniem klasycznych zależności arbitrażowych pomiędzy stopami procentowymi dla różnych walut. Jednym z najbardziej jaskrawych przejawów tego zjawiska było załamanie zależności arbitrażowej danej parytetem stóp procentowych. Parytet stóp procentowych stanowi zależności pomiędzy walutowym kursem spot, walutowym kursem terminowym oraz poziomem stóp procentowych dla dwóch walut (por. np. Weron, Weron 2005, s. 87):

$$F(t, T) = S(t) \cdot \frac{1 + R_d(t, T) \cdot T}{1 + R_f(t, T) \cdot T}, \quad (4.18)$$

gdzie:

- $S(t)$ – aktualny kurs walutowy *spot* określony jako wartość jednostki waluty zagranicznej wyrażona w jednostkach waluty krajowej;
- $F(t, T)$ – walutowy kurs terminowy określony jako wartość jednostki waluty zagranicznej wyrażona w jednostkach waluty krajowej;
- T – termin zapadalności transakcji *fx swap* wyrażony w latach;
- $R_d(t, T)$ – stopa procentowa dla waluty krajowej dla terminu zapadalności transakcji *fx swap*;
- $R_f(t, T)$ – stopa procentowa dla waluty zagranicznej dla terminu zapadalności transakcji *fx swap*.

Podjęciem spotykanym w literaturze podejściem wykorzystywanym do omawiania wpływu kryzysu finansowego na załamanie parytetu stóp procentowych jest analiza zmian wartości różnicy pomiędzy rynkową oraz implikowaną stopą procentową dla waluty zagranicznej (por. badania prowadzone przez Baba, Packer, 2009a; Baba, Packer, 2009b; Coffey, Hrun, Sarkar, 2009; Genberg i in. 2009; Griffoli, Ranaldo, 2011). Dostępne na rynku kwotowania transakcji *fx swap* prezentowane są jako tzw. punkty swapowe (*swap points*), czyli wyrażona w punktach bazowych różnica pomiędzy walutowym kursem terminowym transakcji *fx swap* a aktualnym kursem *spot* dla danej waluty. Dodając punkty swapowe do walutowego kursu *spot* uzyskać można walutowy kurs terminowy. Wykorzystując rynkowe notowania walutowych kursów terminowych, wyznaczonych przez notowania transakcji *fx swap*, implikowaną stopę procentową dla waluty zagranicznej $R_{F-I}(t, T)$ wyznaczyć można z wykorzystaniem wzoru:

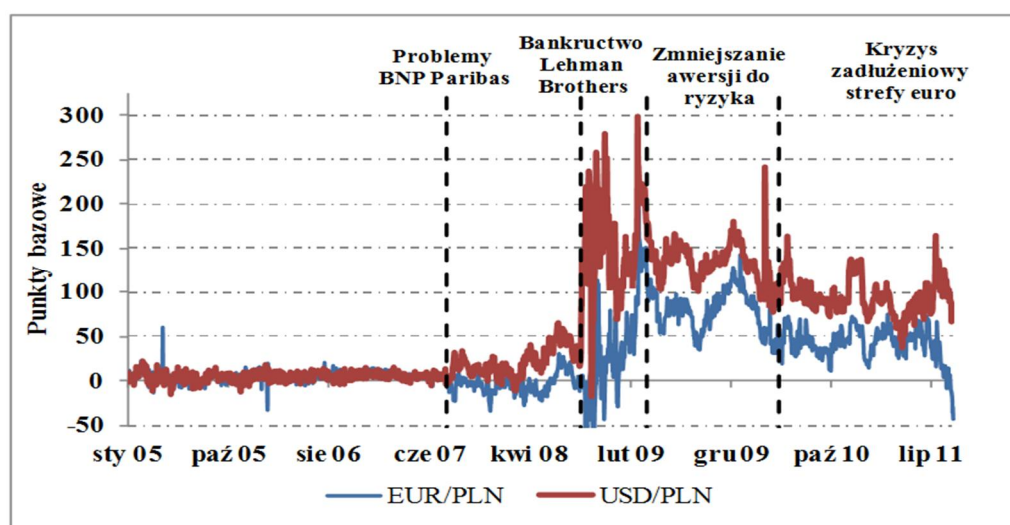
$$R_{F-I}(t, T) = \frac{1}{T-t} \cdot \left[\frac{S(t)}{F(t, T)} \cdot (1 + R_d(t, T) \cdot (T-t)) - 1 \right]. \quad (4.19)$$

Wartość stopy implikowanej wskazuje na koszt pozyskania finansowania w walucie zagranicznej przez podmiot działający na rynku krajowym z wykorzystaniem transakcji *fx swap* (por. np. Baba, Packer, Nagano 2008, s. 75). Parytet stóp procentowych jest zachowany, jeżeli wartość implikowanej z transakcji *fx swap* stopy procentowej dla waluty zagranicznej jest

zbliżona do poziomu rynkowej stopy procentowej dla waluty zagranicznej. Ewentualne odchylenia powinny być korygowane przez rynkową grę popytu oraz podaży.

Różnica pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową prezentuje relatywny koszt (w przypadku dodatniej wartości różnicy) lub korzyść (w przypadku ujemnej wartości różnicy) z tytułu krótkoterminowego finansowania w walucie zagranicznej z wykorzystaniem transakcji *fx swap* w porównaniu do bezpośredniego zadłużenia się w walucie zagranicznej.

Wykres 4.24 prezentuje ewolucję różnicy pomiędzy stopą implikowaną oraz rynkową dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku. Prezentowane wartości wyznaczone zostały na podstawie stawek transakcji o terminie zapadalności 3 miesiące.



Wykres 4.24 Ewolucja różnicy pomiędzy stopą implikowaną oraz rynkową dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

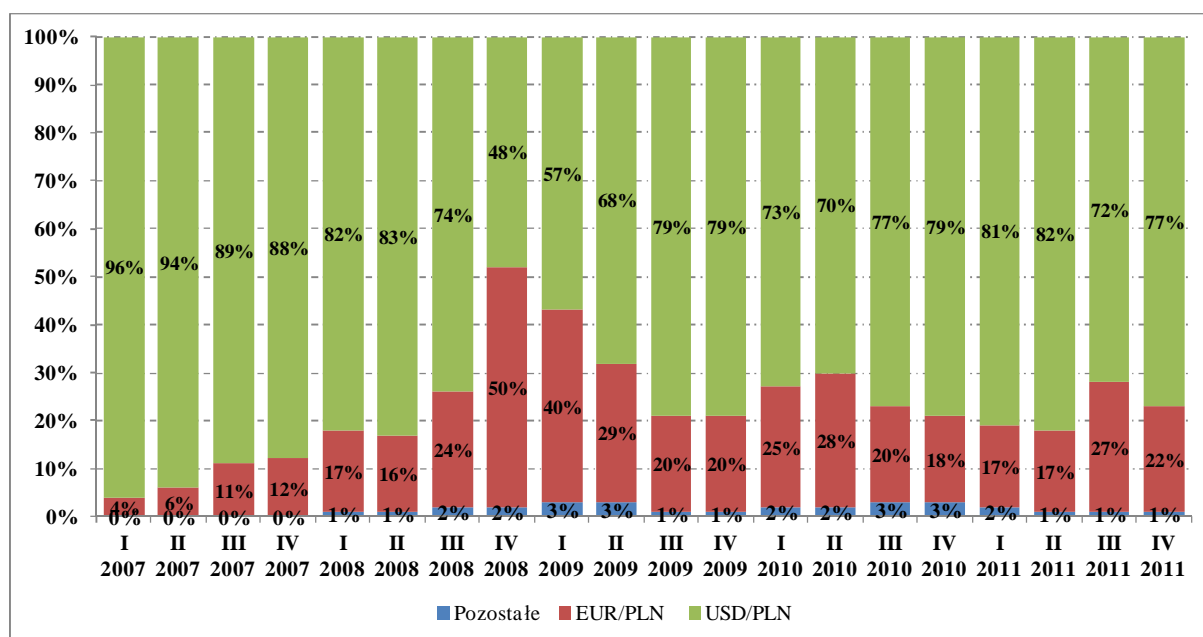
Źródło: Opracowanie własne

Parytet stóp procentowych dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN był zachowany do momentu początku kryzysu finansowego tj. do 9 sierpnia 2007 roku. W początkowym okresie kryzysu finansowego wzrost różnicy pomiędzy stopą implikowaną a rynkową nie przekraczał poziomu 50 punktów bazowych. Załamanie parytetu stóp procentowych nastąpiło począwszy od września 2008 roku i było wynikiem zaburzeń na rynkach finansowych wywołanych upadkiem banku Lehman Brothers. Od tego momentu koszt pozyskania krótkoterminowego finansowania w walucie zagranicznej za pomocą transakcji *fx swap* zaczyna odbiegać od kosztu pozyskania finansowania bezpośrednio w walucie zagranicznej. Mechanizm korygujący różnicę pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową przestał więc działać (2011b, s. 24). Bazując na informacjach prezentowanych przez NBP (2009a, s. 23 – 24), wskazać można

dwa główne czynniki, które miały wpływ na brak możliwości zadziałania mechanizmu korygującego:

- ocena ryzyka kredytowego polskich banków – pogorszenie rynkowej oceny wiarygodności polskich banków powodujące, że ich kontrahenci oczekują większego wynagrodzenia za ryzyko kredytowe związane z zawieraną transakcją;
- konieczność zabezpieczenia przez część banków bilansowej pozycji walutowej – transakcje *fx swap* dla niektórych polskich banków są głównym narzędziem zarządzania ryzykiem walutowym związanym z kredytami walutowym udzielonymi sektorowi niefinansowemu. Ze względu na krótkie terminy zapadalności transakcje *fx swap* muszą być często odnawiane, w związku z tym kontrahenci transakcji podają kwotowania transakcji *fx swap* z dużą marżą zakładając, że banki polskie będą musiały zabezpieczyć swoją pozycję niezależnie od aktualnej ceny rynkowej.

Wynikiem kryzysu finansowego oraz zmian w funkcjonowaniu rynku były również zmiany w strukturze walutowej obrotów na rynku transakcji *fx swap* w Polsce.



Wykres 4.25 Struktura walutowa obrotów na krajowym rynku międzybankowym transakcji *fx swap* w Polsce w latach 2007 – 2011

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NBP (2011a; 2012)

W analizowanym okresie większość transakcji *fx swap* zawierana była dla pary walutowej USD/PLN. Wyjątkiem jest IV kwartał 2008 roku, kiedy to większość transakcji zawarto dla pary walutowej EUR/PLN. W wyniku obserwowanych na rynku międzybankowym zaburzeń, dostęp banków krajowych do finansowania w walucie zagranicznej został silnie ograniczony, zwiększyło się znaczenie transakcji *fx swap* oraz wzrósł popyt w tym segmencie rynku. Jed-

nocześnie nakładane przez banki zagraniczne limity na ryzyko kredytowe kontrahenta sprawiły, że niemożliwe było pozyskiwanie finansowania bezpośrednio w walucie zagranicznej z wykorzystaniem na przykład rynku depozytów międzybankowych. Jednakże dla wielu banków nadal możliwe było pozyskiwanie finansowania w walucie obcej za pośrednictwem zagranicznych podmiotów dominujących z wykorzystaniem transakcji *fx swap* (por. np. NBP 2010a, s. 7). Skutkiem tego był istotny wzrost udziału transakcji dla pary walutowej EUR/PLN w ogólnej sumie transakcji *fx swap*. Łatwiejszy dostęp do finansowania w walucie EUR, możliwy poprzez transakcje z zagranicznymi podmiotami dominującymi prowadzącymi działalność w krajach strefy euro, sprawił również, że w całym analizowanym okresie wartość różnicy pomiędzy stopą implikowaną oraz stopą rynkową dla pary EUR/PLN była niższa niż dla pary USD/PLN (wykres 4.24). Sytuacja ta uległa zaostrzeniu w drugiej połowie 2011 roku, kiedy to w wyniku kryzysu zadłużeniowego strefy euro działające na tym rynku instytucje dominujące, a w konsekwencji również banki krajowe, miały coraz większe trudności w pozyskiwaniu finansowania w USD, co znalazło odzwierciedlenie w rosnącej wartości różnicy dla tego okresu (por. np. NBP 2011c, s. 21; Caruana, Van Rixtel, 2013).

W dalszej części niniejszego podrozdziału zaprezentowano wyniki analizy statystycznej szeregów czasowych różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN. Analiza przeprowadzona została na podstawie danych dziennych z okresu od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku (1758 obserwacji). Jako dane z okresu przed kryzysem finansowym wykorzystywane były dzienne obserwacje w dniach od 3 stycznia 2005 roku do 8 sierpnia 2007 roku (678 obserwacji), a jako dane z okresu kryzysu finansowego wykorzystywane były obserwacje od 9 sierpnia 2007 roku do 30 września 2011 roku (1080 obserwacji). Podobnie jak w prezentowanych wcześniej w tym rozdziale analizach, okres kryzysu finansowego podzielony został na trzy podokresy. Statystyki opisowe dla szeregów czasowych różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą dla pary walutowej EUR/PLN oraz USD/PLN w podziale na poszczególne podokresy zaprezentowane zostały w tabelach 4.15 – 4.16.

Tabela 4.15 Podstawowe statystyki opisowe dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla pary walutowej EUR/PLN (wartości wyrażone w punktach bazowych)

	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	5,38	-3,92	66,28	41,82
Mediana	5,45	-4,02	74,22	44,18
Wariancja	33,66	115,80	1888,71	331,69
Minimum	-33,31	-34,40	-82,58	-43,39
Maksimum	60,24	30,52	202,72	74,92
Skośność	0,65	0,63	-0,79	-1,28
Kurtoza nadwyżkowa	14,16	1,06	1,04	3,45
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 4.16 Podstawowe statystyki opisowe dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla pary walutowej USD/PLN (wartości wyrażone w punktach bazowych)

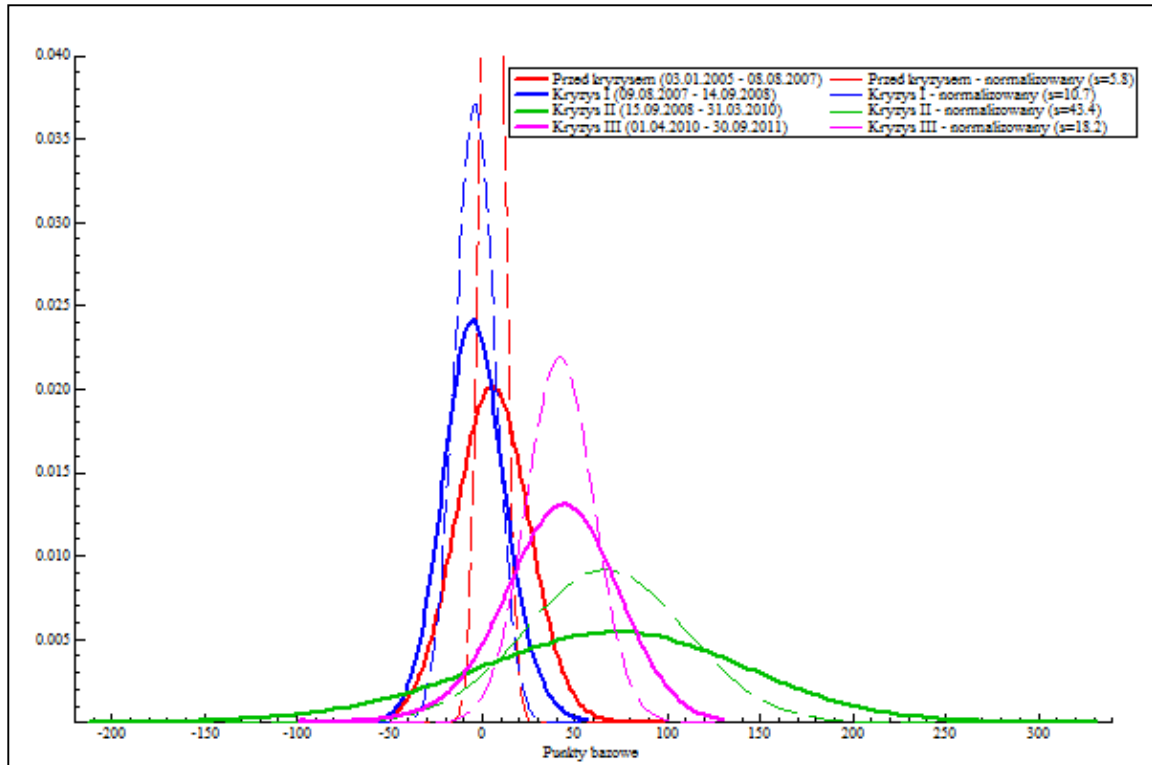
	Przed kryzysem (03.01.2005 – 08.08.2007)	Kryzys I (09.08.2007 – 14.09.2008)	Kryzys II (15.09.2008 – 31.03.2010)	Kryzys III (01.04.2010 – 30.09.2011)
Średnia	5,82	21,52	142,21	94,51
Mediana	6,29	18,32	137,09	91,71
Wariancja	24,17	250,39	1380,98	370,35
Minimum	-14,83	-10,99	-15,06	37,56
Maksimum	22,47	65,30	297,62	164,20
Skośność	-0,48	0,59	0,61	0,53
Kurtoza nadwyżkowa	1,00	-0,16	2,32	0,65
Liczba obserwacji	678	287	403	390

Źródło: Opracowanie własne

W przypadku pary walutowej EUR/PLN w podokresie bezpośrednio po wybuchu kryzysu wartość mediany oraz średniej była ujemna. Zaobserwowane w tym okresie wartości minimalne oraz maksymalne nie różniły się znacząco od wartości z okresu przed kryzysem. Gwałtowny wzrost wartości średniej oraz wariancji można zaobserwować dopiero dla podokresów od upadku banku Lehman Brothers. Wpływ zaburzeń na parytet stóp procentowych dla pary walutowej EUR/PLN nie był tak duży jak w przypadku pary walutowej USD/PLN.

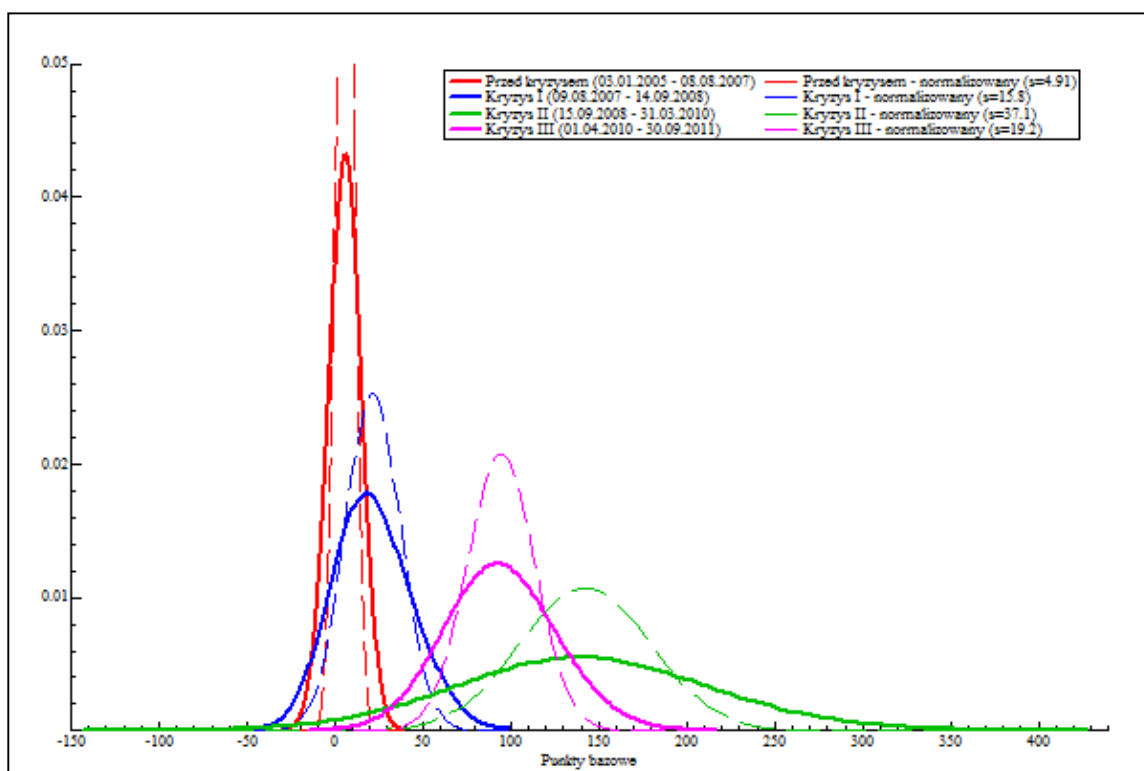
Oprócz wartości średniej oraz wariancji w analizowanych podokresach zmianie uległy również miary asymetrii oraz koncentracji rozkładu. Szczególnie widoczne jest to

w przypadku wartości różnicy dla pary walutowej EUR/PLN, charakteryzującej się bardzo wysoką kurtozą nadwyżkową w okresie przed kryzysem. Wykresy 4.26 – 4.27 prezentują ewolucję rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN w poszczególnych analizowanych podokresach.



Wykres 4.26 Ewolucja rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla pary walutowej EUR/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.27 Ewolucja rozkładu różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla pary walutowej USD/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Zmiany w kształcie rozkładu dla pary walutowej USD/PLN zaobserwować można już dla pierwszego podokresu kryzysu zaczynającego się 9 sierpnia 2007 roku. W przypadku pary walutowej EUR/PLN wyraźną zmianę kształtu rozkładu zaobserwować można dopiero dla podokresu po upadku banku Lehman Brothers. W podokresie tym różnica pomiędzy stopą rynkową oraz implikowaną osiągnęła szczytowe wartości oraz charakteryzowała się dużą zmiennością.

Analizując główne czynniki, które mogły mieć wpływ na wysokość różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową zauważyć można zależność pomiędzy premią za ryzyko na rynkach pieniężnych poszczególnych walut a zachowaniem parytetu stóp procentowych. Wzrost premii za ryzyko na rynkach zagranicznych skutkowało utrudnionym dostępem do finansowania w walucie zagranicznej, co powodowało nierównowagę na rynku transakcji *fx swap* i w konsekwencji wzrost premii za ryzyko także na rynku krajowym. W konsekwencji mechanizm parytetu stóp procentowych ulegał załamaniu. Proces ten został przedstawiony w badaniach autorów zagranicznych (por. np. Baba, Packer, 2009a; Baba, Packer, 2009b). Wykorzystując wzór (4.2) oraz wzór (1.33) można przedstawić parytet stóp procentowych uwzględniający ryzyko kredytowe za pomocą formuły:

$$F(t, T) = S(t) \frac{D_f(t, T)}{D_d(t, T)} = S(t) \frac{P_f(t, T) Q_f(t, T) + RR_f \cdot (1 - Q_f(t, T))}{P_d(t, T) Q_d(t, T) + RR_d \cdot (1 - Q_d(t, T))}, \quad (4.20)$$

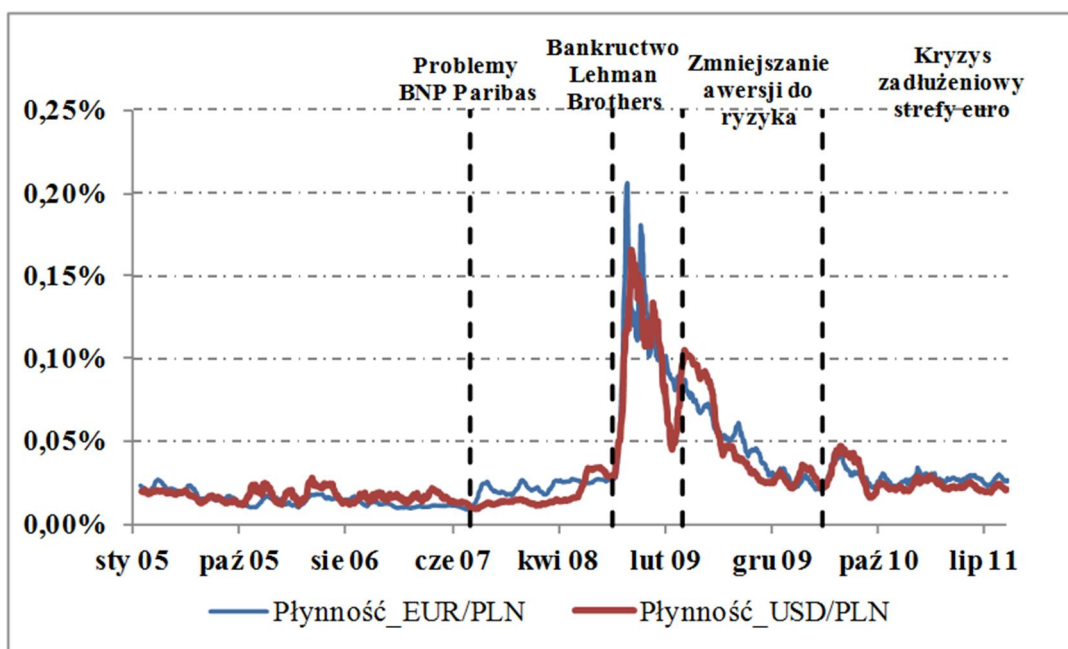
gdzie:

- $P_f(t, T)$ - cena obligacji zerokuponowej wolnej od ryzyka wyznaczonej na podstawie stopy kontraktu OIS dla waluty zagranicznej dla okresu zapadalności T ;
- $Q_f(t, T)$ - prawdopodobieństwo niewystąpienia zdarzenia kredytowego do momentu T dla waluty zagranicznej;
- RR_f - stopa odzysku w przypadku wystąpienia zdarzenia kredytowego dla waluty zagranicznej;
- $P_d(t, T)$ - cena obligacji zerokuponowej wolnej od ryzyka wyznaczonej na podstawie stopy kontraktu OIS dla waluty krajowej dla okresu zapadalności T ;
- $Q_d(t, T)$ - prawdopodobieństwo niewystąpienia zdarzenia kredytowego do momentu T dla waluty krajowej;
- RR_d - stopa odzysku w przypadku wystąpienia zdarzenia kredytowego dla waluty krajowej.

Parytet stóp procentowych zależy więc nie tylko od poziomu wolnych od ryzyka stóp procentowych danych ceną obligacji zerokuponowych ($P_f(t, T)$ i $P_d(t, T)$), ale również od stosunku premii za ryzyko kredytowe oraz premii za brak płynności dla obu walut ($1 - Q_d(t, T)$; $1 - Q_f(t, T)$). Wzrost premii za ryzyko dla waluty zagranicznej *ceteris paribus* skutkować powinien spadkiem wielkości różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową dla waluty zagranicznej, ponieważ walutowy kurs terminowy jest niższy niż kurs wynikający wyłącznie z parytetu wolnych od ryzyka stóp procentowych dla obu walut, co implikuje niższy koszt pozyskiwania finansowania w walucie obcej z wykorzystaniem transakcji *fx swap*. Analogicznie wzrost premii za ryzyko dla waluty krajowej *ceteris paribus* powinien powodować wzrost różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową dla waluty zagranicznej, ponieważ walutowy kurs terminowy jest wyższy niż kurs wynikający wyłącznie z parytetu wolnych od ryzyka stóp procentowych dla obu walut, co z kolei implikuje wyższy koszt pozyskiwania finansowania w walucie obcej z wykorzystaniem transakcji *fx swap*.

Oprócz stosunku premii za ryzyko dla rynków pieniężnych walut EUR, USD oraz PLN wpływ na zachowanie parytetu stóp procentowych mogły mieć również czynniki związane z płynnością oraz efektywnością funkcjonowania rynku transakcji *fx swap*. Wykres 4.28

prezentuje porównanie ewolucji średniej wartości miary płynności danej wzorem (4.6) dla rynku transakcji *fx swap* dla pary walutowej EUR/PLN oraz USD/PLN.



Wykres 4.28 Ewolucja średniej wartości miary płynności dla rynku transakcji *fx swap* dla pary walutowej EUR/PLN oraz USD/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Dla obu analizowanych par walutowych zauważyć można gwałtowny wzrost miary płynności (spadek płynności rynku) w okresie po upadku Lehman Brothers. Jednak w przeciwieństwie do rynku depozytów międzybankowych (wykres 4.8) wzrost ten miał w dużej mierze charakter krótkotrwały, a płynność ustabilizowała się począwszy od końca 2010 roku na poziomie zbliżonym do poziomu obserwowanego przed kryzysem.

Powyższa obserwacja znajduje potwierdzenie w prezentowanych przez NBP danych odnośnie średnich dziennych obrotów na rynku międzybankowym transakcji *fx swap* w Polsce.

Tabela 4.17 Średnie dzienne obroty netto na rynku międzybankowym transakcji *fx swap* w Polsce (2005 = 100)

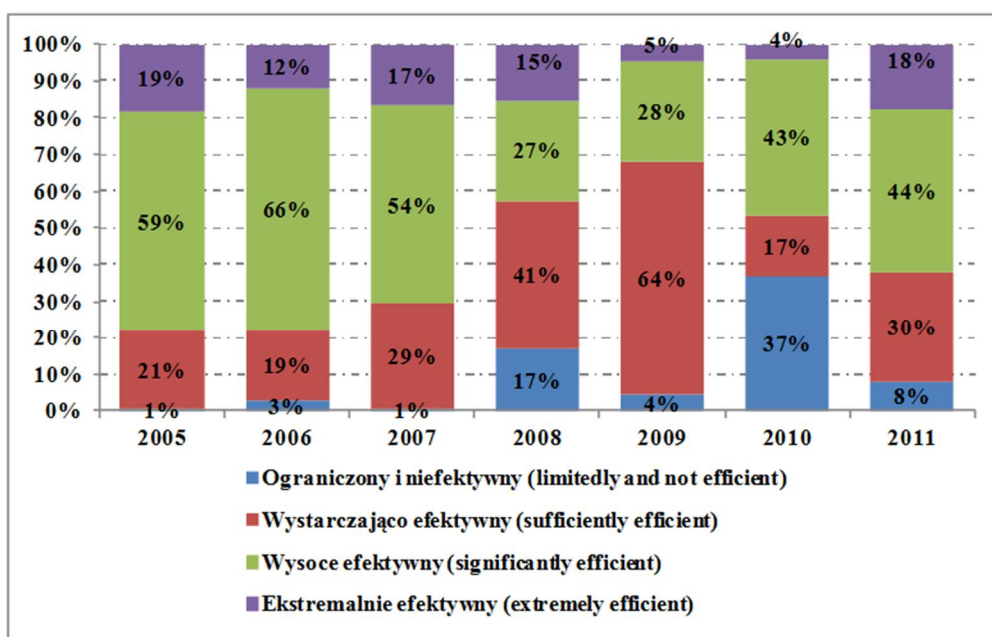
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Średnie dzienne obroty	100,00	92,52	81,63	76,87	63,95	74,15	87,76
Zmiana (r/r)		-7,48%	-11,76%	-5,83%	-16,81%	15,96%	18,35%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych NBP (2006, 2007, 2008c, 2009b, 2010c, 2011a, 2012)

Duży wpływ na szybką stabilizację płynności na rynku transakcji *fx swap* miały działania antykryzysowe podejmowane przez Narodowy Bank Polski. W ramach „Pakietu zaufania” z dnia 13 października 2008 roku, począwszy od 17 października 2008 roku NBP wpro-

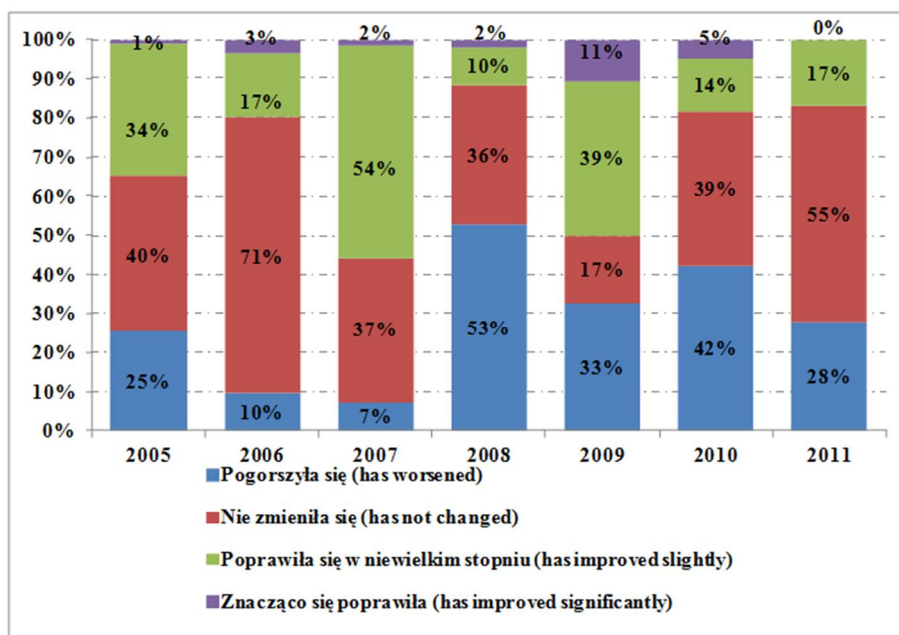
wadził możliwość zawierania transakcji *fx swap* na parach walutowych EUR/PLN, USD/PLN oraz CHF/PLN. Standardowo transakcje *fx swap* miały termin zapadalności 1 tygodnia. W dniu 31 marca 2009 roku Narodowy Bank Polski ogłosił modyfikację „Pakietu Zaufania”, zgodnie z którą, od maja 2009 oferowane bankom transakcje *fx swap* mogły mieć termin zapadalności do 1 miesiąca (por. NBP 2009a, s. 13). Transakcje *fx swap* dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN były oferowane w ramach „Pakietu zaufania” do 1 kwietnia 2010 roku (NBP 2011d, s. 46).

Zmiany w poziomie płynności rynku transakcji *fx swap* znalazły odzwierciedlenie w wynikach przeprowadzanych przez EBC badań ankietowych odnośnie postrzegania kondycji rynku przez jego uczestników.



Wykres 4.29 Procent odpowiedzi na pytanie: Czy w Państwa ocenie rynek transakcji *fx swap* jest efektywny?

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2012a)



Wykres 4.30 Procent odpowiedzi na pytanie: Czy w Państwa ocenie płynność rynku transakcji *fx swap* zmieniła się w stosunku do poprzedniego roku?

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych EBC (2012a)

Widoczne w 2008 roku pogorszenie płynności rynku miało charakter krótkotrwały i nie wpłynęło znacząco na postrzeganie efektywności rynku transakcji *fx swap* przez jego uczestników. Działania podejmowane przez banki centralne pozwoliły na ustabilizowanie funkcjonowania rynku już w 2009 roku, co widoczne jest w ocenach uczestników rynku odnośnie efektywności jego funkcjonowania. Obserwowany w 2010 roku spadek efektywności rynku związany jest przede wszystkim z początkiem kryzysu zadłużeniowego państw strefy euro i utrudnionym dostępem do finansowania w USD (por. np. EBC, 2012b, s. 36 – 38; Caruana, Van Rixtel, 2013, s. 8).

Przeprowadzone analizy uzupełniają badanie ekonometryczne prezentowanych wcześniej szeregów czasowych z wykorzystaniem modeli przełącznikowych typu Markowa. Podobnie jak w przypadku badań których wyniki zaprezentowano w podrozdziałach 4.1 i 4.2, celem badania był identyfikacja okresów uspokojenia oraz okresów kryzysu, jak również istotności czynników mających wpływ na ewolucję analizowanych szeregów czasowych w okresach uspokojenia oraz okresach kryzysu.

Analizę przeprowadzono dla szeregów czasowych różnicy pomiędzy stopą implikowaną oraz stopą rynkową dla pary walutowej EUR/PLN oraz pary walutowej USD/PLN. Testy pierwiastka jednostkowego ADF oraz KPSS wykazały występowanie pierwiastka jednostkowego w analizowanych szeregach czasowych, analiza przeprowadzona została więc na pierwszych różnicach analizowanych zmiennych.

W modelu uwzględniono również dodatkowe zmienne objaśniające mogące mieć wpływ na ewolucję różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą dla obu analizowanych par walutowych. Jako zmienne objaśniające, mające przybliżyć zmiany poziomu ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności dla całego rynku pieniężnego dla walut składających się na analizowaną parę walutową, wykorzystano notowania danej wzorem 4.1 premii za ryzyko. W modelu przyjęto, że zmiany poziomu premii za ryzyko oraz różnicy pomiędzy stopą implikowaną a rynkową zachodzą w tym samym okresie. Kolejną zmienną objaśniającą były zmiany danej wzorem (4.6) miary płynności dla rynku transakcji *fx swap*. W modelu przyjęto, że zmiana poziomu ryzyka płynności dla rynku transakcji *fx swap* poprzedza zmianę różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową, stąd w modelu miara płynności dla rynku transakcji *fx swap* została uwzględniona z opóźnieniem o jeden okres. Dodatkowo w celu uwzględnienia autokorelacji występującej w analizowanych szeregach czasowych w modelu uwzględniono opóźnione o jeden okres zmiany różnicy pomiędzy stopą implikowaną a stopą rynkową. Dla każdej z analizowanych par walutowych w badaniu wykorzystywany był model postaci:

$$\begin{aligned} \Delta FX_t = & a_0(s_t) + a_1(s_t) \cdot \Delta DEPOPLN_t + a_2(s_t) \cdot \Delta DEPOCCY_t + a_3(s_t) \cdot \Delta LIQFX_{t-1} + \\ & + a_4(s_t) \cdot (\Delta FX_{t-1} - a_0(s_{t-1}) - a_1(s_{t-1}) \cdot \Delta DEPOPLN_{t-1} - a_2(s_{t-1}) \cdot \Delta DEPOCCY_{t-1} - a_3(s_{t-1}) \cdot \Delta LIQFX_{t-2}) \\ & + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2(s_t)), \quad (4.22)$$

gdzie:

- ΔFX_t - zmiana różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą dla waluty zagranicznej w okresie t ;
- $\Delta LIQFX_t$ - zmiana danej wzorem (4.6) miary płynności transakcji *fx swap* o terminie zapadalności 3 miesiące w okresie t ;
- $\Delta DEPOPLN_t$ - zmiana danej wzorem (4.1) premii za ryzyko na rynku międzybankowym dla waluty PLN w okresie t ;
- $\Delta DEPOCCY_t$ - zmiana danej wzorem (4.1) premii za ryzyko na rynku międzybankowym dla waluty EUR/USD w okresie t .

Estymacja modelu przeprowadzona została na dziennych stopach zwrotu analizowanych zmiennych w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku (1757 obserwacji). Estymację przeprowadzono z wykorzystaniem założeń oraz metod analogicznych jak w przy-

padku estymacji dla szeregów czasowych premii za ryzyko. Wyniki oszacowania parametrów modelu (4.21) - (4.22) dla poszczególnych par walutowych zaprezentowane zostały w tabeli 4.18. W nawiasach zaprezentowane zostały błędy standardowe.

Tabela 4.18 Wyniki oszacowania parametrów modelu (4.21) - (4.22)

Szereg	EUR/PLN	USD/PLN		
Rozkład	Normalny	Normalny		
$a_0(1)$	-0,10136 (0,1331)	-0,06887 (0,1427)		
$a_0(2)$	0,33726 (1,044)	1,24626 (1,929)		
a_1	0,21055 (0,03275)**	0,220948 (0,03392)**		
a_2	-0,338594 (0,06647)**	-0,0436639 (0,05147)		
$a_3(1)$	844,644 (162,9)**	195,943 (135,5)		
$a_3(2)$	23,0771 (231,0)	-1352,72 (160,2)**		
a_4	-0,27831 (0,02602)**	-0,251518 (0,02367)**		
$\omega(1)$	4,7227 (0,1457)**	5,4212 (0,1332)**		
$\omega(2)$	18,5972 (0,9934)**	28,4085 (1,736)**		
Prawdopodobieństwa przejścia				
	1	2	1	2
1	0,9767	0,0997	0,9862	0,0963
2	0,0233	0,9003	0,0138	0,9037

* p -wartość $\leq 10\%$

** p -wartość $\leq 5\%$

Źródło: Opracowanie własne

W celu przeanalizowania, czy wykorzystanie modelu przełącznikowego typu Markowa daje lepsze wyniki niż wykorzystanie standardowego modelu liniowego, wykorzystano test ilorazu wiarygodności (LR). Wyniki testu dla poziomu ufności 95% dla poszczególnych walut zaprezentowane zostały w tabeli 4.19.

Tabela 4.19 Wyniki testu ilorazu wiarygodności dla modelu (4.21) – (4.22)

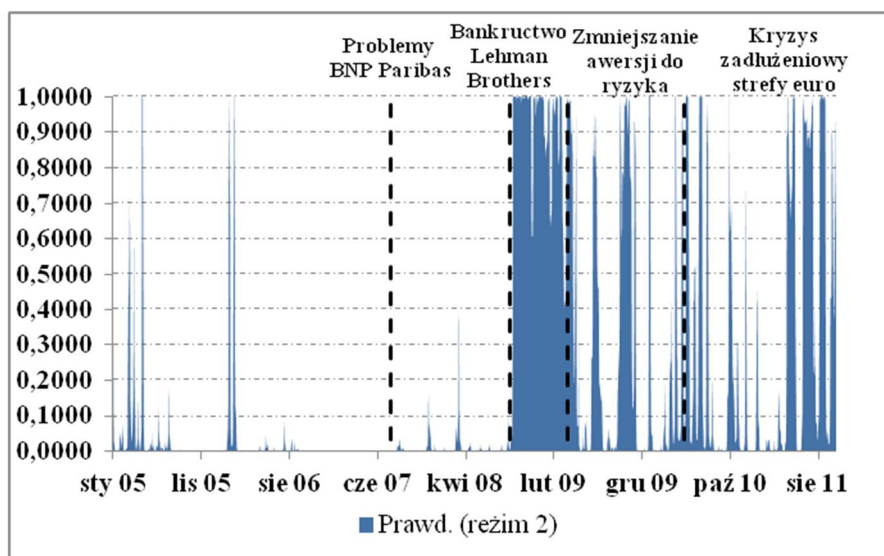
Parametr	EUR/PLN	USD/PLN
<i>Statystyka testowa</i>	1113,3	1624,8
<i>p-wartość</i>	0,000	0,000

Źródło: Opracowanie własne

Podobnie jak w przypadku premii za ryzyko reżim drugi nazwać można reżimem kryzysowym, charakteryzującym się wyższą wariancją. Oszacowania parametrów dla obu analizowanych par walutowych wskazują na zachowanie zależności danej wzorem (4.20), przy czym oszacowanie dla premii za ryzyko rynku waluty USD nie jest statystycznie istotne. Analizując wpływ pozostałych zmiennych objaśniających zauważyć można różnice w przypadku parametru opisującego wpływ miary płynności rynku transakcji *fx swap*. Dla pary walutowej

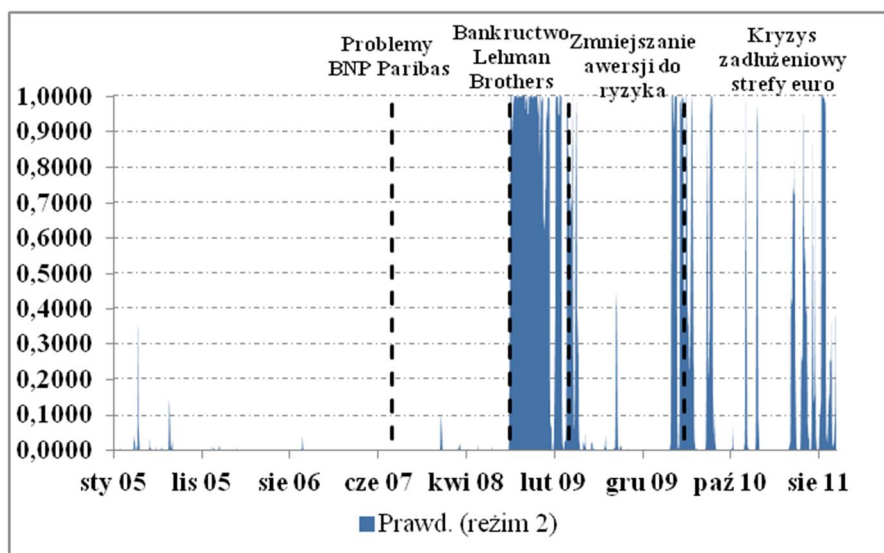
USD/PLN istotne oszacowania uzyskano dla miary płynności rynku transakcji *fx swap* w warunkach kryzysu. Wskazuje to, że na wartość różnicy oprócz premii za ryzyko na rynku waluty PLN, wpływ miała również obniżona płynność rynku transakcji *fx swap* dla pary walutowej USD/PLN oraz spadek efektywności funkcjonowania tego segmentu rynku. Dla pary walutowej EUR/PLN istotne oszacowania uzyskano dla miary płynności rynku transakcji *fx swap* w reżimie pierwszym, nie obejmującym okresu kryzysu. Potwierdza to wyniki prezentowane przez NBP (2009a, s. 23 - 24), że w okresie kryzysu finansowego znaczący wpływ na warunki pozyskiwania finansowania w walucie EUR miała przede wszystkim wyrażona premią za ryzyko ocena kondycji kredytowej oraz płynności polskich instytucji finansowych.

Wyniki oszacowania przez model przełącznikowy (4.21) – (4.22) prawdopodobieństw warunkowych przebywania w drugim reżimie (reżimie kryzysowym) dla poszczególnych analizowanych par walutowych zaprezentowane zostały na wykresach 4.31 – 4.32.



Wykres 4.31 Wyznaczone przez model (4.21) – (4.22) prawdopodobieństwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla pary walutowej EUR/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne



Wykres 4.32 Wyznaczone przez model przelacznikowy prawdopodobienstwa warunkowe przebywania w drugim reżimie dla różnicy pomiędzy implikowaną oraz rynkową stopą procentową dla pary walutowej USD/PLN w okresie od 3 stycznia 2005 roku do 30 września 2011 roku

Źródło: Opracowanie własne

Zarówno dla pary walutowej EUR/PLN jak również USD/PLN zauważyć można, że zwiększone prawdopodobieństwo przebywania w reżimie kryzysowym obserwowane jest dopiero dla okresu po 15 września 2008 roku i kończy się w marcu 2009 roku. Ponowny wzrost prawdopodobieństwa obserwowany jest w maju 2010 roku oraz w okresie od sierpnia 2011 roku, i związany jest z kolejnymi fazami kryzysu zadłużeniowego państw strefy euro. Analizując wykresy 4.31 oraz 4.32 można wyciągnąć wniosek, że przez kryzys zadłużeniowy państw strefy euro, rynek dla pary walutowej EUR/PLN jest dużo bardziej podatny na występowanie kolejnych okresów kryzysowych. Okresy te charakteryzują się zwiększoną zmiennością premii za ryzyko, co związane jest z większą częstotliwością występowania wysokich wartości prawdopodobieństwa przebywania w reżimie kryzysowym.

Otrzymane w tym podrozdziale wyniki potwierdzają wyniki z podrozdziałów 4.1 oraz 4.2 o znaczącym wpływie kryzysu na rynek międzybankowy stopy procentowej. Począwszy od 9 sierpnia 2007 roku znaczenia nabierają różnice w poziomie ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności dla rynków pieniężnych poszczególnych walut co w konsekwencji prowadzi do załamania obserwowanych przed kryzysem zależności arbitrażowych takich jak parytet stóp procentowych.

Załamanie zależności arbitrażowych danych parytetem stóp procentowych ma również określone implikacje dla metodyki konstrukcji krzywych stóp procentowych. Prawidłowa metodyka konstrukcji krzywych powinna uwzględniać nie tylko opisywane w poprzednich

podrozdziałach różnice w poziomie ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności dla poszczególnych segmentów rynku w ramach jednej waluty, ale również różnice w poziomie ryzyka kredytowego oraz ryzyka płynności pomiędzy poszczególnymi walutami.

Podsumowanie

W rozdziale zaprezentowano wyniki analizy wpływu kryzysu finansowego na rynek międzybankowy instrumentów pochodnych stopy procentowej. Badanie zostało przeprowadzone w kierunku analizy załamania, obserwowanych powszechnie przed kryzysem, zależności arbitrażowych na rynku międzybankowym instrumentów pochodnych stopy procentowej. Dodatkowo w rozdziale dokonano identyfikacji oraz omówienia głównych czynników mogących mieć wpływ na badane w rozdziale zmiany w strukturze funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej.

Część pierwsza rozdziału poświęcona została analizie zmian premii za ryzyko na rynku międzybankowym. Badanie obejmowało analizę statystyczną własności szeregów czasowych premii za ryzyko dla rynku pieniężnego waluty EUR, USD oraz PLN, jak również ich analizę ekonometryczną z wykorzystaniem modeli przełącznikowych typu Markowa z dodatkowymi zmiennymi objaśniającymi. W ramach analizy zidentyfikowano szereg czynników mogących mieć wpływ na zmiany poziomu premii za ryzyko. Do analizowanych czynników należało pogorszenie wiarygodności kredytowej banków – uczestników rynku międzybankowego oraz załamanie płynności rynku depozytów międzybankowych. Dla premii za ryzyko dla rynku waluty EUR oraz USD potwierdzone zostały wyniki badań innych autorów o znaczącym wpływie ryzyka kredytowego na ewolucję premii za ryzyko w okresie kryzysu. Jednocześnie otrzymane wyniki wskazują, że w początkowym okresie kryzysu (do momentu bankructwa banku Lehman Brothers) rynek polski był stosunkowo odporny na zaburzenia obserwowane na rynkach zagranicznych.

W części drugiej badano wpływ kryzysu finansowego na zależności arbitrażowe pomiędzy stopami procentowymi w jednej walucie. Analizowaną zmienną była różnica pomiędzy stopą kontraktu FRA implikowaną z portfela depozytów o terminie zapadalności trzy oraz sześć miesięcy a rynkową stopą kontraktu FRA 3x6. Badanie przeprowadzone zostało dla danych z rynku pieniężnego waluty EUR, USD oraz PLN. Otrzymane wyniki potwierdzają postawioną tezę o wpływie kryzysu finansowego na zależności arbitrażowe pomiędzy stopami procentowymi w jednej walucie, czego przejawem był między innymi wzrost różnicy pomiędzy stopą implikowaną i rynkową w okresie kryzysu. Należy jednak zwrócić uwagę, że wpływ ten nie był jednorodny dla wszystkich analizowanych walut. Podobnie jak w przypadku premii za ryzyko, dla rynku polskiego znaczący wzrost różnicy obserwowany był głównie w okresie bezpośrednio po bankructwie banku Lehman Brothers. Dla wszystkich analizowa-

nych walut wpływ kryzysu finansowego na wartość różnicy nie był tak znaczący jak obserwowany w przypadku badania zmian wartości premii za ryzyko.

Część trzecia rozdziału poświęcona została analizie wpływu kryzysu na wyrażone parytetem stóp procentowych zależności arbitrażowe pomiędzy stopami procentowymi dla poszczególnych walut. Badanie obejmowało analizę szeregów czasowych różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą oprocentowania waluty zagranicznej dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN. W ramach badania weryfikowany był również wpływ dodatkowych zmiennych objaśniających na zachowanie analizowanych zależności arbitrażowych. Do analizowanych zmiennych należały zmiany premii za ryzyko dla poszczególnych walut oraz zmiany płynności rynku transakcji *fx swap* dla danej pary walutowej. Otrzymane wyniki potwierdziły tezę o wpływie kryzysu na załamanie zależności arbitrażowej danej parytetem stóp procentowych. W okresie kryzysu zaobserwowano istotny wzrost różnicy pomiędzy implikowaną a rynkową stopą oprocentowania waluty zagranicznej dla par walutowych EUR/PLN oraz USD/PLN. Głównym czynnikiem, który miał wpływ na załamanie analizowanych zależności arbitrażowych, była przede wszystkim wyrażona premią za ryzyko dla waluty PLN ocena kondycji kredytowej oraz płynności polskich instytucji finansowych. Dodatkowo w przypadku pary walutowej EUR/PLN istotny statystycznie wpływ miała premia za ryzyko dla rynku waluty EUR, co związane jest z kryzysem zadłużeniowym państw strefy euro i jego wpływem na funkcjonowanie instytucji finansowych działających w strefie euro.

Załącznik 4.1

Tabela 4.20 Lista banków biorących udział w ankiecie LIBOR USD, których notowania kontraktów CDS zostały wykorzystane w badaniu

L.p.	Nazwa banku
1	Bank of America
2	Barclays Capital
3	Citibank
4	Deutsche Bank
5	HSBC
6	JP Morgan Chase
7	Lloyds TSB Bank
8	Rabobank
9	Royal Bank of Scotland
10	UBS
11	Credit Suisse

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 4.21 Lista banków biorących udział w ankiecie EURIBOR, których notowania kontraktów CDS zostały wykorzystane w badaniu

L.p.	Nazwa banku
1	Erste Group Bank AG
2	KBC
3	Nordea
4	BNP Paribas
5	HSBC France
6	Societe Generale
7	Credit Agricole
8	Deutsche Bank
9	Commerzbank
10	Unicredit
11	ING Bank
12	Rabobank
13	Banco Santander
14	UBS
15	Barclays Capital

Źródło: Opracowanie własne

5. Wpływ kryzysu finansowego na metodyki konstrukcji krzywej

W niniejszym rozdziale omówiona została ewolucja stosowanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych, będąca konsekwencją kryzysu płynności rynku międzybankowego w latach 2007 – 2009. Powszechnie wykorzystywane w praktyce rynkowej przed kryzysem metodyki konstrukcji krzywej opierały się na szeregu zależności arbitrażowych. W wyniku kryzysu finansowego nastąpiły zmiany w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej, powodując załamanie klasycznych zależności arbitrażowych oraz wymuszając ewolucję metodyk konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych. Dodatkowo kryzys wymusił wdrożenie określonych zmian w samej organizacji oraz otoczeniu regulacyjnym rynku międzybankowego stopy procentowej. Wzrost udziału transakcji objętych depozytem zabezpieczającym, dążenie do standaryzacji transakcji, jak również promowanie centralnych kontrpartnerów transakcji (*Central Counterparty Clearing House* – CCP) miało swoje przełożenie na stosowane w praktyce metodyki konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych. Znaczenia nabrało zagadnienie poprawnego wyboru instrumentów wykorzystywanych na potrzeby konstrukcji krzywej (np. uwzględnienie różnic w specyfice transakcji w przypadku transakcji zabezpieczonych – *collateralized* i niezabezpieczonych – *uncollateralized*) oraz poprawności stosowanego algorytmu interpolacji stóp procentowych. Omawiane powyżej zjawiska dotyczyły początkowo wyłącznie najbardziej rozwiniętych rynków takich jak rynek międzybankowy waluty EUR lub USD, jednak w wyniku wprowadzania nowych regulacji na poziomie Unii Europejskiej, jak również rozwoju instytucji rynkowych w Polsce, mają one także coraz większe znaczenie dla polskich instytucji finansowych.

W rozdziale omówiono zmiany w strukturze funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej oraz wpływ zmian w otoczeniu regulacyjnym na wykorzystywane w praktyce metodyki konstrukcji krzywych. Zaprezentowano również, będące konsekwencją kryzysu, zmiany w stosowanych w praktyce metodykach konstrukcji krzywych. Omówiono znaczenie algorytmów interpolacji stóp procentowych dla wyników uzyskiwanych z wykorzystaniem metodyk konstrukcji krzywych używanych po kryzysie. Przedstawiono również główne przesłanki ekonomiczne oraz algorytmy stosowanych obecnie metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych rynku międzybankowego.

Prezentowane w rozdziale analizy są wynikiem własnych badań autora przeprowadzonych na podstawie danych uzyskanych za pośrednictwem serwisu Reuters Eikon.

5.1. Zmiany w otoczeniu rynkowym oraz regulacyjnym

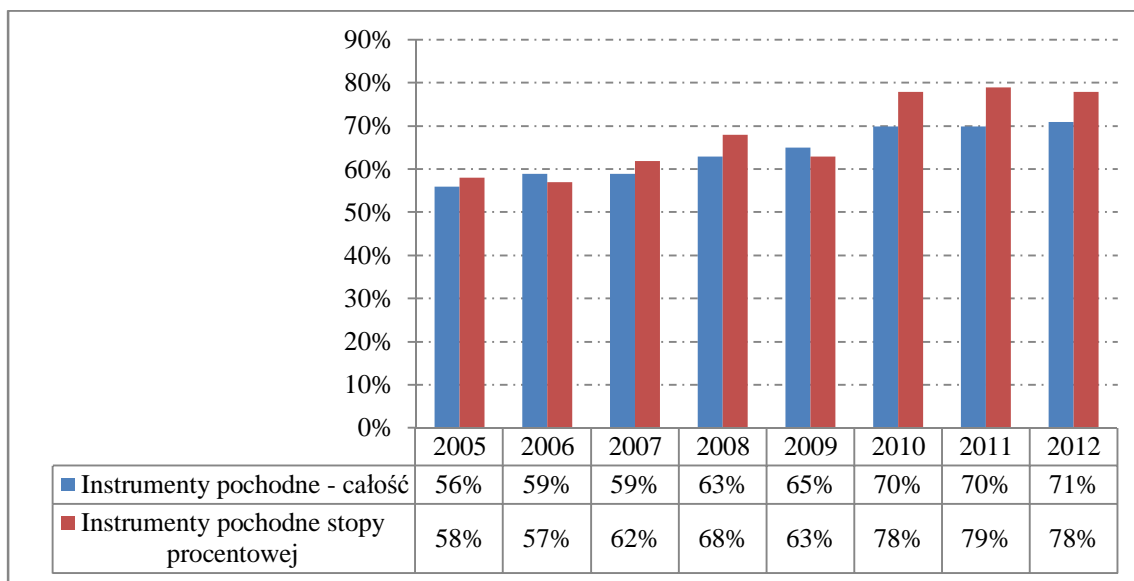
Jedną z konsekwencji kryzysu płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009 były zmiany w organizacji rynku oraz jego otoczeniu regulacyjnym. W wyniku zmian konieczna stała się modyfikacja metodyk konstrukcji krzywych stóp procentowych stosowanych przed kryzysem.

Obecnie, chcąc zawrzeć transakcję na rynku nieregulowanym (OTC), w zależności od typu instrumentu, uczestnik może wybrać jedną z dwóch możliwych form zawarcia transakcji: transakcję zawieraną oraz rozliczaną bezpośrednio z kontrahentem (*bilateral OTC market*) lub transakcję zawieraną bezpośrednio z kontrahentem, ale rozliczaną za pomocą pośrednika - centralnego kontrpartniera transakcji (CCP).

W przypadku transakcji zawieranej oraz rozliczanej bezpośrednio z kontrahentem transakcji zarówno same parametry transakcji jak również wszystkie warunki oraz ustalenia związane z okresową wyceną transakcji, wymianą płatności, rozliczaniem transakcji oraz zarządzaniem ryzykiem związanym z transakcją uzgadniane są bezpośrednio z kontrahentem transakcji. Rozwój rynku OTC sprawił, że obecnie uzgodnienia te przyjmują formę tak zwanej umowy ramowej, czyli umowy zawieranej pomiędzy uczestnikami transakcji regulującej wszystkie aspekty operacyjne oraz prawne związane z zawieraną transakcją. Opis kwestii związanych z zakresem obszarów regulowanych przez umowę ramową znaleźć można między innymi na stronach ISDA (www.isda.org) oraz Związku Banków Polskich (www.zbp.pl). Co do zasady wzór umowy ramowej rekomendowanej przez ISDA oraz ZBP dotyczy przede wszystkim transakcji zawieranych na rynku międzybankowym. W przypadku transakcji zawieranych z kontrahentami niefinansowymi banki wykorzystują bardzo często własne wzory umów ramowych.

Jedną z najważniejszych kwestii związanych z transakcjami dwustronnymi zawieranymi na rynku OTC jest zagadnienie zarządzania ryzykiem kredytowym kontrahenta transakcji. Do najważniejszych narzędzi wykorzystywanych w tym celu należą depozyty zabezpieczające (*collateral*) oraz wzajemna kompensacja zobowiązań pomiędzy kontrahentami transakcji (*netting*) (por. np. Cecchetti, Gyntelberg, Hollanders, 2009; Gregory, 2010). Czynnikiem który miał bezpośredni wpływ na metodyki konstrukcji krzywych stóp procentowych było coraz powszechniejsze wykorzystywanie depozytów zabezpieczających, dlatego zostanie on omówiony dokładniej w dalszej części niniejszego rozdziału.

Początkiem praktyki wykorzystania depozytów zabezpieczających w celu limitowania poziomu ryzyka kontrahenta były działania banków Bankers Trust oraz Salomon Brothers na początku lat osiemdziesiątych dwudziestego wieku. Wykorzystanie depozytów zabezpieczających stało się powszechną praktyką w latach pięćdziesiątych dwudziestego wieku (Gregory, 2010, s. 59). Wykres 5.1 prezentuje wyniki badań ISDA dotyczących skali wykorzystania depozytów zabezpieczających dla transakcji pochodnych rynku OTC w latach 2005 - 2011.

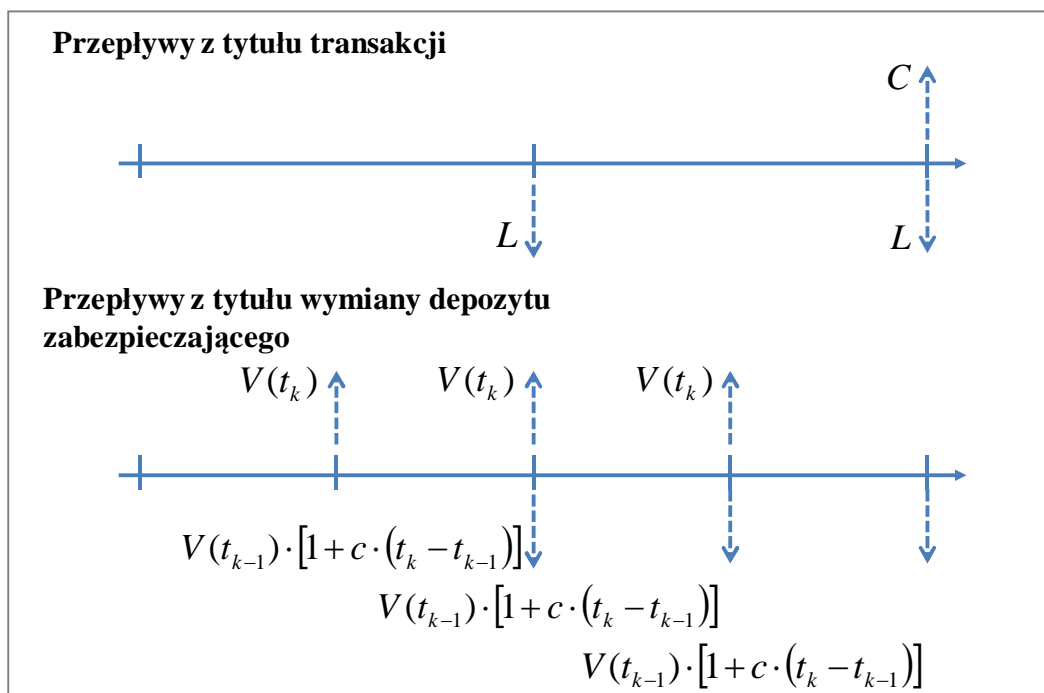


Wykres 5.1 Stopień wykorzystania depozytów zabezpieczających na międzybankowym rynku instrumentów pochodnych w latach 2005 – 2012 (jako procent wolumenu obrotu)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ISDA (2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011a, 2012a)

Powszechne wykorzystanie depozytów zabezpieczających pozwoliło na gwałtowny rozwój rynku transakcji OTC, redukując poziom ryzyka kontrahenta (por. np. Bliss, Kaufman, 2006) oraz dając możliwość uczestnictwa w nim kontrahentom o słabszym ratingu kredytowym.

Stosowanie depozytów zabezpieczających miało również istotny wpływ na mechanikę przepływów związanych z samą transakcją. Oprócz przepływów wynikających z wzajemnej wymiany płatności w ramach transakcji uczestnicy wymieniają dodatkowo płatności związane z wymianą depozytu zabezpieczającego. Przykładowy schemat płatności dla transakcji IRS o M płatnościach o oprocentowaniu stałym w wysokości C , N płatnościach o oprocentowaniu zmiennym w wysokości L oraz K wymianach depozytu zabezpieczającego, gdzie $K = 2N = 4M$ oraz $V(t_k)$ oznacza wycenę transakcji IRS w momencie t_k zaprezentowany został na wykresie 5.2.



Wykres 5.2 Schemat przepływów dla transakcji IRS zabezpieczonej depozytem zabezpieczającym

Źródło: Opracowanie własne

Sumę przepływów z tytułu analizowanego kontraktu IRS opisać więc można za pomocą wzoru:

$$CF_{-IRS} = \sum_{i=1}^M C - \sum_{j=1}^N L + \sum_{k=1}^{K-1} V(t_k) - \sum_{k=2}^K \{V(t_{k-1}) \cdot [1 + c \cdot (t_k - t_{k-1})]\}, \quad (5.1)$$

gdzie:

- $\sum_{i=1}^M C$ – suma przepływów *nogi stałej* kontraktu IRS;
- $\sum_{j=1}^N L$ – suma przepływów *nogi zmiennej* kontraktu IRS;
- $\sum_{k=1}^{K-1} V(t_k) - \sum_{k=2}^K \{V(t_{k-1}) \cdot [1 + c \cdot (t_k - t_{k-1})]\}$ – suma przepływów z tytułu wymiany depozytu zabezpieczającego;
- c – stopa oprocentowania depozytu zabezpieczającego.

Stosowanie depozytów zabezpieczających wprowadza dodatkowy strumień płatności zależny od zmian rynkowych czynników ryzyka oraz od wyceny transakcji objętej depozytem zabezpieczającym. Dopóki kontrahent nie zbankrutuje, przekazany przez niego depozyt zabezpieczający jest jego własnością, należą mu się więc wszystkie korzyści z tytułu przekazanego

aktywa, takie jak na przykład płatności kuponów z tytułu obligacji. Bardzo często depozyt zabezpieczający przekazywany w formie gotówki jest również oprocentowany.

Wyniki badań przeprowadzonych przez BIS (2007) oraz ISDA (2010, 2011a, 2012a) wskazują, że tendencją rynkową, wzmocnioną dodatkowo przez kryzys z lat 2007 – 2009, jest obecnie dążenie do wyceny oraz wymiany depozytu z częstotliwością dzienną oraz składania depozytu zabezpieczającego w formie gotówki. Tabela 5.1 prezentuje wyniki badania ISDA dotyczące częstotliwości rewaluacji depozytów zabezpieczających w latach 2010 – 2012.

Tabela 5.1 Częstotliwość rewaluacji depozytu zabezpieczającego w latach 2010 – 2012 (jako procent wolumenu obrotu)

Częstotliwość rewaluacji depozytu zabezpieczającego	2010	2011	2012
Dzienna	29%	31%	48%
Tygodniowa	10%	10%	7%
Miesięczna	15%	13%	11%
Pozostałe	46%	47%	35%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ISDA (2010, 2011a, 2012a)

Tabela 5.2 prezentuje wyniki badania ISDA dotyczące częstotliwości rewaluacji depozytów zabezpieczających w latach 2010 – 2012 dla próby dużych banków. W badaniach ISDA (2010, 2011a, 2012a) jako duże banki określone były: Bank of America Merrill Lynch, Barclays, BNP Paribas, Citigroup, Credit Suisse, Deutsche Bank, Goldman Sachs, HSBC, JP Morgan Chase, Morgan Stanley, Nomura, Societe Generale, The Royal Bank of Scotland, UBS, Wells Fargo.

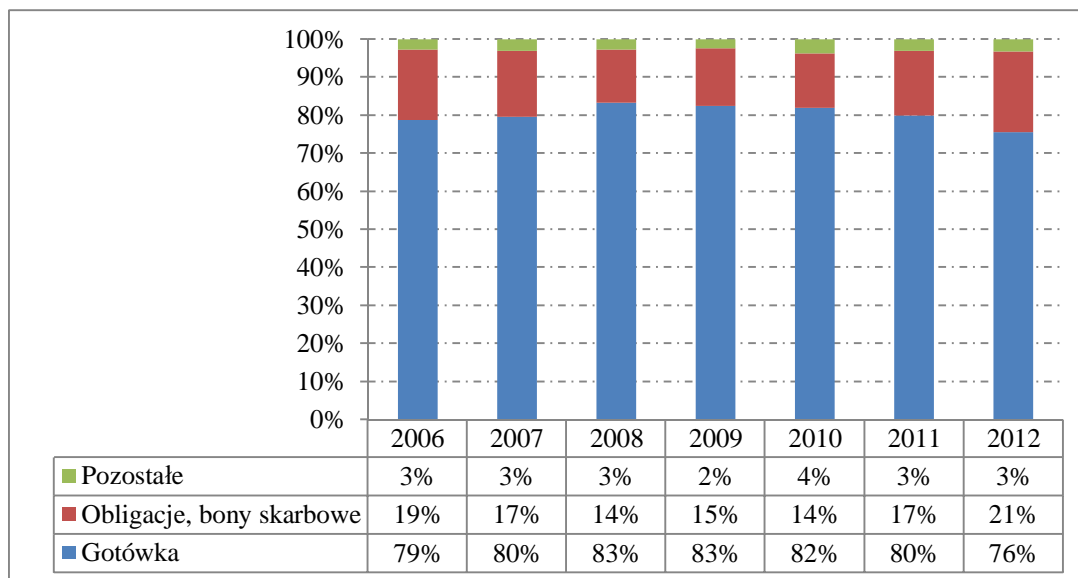
Tabela 5.2 Częstotliwość rewaluacji depozytu zabezpieczającego dla próby dużych banków w latach 2010 - 2012 (jako procent wolumenu obrotu)

Częstotliwość rewaluacji depozytu zabezpieczającego	2010	2011	2012
Dzienna	56%	61%	71%
Tygodniowa	5%	4%	2%
Miesięczna	3%	8%	5%
Pozostałe	36%	27%	22%

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ISDA (2010, 2011a, 2012a)

Dążenie do wyceny oraz wymiany depozytu z częstotliwością dzienną widoczne jest szczególnie w przypadku dużych banków.

Wykres 5.3 prezentuje wyniki badania ISDA dotyczące struktury aktywów otrzymywanych jako zabezpieczenie w latach 2005 – 2012.



Wykres 5.3 Rodzaj aktywów przekazywanych jako depozyt zabezpieczający w latach 2005 – 2012 (jako procent przekazanych depozytów zabezpieczających)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ISDA (2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011a, 2012a)

Dążenie do wymiany depozytu z częstotliwością dzienną oraz składania depozytu zabezpieczającego w formie gotówki sprawia, że obecnie standardem rynkowym jest oprocentowanie depozytu zabezpieczającego z wykorzystaniem stopy oprocentowania jednodniowych pożyczek rynku międzybankowego (*overnight*). Stopy te są zależne od waluty złożonego depozytu, przykładowo dla depozytu w walucie EUR będzie to indeks *overnight* EONIA. Wykorzystanie stopy *overnight* nie zawsze jest standardem. Na przykład w wyniku kryzysu finansowego część uczestników rynku stosowała dodatkowe zachęty do składania depozytu w formie gotówki, oferując oprocentowanie powiększone o marżę wynikającą z oceny ryzyka kredytowego kontrahenta (Gregory, 2010, s. 70).

Oprocentowanie depozytu zabezpieczającego sprawia, że pozycja związana ze składanym lub przekazywanym depozytem zabezpieczającym zwiększa znaczenie zagadnienia kosztu finansowania pozycji w danym instrumencie. Koszt finansowania pozycji bezpośrednio wpływa na stopy procentowe wykorzystywane do dyskontowania przepływów związanych z analizowanym instrumentem.

Zależność pomiędzy kosztem finansowania a stopami procentowymi wykorzystywanymi do dyskontowania przepływów pieniężnych opisał między innymi Piterbarg (2010; 2012). Prezentowany przykład oparty jest na rozważaniach z pracy Piterbarga (2012, s. 58 - 59).

Niech $V(t)$ oznacza wycenę w chwili t transakcji zabezpieczonej depozytem zabezpieczającym. Transakcja zawarta została pomiędzy dwoma kontrahentami A oraz B. W chwili t

wycena transakcji równa jest $V(t)$ dla kontrahenta A oraz $-V(t)$ dla kontrahenta B. Jeżeli wycena transakcji $V(t)$ jest dodatnia dla kontrahenta A, to kontrahent B będzie przekazywał do kontrahenta A depozyt zabezpieczający w wysokości $V(t)$. Przekazany przez kontrahenta B depozyt zabezpieczający w okresie od t do $t + dt$ będzie oprocentowany stopą oprocentowania $c(t)$ ustaloną w chwili t . W chwili $t + dt$ kontrahent A zwróci depozyt zabezpieczający do kontrahenta B powiększony o oprocentowanie.

Z transakcją związane są następujące przepływy:

- 1) W chwili zawarcia transakcji t , kontrahent A płaci kontrahentowi B sumę $V(t)$ równą wycenie transakcji w chwili zawarcia.
- 2) W chwili zawarcia transakcji t , wycena transakcji jest dodatnia ($V(t)$) dla kontrahenta A oraz ujemna ($-V(t)$) dla kontrahenta B. Kontrahent B posiada więc zobowiązanie względem kontrahenta A. W celu zabezpieczenia ryzyka kredytowego związanego z wykonaniem swojego zobowiązania, w chwili t kontrahent B przekazuje kontrahentowi A depozyt zabezpieczający w wysokości $V(t)$.
- 3) W chwili $t + dt$, kontrahent A zwraca kontrahentowi B depozyt zabezpieczający $V(t)$ przekazany w chwili t , powiększony o oprocentowanie $c(t) \cdot V(t) \cdot dt$ za okres od t do $t + dt$.
- 4) W chwili $t + dt$ wycena transakcji jest dodatnia ($V(t + dt)$) dla kontrahenta A oraz ujemna ($-V(t + dt)$) dla kontrahenta B. Kontrahent B przekazuje kontrahentowi A depozyt zabezpieczający w wysokości $V(t + dt)$.

W chwili $t + dt$ przepływ netto do kontrahenta A jest równy:

$$V(t + dt) - V(t) \cdot (1 + c(t) \cdot dt) = dV(t) - c(t) \cdot dt. \quad (5.2)$$

Rozszerzmy powyższy przykład i założmy, że kontrahent A zawarł transakcję IRS z kontrahentem B oraz zabezpieczył ryzyko rynkowe tej transakcji za pomocą transakcji IRS z kontrahentem C.

Ryzyko kontrahenta dla obu transakcji zabezpieczone jest depozytem zabezpieczającym oprocentowanym stopą $c(t)$. Obie transakcje mają ten sam termin zapadalności, różnią się jedynie płaconą w nich stałą stopą procentową. W przykładzie przyjmujemy standardowe założenia, że dana jest przestrzeń probabilistyczna (Ω, Φ, P) , gdzie Ω jest przestrzenią zdarzeń elementarnych (zbiorem wszystkich stanów świata), Φ jest σ -ciałem zdarzeń, a P jest miarą rzeczywistą określoną na Φ . Ponadto dana jest niemalejąca filtracja $(\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}$, $\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$.

Wycenę $V_1(t)$ oraz $V_2(t)$ obu transakcji opisać można za pomocą geometrycznego ruchu Browna. Zmiana wartości obu transakcji zależy od zmian tego samego czynnika ryzyka rynkowego opisanego procesem Wienera $W(t)$ w mierze rzeczywistej P (Piterbarg, 2012, s. 58):

$$\begin{aligned} dV_1(t) &= \mu_1(t)V_1(t)dt + \sigma_1(t)V_1(t)dW(t) \\ dV_2(t) &= \mu_2(t)V_2(t)dt + \sigma_2(t)V_2(t)dW(t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

gdzie:

- $\mu_1(t)$ - dryf procesu zmian ceny transakcji 1 w chwili t ;
- $\sigma_1(t)$ - zmienność procesu zmian ceny transakcji 1 w chwili t ;
- $\mu_2(t)$ - dryf procesu zmian ceny transakcji 2 w chwili t ;
- $\sigma_2(t)$ - zmienność procesu zmian ceny transakcji 2 w chwili t .

Przy czym zakładamy, że:

- Cena początkowa transakcji 1 jest równa $V_{1,0} = V_1(0)$;
- Cena początkowa transakcji 2 jest równa $V_{2,0} = V_2(0)$;
- $\sigma_1(t) > 0$, $\sigma_2(t) > 0$ dla $t \geq 0$.

Transakcje charakteryzują się różną stopą stałą, stąd ich duracja jest różna. Transakcje mają więc różną wrażliwość $\sigma_i(t)$ na zmiany rynkowego czynnika ryzyka. W chwili $t + dt$ z każdą transakcją związana jest wymiana depozytu zabezpieczającego:

$$\begin{aligned} V_1(t + dt) - V_1(t) \cdot [1 + c(t) \cdot dt] &= dV_1(t) - c(t) \cdot V_1(t) \cdot dt \\ V_2(t + dt) - V_2(t) \cdot [1 + c(t) \cdot dt] &= dV_2(t) - c(t) \cdot V_2(t) \cdot dt \end{aligned} \quad (5.4)$$

Wielkość przepływu pieniężnego z tytułu wymiany depozytu zabezpieczającego w chwili $t + dt$ uzależniona jest od wyceny transakcji w chwili $t + dt$. Chcąc zabezpieczyć się przed ryzykiem czyli uniezależnić wielkość przepływu od wpływu rynkowych czynników ryzyka należy zająć pozycję w $\sigma_2(t) \cdot V_2(t)$ jednostkach kontraktu 1 oraz $\sigma_1(t) \cdot V_1(t)$ jednostkach kontraktu 2 (Piterbarg, 2012, s. 59). Wielkość przepływu pieniężnego z tytułu wymiany depozytu zabezpieczającego w chwili $t + dt$ będzie wówczas równa:

$$\begin{aligned} &\sigma_2(t) \cdot V_2(t) \cdot (dV_1(t) - c(t) \cdot V_1(t) \cdot dt) \\ &- \sigma_1(t) \cdot V_1(t) \cdot (dV_2(t) - c(t) \cdot V_2(t) \cdot dt), \end{aligned} \quad (5.5)$$

co po przekształceniach daje:

$$\begin{aligned} & \sigma_2(t) \cdot V_1(t) \cdot V_2(t) \cdot (\mu_1(t) - c(t)) \cdot dt \\ & - \sigma_1(t) \cdot V_1(t) \cdot V_2(t) \cdot (\mu_2(t) - c(t)) \cdot dt. \end{aligned} \quad (5.6)$$

W wyniku zastosowania zabezpieczenia wielkości dane wzorem (5.6) są znane w chwili t , stąd też, dla uniknięcia arbitrażu, ich suma musi być równa zero, czyli:

$$\frac{\mu_1(t) - c(t)}{\sigma_1(t)} = \frac{\mu_2(t) - c(t)}{\sigma_2(t)}. \quad (5.7)$$

Zdefiniujmy proces $\tilde{W}(t)$:

$$d\tilde{W}(t) = dW(t) + \frac{\mu_1(t) - c(t)}{\sigma_1(t)}. \quad (5.8)$$

Na podstawie (5.7) można również zapisać:

$$d\tilde{W}(t) = dW(t) + \frac{\mu_2(t) - c(t)}{\sigma_2(t)}. \quad (5.9)$$

Proces $\tilde{W}(t)$ jest procesem Wienera pod pewną miarą Q równoważną mierze rzeczywistej P (por. Back 2005) Istnienie takiej miary Q wynika z twierdzenia Girsanowa (Jakubowski i in., 2006, s. 114). Wykorzystując nowo zdefiniowany proces $\tilde{W}(t)$, proces (5.3) można przedstawić jako:

$$\begin{aligned} dV_1(t) &= c(t) \cdot V_1(t) \cdot dt + \sigma_1(t) V_1(t) \cdot d\tilde{W}(t) \\ dV_2(t) &= c(t) \cdot V_2(t) \cdot dt + \sigma_2(t) V_2(t) \cdot d\tilde{W}(t) \end{aligned} \quad (5.10)$$

Analizując wzór (5.10) można zauważyć, że pod wspomnianą miarą Q równoważną mierze rzeczywistej P , wartość obu transakcji zmienia się zgodnie ze stopą oprocentowania depozytu zabezpieczającego (Piterbarg, 2012, s. 59). Zatem pod miarą Q (na podstawie wzoru Feyn-

mana – Kaca (Jakubowski i in., 2006, s. 115 - 117)) można przedstawić wartość obu transakcji w następujący sposób (Piterbarg, 2012, s. 59:

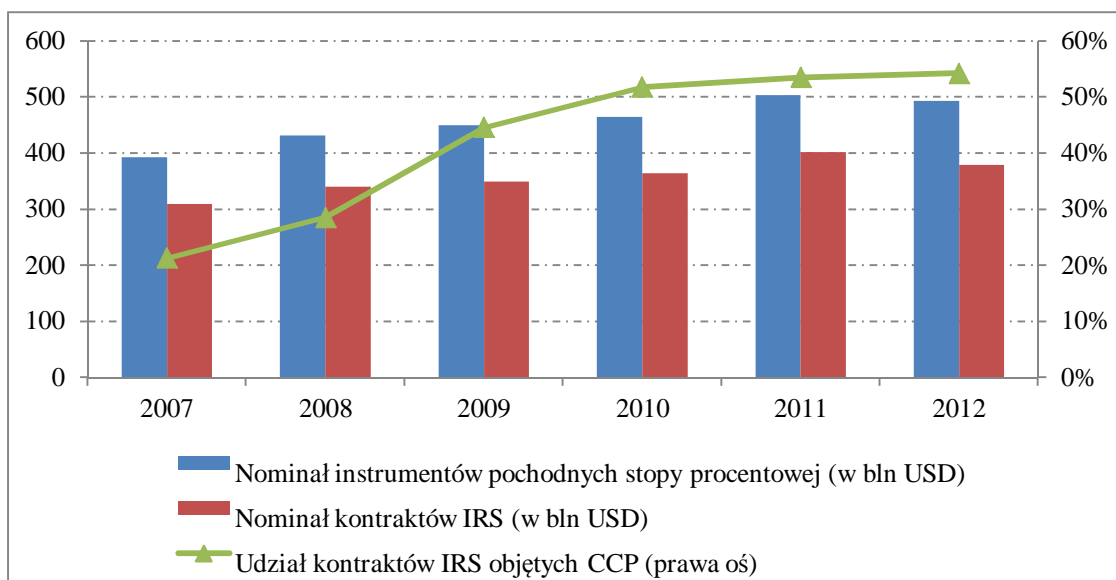
$$\begin{aligned} V_1(t) &= E_t^Q \left\{ \exp \left(- \int_t^T c(s) ds \right) V_1(T) \right\} \\ V_2(t) &= E_t^Q \left\{ \exp \left(- \int_t^T c(s) ds \right) V_2(T) \right\}, \end{aligned} \quad (5.11)$$

gdzie:

- $E_t^Q(\dots)$ - warunkowa wartość oczekiwana względem prawdopodobieństwa Q i Φ_t zbioru informacji dostępnych w chwili t .

Oprocentowanie depozytu zabezpieczającego ma więc wpływ na stopy procentowe wykorzystywane do dyskontowania przepływów związanych z analizowanym instrumentem. Przepływy pieniężne z transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym powinny być dyskontowane za pomocą stóp procentowych wyznaczonych na podstawie stopy oprocentowania depozytu zabezpieczającego.

Kolejną tendencją rynkową charakterystyczną dla ostatnich lat, wzmocnioną dodatkowo przez kryzys, jest rosnące znaczenie międzybankowych transakcji pochodnych stopy procentowej zawieranych bezpośrednio z kontrahentem, ale rozliczanych za pomocą CCP.

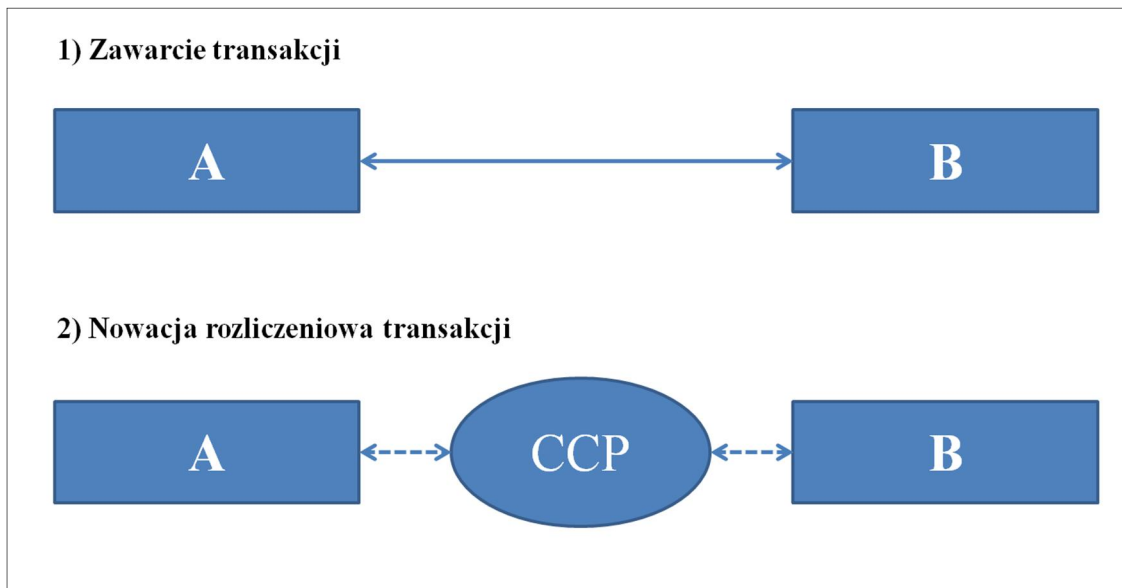


Wykres 5.4 Udział międzybankowych transakcji pochodnych stopy procentowej zawieranych bezpośrednio z kontrahentem ale rozliczanych za pomocą CCP w latach 2007 – 2012. Dane dotyczące systemu SwapClear należącego do LCH.Clearnet.

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ISDA (2011b, 2012b)

W przypadku transakcji rozliczanej za pomocą CCP transakcja zawierana jest bezpośrednio z kontrahentem. Kolejnym krokiem jest tak zwana nowacja rozliczeniowa (*novation*), w wy-

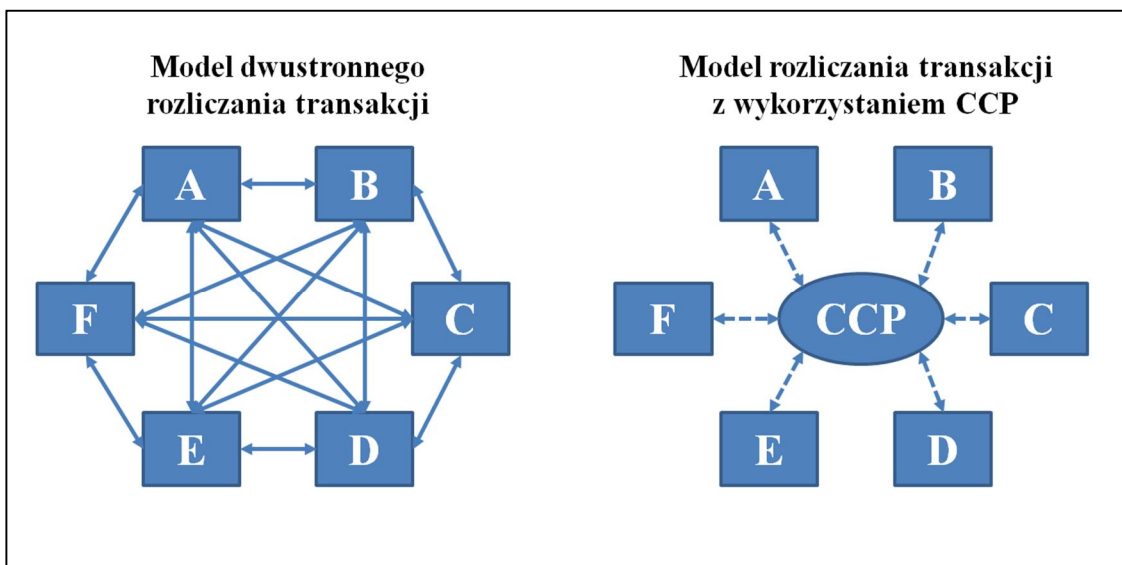
niku której CCP wstępuje w prawa i obowiązki pierwotnych stron transakcji stając się kontrahentem dla obu stron transakcji.



Wykres 5.5 Procedura zawarcia transakcji rozliczanej za pomocą CCP

Źródło: Opracowanie własne

Fakt, że CCP jest kontrahentem dla wszystkich transakcji zawartych za jego pośrednictwem sprawia, że CCP nie jest bezpośrednio narażone na ryzyko rynkowe związane z zawieraniem transakcjami, ponieważ CCP ma przeciwstawne pozycje we wszystkich transakcjach.

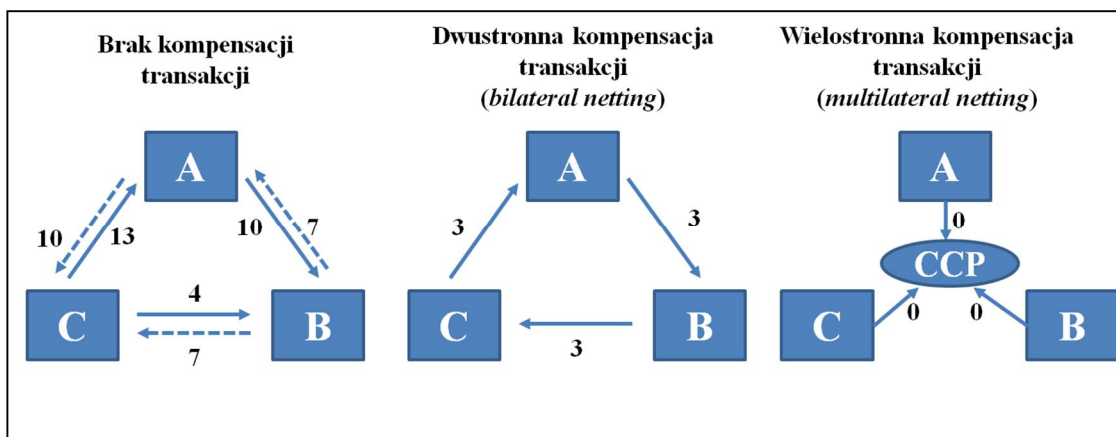


Wykres 5.6 Zależności pomiędzy kontrahentami w modelu dwustronnego rozliczenia transakcji oraz rozliczenia transakcji z wykorzystaniem CCP

Źródło: Opracowanie własne

Model rozliczenia transakcji za pomocą CCP pozwala na osiągnięcie wielu dodatkowych korzyści związanych między innymi z wielostronną kompensacją pozycji (*multilateral netting*), takich jak obniżenie całkowitej rynkowej ekspozycji na ryzyko kontrahenta oraz

zmniejszenie ryzyka operacyjnego związanego z rozliczaniem transakcji (por. np. BIS, 2007, s. 25; Cecchetti, Gyntelberg, Hollanders, 2009, s. 5). Przykład obrazujący zmniejszenie całkowitej rynkowej ekspozycji na ryzyko kontrahenta zaprezentowany został na wykresie 5.7.



Wykres 5.7 Wpływ wielostronnej kompensacji pozycji na poziom całkowitej rynkowej ekspozycji na ryzyko kontrahenta

Źródło: Opracowanie własne

Wykorzystanie mechanizmu *multilateral netting* pozwala na lepszą kompensację pozycji wszystkich uczestników rynku obniżając tym samym całkowity poziom ryzyka kontrahenta. Jednocześnie, ponieważ wycena transakcji oraz kwota depozytu zabezpieczającego do uzupełnienia wyznaczana jest przez CCP, znacząco obniżeniu ulega liczba sporów dotyczących kwoty depozytu zabezpieczającego oraz wyceny transakcji (Cecchetti, Gyntelberg, Hollanders, 2009, s. 6).

Negatywną konsekwencją faktu, że CCP jest kontrahentem dla wszystkich transakcji zawartych za jego pośrednictwem, jest kluczowe znaczenie CCP dla stabilności całego rynku. Praktyka rynkowa wypracowała szereg mechanizmów mających zagwarantować wypłacalność oraz stabilność rozliczeń przeprowadzanych za pomocą CCP. Do najważniejszych należą:

- wymogi finansowe oraz ostrożnościowe stawiane przez CCP wobec potencjalnych uczestników - nie spełnienie tych wymogów powoduje, że dany kontrahent nie może rozliczać transakcji za pośrednictwem CCP;
- depozyt zabezpieczający (*initial margin*) składany przez kontrahenta przez rozpoczęciem rozliczania transakcji za pośrednictwem CCP - depozyt ten zależy od poziomu ryzyka związanego z transakcją przekazywaną do rozliczenia i wyznaczany jest w taki sposób, aby pokryć zmianę wyceny transakcji w warunkach gwałtownych zmian rynkowych czynników ryzyka (większość CCP wykorzystuje metodykę wyznaczania poziomu depozytu zabezpieczającego).

zytu zabezpieczającego z wykorzystaniem modelu VaR liczonego metodą historyczną dla poziomu ufności minimum 99,5%);

- wycena rozliczanych transakcji oraz uzupełnianie depozytów zabezpieczających z częstotliwością minimum dzienną;
- fundusz zabezpieczający (*default fund*) tworzony ze składek poszczególnych kontrahentów w celu zapewnienia wypłacalności CCP w sytuacji wyczerpania depozytu zabezpieczającego upadłego uczestnika i wyznaczany w taki sposób, aby pokryć zmianę wyceny transakcji w warunkach ekstremalnych zmian rynkowych czynników ryzyka.

Aktywa przekazywane do CCP jako depozyt zabezpieczający podobnie jak w przypadku depozytów składanych na rynku międzybankowym podlegają oprocentowaniu. Praktyka codziennej wyceny transakcji oraz uzupełniania depozytów zabezpieczających powoduje, że stopą oprocentowania depozytu zabezpieczającego jest zazwyczaj stopa *overnight*. Czynniki te sprawiają, że wykorzystywana przez CCP metodyka konstrukcji krzywych stóp procentowych służących do wyceny rozliczanych przez nie transakcji uwzględnia koszt finansowania pozycji z wykorzystaniem stopy *overnight*. Krzywe stóp procentowych uwzględniające koszt finansowania pozycji z wykorzystaniem stopy *overnight* są wykorzystywane między innymi przez największą izbę rozliczeniową w Europie SwapClear.

Wzrost znaczenia transakcji rozliczanych z wykorzystaniem CCP jest dodatkowo wspierany przez zmiany w otoczeniu regulacyjnym. W trakcie spotkania grupy G20 w Pittsburghu we wrześniu 2009 roku podjęto decyzję w sprawie konieczności zmian w funkcjonowaniu rynku pozagiełdowego (OTC) transakcji pochodnych. Powzięte w trakcie szczytu postanowienia stwierdzały, że wszystkie wystandaryzowane transakcje pochodne rynku OTC powinny być przedmiotem obrotu na giełdach lub wyspecjalizowanych elektronicznych platformach obrotu (*electronic trading platforms*) oraz, jeżeli to zasadne, powinny być rozliczane z wykorzystaniem CCP. Transakcje pochodne rynku OTC nierozliczane z wykorzystaniem CCP powinny być objęte wyższym wymogiem kapitałowym.

Wdrożenie powyższych regulacji powinno być nadzorowane oraz monitorowane przez Financial Stability Board (G20, 2009). Głównym celem uchwalonych w Pittsburghu regulacji było przede wszystkim ograniczenie ryzyka kredytowego związanego z transakcjami pochodnymi zawieranymi na rynku OTC, ograniczenie ryzyka operacyjnego poprzez zwiększenie roli elektronicznych platform obrotu oraz zwiększenie przejrzystości rynku poprzez stworzenie specjalnych repozytoriów zawierających parametry transakcji.

Implementacją powyższych zaleceń na terenie Unii Europejskiej oraz Europejskiego Obszaru Gospodarczego jest Rozporządzenie nr 648/2012 z dnia 4 lipca 2012 roku w sprawie instrumentów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym, kontrahentów centralnych i repozytoriów transakcji (*European Market Infrastructure Regulation, EMIR*)⁵. Regulacja EMIR (EMIR, s. 14), definiuje CCP jako osobę prawną, która działa pomiędzy kontrahentami kontraktów będących w obrocie na co najmniej jednym rynku finansowym, stając się nabywcą dla każdego sprzedawcy i sprzedawcą dla każdego nabywcy.

Regulacja EMIR oraz wydane w grudniu 2012 roku szczegółowe uzupełnienia techniczne wprowadzają szereg obowiązków obejmujących wszystkich, nie tylko finansowych, uczestników rynku pozagiełdowego transakcji pochodnych⁶. Nadzór nad wdrażaniem postanowień Regulacji EMIR objął Europejski Urząd Nadzoru Giełd i Papierów Wartościowych (*European Securities and Markets Authority, ESMA*).

Prezentację głównych wymogów Regulacji EMIR zawiera Tabela 5.3.

⁵ Tekst Rozporządzenia dostępny jest pod adresem <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2012:201:0001:0059:PL:PDF>

⁶ Szczegółowe uzupełnienia techniczne w formie Rozporządzeń delegowanych Komisji UE dostępne są pod adresem: <http://eur-lex.europa.eu/JOHtml.do?uri=OJ:L:2013:052:SOM:PL:HTML>.

Tabela 5.3 Obowiązki wprowadzane przez Regulacja EMIR

Obszar	Wymogi EMIR	Artykuł Rozporządzenia
Rozliczanie transakcji pochodnych z wykorzystaniem CCP	Kontrahenci rozliczają wszystkie kontrakty pochodne będące przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym należące do tych klas instrumentów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym, które zostały uznane za podlegające obowiązkowi rozliczania.	Art. 4
	ESMA ustanawia, prowadzi i aktualizuje publiczny rejestr wskazujący, w sposób prawidłowy i jednoznaczny, klasy instrumentów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym podlegające obowiązkowi rozliczania. Rejestr publiczny jest dostępny za pośrednictwem strony internetowej ESMA.	Art. 6
Raportowanie transakcji do repozytoriów transakcji	Kontrahenci i CCP zapewniają zgłaszanie szczegółowych informacji na temat każdego zawartego przez siebie kontraktu pochodnego oraz na temat wszelkich zmian lub rozwiązania tego kontraktu repozytorium transakcji. Informacje te są zgłaszane nie później niż w dniu roboczym następującym po zawarciu, zmianie lub rozwiązaniu kontraktu.	Art. 9
Procedury zarządzania ryzykiem dla transakcji pochodnych rozliczanych poza CCP	Kontrahenci finansowi i kontrahenci niefinansowi, którzy zawierają kontrakt pochodny będący przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym nierozliczany przez CCP zapewniają, z zachowaniem należytej staranności, wprowadzenie odpowiednich procedur i uzgodnień służących ocenie, monitorowaniu i ograniczaniu ryzyka operacyjnego i kredytowego kontrahenta, które obejmują co najmniej: a) zatwierdzenie w odpowiednim czasie, w stosownych przypadkach elektronicznie, warunków danego kontraktu pochodnego będącego przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym; b) solidne, odporne i podlegające kontroli sformalizowane procesy służące uzgadnianiu portfeli, zarządzaniu ryzykiem powiązanym oraz wczesnemu wykrywaniu sporów pomiędzy stronami i ich rozstrzygnięciu, a także monitorowaniu wartości pozostających do uregulowania kontraktów.	Art. 11.1
Zasady wycena dla transakcji pochodnych rozliczanych poza CCP	Kontrahenci codziennie dokonują wyceny aktywnych kontraktów według wartości rynkowej. W przypadku gdy warunki rynkowe uniemożliwiają dokonanie wyceny rynkowej, stosuje się rzetelną i ostrożnościową wycenę w oparciu o model.	Art. 11.2
Zasady zarządzania zabezpieczeniami dla transakcji pochodnych rozliczanych poza CCP	Kontrahenci transakcji muszą mieć procedury zarządzania ryzykiem, które wymagają terminowej, precyzyjnej i odpowiednio wyodrębnionej wymiany zabezpieczeń w odniesieniu do kontraktów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym.	Art. 11.3
Wymogi kapitałowe dla transakcji pochodnych rozliczanych poza CCP	Kontrahenci finansowi utrzymują odpowiednie i proporcjonalne kwoty kapitału, aby zarządzać ryzykiem nieobjętym odpowiednią wymianą zabezpieczeń.	Art. 11.4

Źródło: Opracowanie własne na podstawie (EMIR)

Rozporządzenie EMIR przewiduje dwa uzupełniające się sposoby podejścia do wyznaczania klas instrumentów pochodnych podlegających obowiązkowi rozliczania w CCP. W ramach tak zwanego podejścia oddolnego, działania inicjowane są przez lokalny organ nadzoru w sytuacji, gdy udzieli on CCP zezwolenia na rozliczanie danej klasy instrumentów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym. W podejściu odgórnym działania inicjowane są przez ESMA. ESMA identyfikuje klasy instrumentów pochodnych, które powinny podlegać obowiązkowi rozliczania, a na rozliczenie których żaden CCP nie otrzymał jeszcze zezwolenia. Identyfikacja przeprowadzana jest pod kątem analizy następujących kryteriów (EMIR, s. 19):

- **stopień standaryzacji danej klasy instrumentów pochodnych** - stopień standaryzacji procesów operacyjnych oraz warunków umownych obejmujących w szczególności dokumentację prawną, w tym umowy ramowe o wzajemnej kompensacie zobowiązań, wykorzystywane definicje, standardowe warunki oraz wzory potwierdzeń;
- **wolumen i płynność danej klasy instrumentów** – analiza zdolności CCP do zarządzania ryzykiem w przypadku rozliczania danej klasy instrumentów, stabilności oraz głębokości rynku, liczby i wartości transakcji oraz wpływu na płynność rynku ekstremalnych zdarzeń rynkowych, takich jak na przykład upadłość jednego z jego uczestników;
- **dostępność rzetelnych, wiarygodnych i powszechnie akceptowanych informacji rynkowych** – sprawdzenie czy informacje potrzebne do prawidłowej wyceny danego typu instrumentów są łatwo dostępne uczestnikom rynku na normalnych zasadach handlowych i czy pozostaną one łatwo dostępne, jeżeli dana klasa kontraktów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym zacznie podlegać obowiązkowi rozliczania.

Analizując działania poszczególnych CCP w zakresie starania się o autoryzację można oczekiwać, że jako pierwsze obowiązkowi rozliczenia objęte będą jednowalutowe liniowe instrumenty pochodne stopy procentowej takie jak kontrakty FRA, kontrakty IRS oraz kontrakty TBS. Przewiduje się, że obowiązek rozliczenia dla tych grup instrumentów powinien zacząć obowiązywać począwszy od końca III kwartału 2014 roku. W drugim etapie obowiązkowi rozliczenia objęte zostaną instrumenty walutowe takie jak kontrakty *fx forward*, *fx swap* oraz CIRS.

5.2. Ewolucja metody konstrukcji krzywej

Celem niniejszego podrozdziału jest prezentacja ewolucji wykorzystywanych w praktyce metody konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych. Zmiany te były każdorazowo konsekwencją zmian w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej takich jak załamanie obowiązujących wcześniej zależności arbitrażowych, wzrost znaczenia określonych klas instrumentów, zmiany w otoczeniu regulacyjnym. W celu uwzględnienia zmian zachodzących na rynku uczestnicy rynku zmuszeni byli na bieżąco dostosowywać wykorzystywane metody konstrukcji krzywych.

Opisywane między innymi przez Rona (2000) oraz Ametrano i Bianchettiego (2009) klasyczne podejście do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego zakładało stosowanie następującego algorytmu konstrukcji krzywej:

- 1) wybierz zbiór dostatecznie płynnych instrumentów rynkowych rynku międzybankowego o tym samym poziomie ryzyka kredytowego oraz rosnących terminach zapadalności;
- 2) na bazie wybranych notowań oraz wybranej metody numerycznej zbuduj krzywą czynników dyskontowych;
- 3) stwórz krzywą terminową stóp procentowych rynku międzybankowego wykorzystując do tego celu zbudowaną wcześniej krzywą czynników dyskontowych.

Proponowana metodyka zakłada budowę wyłącznie jednej krzywej terminowej stóp procentowych. W podejściu tym kontrakt IRS oparty na stopie WIBOR 3M zostanie wyceniony na podstawie tej samej krzywej co kontrakt IRS oparty na stopie WIBOR 6M.

Założenia leżące u podstaw metodyki są analogiczne do założeń teoretycznych jednoczynnikowych modeli stopy procentowej takich jak model Vasicka (1977) lub model CIR (Cox, Ingersoll, Ross, 1985). W modelach tych zmiany w poziomie rynkowych stóp procentowych opisać można za pomocą jednej podstawowej zmiennej rynkowej wyrażonej przez zmiany krótkoterminowej stopy procentowej. Ewolucja krótkoterminowej stopy procentowej jest czynnikiem, który ma wpływ na ewolucję wszystkich pozostałych stóp, niezależnie od ich terminu zapadalności.

Praktyka rynkowa konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych zakłada wykorzystywanie tak zwanej krzywej dyskontowej, na którą składają się stopy procentowe wykorzystywane w celu uzyskania czynników dyskontowych dla rosnących terminów zapadalności w danej walucie oraz krzywej projekcyjnej, na którą składają się projekcje poziomów rynkowych stóp referencyjnych dla rosnących terminów zapadalności.

Stopy natychmiastowe z krzywej dyskontowej pozwalają na wyznaczenie czynników dyskontowych wykorzystywanych do dyskontowania przyszłych przepływów pieniężnych w danej walucie. Zależność pomiędzy stopą natychmiastową $L^D(t,T)$ w kapitalizacji prostej z krzywej dyskontowej a czynnikiem dyskontowym $P^D(t,T)$ wynika ze wzoru (1.6) na stopę natychmiastową w kapitalizacji prostej. Zależność tę dla krzywej dyskontowej opisać można za pomocą wzoru:

$$L^D(t,T) = \frac{1}{T-t} \left(\frac{1}{P^D(t,T)} - 1 \right), \quad (5.12)$$

gdzie:

- $P^D(t,T)$ - czynnik dyskontowy z krzywej dyskontowej w chwili t dla daty zapadalności T ;
- $L^D(t,T)$ - stopa natychmiastowa w kapitalizacji prostej z krzywej dyskontowej w chwili t dla daty zapadalności T .

Wykorzystując czynniki dyskontowe $P^j(t,T)$ uzyskanych na podstawie stóp natychmiastowych z krzywej projekcyjnej można uzyskać terminową stopę procentową, czyli projekcję oczekiwanych poziomów rynkowych stóp referencyjnych rynku międzybankowego takich jak np. WIBOR 3M lub WIBOR 6M:

$$E_t \left[L^j(T_{i-1}, T_i) \right] = F^j(t, T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{T_i - T_{i-1}} \left(\frac{P^j(t, T_{i-1})}{P^j(t, T_i)} - 1 \right), \quad (5.13)$$

gdzie:

- $P^j(t, T_i)$ - czynnik dyskontowy z krzywej projekcyjnej dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej w chwili t dla daty zapadalności T_i ;
- $F^j(t, T_{i-1}, T_i)$ - stopa terminowa w kapitalizacji prostej z krzywej projekcyjnej dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej w chwili t dla okresu od T_{i-1} do T_i ;
- $L^j(T_{i-1}, T_i)$ - j -ta rynkowa stopa referencyjna w chwili T_{i-1} dla daty zapadalności T_i ;
- $E_t(\dots)$ - warunkowa wartość oczekiwana względem Φ_t zbioru informacji dostępnego do chwili t .

Zależności dane wzorami (5.12) oraz (5.13) pozwalają na modyfikację wzorów wyceny instrumentów pochodnych stopy procentowej. Wzór (1.19) na wartość obecną w chwili t

pozycji długiej w kontrakcie FRA, dla którego instrumentem bazowym jest j -ta rynkowa stopa referencyjna, ma wówczas postać:

$$FRA(t) = P^D(t, T_{i-1}) \cdot \frac{(F^j(t, T_{i-1}, T_i) - K) \cdot (T_i - T_{i-1})}{1 + F^j(t, T_{i-1}, T_i) \cdot (T_i - T_{i-1})}, \quad (5.14)$$

gdzie:

- K – zakontraktowana stopa transakcji FRA.

W podobny sposób można przekształcić wzór (1.22) na wartość obecną w chwili t pozycji długiej w kontrakcie IRS, dla którego instrumentem bazowym jest j -ta rynkowa stopa referencyjna:

$$IRS(t) = \sum_{m=1}^M F(t, T_{m-1}, T_m) \cdot (T_m - T_{m-1}) \cdot P^D(t, T_m) - K \cdot \sum_{l=1}^L (T_l - T_{l-1}) \cdot P^D(t, T_l), \quad (5.15)$$

gdzie:

- K - zakontraktowana stopa transakcji IRS;
- L – liczba płatności *nogi stałej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_L ;
- M – liczba płatności *nogi zmiennej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_L = T_M$).

Klasyczne podejście do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych zakładało, że stopy natychmiastowe z krzywej dyskontowej oraz stopy natychmiastowe z krzywej projekcyjnej są sobie równe, czyli zachodzi zależność:

$$s^{j,D}(t, T) = L^j(t, T) - L^D(t, T) = 0, \quad (5.16)$$

gdzie:

- $s^{j,D}(t, T)$ - poziom *spreadu* dla terminu zapadalności T pomiędzy krzywą dyskontową a krzywą projekcyjną dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej;
- $L^D(t, T)$ – stopa natychmiastowa z krzywej dyskontowej;
- $L^j(t, T)$ – stopa natychmiastowa z krzywej projekcyjnej dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej;

oraz

$$F^j(t, T_{i-1}, T_i) = F^D(t, T_{i-1}, T_i), \quad (5.17)$$

gdzie:

- $F^D(t, T_{i-1}, T_i)$ – terminowa stopa procentowa z krzywej dyskontowej;
- $F^j(t, T_{i-1}, T_i)$ – terminowa stopa procentowa z krzywej projekcyjnej dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej.

Wykorzystując zależności dane równaniami od (5.12) do (5.17) wyznaczyć można następujący algorytm *bootstrappingu* krzywej terminowej stóp procentowych wykorzystujący rynkowe notowania głównych instrumentów rynku międzybankowego. Algorytm ten jest analogiczny w stosunku do algorytmu zaprezentowanego w podrozdziale 2.3.

Algorytm 5.1

Krok 1:

Dla krótkich terminów zapadalności zachodzi zależność dana wzorem (5.12). Stopa natychmiastowa wyznaczana jest na podstawie poziomów referencyjnych stóp procentowych rynku międzybankowego dla rosnących terminów zapadalności:

Krok 2:

Dla terminów zapadalności, dla których brak jest notowań referencyjnych stóp procentowych rynku międzybankowego lub notowania te uznane zostały za niepełne, wykorzystywane są notowania transakcji FRA/ transakcji *futures*. Przy założeniu, że czynnik dyskontowy $P^D(t, T_{i-1})$ dla terminu zapadalności T_{i-1} jest znany, wzór pozwalający na wyznaczanie wartości czynnika dyskontowego $P^D(t, T_i)$ dla terminu zapadalności $T_i > T_{i-1}$ ma postać:

$$P^D(t, T_i) = \frac{P^D(t, T_{i-1})}{1 + K \cdot (T_i - T_{i-1})}, \quad (5.18)$$

gdzie:

- K – zakontraktowana stopa transakcji FRA.

Krok 3:

Dla dłuższych terminów zapadalności, dla których brak jest notowań transakcji FRA/ transakcji *futures* lub notowania te uznane zostały za nie płynne, wykorzystywane są notowania transakcji IRS. Przy założeniu, że czynniki dyskontowe $P^D(t, T_{i-1})$ dla terminów zapadalności krótszych niż T_N są znane, wzór pozwalający na wyznaczenie wartości czynnika dyskontowego $P^D(t, T_N)$ dla terminu zapadalności T_N ma postać:

$$P^D(t, T_N) = \frac{1 - K \cdot \sum_{i=1}^{N-1} (T_i - T_{i-1}) \cdot P^D(t, T_i)}{1 + K \cdot (T_N - T_{N-1})}, \quad (5.19)$$

gdzie:

- K - zakontraktowana stopa transakcji IRS;
- N – liczba płatności *nogi stałej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_N .

Koniec algorytmu.

Algorytm 5.1 pozwala na budowę krzywych stóp procentowych oddzielnie dla poszczególnych analizowanych walut. Zależności pomiędzy stopami procentowymi dla poszczególnych walut oraz poziomy terminowych kursów walutowych pozwalających na wycenę transakcji walutowych takich jak transakcje *fx swap* oraz CCBS modelowane są przy założeniu, że parytet stóp procentowych jest zachowany, czyli zachodzi zależność:

$$F_{Y/X}(t, T) = S_{Y/X}(t) \cdot \frac{1 + L_X^D(t, T) \cdot (T - t)}{1 + L_Y^D(t, T) \cdot (T - t)}, \quad (5.20)$$

gdzie:

- $F_{Y/X}(t, T)$ - walutowy kurs terminowy dla terminu zapadalności T wyrażony jako ilość jednostek waluty X jakie trzeba zapłacić za jedną jednostkę waluty Y ;
- $S_{Y/X}(t)$ - kurs walutowy *spot* wyrażony jako ilość jednostek waluty X jakie trzeba zapłacić za jedną jednostkę waluty Y ;
- $L_X^D(t, T)$ – stopa natychmiastowa w kapitalizacji prostej z krzywej dyskontowej dla waluty X ;
- $L_Y^D(t, T)$ – stopa natychmiastowa w kapitalizacji prostej z krzywej dyskontowej dla waluty Y .

Zależności dane wzorami (5.16) oraz (5.20) wskazują, że wykorzystanie klasycznego podejścia do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego nie pozwala na istnienie istotnie różnych od zera wartości marż transakcji TBS oraz CCBS.

Kontrakt TBS pozwala na wymianę płatności wyznaczanych w oparciu o dwa różne indeksy stopy referencyjnej w jednej walucie, przy czym płatności te modyfikowane są o wartość marży doliczanej do jednej z nóg transakcji. W klasycznym podejściu do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych wzór (1.26) na wartość $TBS(t)$ w chwili t pozycji w kontrakcie TBS, w którym inwestor otrzymuje płatności oparte na marży oraz j -tej rynkowej stopie referencyjnej, w zamian za co płaci płatności oparte na i -tej rynkowej stopie referencyjnej, ma postać:

$$TBS(t) = N \cdot \sum_{k=1}^M [(T_k - T_{k-1}) \cdot P^D(t, T_k) \cdot (F^j(t, T_{k-1}, T_k) + m)] - N \cdot \sum_{l=1}^L [(T_l - T_{l-1}) \cdot P^D(t, T_l) \cdot F^i(t, T_{l-1}, T_l)], \quad (5.21)$$

gdzie:

- N – nominal transakcji;
- m - ustalona marża transakcji TBS;
- L – liczba płatności płaconych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_L ;
- M – liczba płatności otrzymywanych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_L = T_M$);
- $F^j(t, T_{i-1}, T_i)$ – terminowa stopa procentowa z krzywej projekcyjnej dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej;
- $P^D(t, T)$ - czynnik dyskontowy z krzywej dyskontowej w chwili t dla daty zapadalności T .

Istnienie zależności danej wzorem (5.16) sprawia, że można przekształcić formułę (5.21) używając wzór:

$$TBS(t) = (1 - P^D(t, T_M)) + \sum_{k=1}^M [(T_k - T_{k-1}) \cdot P^D(t, T_k) \cdot m] - (1 - P^D(t, T_L)). \quad (5.22)$$

Transakcja TBS jest transakcją symetryczną, czyli w dacie zawarcia jej wartość powinna być równa zero. Ponieważ $T_L = T_M$, ostatecznie otrzymać można:

$$TBS(t) = \sum_{k=1}^M [(T_k - T_{k-1}) \cdot P^D(t, T_k) \cdot m] = 0. \quad (5.23)$$

Równanie (5.23) jest spełnione tylko w przypadku, gdy marża transakcji TBS jest równa zero.

Transakcja CCBS jest modyfikacją transakcji TBS pozwalającą na wymianę płatności wyznaczanych w oparciu o indeksy stopy referencyjnej w dwóch różnych walutach. Dodatkowo na końcu oraz na początku obowiązywania następuje wymiana nominału transakcji. W klasycznym podejściu do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych wzór (1.26) na wartość $CCBS_X(t)$ w walucie X w chwili t pozycji w kontrakcie CCBS w którym inwestor otrzymuje płatności oparte na marży oraz j -tej rynkowej stopie referencyjnej w walucie X , w zamian za co płaci płatności oparte na i -tej rynkowej stopie referencyjnej w walucie Y , ma postać:

$$CCBS_X(t) = N_X \cdot \left\{ -1 + \sum_{m=1}^M [(F_X^j(t, T_{m-1}, T_m) + b) \cdot (T_m - T_{m-1}) \cdot P_X^D(t, T_m)] + P_X^D(t, T_M) \right\} \\ - N_Y \cdot S_{Y/X} \cdot \left\{ -1 + \sum_{l=1}^L [F_Y^i(t, T_{l-1}, T_l) \cdot (T_l - T_{l-1}) \cdot P_Y^D(t, T_l)] + P_Y^D(t, T_M) \right\}, \quad (5.24)$$

gdzie:

- b – ustalona marża transakcji CCBS;
- $P_X^D(t, T)$ – czynnik dyskontowy z krzywej dyskontowej w chwili t dla daty zapadalności T w walucie X ;
- $P_Y^D(t, T)$ – czynnik dyskontowy z krzywej dyskontowej w chwili t dla daty zapadalności T w walucie Y ;
- $F_X^j(t, T_{i-1}, T_i)$ – terminowa stopa procentowa z krzywej projekcyjnej dla j -tej rynkowej stopy referencyjnej w walucie X ;
- $F_Y^i(t, T_{j-1}, T_j)$ – terminowa stopa procentowa z krzywej projekcyjnej dla i -tej rynkowej stopy referencyjnej w walucie Y ;
- N_Y – nominal transakcji w walucie Y ;
- N_X – nominal transakcji w walucie X ;
- $S_{Y/X}(t)$ – rynkowy kurs waluty określony jako wartość jednostki waluty Y wyrażona w jednostkach waluty X ;
- L – liczba płatności płaconych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_L ;

- M – liczba płatności otrzymywanych od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_L = T_M$).

Zależność (5.16) oraz założenie, że dany wzorem (5.20) parytet stóp procentowych jest zachowany, sprawia, że wzór (5.24) można uprościć otrzymując:

$$CCBS_X(t) = N_X \cdot \sum_{m=1}^M b \cdot (T_m - T_{m-1}) \cdot P_X^D(t, T_m). \quad (5.25)$$

Klasyczne podejście do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych nie pozwala więc na poprawne uwzględnienie w metodyce konstrukcji krzywych fenomenu jakim są istotnie różne od zera marże transakcji TBS oraz CCBS.

Istnienie różnych od zera wartości marż transakcji TBS oraz CCBS opisywane było w literaturze przedmiotu począwszy od połowy lat dziewięćdziesiątych dwudziestego wieku (patrz m.in. Fruchard, Zammouri, Willems, 1995; Tuckman, Porfirio, 2003; Boenkost, Schmidt, 2005; Flavell, 2006, Henrard, 2007). Jednak w okresie przed kryzysem obserwowane na rynku poziomy marż transakcji TBS oraz CCBS były zbliżone do zera i nie miały istotnego wpływu na otrzymywane krzywe stóp procentowych. Wymienione powyżej prace miały głównie charakter teoretyczny bez wpływu na obserwowaną praktykę rynkową konstrukcji krzywej stóp procentowych.

Dopiero obserwowana na rynku postępująca segmentacja, powstała w wyniku kryzysu finansowego, oraz załamanie klasycznych zależności arbitrażowych sprawiły, że artykuły te stały się podstawową do rozwoju, zarówno opisywanych w literaturze jak również stosowanych w praktyce, nowych metodyk konstrukcji krzywych stóp procentowych rynku międzybankowego.

Wspomniana segmentacja rynku dotyczy również polskiego rynku międzybankowego. Wprowadzony przez ACI Polska w dniu 21 stycznia 2013 roku *fixing* indeksów instrumentów FRA, IRS oraz OIS zakłada podawanie osobnych notowań dla transakcji IRS opartych na stopie referencyjnej WIBOR 1M, WIBOR 3M oraz WIBOR 6M. Przykładowe notowanie indeksu na dzień 10 maja 2013 roku zaprezentowane zostało w Tabeli 5.4.

Tabela 5.4 Notowania *fixingu* instrumentów IRS na dzień 10 maja 2013 roku (stawki *Offer*)

Data zapadalności	IRS oparty na WIBOR 1M	IRS oparty na WIBOR 3M	IRS oparty na WIBOR 6M
1Y	2,538	2,570	2,678
2Y	2,466	2,496	2,548
3Y	2,492	2,524	2,568
4Y	Brak notowania	2,570	2,614
5Y	Brak notowania	2,618	2,658
6Y	Brak notowania	2,676	2,710
7Y	Brak notowania	2,736	2,770
8Y	Brak notowania	2,794	2,832
9Y	Brak notowania	2,848	2,884
10Y	Brak notowania	2,902	2,940

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ACI Polska

Opisywane w literaturze (patrz m.in. Ametrano, Bianchetti, 2009; Bianchetti, 2009; Chibane, Selvaraj, Sheldon, 2009; Henrard, 2009; Fujii, Shimada, Takahashi, 2010) wymagania odnośnie nowych, uwzględniających zmienione w wyniku kryzysu warunki rynkowe, metodyk konstrukcji krzywych stóp procentowych są następujące:

- 1) metodyka konstrukcji krzywych stóp procentowych musi uwzględniać zjawisko załamania zależności arbitrażowych pomiędzy stopami procentowymi dla różnych walut wyrażające się w rynkowych notowaniach istotnie różnych od zera marż transakcji TBS oraz CCBS;
- 2) metodyka konstrukcji krzywych stóp procentowych musi spełniać założenie, że dwa przepływy pieniężne o tej samej wartości w przyszłości mają tę samą wartość obecną, czyli stosowana jest wyłącznie jedna krzywa dyskontowa.

W celu uwzględnienia powyższych wymagań procedura konstrukcji krzywej stóp procentowych powinna zawierać następujące kroki (Ametrano, Bianchetti, 2009, s. 5):

- 1) wybierz zbiór dostatecznie płynnych instrumentów rynku międzybankowego o tym samym poziomie ryzyka kredytowego oraz rosnących terminach zapadalności i na ich podstawie zbuduj krzywą dyskontową;
- 2) wybierz zbiór dostatecznie płynnych instrumentów rynku międzybankowego o tym samym poziomie ryzyka kredytowego, rosnących terminach zapadalności oraz opartych na tej samej referencyjnej stopie procentowej (np. WIBOR 3M);

- 3) wykorzystując krzywą czynników dyskontowych oraz notowania wybranych instrumentach rynkowych zbuduj odpowiednie krzywe projekcyjne.

Algorytm *bootstrappingu* krzywej terminowej stóp procentowych, przy założeniu, że marże transakcji TBS są różne od zera zaprezentowany został poniżej.

Algorytm 5.2

Krok 1:

Krzywa dyskontowa budowana jest z wykorzystaniem klasycznego podejścia do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych (algorytm 5.1) na bazie zbioru dostatecznie płynnych instrumentów rynku międzybankowego w tej samej walucie oraz opartych na tej samej stopie referencyjnej. Wynikiem jest krzywa dyskontowa w walucie X :

$$L_X^D(t, T) = \frac{1}{T-t} \left(\frac{1}{P_X^D(t, T)} - 1 \right). \quad (5.26)$$

Krok 2:

W drugim kroku budowane są krzywe projekcyjne dla instrumentów w walucie X opartych na innych stopach referencyjnych niż krzywa dyskontowa.

Krok 2a:

Dla pierwszego terminu zapadalności, równego dacie zapadalności danej stopy referencyjnej krzywa projekcyjna wyznaczana jest na podstawie poziomu referencyjnej stopy procentowej z wykorzystaniem zależności:

$$P_X^j(t, T_i) = \frac{1}{1 + L_X^j(t, T_i) \cdot (T_i - t)}, \quad (5.27)$$

gdzie:

- $L_X^j(t, T_{i-1})$ – j -ta rynkowa stopa referencyjna w walucie X .

Krok 2b:

Dla dalszych terminów zapadalności wykorzystywane są notowania transakcji FRA/transakcji *futures*. Przy założeniu, że czynnik dyskontowy $P_X^j(t, T_{i-1})$ dla terminu zapadalności T_{i-1} jest

znany, wzór pozwalający na wyznaczenie wartości czynnika dyskontowego $P_X^j(t, T_i)$ dla terminu zapadalności $T_i > T_{i-1}$ ma postać:

$$P_X^j(t, T_i) = \frac{P_X^j(t, T_{i-1})}{1 + K_X^j(t, T_i) \cdot (T_i - T_{i-1})}, \quad (5.28)$$

gdzie:

- $K_X^j(t, T_i)$ – zakontraktowana stopa dla transakcji FRA w walucie X opartej na j -tej rynkowej stopie referencyjnej.

Krok 2c:

Dla dłuższych terminów zapadalności, dla których brak jest notowań transakcji FRA lub notowania te uznane zostały za niepełne, wykorzystywane są notowania transakcji TBS lub transakcji IRS opartych na j -tej rynkowej stopie referencyjnej.

Przy założeniu, że terminowe stopy procentowe dla terminów zapadalności krótszych niż T_N są znane, wzór pozwalający na wyznaczenie wartości terminowej stopy procentowej $F_X^j(t, T_{N-1}, T_N)$ w walucie X na okres od T_{N-1} do T_N z wykorzystaniem notowań transakcji TBS, ma postać:

$$F_X^j(t, T_{N-1}, T_N) = \frac{1 - P_X^D(t, T_N)}{(T_N - T_{N-1}) \cdot P_X^D(t, T_N)} - \frac{m_X^{j,D}(t, T_N) \cdot \sum_{k=1}^N (T_k - T_{k-1}) \cdot P_X^D(t, T_k)}{(T_N - T_{N-1}) \cdot P_X^D(t, T_N)} - \frac{\sum_{k=1}^{N-1} F_X^j(t, T_{k-1}, T_k) \cdot (T_k - T_{k-1}) \cdot P_X^D(t, T_k)}{(T_N - T_{N-1}) \cdot P_X^D(t, T_N)}, \quad (5.29)$$

gdzie:

- $m_X^{j,D}(t, T_N)$ - marża transakcji TBS w walucie X w której inwestor otrzymuje płatności oparte na marży oraz j -tej rynkowej stopie referencyjnej, w zamian za co płaci płatności oparte na stopie referencyjnej na bazie której zbudowano krzywą dyskontową;
- N - liczba płatności od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_N .

W przypadku, gdy w algorytmie wykorzystywane są notowania transakcji IRS opartej na j -tej stopie referencyjnej wzór (5.29) ma postać:

$$F_X^j(t, T_{N-1}, T_N) = \frac{K_X^j(t, T_N) \cdot \sum_{m=1}^M (T_m - T_{m-1}) \cdot P_X^D(t, T_m)}{(T_N - T_{N-1}) \cdot P_X^D(t, T_N)} - \frac{\sum_{k=1}^{N-1} F_X^j(t, T_{k-1}, T_k) \cdot (T_k - T_{k-1}) \cdot P_X^D(t, T_k)}{(T_N - T_{N-1}) \cdot P_X^D(t, T_N)}, \quad (5.30)$$

gdzie:

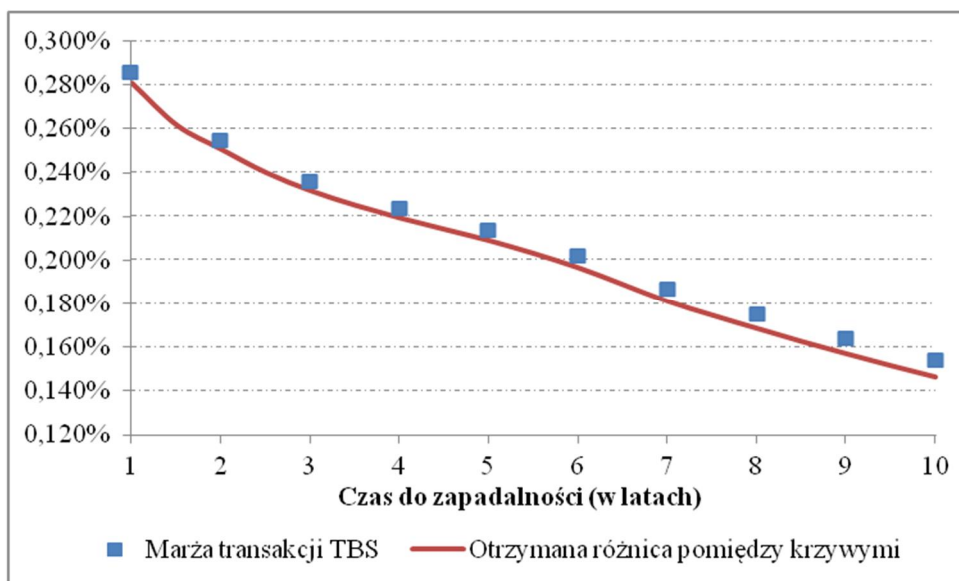
- $K_X^j(t, T_N)$ - ustalona stopa stała dla transakcji IRS w walucie X opartej na j -tej stopie referencyjnej;
- N - liczba płatności *nogi zmiennej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_N ;
- M - liczba płatności *nogi stałej* od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_N = T_M$).

Koniec algorytmu.

W przypadku, gdy marża transakcji TBS jest różna od zera, formuła (5.16) ma postać:

$$s_X^{j,D}(t, T) = L_X^j(t, T) - L_X^D(t, T) \cong m_X^{j,D}(t, T). \quad (5.31)$$

Różnica pomiędzy krzywą dyskontową a krzywą projekcyjną jest w przybliżeniu równa marży transakcji TBS opartej z jednej strony na stopie referencyjnej będącej podstawą krzywej dyskontowej oraz na stopie referencyjnej równej stopie będącej podstawą krzywej projekcyjnej. Wykres 5.8 prezentuje zależność pomiędzy marżą transakcji TBS wymieniającą EURIBOR 3M oraz EURIBOR 6M a otrzymaną różnicą pomiędzy krzywymi projekcyjnymi dla transakcji opartych o stopę EURIBOR 3M oraz EURIBOR 6M.

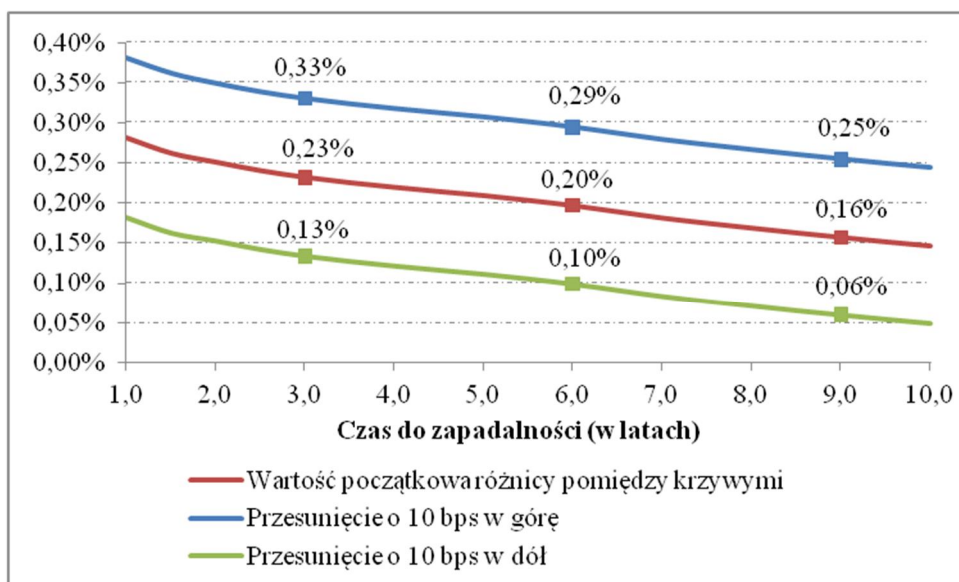


Wykres 5.8 Zależność pomiędzy poziomem rynkowej marży transakcji TBS a otrzymaną różnicą pomiędzy krzywymi

Źródło: Opracowanie własne

Analiza wykresu 5.8 potwierdza istnienie zależności danej wzorem (5.31). Czynnikiem mającym wpływ na różnicę pomiędzy krzywymi jest przede wszystkim poziom marży transakcji TBS.

Wykres 5.9 prezentuje wrażliwość różnicy pomiędzy krzywymi na równoległe przesunięcie marży transakcji TBS o 10 punktów bazowych w górę oraz 10 punktów bazowych w dół.



Wykres 5.9 Wrażliwość otrzymywanej różnicy pomiędzy krzywymi na równoległe przesunięcie poziomu rynkowej marży transakcji TBS

Źródło: Opracowanie własne

Wyniki prezentowane na wykresie 5.9 potwierdzają, że zmiany poziomu marży transakcji TBS są dodatkowym czynnikiem ryzyka mającym wpływ na poziom różnicy pomiędzy poszczególnymi krzywymi stóp procentowych.

Na podstawie krzywej dyskontowej oraz krzywych projekcyjnych w walucie X możliwe jest wyznaczenie krzywych dyskontowych oraz krzywych projekcyjnych w innych walutach. Wykorzystywane są w tym celu rynkowe notowania transakcji fx swap oraz kontraktów CCBS. Algorytm konstrukcji krzywych zaprezentowany został poniżej.

Algorytm 5.3

Krok 1:

W pierwszym kroku budowana jest krzywa dyskontowa dla waluty Y . W tym celu wykorzystywana jest krzywa dyskontowa dla waluty X zbudowana z wykorzystaniem algorytmu 5.1.

Krok 1a:

Dla krótkich terminów zapadalności wykorzystywane są notowania transakcji fx swap. Przy założeniu, że czynnik dyskontowy $P_X^D(t, T_i)$ z krzywej dyskontowej w walucie X dla terminu zapadalności T_i jest znany, wzór pozwalający na wyznaczenie wartości czynnika dyskontowego $P_Y^D(t, T_i)$ w walucie Y dla terminu zapadalności T_i ma postać:

$$P_Y^D(t, T_i) = \frac{F_{Y/X}(t, T_i)}{S_{Y/X}(t)} \cdot P_X^D(t, T_i), \quad (5.32)$$

gdzie:

- $F_{Y/X}(t, T_i)$ – walutowy kurs terminowy dla terminu zapadalności T_i wyrażony jako ilość jednostek waluty X jakie trzeba zapłacić za jedną jednostkę waluty Y ;
- $S_{Y/X}(t)$ – rynkowy kurs waluty określony jako wartość jednostki waluty Y wyrażona w jednostkach waluty X .

Krok 1b:

Dla dłuższych terminów zapadalności, dla których brak jest notowań transakcji fx swap lub notowania te uznane zostały za nie płynne, wykorzystywane są notowania transakcji CCBS. Przy założeniu, że krzywa dyskontowa w walucie X dla terminów zapadalności do T_N oraz krzywa dyskontowa w walucie Y dla terminów zapadalności do T_{N-1} jest znana, wzór pozwalający na wyznaczenie wartości czynnika dyskontowego w walucie Y dla terminu zapadalności T_N ma postać:

$$\begin{aligned}
P_Y^D(t, T_N) = & \frac{K_X^j(t, T_M) \cdot \sum_{m=1}^M (T_m - T_{m-1}) \cdot P_X^D(t, T_m)}{1 + K_Y^j(t, T_N) \cdot (T_N - T_{N-1})} + \\
& + \frac{b_{X,Y}^j(t, T_L) \cdot \sum_{l=1}^L (T_l - T_{l-1}) \cdot P_X^D(t, T_l) + P_X^D(t, T_L)}{1 + K_Y^j(t, T_N) \cdot (T_N - T_{N-1})} - , \\
& - \frac{K_Y^j(t, T_N) \cdot \sum_{n=1}^{N-1} (T_n - T_{n-1}) \cdot P_Y^D(t, T_n)}{1 + K_Y^j(t, T_N) \cdot (T_N - T_{N-1})}
\end{aligned} \tag{5.33}$$

gdzie:

- $K_X^j(t, T_M)$ - ustalona stopa stała dla transakcji IRS w walucie X opartej na j -tej stopie referencyjnej;
- M - liczba płatności *nogi stałej* dla transakcji IRS w walucie X od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_N = T_M = T_L$);
- $K_Y^j(t, T_N)$ - ustalona stopa stała dla transakcji IRS w walucie Y opartej na j -tej stopie referencyjnej;
- N - liczba płatności *nogi stałej* dla transakcji IRS w walucie Y od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_N ($T_N = T_M = T_L$);
- $b_{X,Y}^j(t, T_L)$ - marża transakcji CCBS w której inwestor otrzymuje płatności oparte na marży oraz j -tej rynkowej stopie referencyjnej w walucie X, w zamian za co płaci płatności oparte na j -tej rynkowej stopie referencyjnej w walucie Y;
- L - liczba płatności dla transakcji CCBS od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_N ($T_N = T_M = T_L$).

W sytuacji, gdy marża transakcji CCBS płacona jest w walucie Y wzór (5.33) ma postać:

$$\begin{aligned}
P_Y^D(t, T_N) = & \frac{K_X^j(t, T_M) \cdot \sum_{m=1}^M (T_m - T_{m-1}) \cdot P_X^D(t, T_m) + P_X^D(t, T_M)}{1 + K_Y^j(t, T_N) \cdot (T_N - T_{N-1}) + b_{Y,X}^j(t, T_L) \cdot (T_L - T_{L-1})} - \\
& - \frac{b_{Y,X}^j(t, T_L) \cdot \sum_{l=1}^{L-1} (T_l - T_{l-1}) \cdot P_X^D(t, T_l)}{1 + K_Y^j(t, T_N) \cdot (T_N - T_{N-1}) + b_{Y,X}^j(t, T_L) \cdot (T_L - T_{L-1})} - \\
& - \frac{K_Y^j(t, T_N) \cdot \sum_{n=1}^{N-1} (T_n - T_{n-1}) \cdot P_Y^D(t, T_n)}{1 + K_Y^j(t, T_N) \cdot (T_N - T_{N-1}) + b_{Y,X}^j(t, T_L) \cdot (T_L - T_{L-1})} ,
\end{aligned} \tag{5.34}$$

gdzie:

- $b_{Y,X}^j(t, T_L)$ - marża transakcji CCBS w której inwestor otrzymuje płatności oparte o marżę oraz j -tą rynkową stopę referencyjną w walucie Y , w zamian za co płaci płatności oparte o j -tą stopę referencyjną w walucie X .

Krok 2:

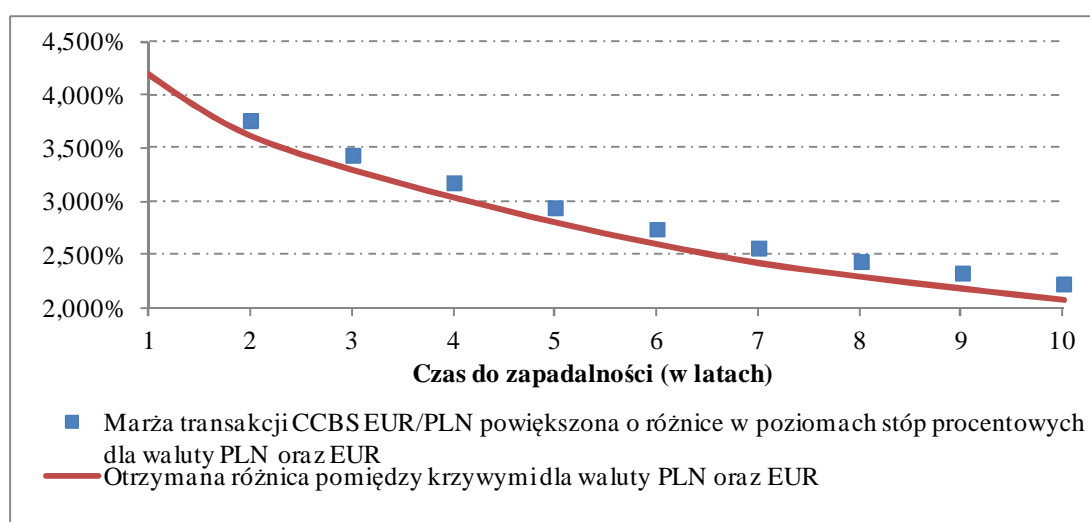
Krzywa dyskontowa dla instrumentów walucie Y pozwala na konstrukcję krzywych projekcyjnych w walucie Y z wykorzystaniem algorytmu 5.2.

Koniec algorytmu.

W przypadku, gdy marża transakcji CCBS jest różna od zera, różnica $s_{X,Y}^D$ pomiędzy krzywymi dyskontowymi dla dwóch walut dana jest wzorem postaci:

$$s_{X,Y}^D(t, T) = L_Y^D(t, T) - L_X^D(t, T) \cong b_{X,Y}^j(t, T) + K_Y^j(t, T) - K_X^j(t, T). \quad (5.35)$$

Różnica pomiędzy krzywymi dyskontowymi w obu walutach jest w przybliżeniu równa parytetowi stóp procentowych dla obu walut zmodyfikowanemu o wartość marży transakcji CCBS. Wykres 5.9 prezentuje zależność pomiędzy marżą transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN powiększoną o różnicę w poziomach stóp transakcji IRS w walucie PLN oraz walucie EUR, a otrzymaną różnicą pomiędzy krzywymi dyskontowymi dla waluty PLN oraz waluty EUR.

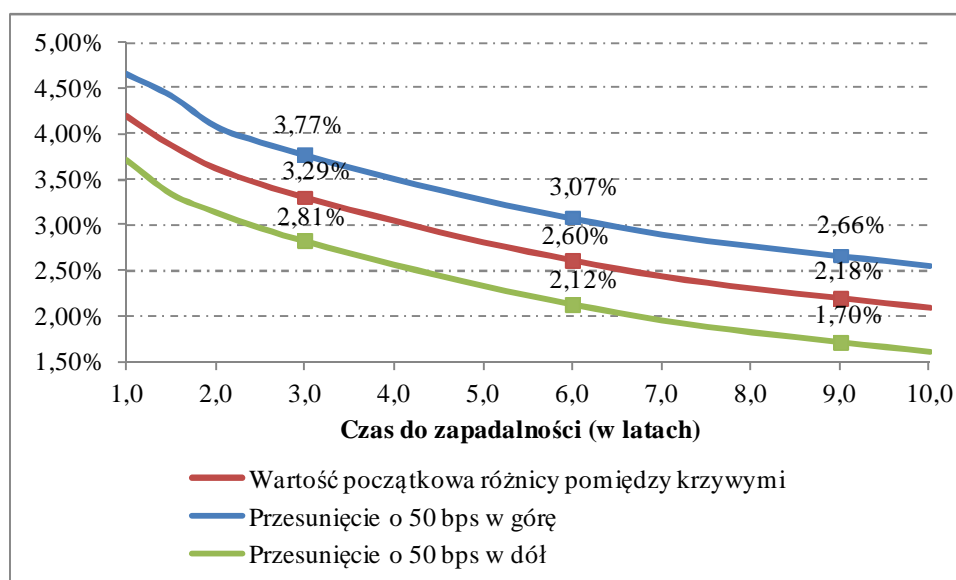


Wykres 5.10 Wpływ rynkowej marży transakcji CCBS oraz różnicy w poziomach stóp procentowych na otrzymaną różnicę pomiędzy krzywymi dyskontowymi dla dwóch walut

Źródło: Opracowanie własne

Uzyskane wyniki, zaprezentowane na wykresie 5.10, potwierdzają istnienie zależności danej wzorem (5.35). W przypadku zastosowania algorytmu 5.3 czynnikiem mającym wpływ na różnice pomiędzy krzywymi dyskontowymi dla dwóch walut jest nie tylko różnica w poziomach stóp procentowych dla obu walut, ale również wartość marży transakcji CCBS. Na różnice w poziomie czynników dyskontowych dla dwóch walut wpływ mają nie tylko oczekiwania co do różnic w poziomie stóp procentowych, ale również różnice w postrzeganiu ryzyka płynności oraz ryzyka kredytowego dla analizowanych walut dane wartością marży transakcji CCBS. Marża transakcji CCBS staje się więc dodatkowym czynnikiem ryzyka koniecznym do uwzględnienia w metodyce konstrukcji krzywych.

Wykres 5.11 stanowi potwierdzenie tego spostrzeżenia. Wykres 5.11 prezentuje wrażliwość różnicy pomiędzy krzywymi dyskontowymi dla dwóch walut na równoległe przesunięcie marży transakcji CCBS o 50 punktów bazowych w górę oraz 50 punktów bazowych w dół.



Wykres 5.11 Wrażliwość otrzymywanej różnicy pomiędzy krzywymi dyskontowymi dla dwóch walut na równoległe przesunięcie poziomu rynkowej marży transakcji CCBS

Źródło: Opracowanie własne

Celem niniejszego podrozdziału była prezentacja ewolucji wykorzystywanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych. W pierwszym etapie ewolucja metodyk konstrukcji krzywych miała na celu przede wszystkim poprawne uwzględnienie wpływu istotnie różnych od zera marż transakcji TBS oraz CCBS.

Nowa metodyka polegająca na wykorzystywaniu dwóch krzywych, to znaczy krzywej dyskontowej służącej do dyskontowania przyszłych przepływów pieniężnych oraz krzywej projekcyjnej pozwalającej na wyznaczenie oczekiwanych poziomów stóp referencyjnych, ma określone implikacje dla samego procesu konstrukcji krzywych. Metodyka ta nie pozwala na

stosowanie uproszczeń widocznych w klasycznym podejściu do konstrukcji krzywych (algorytm 5.1) i zakładanie występowania zjawiska *pull to par phenomenon*. Wykorzystywanie krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej powoduje, że konieczne staje się wyznaczenie przyszłych poziomów stóp referencyjnych dla wszystkich dat ustalenia tej stopy w horyzoncie konstrukcji krzywej. Ilość dat zależy od terminu zapadalności danej stopy referencyjnej. Przykładowo dla okresu trzech lat konieczne będzie wyznaczenie poziomu oczekiwanych stóp referencyjnych dla dwunastu dat dla stopy referencyjnej WIBOR 3M oraz trzydziestu sześciu dat dla stopy referencyjnej WIBOR 1M. Jednocześnie notowania instrumentów rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywych podawane są najczęściej dla dat zapadalności z częstotliwością roczną. W procesie konstrukcji krzywych istotnie wzrasta więc znaczenie wykorzystywanego algorytmu interpolacji.

5.3. Metodyka konstrukcji krzywej z uwzględnieniem kosztu depozytu zabezpieczającego

W wyniku kryzysu finansowego istotnie wzrosło znaczenie transakcji zabezpieczanych depozytem zabezpieczającym oraz rozliczanych przez izby rozliczeniowe. Transakcje te uznawane są za transakcje o minimalnym poziomie ryzyka kontrahenta. Wykorzystanie depozytu zabezpieczającego powoduje powstawanie dodatkowych przepływów w ramach wycenianego kontraktu, związanych z wymianą depozytu zabezpieczającego. Teoretyczne podstawy metodyki konstrukcji krzywych stóp procentowych wykorzystywanych na potrzeby wyceny transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym przedstawione zostały m.in. w (Johannes, Sundaresan, 2007; Fujii, Shimada, Takahashi, 2010; Piterbarg, 2012). Jak zaprezentowane zostało w podrozdziale 5.1 niniejszej pracy przepływy pieniężne z transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym powinny być dyskontowane za pomocą stóp natychmiastowych wyznaczonych na podstawie stopy oprocentowania depozytu zabezpieczającego. Wartość godziwa transakcji równa więc jest oczekiwanej wartości przepływów z tytułu transakcji zdyskontowanych na datę wyceny z wykorzystaniem czynników dyskontowych wyznaczonych na podstawie stopy oprocentowania depozytu zabezpieczającego.

W praktyce rynkowej stopą oprocentowania depozytu zabezpieczającego jest najczęściej stopa *overnight* waluty, w której przekazany został depozyt zabezpieczający, przykładowo dla waluty EUR jest to indeks *overnight* EONIA, dla waluty PLN indeks *overnight* POLONIA. Konieczne zatem jest wyznaczenie oczekiwanych, przyszłych poziomów stóp *overnight* w danej walucie. Instrumentem rynkowym, którego notowania zależą od oczekiwanych przyszłych poziomów stóp *overnight* w danej walucie, jest transakcja OIS.

W kontrakcie OIS z jednej strony płacona jest uzgodniona stopa stała kontraktu, z drugiej średnia geometryczna ze stopy *overnight* rynku międzybankowego liczona dla całego okresu życia transakcji. Wartość $OIS(t)$ długiej pozycji w kontrakcie OIS w dowolnej chwili t do daty zapadalności kontraktu wyznaczyć można z wykorzystaniem formuły:

$$OIS(t) = \prod_{n=1}^N \left[1 + F^D(t, T_{n-1}, T_n) \right] \cdot (T_n - T_{n-1}) \cdot P^D(t, T_n) - K \cdot \sum_{m=1}^M (T_m - T_{m-1}) \cdot P^D(t, T_m), \quad (5.36)$$

gdzie:

- K – ustalona stopa stała transakcji OIS;
- M – liczba płatności według stopy stałej w transakcji OIS od chwili t do daty zapadalności kontraktu T_M ($T_M = T_N$);
- N – liczba dni ustalania poziomu stopy *overnight* do daty zapadalności kontraktu T_N ($T_M = T_N$);
- $F(t, T_{n-1}, T_n)$ – oczekiwany poziom stopy *overnight* w okresie od T_{n-1} do T_n .

Zauważając, że:

$$F^D(t, T_{n-1}, T_n) = \frac{1}{T_n - T_{n-1}} \cdot \left(\frac{P^D(t, T_{n-1})}{P^D(t, T_n)} - 1 \right), \quad (5.37)$$

wzór (5.36) można uprościć, otrzymując:

$$OIS(t) = 1 - P^D(t, T_N) - K \cdot \sum_{m=1}^M (T_m - T_{m-1}) \cdot P^D(t, T_m). \quad (5.38)$$

Algorytm *bootstrappingu* krzywej dyskontowej dla waluty X , przy założeniu, że depozyt zabezpieczający złożony został w tej samej walucie, zaprezentowany został poniżej.

Algorytm 5.4

Krok 1:

W pierwszym kroku budowana jest krzywa dyskontowa dla waluty X . W tym celu wykorzystywany jest zbiór płynnych notowań transakcji OIS w walucie X o rosnących terminach zapadalności. Przy założeniu, że krzywa dyskontowa w walucie X dla terminów zapadalności do

T_{M-1} jest znana, czynnik dyskontowy $P_X^D(t, T_M)$ w walucie X dla terminu zapadalności T_M wyznaczany jest z wykorzystaniem wzoru:

$$P_X^D(t, T_M) = \frac{1 - K_X^D(t, T_M) \cdot \sum_{m=1}^{M-1} (T_m - T_{m-1}) \cdot P^D(t, T_m)}{1 + K_X^D(t, T_M) \cdot (T_M - T_{M-1})}, \quad (5.39)$$

gdzie:

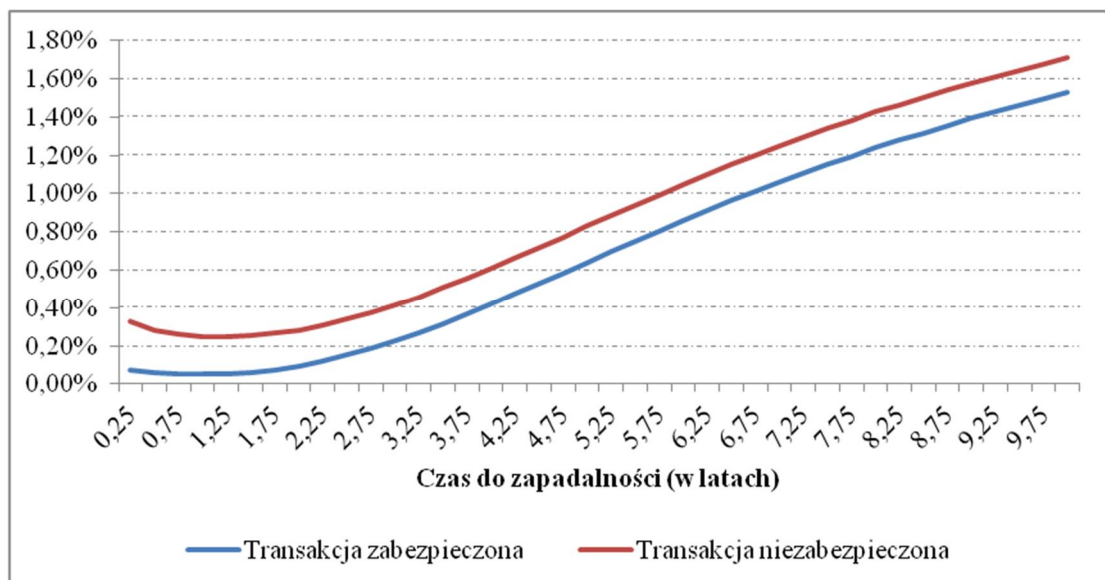
- $K_X^D(t, T_M)$ – ustalona stopa stała dla transakcji OIS w walucie X o terminie zapadalności T_M .

Krok 2:

Krzywa dyskontowa dla instrumentów walucie X pozwala na konstrukcję krzywych projekcyjnych w walucie X z wykorzystaniem algorytmu 5.2.

Koniec algorytmu.

Obecność premii za ryzyko powoduje, że poziomy stóp referencyjnych w danej walucie mogą być znacząco wyższe niż poziomy stopy *overnight* uznawanej za stopę wolną od ryzyka w danej walucie, szczególnie w warunkach kryzysu i niepewności na rynku. Wykres 5.12 prezentuje krzywą dyskontową w walucie EUR na dzień 20 sierpnia 2012 roku otrzymaną przy założeniu, że transakcja nie jest zabezpieczona oraz, że jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym.

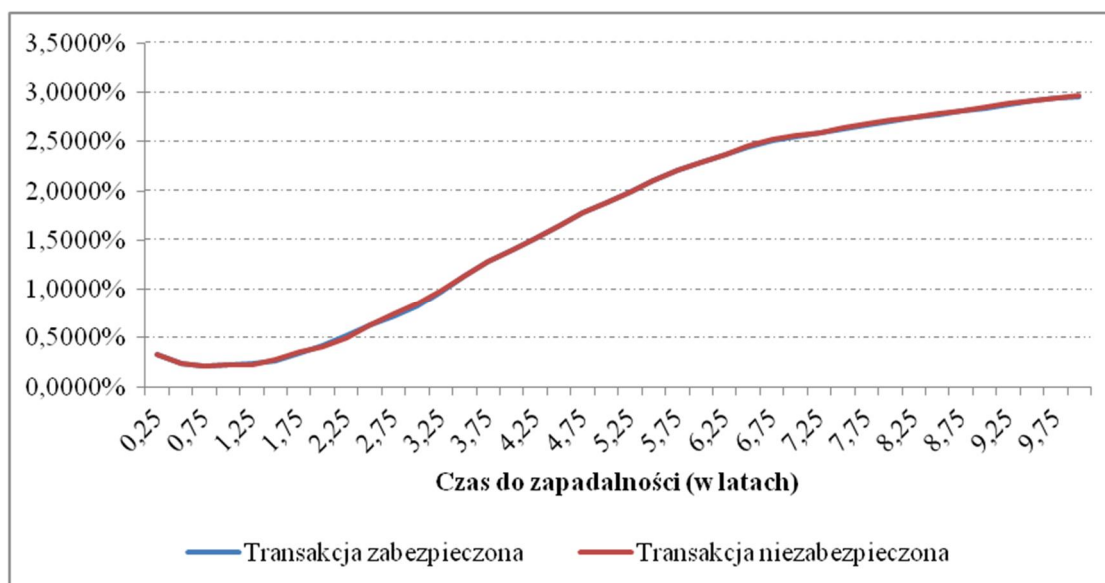


Wykres 5.12 Krzywa dyskontowa w walucie EUR na dzień 20 sierpnia 2012 roku dla transakcji niezabezeczonych oraz transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym

Źródło: Opracowanie własne

Różnicę w poziomie krzywej dyskontowej dla transakcji niezabezpieczonej oraz zabezpieczonej depozytem zabezpieczającym interpretować można jako wartość premii za ryzyko implikowanej z notowań instrumentów rynkowych. Obecność premii za ryzyko sprawia, że stopy procentowe dla krzywej dyskontowej dla transakcji, które nie są zabezpieczane depozytem zabezpieczającym, kształtują się na wyższym poziomie niż stopy procentowe dla transakcji zabezpieczonych. Implikuje to wyższą stopę dyskonta dla transakcji, które nie są zabezpieczane depozytem zabezpieczającym. W rezultacie wartość godziwa dwóch identycznych transakcji, z których jedna jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym, a druga nie, będzie różna. Racjonalny inwestor oczekiwać będzie z transakcji niezabezpieczonej depozytem zabezpieczającym wyższej stopy zwrotu mającej mu wynagrodzić ryzyko z tytułu możliwości upadłości kontrahenta transakcji.

W przeciwieństwie do krzywej dyskontowej, premia za ryzyko nie ma dużego znaczenia dla poziomu otrzymywanej krzywej projekcyjnej. Wykres 5.13 prezentuje krzywą projekcyjną dla waluty EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku otrzymaną przy założeniu, że transakcja nie jest zabezpieczona oraz, że jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym.



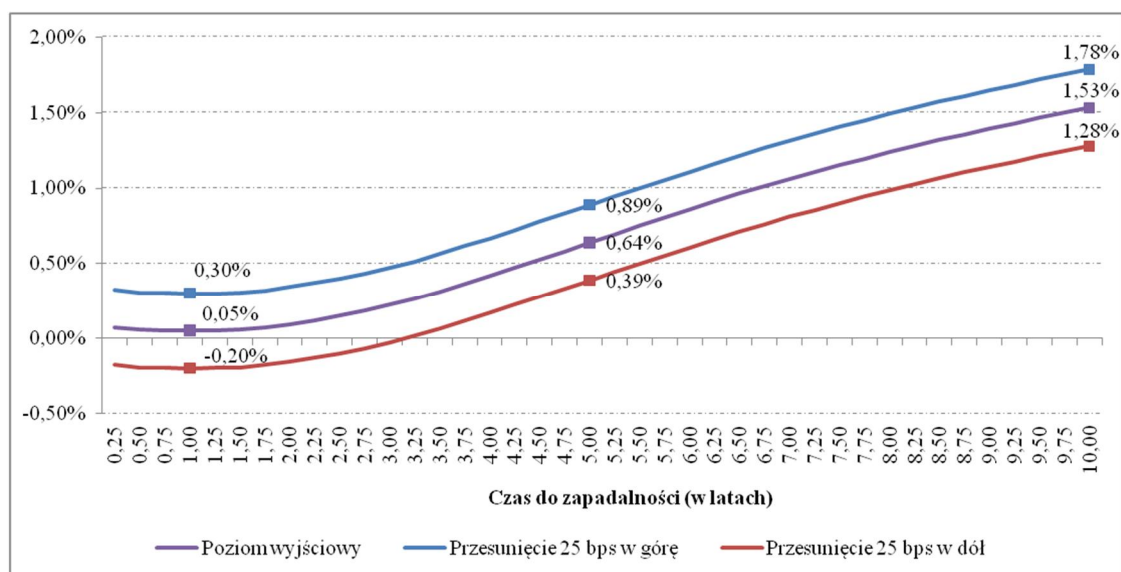
Wykres 5.13 Krzywa projekcyjna w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku dla transakcji niezabezpieczonych oraz transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym

Źródło: Opracowanie własne

Obecność premii za ryzyko nie ma wpływu na poziom otrzymywanej krzywej projekcyjnej. Poziom krzywej projekcyjnej zależy przede wszystkim od notowań instrumentów rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywej projekcyjnej.

W dalszej części podrozdziału zaprezentowane zostały wyniki analizy wrażliwości krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w tej samej walucie, na zmiany poziomu stóp rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywych. Analiza przeprowadzona została dla danych z rynku waluty EUR na dzień 20 sierpnia 2012 roku.

Wykres 5.14 prezentuje wrażliwość krzywej dyskontowej na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS o 25 punktów bazowych w górę i w dół.

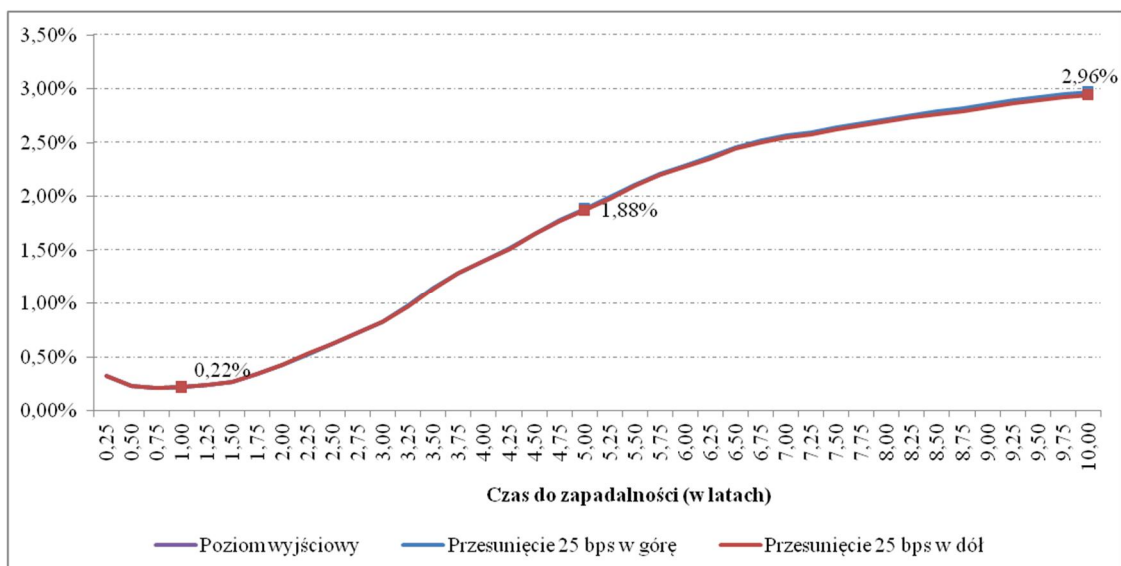


Wykres 5.14 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS o 25 punktów bazowych w górę i w dół

Źródło: Opracowanie własne

Równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS o 25 punktów bazowych w górę i w dół powoduje przesunięcie krzywej dyskontowej. Rynkowe notowania transakcji OIS są więc jednym z czynników ryzyka mających wpływ na poziom oraz kształt krzywej dyskontowej.

Wykres 5.15 prezentuje wrażliwość krzywej projekcyjnej na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS o 25 punktów bazowych w górę i w dół.

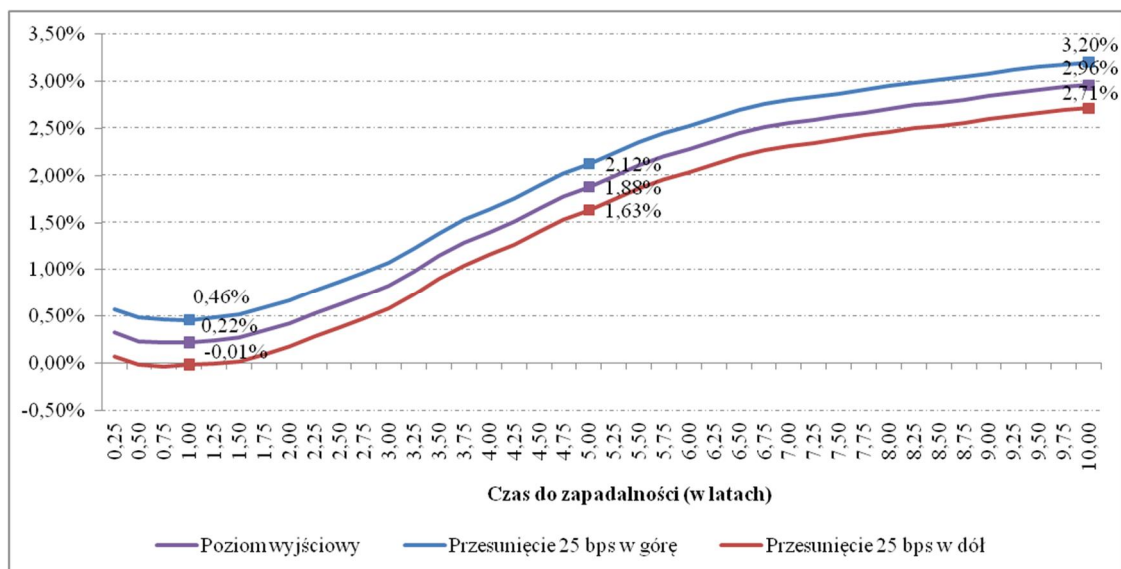


Wykres 5.15 Wrażliwość krzywej projekcyjnej dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS o 25 punktów bazowych w górę i w dół

Źródło: Opracowanie własne

W tym wypadku zmiany poziomu rynkowych notowań transakcji OIS nie powodują przesunięcia krzywej projekcyjnej. Rynkowe notowania transakcji OIS nie mają wpływu na poziom oraz kształt krzywej projekcyjnej.

Na wykresie 5.16 zaprezentowano wyniki analizy wrażliwości krzywej projekcyjnej dla stopy EURIBOR 3M na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS opartych o stopę EURIBOR 3M o 25 punktów bazowych w górę i w dół.



Wykres 5.16 Wrażliwość krzywej projekcyjnej dla stopy EURIBOR 3M dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS opartych o stopę EURIBOR 3M o 25 punktów bazowych w górę i w dół

Źródło: Opracowanie własne

Wyniki prezentowane na wykresie 5.16 wskazują, że równoległe przesunięcia poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS o 25 punktów bazowych w górę i w dół powodują zmiany w poziomie krzywej projekcyjnej. Zasadne jest więc przyjęcie hipotezy, że rynkowe notowania transakcji FRA oraz IRS są jednym z czynników ryzyka mających wpływ na poziom oraz kształt krzywej projekcyjnej.

Tabela 5.5 zawiera podsumowanie otrzymanych wyników analizy wrażliwości krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w tej samej walucie na zmiany poziomu danych rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywych.

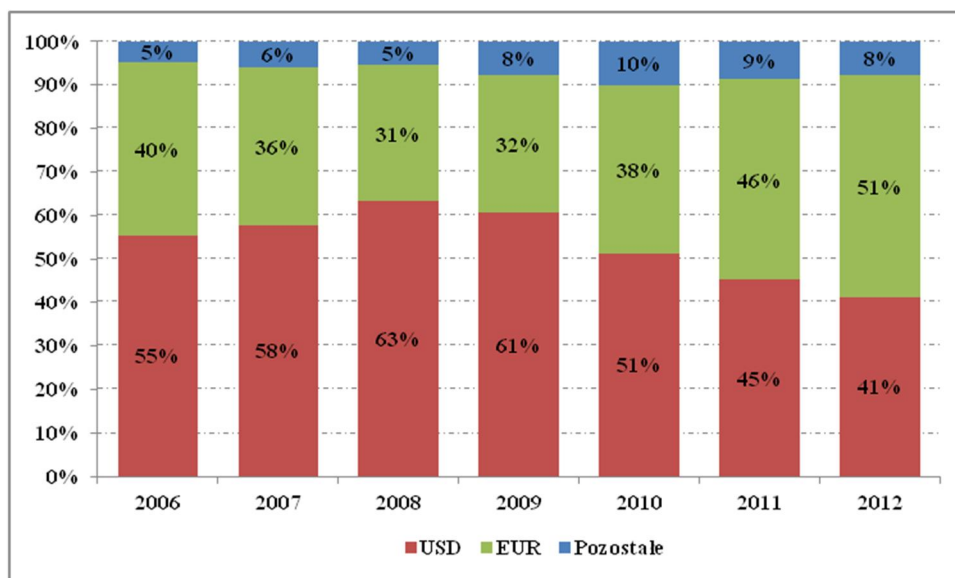
Tabela 5.5 Wrażliwość krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej w walucie X dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w tej samej walucie na zmiany poziomu stóp rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywych

Zmiana stóp rynkowych	Wrażliwość krzywej dyskontowej w walucie X	Wrażliwość krzywej projekcyjnej w walucie X
Przesunięcie rynkowych stóp OIS w walucie X w górę	Przesunięcie w górę	Brak wpływu
Przesunięcie rynkowych stóp OIS w walucie X w dół	Przesunięcie w dół	Brak wpływu
Przesunięcie rynkowych stóp FRA oraz IRS w walucie X w górę	Brak wpływu	Przesunięcie w górę
Przesunięcie rynkowych stóp FRA oraz IRS w walucie X w dół	Brak wpływu	Przesunięcie w dół

Zródło: Opracowanie własne

Innym czynnikiem, który może mieć wpływ na otrzymywaną krzywą dyskontową oraz krzywą projekcyjną, jest waluta składanego depozytu zabezpieczającego. Waluta depozytu zabezpieczającego jest niezależna od waluty instrumentu pochodnego i zależy od wzajemnych ustaleń kontrahentów transakcji. Na przykład transakcja IRS o nominale w walucie PLN może być zabezpieczona depozytem zabezpieczającym w walucie EUR. W praktyce rynkowej, szczególnie w przypadku transakcji walutowych takich jak np. transakcja CCBS, w roli waluty depozytu zabezpieczającego wykorzystywane są główne waluty światowe takie jak EUR lub USD.

Wykres 5.17 prezentuje dane ISDA na temat ewolucji udziału poszczególnych walut w latach 2006 – 2012 w przypadku depozytu zabezpieczającego przekazanego jako gotówka.



Wykres 5.17 Waluta przekazywana jako depozyt zabezpieczający w postaci gotówki w latach 2005 - 2012

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ISDA (2006, 2007, 2008, 2009, 2010, 2011a, 2012a)

W analizowanym okresie zauważyć można rosnącą popularność waluty EUR jako waluty, w której przekazywany jest depozyt zabezpieczający w postaci gotówki.

Różnica w walucie transakcji oraz walucie depozytu zabezpieczającego ma wpływ na przepływy związane z transakcją. W sytuacji, gdy waluta przepływów z tytułu transakcji (X) jest różna od waluty depozytu zabezpieczającego (Y), suma przepływów z tytułu kontraktu IRS dana jest wzorem:

$$CF_{-IRS} = \sum_{i=1}^M C_X - \sum_{j=1}^N L_X + \sum_{l=1}^{K-1} S_{Y/X}(t_{l+1}) \cdot V_Y(t_l) - \sum_{l=2}^K S_{Y/X}(t_l) \cdot V_Y(t_{l-1}) \cdot [1 + c \cdot (t_l - t_{l-1})] \quad (5.40)$$

gdzie:

- $\sum_{i=1}^M C$ – suma przepływów z tytułu nogi stałej kontraktu IRS;
- $\sum_{j=1}^N L$ – suma przepływów z tytułu nogi zmiennej kontraktu IRS;
- $\sum_{l=1}^{K-1} S_{Y/X}(t_{l+1}) \cdot V_Y(t_l) - \sum_{l=2}^K S_{Y/X}(t_l) \cdot V_Y(t_{l-1}) \cdot [1 + c \cdot (t_l - t_{l-1})]$ – suma przepływów z tytułu wymiany depozytu zabezpieczającego;
- c – stopa oprocentowania depozytu zabezpieczającego;

- $S_{Y/X}(t)$ – kurs walutowy *spot* wyrażony jako ilość jednostek waluty X jakie trzeba zapłacić za jedną jednostkę waluty Y.

Różne waluty przepływów w przypadku transakcji oraz wymiany depozytu zabezpieczającego generują dodatkowe ryzyko rynkowe oraz ryzyko płynności związane z transakcją. Fujii, Shimada, Takahashi (2010) oraz McCloud (2013) wskazują, że przepływy pieniężne z transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie innej niż waluta transakcji powinny być dyskontowane za pomocą stóp procentowych wyznaczonych na podstawie stopy oprocentowania depozytu zabezpieczającego z uwzględnieniem kosztu zabezpieczenia ryzyka walutowego transakcji.

Wartość godziwa transakcji równa jest wartości przepływów z tytułu transakcji zdyskontowanych na datę wyceny z wykorzystaniem czynników dyskontowych wyznaczonych na podstawie stopy oprocentowania depozytu zabezpieczającego z uwzględnieniem oczekiwanej stopy wzrostu – dryfu procesu kursu walutowego (McCloud, 2013):

$$V_X(t) = E_t^Q \left\{ \exp \left(- \int_t^T c_Y(s) ds - \int_t^T \mu_{Y/X}(s) ds \right) V_X(T) \right\}, \quad (5.41)$$

oraz:

$$E_t^Q \left\{ \exp \left(\int_t^T \mu_{Y/X}(s) ds \right) \right\} = \frac{E_t^Q [S_{Y/X}(T)]}{S_{Y/X}(t)} = \frac{F_{Y/X}(t, T)}{S_{Y/X}(t)}, \quad (5.42)$$

gdzie:

- $c_Y(t)$ – stopa oprocentowania depozytu zabezpieczającego w walucie Y;
- $\mu_{Y/X}(t)$ – stopa wzrostu kursu walutowego;
- $E_t^Q \{ \dots \}$ – warunkowa wartość oczekiwana względem miary Q zdefiniowanej w podrozdziale 5.1 i Φ_t zbioru informacji dostępnego w chwili t ;
- $S_{Y/X}(t)$ – kurs walutowy *spot* wyrażony jako ilość jednostek waluty X jakie trzeba zapłacić za jedną jednostkę waluty Y;
- $F_{Y/X}(t, T)$ – walutowy kurs terminowy dla terminu zapadalności T wyrażony jako ilość jednostek waluty X jakie trzeba zapłacić za jedną jednostkę waluty Y.

Konieczność uwzględnienia kosztu zabezpieczenia ryzyka walutowego związanego z depozytem zabezpieczającym ma również wpływ na algorytm *bootstrappingu* krzywej dyskontowej. Algorytm *bootstrappingu* krzywej dyskontowej dla waluty Y, przy założeniu, że depozyt zabezpieczający złożony został w walucie X zaprezentowany został poniżej.

Algorytm 5.5

Krok 1:

W pierwszym kroku budowana jest krzywa dyskontowa oraz krzywe projekcyjne dla waluty X. W tym celu wykorzystywany jest algorytm 5.4.

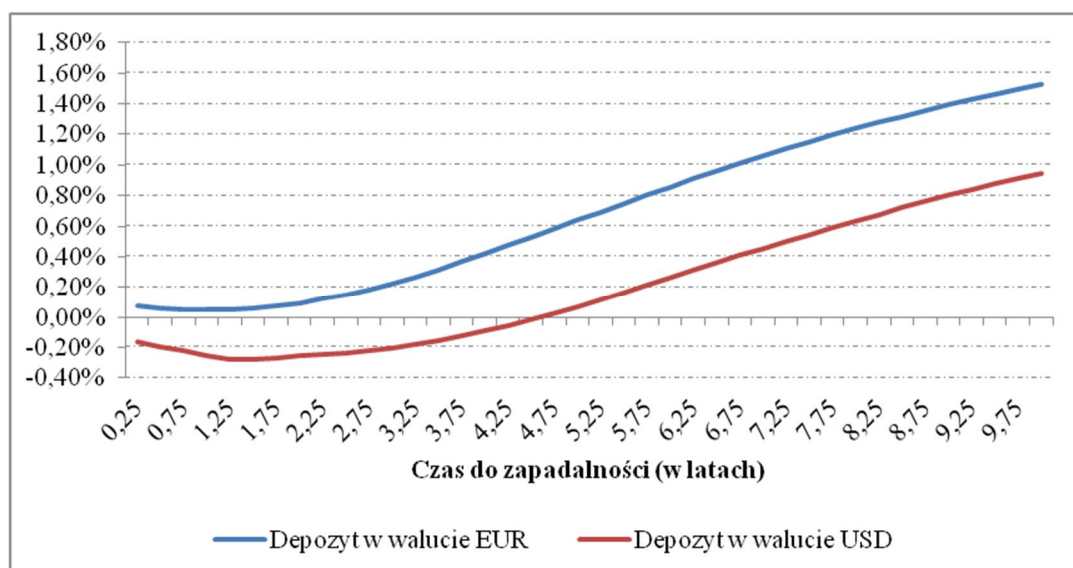
Krok 2:

W drugim kroku budowana jest krzywa dyskontowa oraz krzywe projekcyjne dla waluty Y. W tym celu wykorzystywany jest algorytm 5.3.

Koniec algorytmu.

Różnice w wartości premii za ryzyko dla poszczególnych walut powodują, że poziomy krzywej dyskontowej dla danej waluty mogą się znacząco różnić w zależności od waluty depozytu zabezpieczającego. Jest to szczególnie widoczne w warunkach kryzysu i niepewności na rynku, kiedy to wartości marży transakcji CCBS są wysokie.

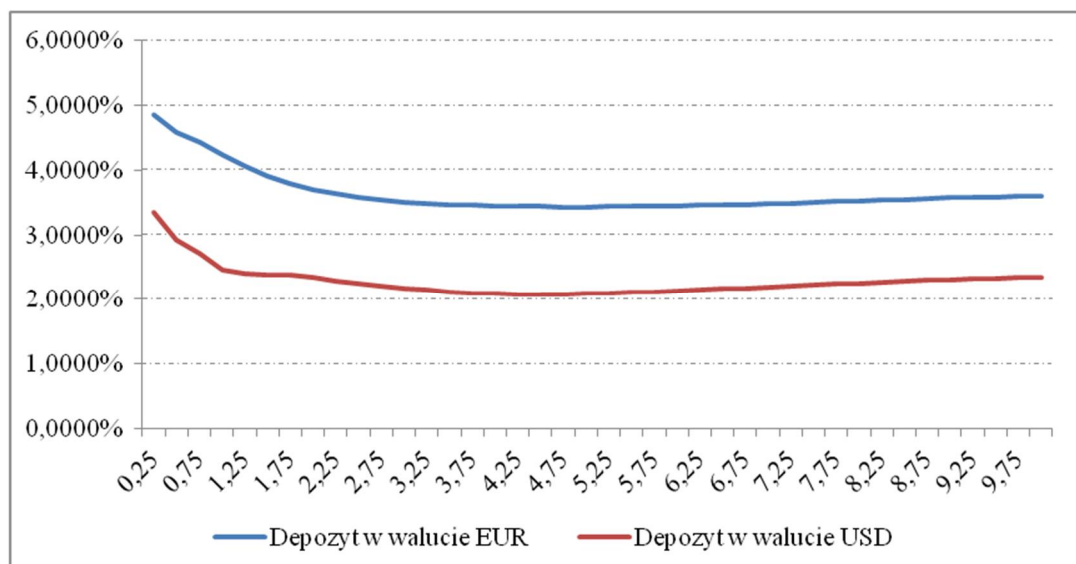
Wykres 5.18 prezentuje krzywe dyskontowe dla waluty EUR na dzień 20 sierpnia 2012 roku zbudowane przy założeniu, że transakcja jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD.



Wykres 5.18 Krzywe dyskontowe dla waluty EUR na dzień 20 sierpnia 2012 roku dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD

Źródło: Opracowanie własne

Na wykresie 5.19 zaprezentowane zostały krzywe dyskontowe dla waluty PLN na dzień 20 sierpnia 2012 roku. Krzywe zbudowano przy założeniu, że depozyt zabezpieczający złożony został w walucie EUR oraz walucie USD.

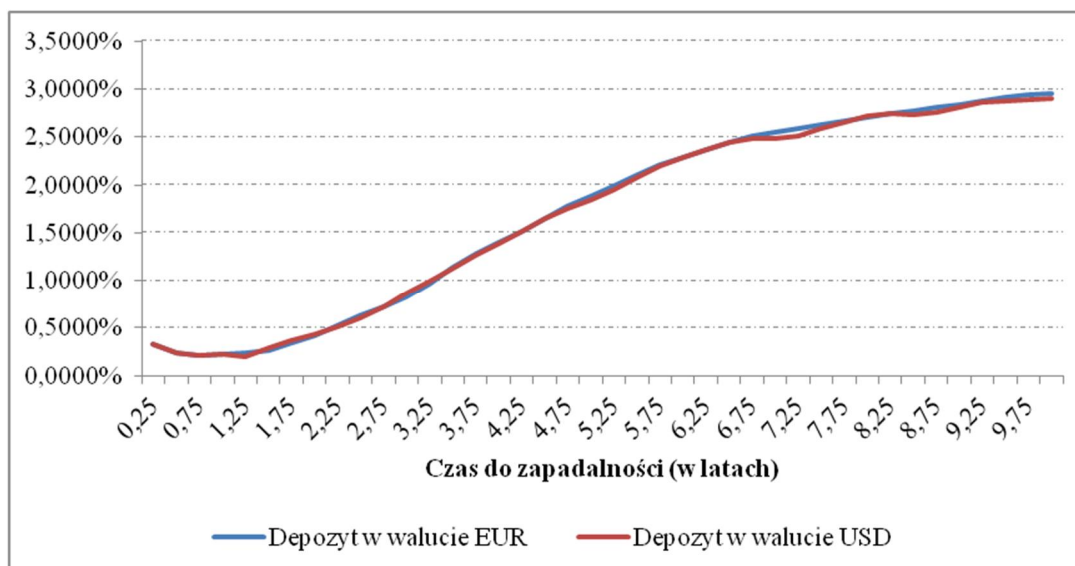


Wykres 5.19 Krzywe dyskontowe dla waluty PLN na dzień 20 sierpnia 2012 roku dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD

Źródło: Opracowanie własne

W przypadku krzywej dyskontowej dla waluty EUR oraz krzywej dla waluty PLN, stopy procentowe w przypadku depozytu zabezpieczającego w walucie USD znajdują się na niższym poziomie niż w przypadku depozytu w walucie EUR. Różnicę w poziomie krzywej dyskontowej w sytuacji, gdy transakcja jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym złożonym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD, interpretować można jako różnicę w wartościach premii za ryzyko implikowanej z notowań instrumentów rynkowych dla obu walut.

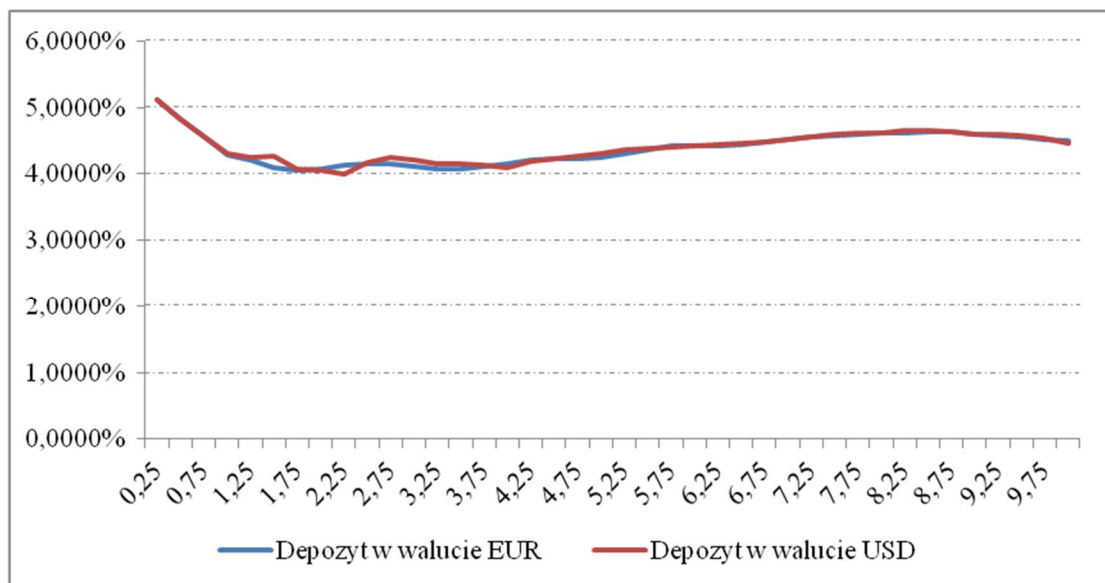
Różnica w wartościach premii za ryzyko dla różnych walut depozytu zabezpieczającego nie ma tak dużego wpływu na poziom otrzymywanej krzywej. Wykres 5.20 prezentuje krzywe projekcyjne dla waluty EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku otrzymane przy założeniu, że transakcja jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD.



Wykres 5.20 Krzywe projekcyjne dla waluty EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD

Źródło: Opracowanie własne

Na wykresie 5.21 zaprezentowane zostały krzywe projekcyjne dla waluty PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku zbudowane przy założeniu, że transakcja jest zabezpieczona depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD.



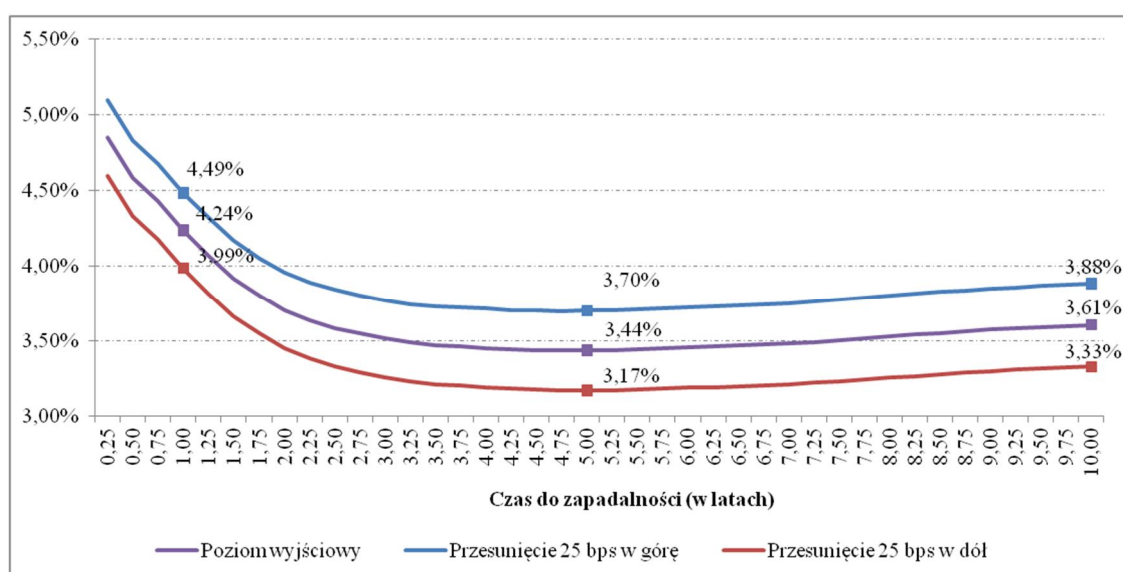
Wykres 5.21 Krzywa projekcyjna dla waluty PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR oraz depozytem w walucie USD

Źródło: Opracowanie własne

Premia za ryzyko nie wywiera znaczącego wpływu na poziom otrzymywanej krzywej projekcyjnej. Poziom krzywej projekcyjnej zależy przede wszystkim od notowań instrumentów rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywej projekcyjnej.

Dalsza część rozdziału poświęcona została analizie wrażliwości krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w innej walucie niż waluta transakcji na zmiany poziomu stóp rynkowych wykorzystywanych do budowy krzywych. Analiza przeprowadzona została dla waluty PLN przy założeniu, że depozyt zabezpieczający złożony został w walucie EUR. Analizę przeprowadzono na podstawie danych na dzień 20 sierpnia 2012 roku.

Wykres 5.22 prezentuje wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i 25 punktów bazowych w dół.

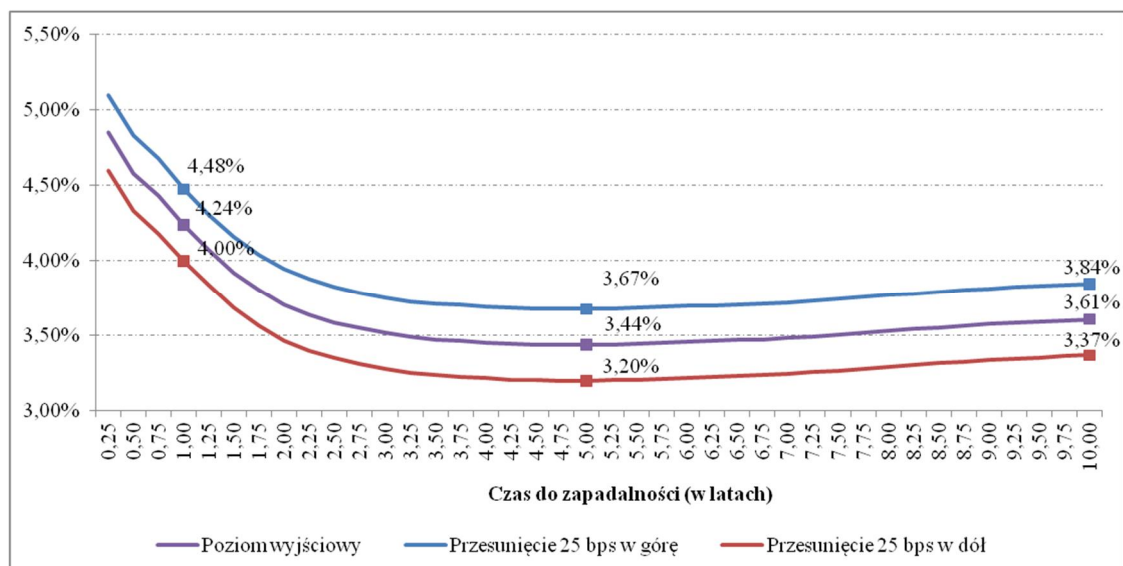


Wykres 5.22 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i w dół

Źródło: Opracowanie własne

Wyniki zaprezentowane na wykresie 5.22 wskazują, że zmiany poziomu rynkowych notowań transakcji OIS w walucie EUR mają bezpośrednie przełożenie na zmiany poziomu krzywej dyskontowej w walucie PLN. Zmiany notowań transakcji OIS w walucie EUR mają więc wpływ na poziom oraz kształt krzywej dyskontowej w walucie PLN w sytuacji, gdy walutą depozytu zabezpieczającego jest waluta EUR.

Na wykresie 5.23 zaprezentowano wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN zbudowanej przy założeniu, że depozyt złożony jest w walucie EUR, na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN o 25 punktów bazowych w górę i 25 punktów bazowych w dół.

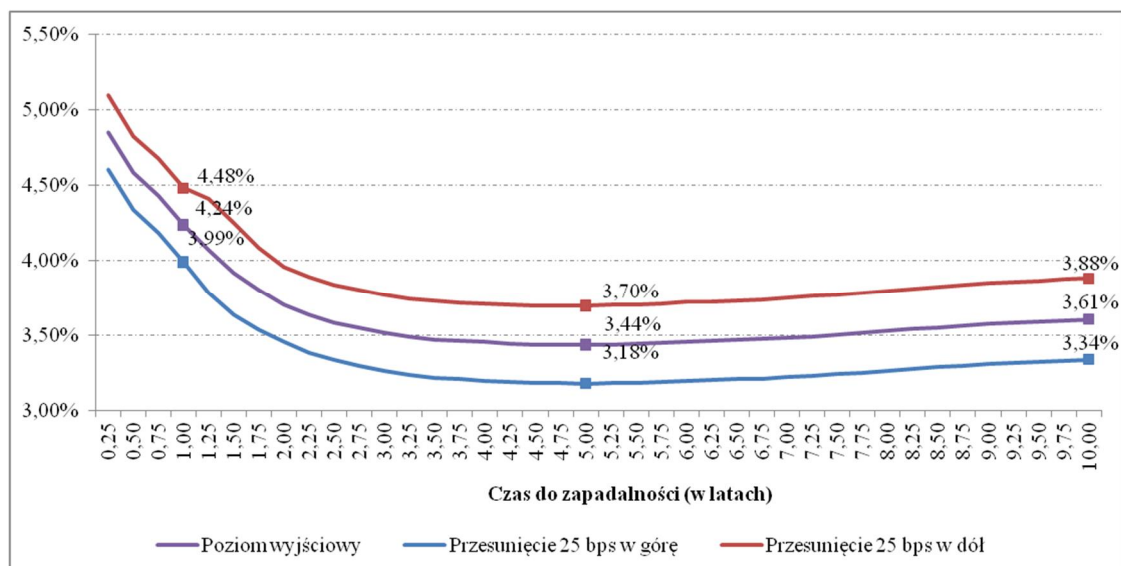


Wykres 5.23 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN o 25 punktów bazowych w górę i w dół

Źródło: Opracowanie własne

Rynkowe notowania marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN są z czynnikiem, którego zmiany mają wpływ na poziom oraz kształt krzywej dyskontowej w walucie PLN w sytuacji, gdy walutą depozytu zabezpieczającego jest waluta EUR. Marża transakcji CCBS implikuje koszt zabezpieczenia ryzyka walutowego związanego z różnicą w walucie transakcji oraz walucie depozytu zabezpieczającego. Krzywa dyskontowa jest natomiast bezpośrednią pochodną kosztu finansowania depozytu zabezpieczającego. Obniżenie poziomu marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN ma więc skutek w postaci obniżenia poziomu krzywej dyskontowej w walucie PLN, w sytuacji gdy walutą depozytu zabezpieczającego jest waluta EUR.

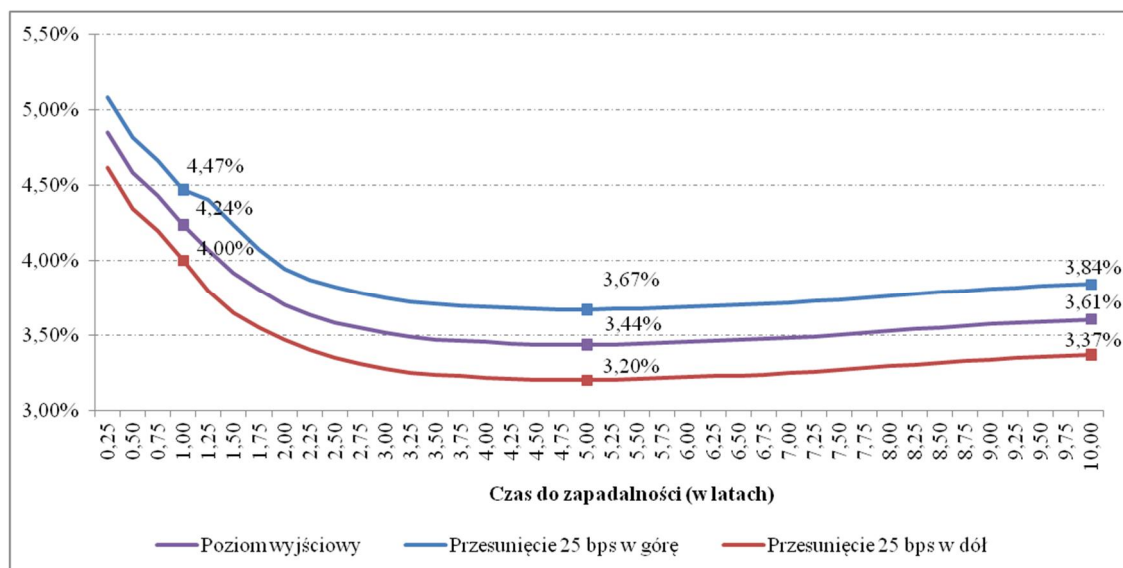
Na wykresie 5.24 przedstawiono wyniki analizy wrażliwości krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i w dół.



Wykres 5.24 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i w dół
 Źródło: Opracowanie własne

Zmiany poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie EUR, mają wpływ na poziom krzywej dyskontowej w walucie PLN. Zależność ta jest jednak odwrotna niż obserwowana w przypadku zmiany notowań transakcji OIS w walucie EUR. Wzrost notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR powoduje spadek poziomu krzywej dyskontowej w walucie PLN i odwrotnie. Związane to jest z tym, że wzrost notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR, przy niezmiennych notowaniach transakcji OIS w walucie EUR, implikuje wzrost premii za ryzyko w walucie EUR. Zgodnie z wynikami zaprezentowanymi w rozdziale 4 niniejszej pracy wzrost premii za ryzyko w walucie EUR, przy niezmiennym poziomie premii za ryzyko w walucie PLN, skutkuje obniżeniem wartości marży transakcji CCBS, implikującej koszt zabezpieczenia ryzyka związanego z różną walutą transakcji oraz depozytu zabezpieczającego, i w konsekwencji obniżenie poziomu krzywej dyskontowej w walucie PLN, będącej pochodną kosztu finansowania depozytu zabezpieczającego.

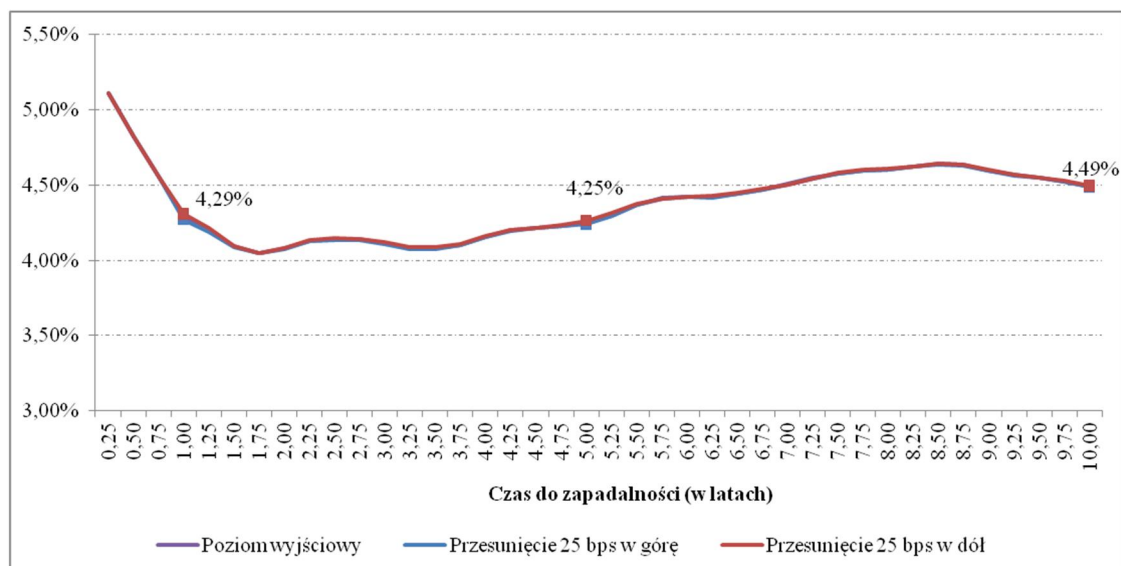
Wykres 5.25 prezentuje wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN zbudowanej przy założeniu depozytu zabezpieczającego składanego w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie PLN o 25 punktów bazowych w górę i w dół.



Wykres 5.25 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie PLN o 25 punktów bazowych w górę i w dół
 Źródło: Opracowanie własne

Zmiany poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie PLN są kolejnym czynnikiem, który ma wpływ na poziom krzywej dyskontowej w walucie PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR. Wzrost notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN, przy niezmiennych notowaniach transakcji OIS w walucie PLN, powoduje wzrost premii za ryzyko w walucie PLN, co przy stałym poziomie premii za ryzyko w walucie EUR, skutkuje wzrostem wartości marży transakcji CCBS i w konsekwencji wzrostem kosztu zabezpieczenia ryzyka związanego z różną walutą transakcji oraz depozytu zabezpieczającego.

Na wykresie 5.26 zaprezentowane zostały wyniki analizy wrażliwości krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i w dół.

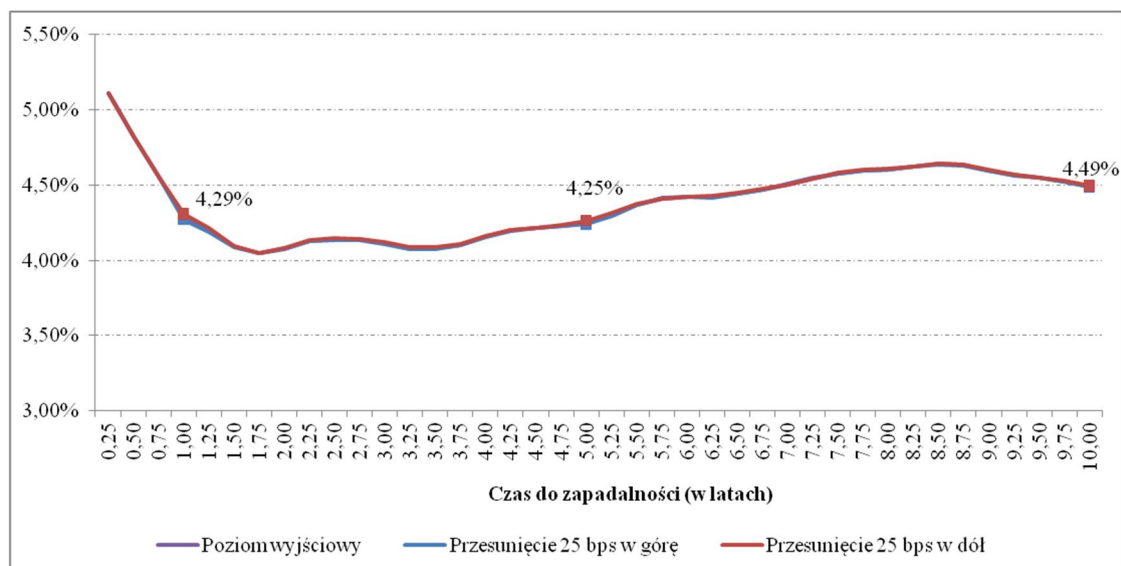


Wykres 5.26 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji OIS w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i w dół

Źródło: Opracowanie własne

Zmiany poziomu rynkowych notowań transakcji OIS w walucie EUR nie mają wpływu na poziom oraz kształt krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR.

Wykres 5.27 prezentuje wrażliwość krzywej projekcyjnej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN o 25 punktów bazowych w górę i 25 punktów bazowych w dół.

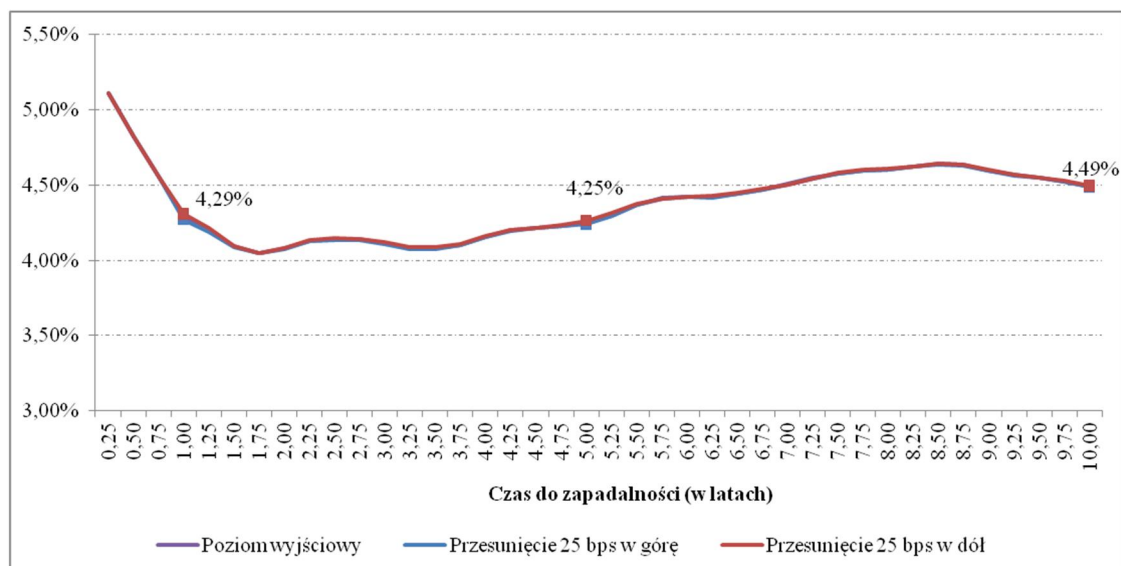


Wykres 5.27 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN o 25 punktów bazowych w górę i 25 punktów bazowych w dół

Źródło: Opracowanie własne

Podobnie jak w przypadku zmian notowań transakcji OIS w walucie EUR, zmiany poziomu rynkowych notowań marży transakcji CCBS dla pary walutowej EUR/PLN nie skutkują zmianami poziomu krzywej projekcyjnej w walucie PLN.

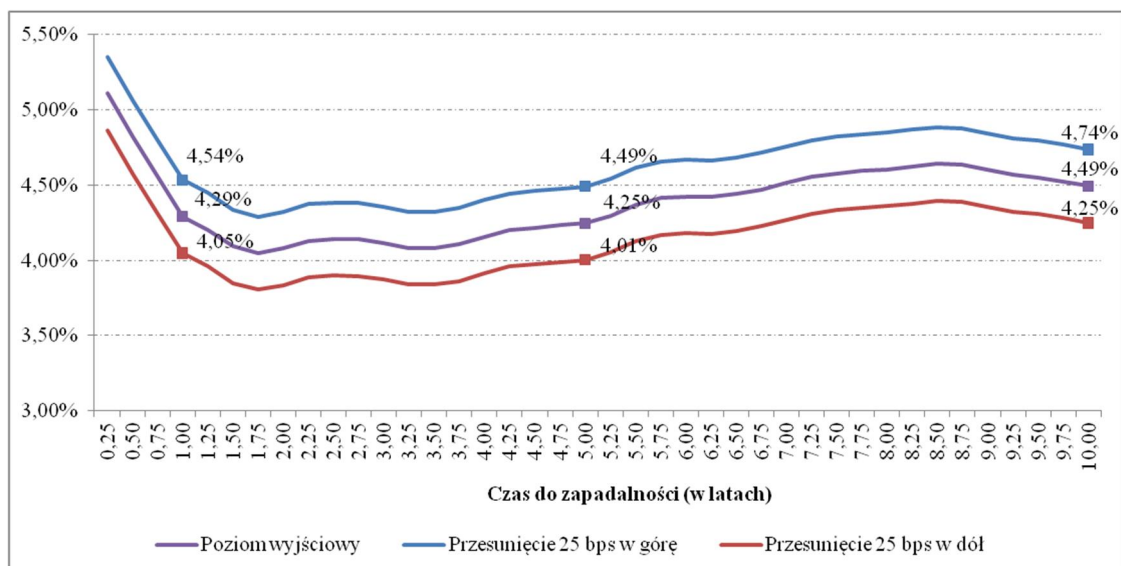
Na wykresie 5.28 zaprezentowano wyniki analizy wrażliwości krzywej projekcyjnej w walucie PLN zbudowanej przy założeniu zabezpieczenia depozytem w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i 25 punktów bazowych w dół.



Wykres 5.28 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie EUR o 25 punktów bazowych w górę i w dół
 Źródło: Opracowanie własne

Także w tym przypadku, zmiany poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie EUR służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie EUR nie mają wpływu na poziom krzywej projekcyjnej w walucie PLN.

Wykres 5.29 prezentuje wrażliwość krzywej projekcyjnej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie PLN o 25 punktów bazowych w górę i w dół.



Wykres 5.29 Wrażliwość krzywej dyskontowej dla waluty PLN dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie EUR na równoległe przesunięcie poziomu rynkowych notowań transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN służących do konstrukcji krzywej projekcyjnej w walucie PLN o 25 punktów bazowych w górę i w dół
 Źródło: Opracowanie własne

Rynkowe notowania transakcji FRA oraz IRS w walucie PLN są jedynym czynnikiem ryzyka, który ma wpływ na poziom oraz kształt krzywej projekcyjnej w walucie PLN niezależnie od waluty depozytu zabezpieczającego.

Tabela 5.6 zawiera podsumowanie wyników analizy wrażliwości krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej w walucie X dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie Y na zmiany poziomu stóp rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywych.

Tabela 5.6 Wrażliwość krzywej dyskontowej oraz krzywej projekcyjnej w walucie X dla transakcji zabezpieczonych depozytem zabezpieczającym w walucie Y na zmiany poziomu stóp rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywych

Zmiana stóp rynkowych	Wrażliwość krzywej dyskontowej w walucie X	Wrażliwość krzywej projekcyjnej w walucie X
Przesunięcie rynkowych stóp OIS w walucie Y w górę	Przesunięcie w górę	Brak wpływu
Przesunięcie rynkowych stóp OIS w walucie Y w dół	Przesunięcie w dół	Brak wpływu
Przesunięcie rynkowych stóp FRA oraz IRS w walucie Y w górę	Przesunięcie w dół	Brak wpływu
Przesunięcie rynkowych stóp FRA oraz IRS w walucie Y w dół	Przesunięcie w górę	Brak wpływu
Przesunięcie marży transakcji CCBS płaconej w walucie Y dla pary walutowej Y/X w górę	Przesunięcie w górę	Brak wpływu
Przesunięcie marży transakcji CCBS płaconej w walucie Y dla pary walutowej Y/X w dół	Przesunięcie w dół	Brak wpływu
Przesunięcie rynkowych stóp FRA oraz IRS w walucie X w górę	Przesunięcie w górę	Przesunięcie w górę
Przesunięcie rynkowych stóp FRA oraz IRS w walucie X w dół	Przesunięcie w dół	Przesunięcie w dół

Źródło: Opracowanie własne

Metodyka zakładająca budowę dwóch krzywych, to znaczy krzywej dyskontowej służącej do dyskontowania przyszłych przepływów pieniężnych oraz krzywej projekcyjnej pozwalającej na wyznaczenie oczekiwanych poziomów stóp referencyjnych, ma wpływ na sam proces konstrukcji krzywych. Wykorzystywanie osobnej krzywej dyskontowej oraz osobnej krzywej projekcyjnej powoduje, że założenie *pull to par phenomenon* nie jest spełnione i konieczne staje się wyznaczenie przyszłych poziomów stóp referencyjnych dla wszystkich dat ustalenia tej stopy w horyzoncie konstrukcji krzywej. W procesie konstrukcji krzywych istotnie wzrasta więc znaczenie wykorzystywanego algorytmu interpolacji.

Zmodyfikowaną ideę konstrukcji krzywych stóp procentowych najłatwiej zobrazować za pomocą poniższego algorytmu.

Przyjmując następujące założenia:

- *Bootstrapping* przeprowadzany jest w chwili t .
- Wykorzystywany jest zbiór N instrumentów rynkowych o datach zapadalności T_1, T_2, \dots, T_N .
- Analizowane instrumenty rynkowe mają rosnące terminy zapadalności:

$$T_i > T_{i-1} \text{ dla } i = 2, 3, \dots, N.$$

- Dla każdego z wykorzystywanych instrumentów rynkowych znana jest jego aktualna cena rynkowa $V_M(t, T_i)$.
- Daty zapadalności poszczególnych instrumentów T_1, T_2, \dots, T_N tworzą tak zwane punkty węzłowe (*knots*). Ceny obligacji zerokuponowych $P(t, t_j)$ dla dat t_j znajdujących się pomiędzy poszczególnymi punktami węzłowymi otrzymywane są z wykorzystaniem algorytmu interpolacji.

Konstrukcja krzywej przeprowadzana jest w następujących krokach.

Krok 1:

Wyznacz N punktów węzłowych T_i odpowiadających datom zapadalności instrumentów rynkowych wykorzystywanych do konstrukcji krzywej.

Krok 2:

Wyznacz M punktów t_j odpowiadających kolejnym datom ustalenia stopy referencyjnej dla danej krzywej. Liczba punktów M zależy od horyzontu konstruowanej krzywej T_N oraz daty zapadalności/okresu pomiędzy kolejnymi datami ustalenia poziomu stopy referencyjnej $t_j - t_{j-1}$:

$$M = \frac{T_N}{t_j - t_{j-1}}.$$

Krok 3:

Dla wszystkich N punktów węzłowych wyznacz początkowe wartości czynników dyskontowych $P(t, T_i)$.

Krok 4:

Dla wszystkich M punktów t_j wyznacz z wykorzystaniem wybranego algorytmu interpolacji wartości $P(t, t_j)$, interpolowane na bazie wartości w punktach węzłowych $P(t, T_i)$.

Krok 5:

Dla wszystkich N punktów wyznacz wartości $P(t, T_i)$ bazując na wartościach $P(t, t_j)$, tak aby dla wszystkich N punktów zachowana była rynkowa cena instrumentu $V_M(t, T_i)$.

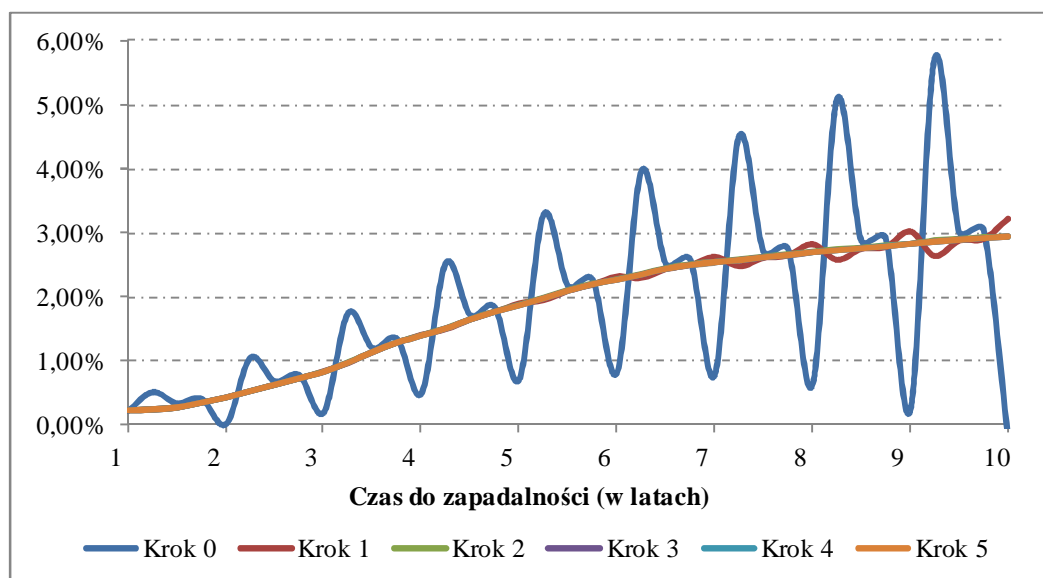
Krok 6:

Jeżeli spełnione jest wybrane kryterium oceny jakości krzywej zakończ, jeżeli nie, przejdź do kroku 4 oraz powtórz całą procedurę.

Koniec algorytmu.

Zaprezentowany algorytm jest algorytmem iteracyjnym pozwalającym na budowę krzywej stóp procentowych w sytuacji, gdy liczba punktów węzłowych dla których dostępne są dane rynkowe jest niższa niż liczba dat dla których konieczne jest ustalenie poziomów stopy referencyjnej. Algorytm pozwala na budowę krzywych dla stosunkowo niewielkiej liczby iteracji.

Wykres 5.30 prezentuje kolejne kroki działania algorytmu na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku.



Wykres 5.30 Przykład zastosowania algorytmu konstrukcji krzywej na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku

Źródło: Opracowanie własne

Algorytm pozwala na uzyskanie krzywej już w czwartym kroku iteracji.

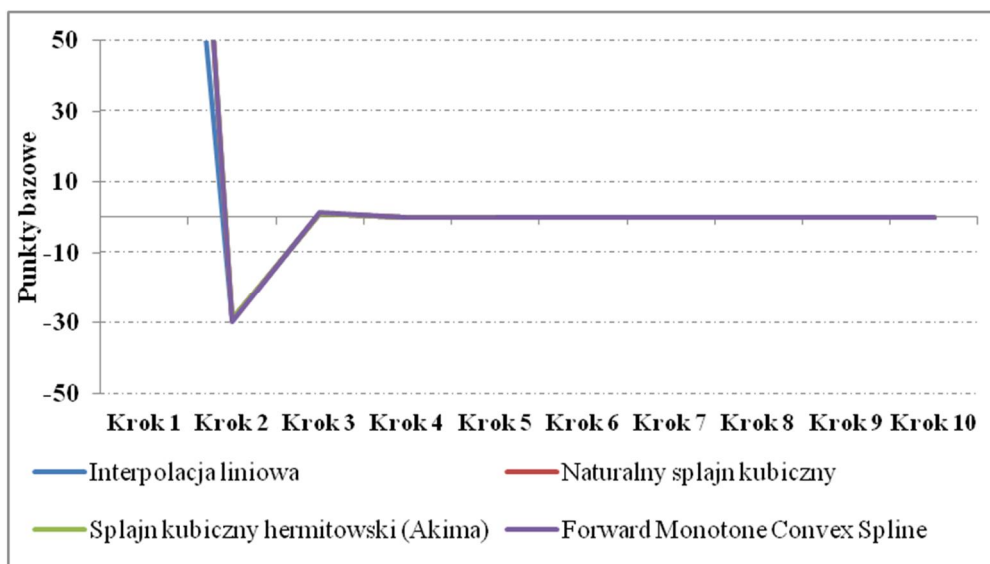
W dalszej części podrozdziału zaprezentowane zostały wyniki analizy wpływu wykorzystywanego algorytmu interpolacji stóp procentowych na działanie algorytmu konstrukcji krzywej.

W pierwszym kroku przeprowadzono badanie polegające na wyznaczeniu maksymalnej, wyrażonej w punktach bazowych, zmiany stopy procentowej dla wszystkich terminów zapadalności w kolejnych krokach działania algorytmu konstrukcji krzywej. Z poszczegól-

nych grup algorytmów interpolacji prezentowanych w rozdziale trzecim do analizy wybrane zostały następujące algorytmy interpolacji stóp procentowych:

- Liniowa interpolacja logarytmów naturalnych czynników dyskontowych – algorytm należący do liniowych metod interpolacji, wykorzystywany powszechnie do analizy własności innych, bardziej zaawansowanych metod interpolacji stóp procentowych (Hagan, West, 2006, s. 95);
- Naturalny splajn kubiczny – najpopularniejsza wersja algorytmu spośród metod interpolacji wykorzystujących splajny kubiczne;
- Splajn kubiczny hermitowski (Akima) – metoda interpolacji wykorzystująca splajny kubiczne, zaimplementowana w wielu narzędziach IT wykorzystywanych w praktyce rynkowej takich jak na przykład oprogramowanie Matlab;
- *Forward Monotone Convex Spline* – zaprezentowana przez Hagan oraz Westa (2006) zaawansowana metoda interpolacji bazująca na stopach terminowych, algorytm charakteryzuje się dużą liczbą ograniczeń na postać funkcji interpolującej wprowadzanych w celu uzyskania pożądanych własności stóp procentowych uzyskiwanych w wyniku interpolacji.

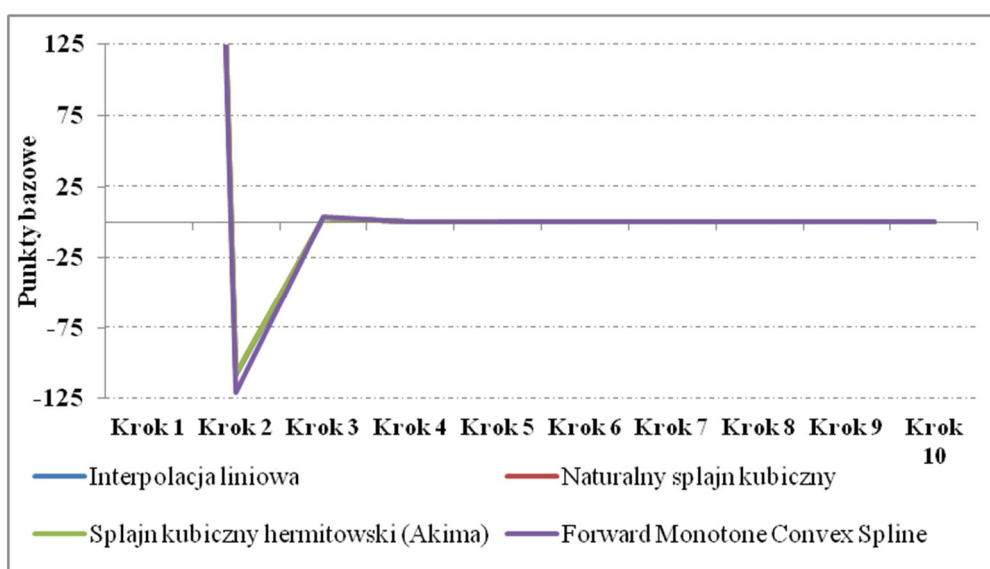
Na wykresie 5.31 zaprezentowane zostały maksymalne zaobserwowane zmiany poziomu stopy procentowej dla wszystkich terminów zapadalności dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji. Badanie przeprowadzono na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku.



Wykres 5.31 Maksymalne zaobserwowane zmiany poziomu stopy procentowej dla wszystkich terminów zapadalności dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku (w punktach bazowych)

Źródło: Opracowanie własne

Wykres 5.32 prezentuje maksymalne zaobserwowane zmiany poziomu stopy procentowej dla wszystkich terminów zapadalności dla poszczególnych algorytmów interpolacji na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku.



Wykres 5.32 Maksymalne zaobserwowane zmiany poziomu stopy procentowej dla wszystkich terminów zapadalności dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku (w punktach bazowych)

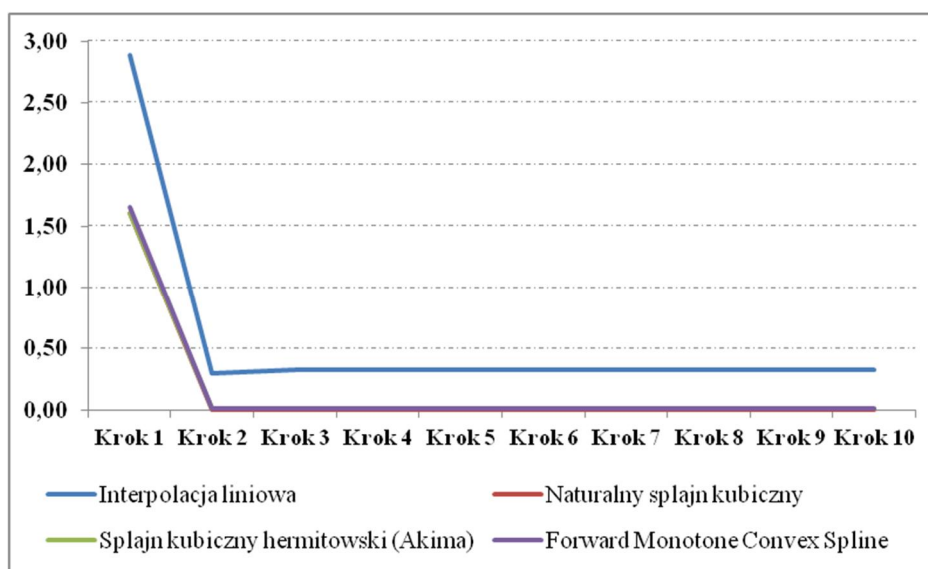
Źródło: Opracowanie własne

Niezależnie od zastosowanego algorytmu interpolacji stóp procentowych algorytm konstrukcji krzywej stóp procentowych pozwala na osiągnięcie zbieżności w maksymalnie 4 krokach.

Zmiany poziomu stóp procentowych w kolejnych iteracjach nie zależą od wykorzystywanego algorytmu interpolacji.

Jednym z możliwych do zastosowania kryteriów oceny jakości krzywej jest zaprezentowane w rozdziale trzecim niniejszej pracy kryterium minimalizacji wartości miary gładkości krzywej danej wzorem (3.57). W celu analizy wpływu wykorzystywanego algorytmu interpolacji stóp procentowych na wartość miary gładkości krzywej danej wzorem (3.57), przeprowadzono badanie polegające na analizie zmian miary gładkości krzywej w kolejnych krokach działania algorytmu konstrukcji krzywej.

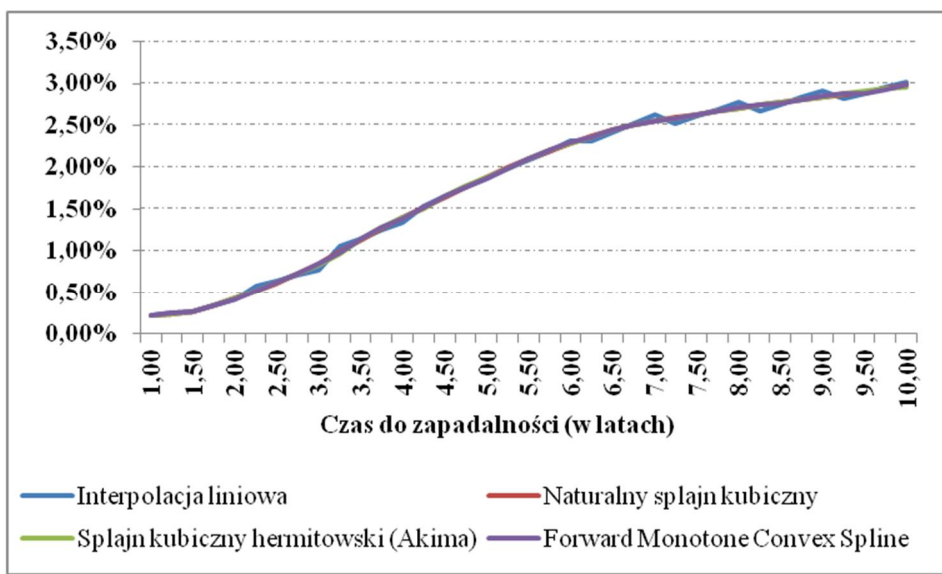
Wykres 5.33 prezentuje zmiany miary gładkości krzywej (3.57) dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji. Badanie przeprowadzono na danych dotyczących krzywej projekcyjnej w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku.



Wykres 5.33 Zmiany miary gładkości krzywej (3.57) dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku

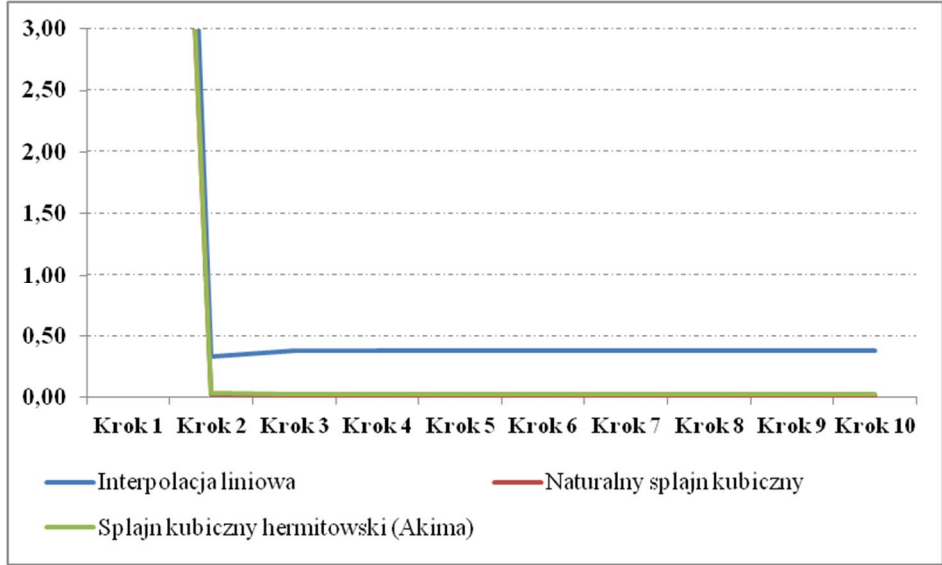
Źródło: Opracowanie własne

Wykres 5.34 prezentuje krzywą projekcyjną w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku uzyskaną dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji.



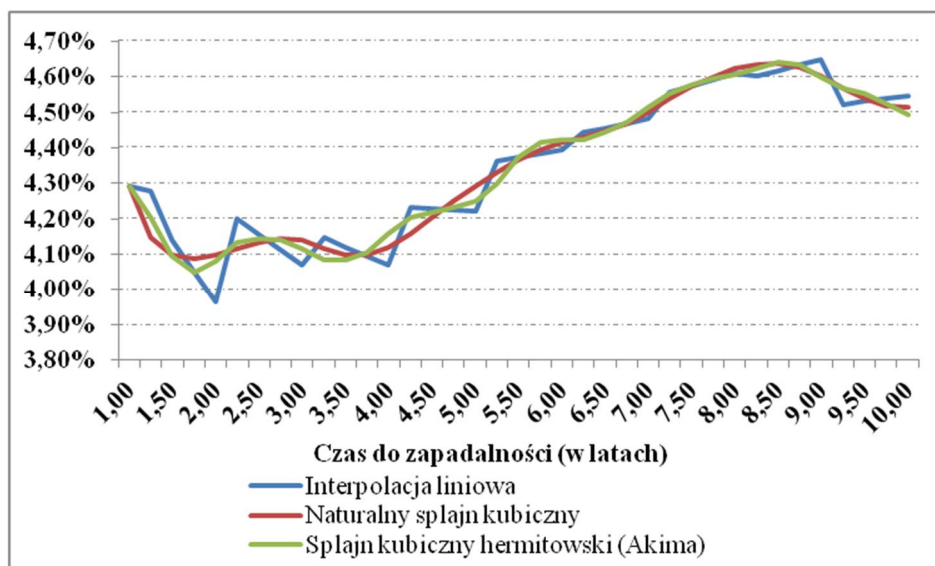
Wykres 5.34 Krzywa projekcyjna w walucie EUR dla stopy EURIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku uzyskana dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji
 Źródło: Opracowanie własne

Na wykresie 5.35 zaprezentowano wyniki analizy zmian miary gładkości krzywej (3.57) dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku.



Wykres 5.35 Zmiany miary gładkości krzywej (3.57) dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji na przykładzie krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku
 Źródło: Opracowanie własne

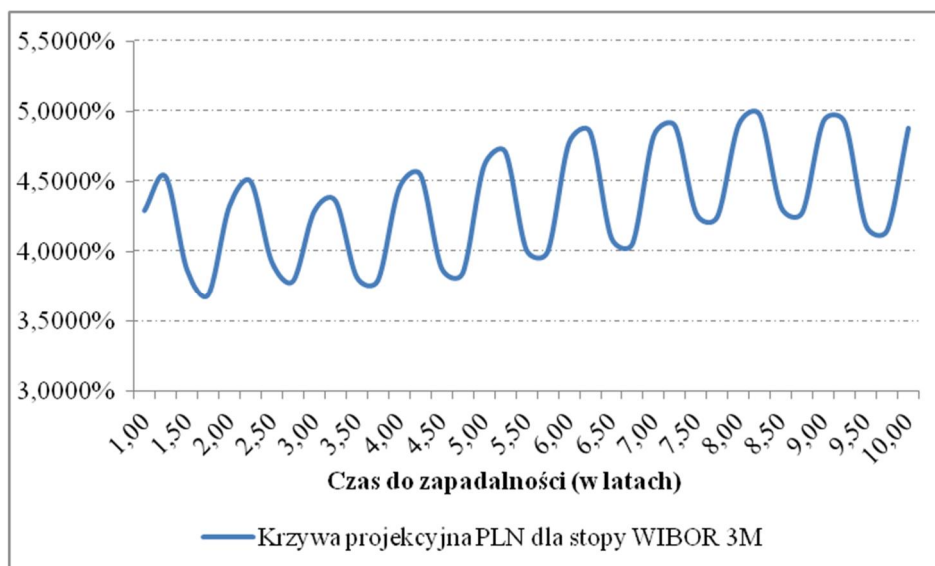
Wykres 5.36 prezentuje krzywą projekcyjną w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku uzyskaną dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji.



Wykres 5.36 Krzywa projekcyjna w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku uzyskana dla poszczególnych analizowanych algorytmów interpolacji
 Źródło: Opracowanie własne

Wybór algorytmu interpolacji ma wpływ na możliwą do uzyskania wartość miary gładkości krzywej. Tworząc metodykę konstrukcji krzywej, w której jedną z miar jakości otrzymywanej krzywej będzie miara gładkości dana wzorem (3.57), należy mieć na uwadze, że w przypadku zastosowania liniowych algorytmów interpolacji możliwa do osiągnięcia minimalna miara gładkości krzywej przyjmuje dużo większe wartości niż w przypadku pozostałych analizowanych algorytmów interpolacji.

Analizując wykresy otrzymanych krzywych projekcyjnych dla waluty EUR (wykres 5.34) oraz waluty PLN (wykres 5.36), zauważyć można, że w przypadku waluty EUR kształt uzyskanych krzywych projekcyjnych jest zbliżony, niezależnie od wykorzystywanego w metodyce konstrukcji krzywej algorytmu interpolacji. W przypadku krzywych otrzymanych dla waluty PLN, na kształt uzyskiwanej krzywej projekcyjnej ma wpływ wykorzystywany algorytm interpolacji. Wybór wykorzystywanego algorytmu interpolacji ma więc większe znaczenie w przypadku rynków charakteryzujących się ograniczoną płynnością, dla których często występują punkty przegięcia krzywej, szczególnie dla średnich terminów zapadalności, a notowania rynkowe z poszczególnych segmentów zapadalności charakteryzują się różną premią z tytułu płynności i nie zawsze są spójne. Wybór odpowiedniego algorytmu interpolacji pozwala na wygładzenie tych różnic i uzyskanie bardziej realistycznego kształtu krzywej. Warto również zwrócić uwagę na fakt, że w przypadku krzywej projekcyjnej w walucie PLN dla algorytmu interpolacji *Forward Monotone Convex Spline* nie była możliwa budowa poprawnej krzywej, a otrzymana krzywa charakteryzowała się okresową oscylacją.



Wykres 5.37 Krzywa projekcyjna w walucie PLN dla stopy WIBOR 3M na dzień 20 sierpnia 2012 roku uzyskana z wykorzystaniem algorytmu interpolacji *Forward Monotone Convex Spline*

Źródło: Opracowanie własne

Otrzymane wyniki mogą wskazywać, że w określonych warunkach, dla rynków charakteryzujących się ograniczoną płynnością, takich jak rynek waluty PLN, zastosowanie zaawansowanego algorytmu interpolacji bazującego na stopach terminowych i charakteryzującego się dużą liczbą ograniczeń na postać funkcji interpolującej, takiego jak *Forward Monotone Convex Spline*, prowadzić może do oscylacji i uzyskania nierealistycznych kształtów krzywych stóp procentowych.

Zaprezentowane podejście do konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych z uwzględnieniem kosztu depozytu zabezpieczającego pozwala na poprawne oddanie w wycenie transakcji wpływu takich czynników ryzyka jak kwestia, czy transakcja objęta jest depozytem zabezpieczającym, a jeśli tak, to jaka jest waluta złożonego depozytu zabezpieczającego. W zależności od wybranego podejścia otrzymać można różne poziomy stóp procentowych. W konsekwencji identyczne transakcje różniące się jedynie sposobem zabezpieczenia ryzyka kredytowego kontrahenta charakteryzować się będą różną wyceną zależną od typu złożonego depozytu zabezpieczającego oraz wynikającego z niego kosztu finansowania pozycji w danej transakcji.

Nowa metodyka konstrukcji krzywej wprowadza dodatkowe czynniki ryzyka mające bezpośredni wpływ na poziom oraz kształt otrzymywanych krzywych stóp procentowych. Wyniki przeprowadzonych analiz wskazują, że znaczenia nabiera kwestia wyboru waluty oraz stopy oprocentowania depozytu zabezpieczającego. W zależności od przyjętej waluty depozytu zabezpieczającego otrzymać można różne poziomy krzywych stóp procentowych i w kon-

sekwencji różny koszt finansowania pozycji w transakcji. Ważnym czynnikiem staje się również kwestia wyboru odpowiedniego algorytmu interpolacji stóp procentowych wykorzystwanego w procesie konstrukcji krzywej. Jak wykazane zostało w przeprowadzonych analizach, własności algorytmu interpolacji nie mają wpływu na liczbę kroków potrzebnych do budowy krzywej w ramach algorytmu. Wybór algorytmu interpolacji ma jednak znaczenie dla kształtu otrzymywanej krzywej stóp procentowych. Jest to szczególnie widoczne dla rynków charakteryzujących się ograniczoną płynnością takich jak rynek waluty PLN. W pracy zaprezentowano również przykład, wskazujący, że dla niektórych algorytmów interpolacji, dla rynków charakteryzujących się ograniczoną płynnością, możliwe jest uzyskanie nierealistycznych kształtów krzywej terminowej stóp procentowych.

Podsumowanie

W rozdziale zaprezentowane zostały zmiany w wykorzystywanych w praktyce metodykach konstrukcji krzywych stóp procentowych będące konsekwencją kryzysu płynności rynku międzybankowego w latach 2007 – 2009. Omówiono zmiany w strukturze funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej oraz wpływ zmian w otoczeniu regulacyjnym na ewolucję metodyk konstrukcji krzywych.

Kryzys finansowy sprawił, że znaczenia nabrały kwestie związane z zabezpieczeniem transakcji zawieranych na rynku międzybankowym. Wpływ na funkcjonowanie rynku mają również nowe regulacje prawne takie jak Regulacja EMIR. Regulacje te promują wykorzystywanie depozytów zabezpieczających oraz rozliczanie transakcji z wykorzystaniem centralnych kontrpartnerów transakcji (CCP).

Opisywane w rozdziale czwartym załamanie klasycznych zależności arbitrażowych oraz zmiany w otoczeniu regulacyjnym oraz rynkowym skutkowały koniecznością modyfikacji metodyk konstrukcji krzywych stóp procentowych. Wynikiem zmian było powstanie metodyk konstrukcji krzywych polegających na wykorzystywaniu wielu krzywych - krzywej dyskontowej służącej do dyskontowania przyszłych przepływów pieniężnych oraz krzywych projekcyjnych pozwalającej na wyznaczenie oczekiwanych poziomów poszczególnych rynkowych stóp referencyjnych. Metodyki konstrukcji krzywych stały się w konsekwencji bardziej skomplikowane a ostateczny rezultat zależny od uwzględnienia wielu dodatkowych czynników ryzyka takich jak na przykład marże transakcji CCBS, marże transakcji TBS.

W wyniku kryzysu coraz większy wolumen transakcji rynku międzybankowego objęty jest depozytem zabezpieczającym. Zwiększone znaczenie transakcji objętych depozytem zabezpieczającym sprawiło, że metodyki konstrukcji krzywych stóp procentowych muszą obecnie uwzględniać dodatkowe czynniki ryzyka mające wpływ na koszt finansowania pozycji w instrumencie objętym depozytem zabezpieczającym. Najważniejsze kwestie konieczne do uwzględnienia to waluta, częstotliwość wymiany oraz stopa oprocentowania depozytu zabezpieczającego.

Załamanie klasycznych zależności arbitrażowych sprawiło, że znaczenia nabrało zagadnienie wyboru odpowiedniego algorytmu interpolacji stóp procentowych. Kwestia wyboru algorytmu interpolacji ma wpływ przede wszystkim na uzyskiwany kształt krzywej projekcyjnej. Uzyskane wyniki wskazały, że wybór metody interpolacji ma duże znaczenie przede wszystkim dla rynków charakteryzujących się ograniczoną płynnością takich jak rynek waluty PLN.

Zakończenie

Struktura (krzywa) terminowa stóp procentowych jest najważniejszym pojęciem związanym z rynkiem stopy procentowej. Wydarzeniem, które najbardziej wpłynęło na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej był niewątpliwie kryzys płynności rynku międzybankowego z lat 2007-2009. Kryzys płynności z lat 2007 – 2009 wywołał strukturalną zmianę w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego, spowodował załamanie wielu klasycznych zależności arbitrażowych i w konsekwencji wymusił zmianę stosowanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywej.

Przedstawione w niniejszej rozprawie doktorskiej rozważania koncentrują się na analizie zmian w metodykach konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego, będących konsekwencją kryzysu płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009. W rozdziałach od pierwszego do trzeciego, stanowiących wstęp do zasadniczych rozważań zaprezentowanych w niniejszej pracy, po wprowadzeniu najważniejszych pojęć wykorzystywanych do opisu zagadnień związanych z modelowaniem stopy procentowej, przedstawione zostały główne założenia metodyk najczęściej wykorzystywanych do konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych. Dodatkowo omówiono zagadnienie wyboru algorytmu interpolacji stóp procentowych wykorzystywanego w metodyce konstrukcji krzywej. Staraliśmy się odpowiedzieć na pytanie, jakie znaczenie dla konstruowanej krzywej terminowej stóp procentowych ma wykorzystywany algorytm interpolacji stóp procentowych oraz jak wybór algorytmu przekłada się na kształt otrzymywanej krzywej terminowej stóp procentowych. W rozdziałach czwartym oraz piątym, stanowiących główną część pracy, analizowany był wpływ kryzysu płynności z lat 2007 – 2009 na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stóp procentowych oraz metodyki konstrukcji krzywych. Staraliśmy się odpowiedzieć na pytania, czy wpływ kryzysu był taki sam dla wszystkich analizowanych rynków oraz jak w wyniku kryzysu zmieniły się podstawowe zależności arbitrażowe zachodzące na rynku międzybankowym stóp procentowych. Uzyskane wyniki stanowiły podstawę do analizy wpływu zmian w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stóp procentowych na stosowane w praktyce metodyki konstrukcji krzywej. W szczególności skupiliśmy się na analizie wpływu zmian w konwencjach rynkowych oraz otoczeniu regulacyjnym. Zaprezentowaliśmy również ewolucję stosowanych metodyk konstrukcji krzywych oraz przedstawiliśmy

wyniki badania ich własności, a także analizy wrażliwości na dane rynkowe wykorzystywane na potrzeby konstrukcji krzywej z wykorzystaniem danej metodyki.

Główna hipoteza badawcza weryfikowana w ramach pracy głosiła, że:

Kryzys płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009 miał silny wpływ na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej i w konsekwencji wymusił zmianę stosowanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego.

Na podstawie wyników przeprowadzonych badań możemy wnioskować, że kryzys płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009 miał silny wpływ na warunki funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej i w konsekwencji wymusił zmianę stosowanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych rynku międzybankowego. Metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych wykorzystywane powszechnie w praktyce rynkowej przed kryzysem opierały się na szeregu zależności arbitrażowych. W wyniku kryzysu finansowego nastąpiły zmiany w warunkach funkcjonowania rynku międzybankowego stopy procentowej, powodując załamanie klasycznych zależności arbitrażowych, obniżenie płynności jednych oraz wzrost znaczenia innych instrumentów rynkowych. Zmiany te, połączone ze zmianami w otoczeniu regulacyjnym oraz rynkowym, których jednym z przejawów był wzrost znaczenia transakcji objętych depozytem zabezpieczającym, wymusiły w konsekwencji zmiany w stosowanych w praktyce metodykach konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych. Zatem główna hipoteza badawcza została zweryfikowana pozytywnie.

W ramach pracy wraz z hipotezą główną weryfikowane były cztery hipotezy cząstkowe.

Hipoteza pierwsza głosiła, że na wykorzystywane w praktyce metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych wpływ ma dostępność oraz płynność poszczególnych instrumentów rynkowych. W celu weryfikacji tej hipotezy w pracy przeanalizowane zostały dostępne w literaturze przedmiotu informacje na temat zestawów instrumentów wykorzystywanych na potrzeby metodyk konstrukcji krzywych stóp procentowych dla głównych walut światowych. Dodatkowo zaprezentowane zostały wnioski dla rynku polskiego uzyskane na podstawie analizy wyników badań prezentowanych przez NBP. Wnioski z analiz uzupełnione zostały o analizę ewolucji metodyk konstrukcji krzywych spotykanych w literaturze oraz stosowanych w praktyce. Uzyskane wyniki pozwoliły na potwierdzenie hipotezy, że na wykorzystywane w praktyce metodyki konstrukcji krzywej terminowej stóp procentowych wpływ ma dostępność oraz płynność poszczególnych instrumentów rynkowych. Tym samym, zasad-

ne stało się twierdzenie, że jedną z przyczyn obserwowanych w wyniku kryzysu zmian w metodykach konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych było załamanie płynności jednych oraz wzrost znaczenia innych instrumentów rynkowych. W szczególności dotyczyło to obserwowanego po kryzysie załamania płynności rynku depozytów międzybankowych oraz wzrostu znaczenia notowań kontraktów TBS oraz CCBS.

W ramach hipotezy drugiej weryfikowane było twierdzenie, że własności poszczególnych algorytmów interpolacji stóp procentowych mają znaczenie dla uzyskiwanych z ich zastosowaniem wyników oraz możliwego spektrum ich zastosowań. W celu weryfikacji tej hipotezy zaprojektowano oraz przeprowadzono badanie mające na celu analizę własności poszczególnych badanych algorytmów interpolacji. Uzyskane wyniki analiz pozwoliły na potwierdzenie hipotezy, że własności poszczególnych algorytmów interpolacji stóp procentowych mają bezpośrednie przełożenie na uzyskiwane z ich zastosowaniem wyniki oraz możliwe spektrum ich zastosowań. Wybór algorytmu interpolacji wykorzystywanego w metodyce konstrukcji krzywej powinien zawsze uwzględniać jej planowane wykorzystanie (wycena lub pomiar ryzyka). Otrzymane wyniki pozwoliły wskazać, które grupy algorytmów interpolacji lepiej nadają się do zastosowań związanych z wyceną instrumentów finansowych, a które do zastosowań związanych z pomiarem ryzyka.

Hipoteza trzecia stwierdzała, że w wyniku kryzysu płynności rynku międzybankowego z lat 2007 – 2009 na rynku międzybankowym stopy procentowej doszło do zmiany strukturalnej, której jednym z przejawów było załamanie obserwowanych powszechnie przed kryzysem zależności arbitrażowych. Hipoteza ta została zweryfikowana pozytywnie. Przeprowadzone w celu weryfikacji hipotezy analizy koncentrowały się na badaniu zachowania poszczególnych zależności arbitrażowych występujących na rynku międzybankowym stopy procentowej. Analiza literatury oraz wyników badań prowadzonych przez banki centralne pozwoliła na identyfikację głównych czynników mających wpływ na zachowanie zależności arbitrażowych. Do zidentyfikowanych czynników należały ocena ryzyka kredytowego oraz ocena ryzyka płynności transakcji zawieranych na rynku międzybankowym. Przeprowadzone badanie ekonometryczne z wykorzystaniem modeli przełącznikowych typu Markowa pozwoliło na identyfikację okresów uspokojenia oraz okresów kryzysu, jak również ocenę istotności poszczególnych czynników mających wpływ na analizowane zależności arbitrażowe w okresach uspokojenia oraz okresach kryzysu. Uzyskane wyniki badań wskazują, że w okresie największego nasilenia kryzysu płynności jak również w okresach późniejszych zależności arbitrażowe uległy załamaniu. Dla rynków waluty EUR oraz USD wpływ kryzysu widoczny był począwszy od sierpnia 2007 roku. Dla rynku polskiego wpływ kryzysu obser-

wowany był z pewnym opóźnieniem, począwszy od września 2008 roku. Niestety uzyskane wyniki badania ekonometrycznego nie pozwoliły na pełne potwierdzenie wniosków uzyskanych na podstawie analizy literatury oraz wyników badań prowadzonych przez banki centralne.

Ostatnia, czwarta hipoteza głosiła, że wykorzystanie depozytu zabezpieczającego przekłada się bezpośrednio na koszt finansowania pozycji w danym instrumencie oraz wymaga uwzględnienia w stosowanej metodyce konstrukcji krzywej. Również ta hipoteza została zweryfikowana pozytywnie. Przeprowadzona analiza dostępnej literatury przedmiotu pozwoliła na zebranie argumentów na poparcie tezy, że wykorzystanie depozytu zabezpieczającego ma istotny wpływ na koszt finansowania pozycji w danych instrumencie, a tym samym wymaga uwzględnienia w stosowanej metodyce konstrukcji krzywej. Przedstawione argumenty pozwoliły wykazać, że istnieje miara Q , pod którą wartość transakcji zmienia się zgodnie ze stopą oprocentowania depozytu zabezpieczającego. W konsekwencji koszt finansowania pozycji w instrumencie, związany z oprocentowaniem depozytu zabezpieczającego, powinien być wykorzystywany do dyskontowania przepływów dla analizowanego instrumentu finansowego. Zaprezentowane dowody znalazły ponadto potwierdzenie w prezentowanej analizie zmian w stosowanych w praktyce metodykach konstrukcji krzywej stóp procentowych. Wzrost znaczenia transakcji objętych depozytem zabezpieczającym po kryzysie płynności z lat 2007 – 2009 wymusił ewolucję stosowanych w praktyce metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych. Przeprowadzona przez autora analiza literatury pozwoliła na przygotowanie pełnego opisu ewolucji stosowanych metodyk jak również prezentację poszczególnych algorytmów budowy krzywej. Opis uzupełniają wyniki zaprojektowanego oraz przeprowadzonego przez autora badania wrażliwości otrzymywanych krzywych na zmiany czynników rynkowych. Badanie to pozwoliło na identyfikację czynników ryzyka mających wpływ na krzywe stóp procentowych uzyskiwane z wykorzystaniem nowych metodyk konstrukcji krzywych. Najważniejsze czynniki mające wpływ na krzywą dyskontową to waluta transakcji i waluta depozytu, częstotliwość wymiany oraz stopa oprocentowania depozytu zabezpieczającego, podczas gdy poziom oraz kształt krzywej projekcyjnej zależy wyłącznie od instrumentów rynkowych wykorzystywanych do budowy tylko tej krzywej.

Zagadnienie związane z uwzględnianiem kosztu finansowania pozycji w metodyce konstrukcji krzywej jest obecnie jednym z największych wyzwań spotykanych w praktyce rynkowej. Jednocześnie dotychczas zagadnienie to nie doczekało się kompleksowego opisu w literaturze. Ze względu na jego znaczenie dla zastosowań praktycznych, obszar ten wydaje się

być naturalnym tematem dalszych badań dotyczących metodyk konstrukcji krzywych terminowych stóp procentowych.

Literatura

- Adams K. (2001), Smooth Interpolation of Zero Curves, *Algo Research Quarterly*, 4(1/2), 11-22.
- Adams K., Van Deventer D. (1994), Fitting yield curves and forward rate curves with maximum smoothness, *Journal of Fixed Income*, 4(1), 52-64.
- Alexander C., Kaeck A. (2008), Regime dependent determinants of credit default swap spreads, *Journal of Banking and Finance*, 32, 1008–1021.
- Ametrano F., Bianchetti M. (2009), *Bootstrapping the Illiquidity: Multiple Yield Curves Construction for Market Coherent Forward Rates Estimation*.
[Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1371311
[Data uzyskania dostępu: 18 września 2013].
- Andersen L. (2005), *Yield Curve Construction with Tension Splines*.
[Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=871088
[Data uzyskania dostępu: 18 września 2013].
- Andersen L., Piterbarg V. (2010), *Interest Rate Modeling Volume I: Foundations and Vanilla Models*, Atlantic Financial Press, New York.
- Angelini P., Nobili A., Picillo C. (2011), The Interbank Market after August 2007: What Has Changed, and Why?, *Journal of Money, Credit and Banking*, 43(5), 923-958.
- Baba N., Packer F. (2009a), Interpreting Deviations from Covered Interest Parity during the Financial Market Turmoil of 2007-08, *Journal of Banking and Finance*, 33(11), 1953 - 1962.
- Baba N., Packer F. (2009b), From turmoil to crisis: Dislocations in the FX swap market before and after the failure of Lehman Brothers, *Journal of International Money and Finance*, 28(8), 1350–1374.
- Baba N., Packer F., Nagano T. (2008), The spillover of money market turbulence to FX swap and cross-currency swap markets, *BIS Quarterly Review*, March, 73-86.
- BIS (2007), *New developments in clearing and settlement arrangements for OTC derivatives*, Bank for International Settlements, Basel.
- Beeck H., Binkowski P. (1998), *Innowacje bankowe. Instrumenty terminowego rynku finansowego*, Poltext, Warszawa.

- Bianchetti M. (2009), *Two Curves, One Price: Pricing & Hedging Interest Rate Derivatives Decoupling Forwarding and Discounting Yield Curves*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1334356
 [Data uzyskania dostępu: 23 marca 2013].
- Bliss R. R., Kaufman, G. G. (2006), Derivatives and systemic risk: Netting, collateral, and closeout, *Journal of Financial Stability*, 2, 55-70.
- Boenkost W., Schmidt W. (2005), *Cross Currency Swap Valuation*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1375540
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Brigo D., Mercurio F. (2001), *Interest Rate Models - Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit*. Springer, Berlin.
- Brunnermeier M. K., Pedersen L. H. (2009), Market liquidity and funding liquidity, *Review of Financial Studies*, 22(6), 2201-2238.
- Burden R., Faires D. (2011), *Numerical Analysis*, Brooks/Cole, Boston.
- Caruana J., Van Rixtel A. (2013), *International financial markets and bank funding in the euro area: dynamics and participants*.
 [Online] <http://www.bis.org/publ/othp18.htm>
 [Data uzyskania dostępu: 16 marca 2013].
- Cecchetti S. G., Gyntelberg J., Hollanders M. (2009), *Central counterparties for over-the-counter derivatives*.
 [Online] <http://ideas.repec.org/a/bis/bisqtr/0909f.html>
 [Data uzyskania dostępu: 29 marca 2013].
- Chibane M., Selvaraj J., Sheldon G. (2009), *Building Curves on a Good Basis*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1394267
 [Data uzyskania dostępu: 26 marca 2013].
- Choudhry M. (2007), *Bank Asset and Liability Management*, John Wiley and Sons, Singapore.
- Clark I. (2011), *Foreign Exchange Option Pricing: A Practitioners Guide*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Cline A. (1974), Scalar-and planar-valued curve fitting using splines under tension, *Communications of the ACM*, 17(4), 218-220.
- Coe P. (2002), Financial Crisis and the Great Depression: A Regime Switching Approach, *Journal of Money, Credit and Banking*, 34(1), 76-93.

- Coffey N., Hrung W., Sarkar A. (2009), *Capital constraints, counterparty risk, and deviations from covered interest rate parity*.
[Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1473377
[Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Cox J. C., Ingersoll J. E., Ross S. A. (1985), A Theory of the Term Structure of Interest Rates, *Econometrica*, 53, 385–407.
- Davies R. B. (1987), Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative, *Biometrika*, 64(2), 33.
- Doman M., Doman R. (2004), *Ekonometryczne Modelowanie Dynamiki Polskiego Rynku Finansowego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
- EMIR, 2012. *Rozporządzenie nr 648/2012 z dnia 4 lipca 2012 roku w sprawie instrumentów pochodnych będących przedmiotem obrotu poza rynkiem regulowanym, kontrahentów centralnych i repozytoriów transakcji (European Market Infrastructure Regulation)*.
[Online] <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2012:201:0001:0059:PL:PDF>
[Data uzyskania dostępu: 23 Kwiecień 2013].
- EBC (2007), *Financial Stability Review December 2007*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2008a), *Financial Stability Review December 2008*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2008b), *Euro Money Market Survey September 2008*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2009a), *Euro Money Market Study 2008*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2009b), *Euro Money Market Survey September 2009*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2010a), *Financial Stability Review June 2010*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2010b), *Euro Money Market Survey September 2010*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2010c), *Euro Money Market Study December 2010*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2011), *Euro Money Market Survey September 2011*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.

- EBC (2012a), *Euro Money Market Survey September 2012*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- EBC (2012b), *Euro Money Market Study December 2012*, Europejski Bank Centralny, Frankfurt am Main.
- Fabozzi F. (2000), *Rynki obligacji analiza i strategia*, WIG-Press, Warszawa.
- Fisher M., Nychka D., Zervos D. (1995), *Fitting The Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=6260
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Flavell R. (2006), *Swaps and Other Derivatives*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Flesaker B. (1993), Arbitrage free pricing of interest rate futures and forward contracts, *Journal of Futures Markets*, 13(1), 77-91.
- Frank N., Hesse H. (2009), The effectiveness of central bank interventions during the first phase of the subprime crisis, *Working Paper of International Monetary Fund*, 09/206.
- Fruchard E., Zammouri C., Willems E. (1995), Basis for Change, *Risk*, 8(10), 70-75.
- Fujii M., Shimada Y., Takahashi A. (2010), *A note on construction of multiple swap curves with and without collateral*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1440633
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- G20 (2009), *G20 Leaders Statement: The Pittsburgh Summit*.
 [Online] <http://www.g20.utoronto.ca/2009/2009communique0925.html>
 [Data uzyskania dostępu: 20 kwietnia 2013].
- Genberg H., Hui C. H., Wong A., Chung T. K. (2009), *The Link between FX Swaps and Currency Strength during the Credit Crisis of 2007-2008*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1340280
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Gregory J. (2010), *Counterparty Credit Risk*, John Wiley and Sons, Chichester.
- Griffoli T. M., Ranaldo A. (2011), *Limits to arbitrage during the crisis: funding liquidity constraints and covered interest parity*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1569504
 [Data uzyskania dostępu: 28 września 2013].
- Gup B., Brooks R. (1997), *Zarządzanie ryzykiem stopy procentowej*, Związek Banków Polskich, Warszawa.

- Gurazdowski E. (2003), Wykorzystanie modelu zmiennej sztywności krzywej stóp terminowych do przybliżania krzywej rynku pieniężnego, *Bank i Kredyt*, 2, 87-92.
- Hagan P., West G. (2006), Interpolation Methods for Curve Construction, *Applied Mathematical Finance*, 13(2), 82-129.
- Hamilton J. D. (1989), A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and Business Cycle, *Econometrica*, 57, 357-384.
- Henrard M. (2007), *The Irony in the Derivatives Discounting*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=970509
 [Data uzyskania dostępu: 23 marca 2013].
- Henrard M. (2009), *The Irony in the Derivatives Discounting Part II: The Crisis*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1433022
 [Data uzyskania dostępu: 26 marca 2013].
- Ho T., Lee S. B. (1986), Term structure movements and pricing interest rate contingent claims, *Journal of Finance*, 41(5), 1011-1029.
- Hull J. (2009), *Options, Futures and Other Derivatives*, Pearson Education, Upper Saddle River.
- Hull J., White A. (1990), Pricing Interest Rate Derivatives Securities, *Review of Financial Studies*, 3(4), 573-592.
- Hyman J. (1983), Accurate monotonicity preserving cubic interpolation, *SIAM journal on scientific and statistical computing*, 4(4), 645-654.
- ISDA (2006), *ISDA Margin Survey 2006*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2007), *ISDA Margin Survey 2007*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2008), *ISDA Margin Survey 2008*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2009), *ISDA Margin Survey 2009*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2010), *ISDA Margin Survey 2010*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2011a), *ISDA Margin Survey 2011*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2011b), *OTC Derivatives Market Analysis Year-end 2010*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.

- ISDA (2012a), *ISDA Margin Survey 2012*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- ISDA (2012b), *OTC Derivatives Market Analysis Year-end 2011*, International Swaps and Derivatives Association, www.isda.org.
- Jajuga K. (2005), Modelowanie struktury terminowej stóp procentowych - wyzwanie dla ekonometrii, *Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego*, 25-38.
- Jajuga K., Jajuga T. (2006), *Inwestycje*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Wrocław.
- Jakubowski J., Palczewski A., Rutkowski M., Stettner Ł. (2006), *Matematyka finansowa*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Johannes M., Sundareshan S. (2007), The Impact of Collateralization on Swap Rates, *The Journal of Finance*, 62(1), 383-409.
- Kenyon C., Stamm R. (2012), *Discounting, Libor, CVA and Funding*, Palgrave Macmillan, Basingstoke.
- Kirikos G., Novak D. (1997), Convexity Conundrums, *Risk*, 10, 60-61.
- Kliber A., Pluciennik P. (2011), An assessment of monetary policy effectiveness in POLONIA rate stabilization during financial crisis, *Bank i Kredyt*, 42(4), 5 – 30.
- Kliber P. (2009), Estymacja struktury terminowej stóp procentowych w Polsce, *Bank i Kredyt*, 40, 109 - 126.
- Konopczak M., Sieradzki R., Wiernicki M. (2010), Kryzys na światowych rynkach finansowych – wpływ na rynek finansowy w Polsce oraz implikacje dla sektora realnego, *Bank i Kredyt*, 41, 45-70.
- Kwiatkowski D., Phillips P. C., Schmidt P., Shin Y. (1992), Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root, *Journal of Econometrics*, 54(1), 159 - 179.
- Lawrence C., Tits A. (2001), A Computationally Efficient Feasible Sequential Quadratic Programming Algorithm, *SIAM Journal on Optimization*, 11(4), 1092–1118.
- Le Floc'h F. (2013), *Stable Interpolation for the Yield Curve*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2175002
 [Data uzyskania dostępu: 18 września 2013].
- Lesniewski A. (2008), *The Forward Curve*.
 [Online] <http://www.math.nyu.edu/~alberts/spring07/Lecture1.pdf>
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Marciniak M. (2006), Yield Curve Estimation at the National Bank of Poland, *Bank i Kredyt*, 10, 52-74.

- McAndrews J., Sarkar A., Wang Z. (2008), The Effect of the Term Auction Facility on the London Inter-Bank Offered Rate, *FRB of New York Staff Report No. 335*.
- McCloud P. (2013), Collateral Convexity Complexity, *Risk*, May, 60-64.
- McCulloch J. H. (1975), The Tax-Adjusted Yield Curve, *Journal of Finance*, 30, 811-830.
- McCulloch J. H., Kochin L. A. (2000), *The inflation premium implicit in the US real and nominal term structures of interest rates*.
[Online] <http://www.econ.ohio-state.edu/pdf/mcculloch/qnspline.pdf>
[Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Mercurio F. (2009), *Interest Rates and The Credit Crunch: New Formulas and Market Models*.
[Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1332205
[Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Michaud F. L., Upper C. (2008), What drives interbank rates? Evidence from the Libor panel, *BIS Quarterly Review*, March.
- NBP (2006), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2005 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2007), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2006 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2008a), *Raport o stabilności systemu finansowego – czerwiec 2008*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2008b), *Przegląd stabilności systemu finansowego – październik 2008*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2008c), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2007 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2009a), *Raport o stabilności systemu finansowego – czerwiec 2009*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2009b), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2008 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2010a), *Wyniki badania obrotów w kwietniu 2010 r. na rynku walutowym i rynku pozagiełdowych instrumentów pochodnych w Polsce*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2010b), *Raport o stabilności systemu finansowego – lipiec 2010*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2010c), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2009 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.

- NBP (2011a), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2010 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2011b), *Raport o stabilności systemu finansowego – lipiec 2011*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2011c), *Raport o stabilności systemu finansowego – grudzień 2011*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2011d), *Raport Roczny 2010*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- NBP (2012), *Rozwój systemu finansowego w Polsce w 2011 r.*, Narodowy Bank Polski, Warszawa.
- Nelson C., Siegel A. (1987), Parsimonious Modeling Of Yield Curves, *Journal of Business*, 60, 473-489.
- Olsza P. (2013a), *Wpływ kryzysu finansowego na rynek transakcji CIRS w Polsce*. w: E. Gołemska (red.), *Gospodarka globalna Technologia Społeczeństwo*, Wydawnictwo UE Poznań, Poznań.
- Olsza P. (2013b), Wpływ kryzysu finansowego na rynek transakcji fx swap w Polsce, *Bank i Kredyt*, 44(3), 313-332.
- OpenGamma (2012), *Interest Rate Instruments and Market Conventions Guide*.
 [Online] <http://www.opengamma.com/downloads/interest-rate-instruments-and-market-conventions-guide.pdf>
 [Data uzyskania dostępu: 14 lipca 2013].
- Piterbarg V. (2010), Funding beyond discounting: collateral agreements and derivatives pricing, *Risk*, February, 97-102.
- Piterbarg V. (2012), Cooking with collateral, *Risk*, August, 58-63.
- Rebonato R. (2002), *Modern Pricing of Interest-Rate Derivatives: The Libor Market and Beyond*, Princeton University Press, Princeton.
- Roll R. (1984), A Simple Implicit Measure of the Effective Bid-Ask Spread in an Efficient Market, *The Journal of Finance*, 39(4), 1127–1139.
- Ron U. (2000), *A Practical Guide to Swap Curve Construction*.
 [Online] <http://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/01/wp00-17.pdf>
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Said S. E., Dickey D. (1984), Testing for Unit Roots in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order, *Biometrika*, 71, 599–607.

- Schwarz K. (2010), *Mind the Gap: Disentangling Credit and Liquidity in Risk Spreads*.
 [Online] http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1486240
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Soultaneva A., Strömqvist M. (2009), The Swedish Money Market Risk Premium – Experiences from the Crisis, *Economic Review*, 3, 5-25.
- Stamirowski M. (2003), Jednoczynnikowe modele Vasička oraz CIR – analiza empiryczna na podstawie danych z polskiego rynku obligacji skarbowych, *Bank i Kredyt*, 7, 35-46.
- Svensson L. (1994), Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994. *NBER Working Paper Series 4871*.
- Świętoń M. (2002), Terminowa struktura dochodowości skarbowych papierów wartościowych w Polsce w latach 1998-2001, *Materiały i studia nr 150*.
- Taylor J., Williams J. (2009), A Black Swan in the Money Market, *American Economic Journal: Macroeconomics*, 1(1), 58-83.
- Teräsvirta T. (2006), Univariate nonlinear time series models, *Palgrave Handbook of Econometrics*, 1, 396-424.
- Thornton D. (2009), *What the Libor-OIS Spread Says*.
 [Online] <http://research.stlouisfed.org/publications/es/09/ES0924.pdf>
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Tuckman B. (2002), *Fixed Income Securities: Tools for Today's Markets*, Wiley Finance, Hoboken.
- Tuckman B., Porfirio P. (2003), *Interest Rate Parity, Money Market Basis Swaps and Cross – Currency Basis Swaps*.
 [Online] <http://www.bukkapatanam.com/vibhav/docs/BasisSwap.pdf>
 [Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].
- Vasicek O. (1977), An Equilibrium Characterisation of the Term Structure, *Journal of Financial Economics*, 5(2), 177–188.
- Waggoner D. F. (1997), Spline Methods for Extracting Interest Rate Curves from Coupon Bond Prices, *Federal Reserve Bank of Atlanta Working Paper 97-10*.
- Weron A., Weron R. (2005), *Inżynieria Finansowa*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa.
- Wu T. (2008), On the Effectiveness of the Federal Reserve's New Liquidity Facilities, *Federal Reserve Bank of Dallas Working Paper No. 2008-08*.

Zhou F. (2002), *The Swap Curve*.

[Online] http://quantlabs.net/labs/quant-books/doc_download/21-lehman-brothers-zhou-the-swap-curve

[Data uzyskania dostępu: 10 marca 2013].